

Интегралы в строительстве: точность вычисления объема бетона

*Вилькевич Полина Юрьевна, Петрова Снежана Павловна,
студентки 1-го курса кафедры «Строительные конструкции»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Коваленок Н.В., старший преподаватель)*

Интеграл – одно из важнейших понятий математического анализа, которое возникает при решении задач: о нахождении площади криволинейных фигур; пройденного пути при неравномерном движении; массы неоднородного тела, и тому подобных; а также в задаче о восстановлении функции по её производной.

В строительной инженерии интегралы используются для получения точных расчетов, которые обеспечивают безопасность и эффективность конструкций. Например, определённый интеграл помогает вычислить объём сложных строительных элементов, а интегрирование нагрузок позволяет правильно распределить силы, действующие на конструкцию.

Интегралы широко применяются в строительстве для расчётов объёмов, нагрузок, деформаций и других параметров. Вот несколько ключевых применений:

1. Вычисление объёма строительных материалов

Если конструкция имеет сложную форму, её объём можно определить через интеграл:

$$V = \int_a^b A(x) dx$$

где $A(x)$ — площадь поперечного сечения на расстоянии x вдоль конструкции.

2. Расчёт нагрузок и усилий

В строительных конструкциях нагрузки часто распределяются неравномерно. Для расчёта суммарной нагрузки используется интеграл:

$$F = \int_a^b q(x) dx$$

где $q(x)$ — распределённая нагрузка.

3. Определение центра тяжести и момента инерции

Для анализа устойчивости зданий необходимо вычислять моменты инерции, которые выражаются через интегралы:

$$I = \int_A^B y^2 dA$$

где A — площадь поперечного сечения;

y — расстояние от центра масс.

4. Деформации и прогибы балок

В строительной механике деформации балок определяются через интегрирование кривизны:

$$y(x) = \int_a^b M(x)/(EI) dx$$

где $M(x)$ — изгибающий момент,

E — модуль упругости,

I — момент инерции.

Решение задачи, с использованием интегралов в строительстве.

Бетонная плита (Рис. 1) длиной $L=8$ м и шириной $W=3$ м имеет переменную толщину, описываемую функцией $h(x)=0.2+0.05x$, где x измеряется в метрах от одного края плиты. Найти общий объём бетона.

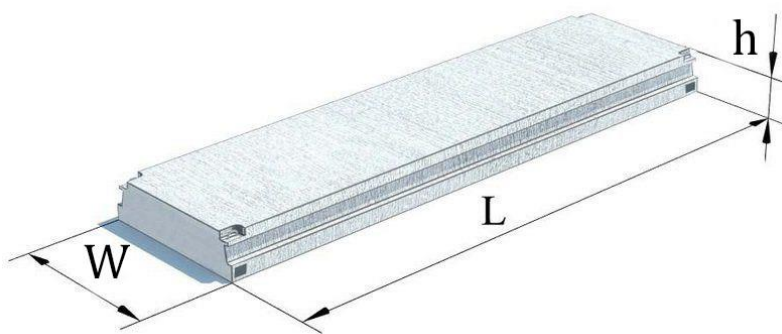


Рисунок 1 – Пример бетонной плиты с переменной толщиной

Решение:

Объём плиты можно вычислить как интеграл площади поперечного сечения вдоль её длины:

$$V = \int_0^L W \cdot h(x) dx$$

Подставляем значения:

$$V = \int_0^8 3 \cdot (0.2 + 0.05x) dx$$

Рассчитываем интеграл:

$$V = 3[0.2x + 0.025x^2]_0^8$$

Подставляем пределы:

$$V = 3[(0.2 \cdot 8 + 0.025 \cdot 8^2) - (0.2 \cdot 0 + 0.025 \cdot 0^2)]$$

$$V = 3[(1.6 + 1.6) - 0] = 3 \times 3.2 = 9.6 \text{ м}^3$$

Ответ:

Объём бетона для плиты составляет 9.6 м³.

Этот метод удобен для расчёта нестандартных бетонных конструкций.

Задача 2. При строительстве гоночной трассы необходимо найти объём материала для формирования поворота. Для этого требуется найти объём цилиндрического клина, основанием которого служит половина эллипса, а наклонная плоскость проходит через малую ось эллипса.

Решение:

Сечение клина плоскостью (Рис. 2), перпендикулярной к оси Ох, представляет собой прямоугольник, площадь которого $S(x) = 2yh$.

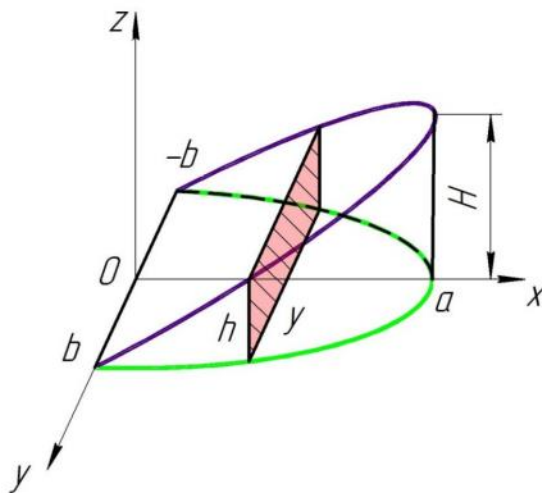


Рисунок 2 – клин

Поскольку (из уравнения эллипса) $y = \frac{b}{a} \sqrt{a^2 - x^2}$, а $h = \frac{H}{a} x$, то $S(x) = \frac{2bH}{a^2} x \sqrt{a^2 - x^2}$ и искомый объём клина равен:

$$\int_0^a S(x) dx = \frac{2bH}{a^2} \int_0^a x \sqrt{a^2 - x^2} dx = -\frac{2bH}{3a^2} \sqrt{(a^2 - x^2)^3} \Big|_0^a = \frac{2}{3} abH$$

Рассмотренная практическая задача дает нам ясное представление о значимости интегралов в строительстве автомобильных дорог и видно, что применение интегралов при строительстве автомобильных дорог достаточно широкое [3].

Решение данной задачи позволило нам глубже понять и систематизировать знания об интеграле и возможностях его применения в различных областях науки, а именно в сфере дорожного строительства.

Таким образом, интегралы имеют широкое применение в дорожном строительстве, позволяя решать различные задачи, связанные с изучением геометрии и физики дорожного покрытия, а также с его планировкой, проектированием и обслуживанием. Они помогают оптимизировать процесс строительства и обеспечивают безопасность и устойчивость дорожных сооружений.

Выводы: интегралы играют ключевую роль в строительной инженерии, позволяя выполнять точные расчёты объёмов, нагрузок, моментов инерции и деформаций конструкций. Благодаря интегральным методам инженеры могут проектировать безопасные, устойчивые и эффективные сооружения, оптимизируя использование строительных материалов и предсказывая поведение конструкций под воздействием различных нагрузок.

Литература:

1. Официальный сайт онлайн образовательного холдинга Skillbox Holding Limited [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://skillbox.ru/media/code/integrally-bez-intrig/> – Дата доступа: 06.05.2025.
2. Официальный сайт ООО "СитиБетонСтрой" [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://sitibeton.by/stati/raschitat-obem-betona-formuly-primery/> – Дата доступа: 06.05.2025.