

## Применение интегралов в строительстве автомобильных дорог

*Слапик Полина Викторовна, студент 1-го курса  
кафедры «Автомобильные дороги»*

*Белорусский национальный технический университет, г. Минск  
(Научный руководитель – Чернявская С.В., канд. физ.-мат. наук, доцент)*

Применение интегралов в дорожном строительстве представляет собой увлекательную тему для научного исследования, объединяющую математическое моделирование и инженерные задачи. Рассмотрим некоторые области применения определенного интеграла в расчетах элементов дороги.

- **Вычисление площадей и объёмов**
- **Гидрологические расчеты**
- **Транспортные потоки**
- **Тепловые свойства дорожного покрытия**
- **Моделирование движения транспортных средств**
- **Нагрузки на дорожное покрытие**
- **Скользящие поверхности профиля**

Из данного списка рассмотрим несколько примеров:

### Вычисление площадей и объемов

#### Задача 1.

При проектировании дороги необходимо рассчитать объем земляных работ для выравнивания профиля трассы. Профиль дороги задан функцией высоты  $h(x)$ , где  $x$  (м)— расстояние вдоль трассы. Требуется определить объем грунта, который необходимо удалить или добавить на участке от  $x = a$  до  $x = b$ .

**Решение.** Объем земляных работ можно вычислить с помощью определенного интеграла:  $S = \int_a^b h(x)dt$ , где  $h(x)$  — функция, описывающая высоту профиля относительно базового уровня. Если  $h(x)$  положительна, то грунт необходимо добавить, если отрицательна-удалить.

#### Задача 2.

На участке дороги от  $x = 0$  до  $x = 100$  метров профиль высоты задан функцией  $h(x) = 0.02x - 1$  (в метрах).

Требуется определить объем грунта, который необходимо удалить или добавить, если базовый уровень принят за  $h=0$ .

**Решение:** Объем земляных работ вычисляется с помощью определенного интеграла:

$$V = \int_0^{100} (0.02x - 1) dx = 0.01x^2 - x \Big|_0^{100} = (100 - 100) - 0 = 0$$

Объем земляных работ равен  $0 \text{ м}^3$ , что означает, что профиль уже соответствует базовому уровню, и земляные работы не требуются.

### Задача 3.

На участке дороги длиной **200м** необходимо рассчитать объем земляных работ, учитывая уклон. Профиль дороги задан функцией высоты  $h(x) = 0.03x - 2$ , где  $x$  — расстояние вдоль трассы (в метрах). Базовый уровень принят за  $h = 0$ . Определите объем грунта, который необходимо удалить или добавить.

**Решение.**

$$V = \int_0^{200} (0.03x - 2) dx = 0.015x^2 - 2x \Big|_0^{200} = 600 - 200 = 400 \text{ м}^3$$

Объем земляных работ составляет **200м<sup>3</sup>**. Это означает, что необходимо удалить **200 кубометров** грунта, чтобы привести профиль дороги к базовому уровню.

Отметим, что при расчете земляных работ учитывают уклон дороги, то есть изменение высоты дорожного покрытия вдоль его длины. Если дорога идет вверх, требуется добавление грунта, если вниз — его удаление. Это позволяет учитывать реальный рельеф местности.

### Транспортные потоки

Интегралы играют важную роль в моделировании транспортных потоков при строительстве автомобильных дорог. Они помогают анализировать движение автомобилей, рассчитывать плотность потока и оптимизировать дорожную инфраструктуру

### Задача 4.

На участке дороги длиной  $L = 10 \text{ км}$  необходимо определить среднюю плотность транспортного потока. Известно, что интенсивность движения  $q(x)$  изменяется по закону:  $q(x) = 500 + 20x$ , где  $x$  — расстояние от начала участка (в км).

Требуется найти:

1. Общее количество автомобилей, проехавших по участку за 1 час;
2. Среднюю плотность потока.

**Решение.** Общее число автомобилей, проехавших по участку за 1 час, вычисляется интегралом:  $Q = \int_0^{10} q(t) dx = \int_0^{10} (500 + 20x) dx = 500 + 10x^2 \Big|_0^{10} = 5000 + 1000 = 6000$  автомобилей.

Средняя плотность транспортного потока определяется как:

$$\bar{q} = \frac{1}{L} \int_0^L q(x) dx = \frac{1}{10} * 6000 = 600 \text{ автомобилей/км}$$

## Гидрологические расчеты

### Задача 5.

На участке дороги длиной  $L = 500\text{м}$  необходимо рассчитать объем стока дождевой воды, который должен быть отведен через дренажную систему. Интенсивность осадков изменяется по закону:  $q(t) = 10 + 2t$  (л/м<sup>3</sup> \* мин) где  $t$  — время в минутах.

Требуется определить:

1. Общий объем стока за 30 минут;
2. Средний расход воды;

**Решение.** Объем воды, который должен быть отведен, вычисляется интегралом  $V = \int_0^{30} q(t) * A dt$  где  $A = 500 * 10 = 5000\text{м}^2$  — площадь дорожного покрытия.

$$V = \int_0^{30} (10 + 2t) 5000 dt = 5000(10t + t^2) \Big|_0^{30} = 5000 * 1200 = 6000000 \text{ л} = 6000\text{м}^3$$

Средний расход воды определяется следующим образом:

$$Q_{\text{ср}} = \frac{V}{T} = \frac{6000}{30} 200\text{м}^3/\text{мин.}$$

Применение интегралов в транспортном моделировании даёт точные результаты, которые используются при проектировании дорожных сетей, а также помогает инженерам оценивать загруженность дорог, улучшение организации транспортных потоков для повышения эффективности и безопасности на дорогах проектировать эффективные дренажные системы, предотвращая затопления и обеспечивая безопасность дорожного покрытия.

Литература:

1. <https://rep.bntu.by/handle/data/125220>
2. <https://rep.bntu.by/bitstream/handle/data/125220/315-317.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
3. [https://www.bsut.by/images/MainMenuFiles/Obrazovanie/Kafedry/Elektrotehnika/inf\\_material/uch\\_metodich/matematich\\_modeli\\_transp.pdf](https://www.bsut.by/images/MainMenuFiles/Obrazovanie/Kafedry/Elektrotehnika/inf_material/uch_metodich/matematich_modeli_transp.pdf)