УДК 51-74

Использование полярной системы координат в горном деле

***Кот Кирилл Сергеевич**, студент 1-го курса*
кафедры «Горные работы»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Кузнецова А. А., старший преподаватель)

В горном деле для описания пространственного положения объектов часто используется декартова система координат. Однако, в некоторых задачах более удобна полярная система координат, которая является двумерной и определяет положение точки двумя числами: r - радиус-вектор, φ - полярный угол.

В полярной системе координат удобно описывать объекты с радиальной симметрией и определять координаты точек на местности. Она полезна для анализа углового распределения геофизических аномалий, выявления зон минерализации или трещиноватости. В шахтах используется для описания воздушных потоков вокруг источников. При изучении деформаций карьеров описывает смещения точек поверхности. При буровзрывных работах помогает определить оптимальное расположение скважин.

Пример: на шахте произошла серия обрушений кровли и нужно проанализировать их закономерности, чтобы предсказать будущие обрушения и повысить безопасность. Предположим, есть данные о местоположении обрушений относительно некоторой точки отсчета (центральной выработки).

Эти данные представлены в виде $r(r,\varphi)$, где:

- r - расстояние от центральной выработки до точки обрушения (в метрах).
- φ - угол между направлением на точку обрушения и осью (в радианах).

Наша задача: выявить эти закономерности и построить прогностическую модель.

Нам даны координаты точек обрушения (Табл. 1).

Таблица 1 — Координаты точек на плоскости

Точка	r	φ (рад)
1	5	0.5
2	7	1.0
3	10	1.5
4	14	2.0
5	20	2.5

Изобразим спираль в полярной системе координат (Рис. 2).

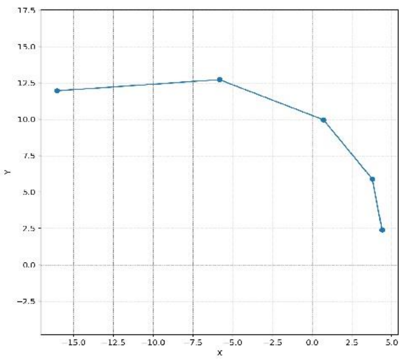

Рисунок 2 – Спираль в полярной системе координат

Как уже известно логарифмическая спираль имеет уравнение $r = ae^{b\varphi}$, где a и b - константы, которые нужно определить. Прологарифмируя обе части уравнения в результате получим $\ln r = \ln a + b\varphi$.

Это уравнение прямой линии в координатах$(\varphi, \ln r)$, где $y = l\,n\,r$ и $x = \varphi$, тогда $\ln r = \ln a + b\varphi$ примет вид: $y = \ln a + bx$. С помощью метода наименьших квадратов определим $\ln a$ и b. Метод наименьших квадратов заключается в минимизации сумм квадратов отклонений между фактическими значениями $\ln r$ и значениями, предсказанными линейной моделью: $S = \sum_1^5 (\ln r_i - (\ln a + b\varphi_i))^2$. Для минимизации S найдем частные производные по $\ln a$ и b и приравняем их к нулю: $\begin{cases} \dfrac{\partial S}{\partial(\ln a)} = 0 \\ \dfrac{\partial S}{\partial b} = 0 \end{cases}$. После решения системы получаем $\ln a \approx 1.5$ и $b \approx 0.4$. Тогда $a = e^{1.5} \approx 4.48$. Уравнение логарифмической спирали $r = 4.48e^{0.4\varphi}$. Изобразим ее на рисунке (Рис. 3).

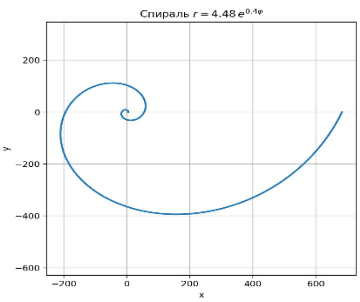

Рисунок 3 – Логарифмическая спираль

Используя полученное уравнение, мы можем прогнозировать наиболее вероятные места будущих обрушений. Например, можно вычислить значения r для φ и определить области, где вероятность обрушения наиболее высока.

В заключение можно сказать, что логарифмическая спираль эффективно прогнозирует обрушения на шахте, повышая безопасность, но требует проверки новыми данными и комплексного использования с другими методами анализа.

Литература:

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. - М.: Физматлит, 2009.
2. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. - М.: МГУ, 1969.
3. Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии. - М.: Наука, 1980.
4. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.1. - М.: Наука, 1974.
5. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. - М.: Наука, 1977.