

Предлагаемое электронное автоматическое уравновешивание модели (отработка напряжений, эквивалентных перекосам) практически происходит мгновенно и полностью исключает ручное уравновешивание, что позволяет значительно расширить круг задач строительной механики, решаемых на ЭМСС-7М.

Л и т е р а т у р а

1. Пухов Г.Е., Васильев В.В., Степанов А.Е., Токарева О.Н. Электрическое моделирование задач строительной механики. Киев, АН УССР, 1963.

2. Овсянко В.М. Устройство для моделирования стержневых рам. Авторское свидетельство № 386408. Бюллетень "Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки", № 26, 1973.

В.М.Овсянко

УДК 624.071.2

МНОГОПРОЛЕТНЫЕ ГИБКИЕ НИТИ ИЗ НЕЛИНЕЙНО УПРУГОГО МАТЕРИАЛА НА УПРУГИХ ОПОРАХ

На основе уравнения, определяющего распор нити, получены формулы для расчета нитей, материал которых имеет произвольный нелинейный характер. В качестве аппарата для решения полученных уравнений предлагается использовать электронные модели, построенные с применением принципа динамического моделирования.

Материал, из которого выполняется гибкая пологая нить, чаще всего является нелинейно упругим. Для него зависимость между нормальным напряжением σ и относительным удлинением ϵ в общем случае имеет вид $\sigma = f(\epsilon)$. (1)

или $\sigma = E' \epsilon$. (2)

где E' - секущий модуль деформации первого рода.

Часто зависимость (1) представляется в виде полинома:

$$\sigma = \sum_{k=0}^n A_k \epsilon^{2k+1}, \quad (k=0,1,2, \dots), \quad (3)$$

Ограничиваясь в выражении (3) двумя членами, получим широко используемую зависимость:

$$\sigma = A_0 \epsilon + A_1 \epsilon^2 \quad (4)$$

Здесь A_0 и A_1 имеют размерность модуля деформации.

Из теории гибких пологих нитей известно [1], что для нитей с опорами, расположенными на одном уровне, наибольшее расчетное усилие принимается равным расчетному натяжению - распору H . Тогда

$$H = \sigma F = E' F \epsilon. \quad (5)$$

Отсюда определим жесткость нити на растяжение ω :

$$\omega = E' F = \frac{H}{\epsilon}, \quad (6)$$

где для нити с пролетом l $\epsilon = \frac{H l}{E}$. (7)

Распор H однопролетной гибкой пологой нити с упругими опорами на одном уровне получается из общего уравнения нити [1], записанного с учетом конечных горизонтальных смещений опор δ_A и δ_B :

$$H^3 \frac{l}{\omega} + H^2 J + H^2 (\delta_A - \delta_B) - \frac{D}{2} = 0, \quad (8)$$

где $D = \int_0^l Q^2 dx$ - характеристика внешней нагрузки;

J - характеристика начального состояния нити. Здесь

$$J = \frac{8f^2}{3l} = -N \frac{l}{\omega} = \frac{\bar{D}}{2H^2} - H \frac{l}{\omega}. \quad (9)$$

Характеристика J (9) соответствует случаям, когда в исходном состоянии нить не несет внешней нагрузки, либо имеет при ее отсутствии предварительное натяжение усилием N , либо начальной внешней нагрузке соответствует распор \bar{H} и характеристики \bar{D} и $\bar{\omega}$.

Подставив выражение (6) в (8), получим систему уравнений для расчета гибкой пологой нити на упругих опорах:

$$\begin{cases} H^2 (l\epsilon + \delta_A + \delta_B) + H^2 J - \frac{D}{2} = 0 \\ H = F\sigma = \omega \epsilon. \end{cases} \quad (10)$$

Очевидно, что в таком виде система уравнений может быть использована при расчете нити, материал которой является линейно упругим либо нелинейно упругим.

Опоры нити могут быть линейно или нелинейно упругими. Ограничимся рассмотрением случая, когда зависимость между реакциями опор и их перемещениями будет линейной. Перемещение линейно упругой опоры равно разности распоров смежных пролетов, умноженной на коэффициент податливости опоры C_j . Для трехпролетной нити перемещения опор равны:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= C_1 H_I; & \delta_2 &= C_2 (H_{II} - H_I); \\ \delta_3 &= C_3 (H_{III} - H_{II}); & \delta_4 &= C_4 H_{III}. \end{aligned} \quad (II)$$

При расчете многопролетных гибких нитей ввиду сложности аналитического расчета целесообразно применить аналоговую вычислительную технику с использованием метода конечных элементов (метода участков), когда моделируемый объект разбивается на отдельные элементы, для каждого из которых синтезируется своя схема-аналог. Такими элементами являются пролеты нити. Между конечными элементами записываются уравнения связи типа (II).

Синтезируя схему-аналог одного пролета нити, представим слагаемые первого уравнения системы (I0) в виде токов. Такое уравнение можно решить с использованием решающих усилителей, но это невыгодно, так как требует большого числа последних. Поэтому целесообразно получить схему-аналог, построенную без использования электронных усилителей. Такая схема может быть синтезирована на основе устройства, предложенного в работе [2]. Распор H , удлинение нити ϵ и перемещения концов нити δ_A и δ_B можно моделировать напряжениями E_H , E_{ϵ} , E_A и E_B . Третье слагаемое уравнения распора (I0) представим источником тока I_D , второму слагаемому эквивалентен ток в цепи, содержащей источник э.д.с. E_H и нелинейное сопротивление НС-2, воспроизводящее квадратичную зависимость тока от напряжения (рис. I). Ток, эквивалентный первому слагаемому, получается при помощи схемы, содержащей мостовую схему. На выходе последней образуется полусумма и полуразность диагональных напряжений. На выходе мостовой схемы включаются три кубических нелинейных сопротивления (НС-3), два из которых (верхнее и нижнее) идентичны. В качестве нелинейных сопротивлений

применяются диодные функциональные преобразователи, либо преобразователи, построенные с использованием кремниевых стабилитронов или нелинейных полупроводниковых сопротивлений типа тирит.

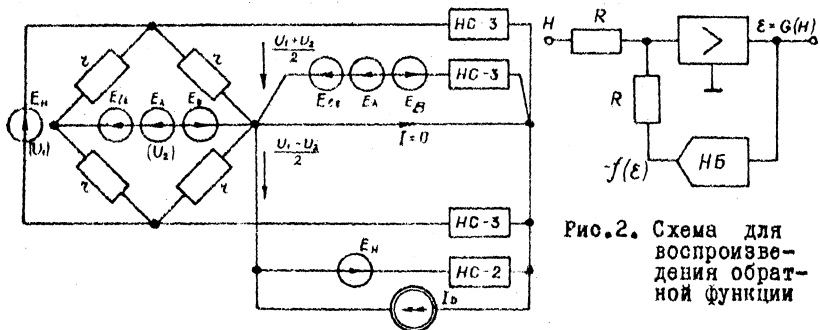


Рис. 2. Схема для воспроизведения обратной функции

Рис. 1. Электрическая схема-аналог одного пролета нити

Схема, предлагаемая на рис. 1, является уравновешиваемой. Решение получается в момент, когда ток $I = 0$. Одновременно с уравновешиванием схемы-аналога реализуются дополнительные уравнения: второе уравнение системы (10) и уравнения (11). Эти дополнительные уравнения моделируются напряжениями.

Выражение (5) в виде обратной функции

$$\epsilon = G(H) \quad (12)$$

будем воспроизводить методом неявных функций [3].

Схема, приведенная на рис. 2, воспроизводит функцию (12), обратную по отношению к функции $f(\epsilon)$, формируемой при помощи нелинейного блока НБ. В схеме непрерывно поддерживается равенство:

$$H - f(\epsilon) = 0, \quad (13)$$

т.е. решается уравнение (5). Использование метода обратных функций позволяет найти действительный корень уравнения (5).

Выражение (11) реализуется при помощи простых усилителей, выполняющих операцию умножения на коэффициент C_j . На вход таких усилителей подаются напряжения, эквивалентные соот-

ответственно величинам $H_I, H_{II} - H_I, H_{III} - H_{II}, H_{IV}$.

Электронное моделирование целесообразно проводить с использованием популярного в настоящее время принципа динамического моделирования [4], при котором требуемое распределение напряжений и токов достигается путем переключения некоторого многополюсника (в нашем случае с переменными параметрами при реализации выражений (II) с запоминанием необходимых напряжений при помощи конденсаторов. Переключение производится электронными ключами, работающими с большой частотой.

Электронная динамическая модель трехпролетной гибкой пологой нити из нелинейно упругого материала, характеризуемого выражением (4), на линейно упругих опорах, упругость которых определяется выражениями (II), показана на рис.3.

Так как в уравнении (10) содержится произведение $\ell \varepsilon$, то выражение (5) запишем с учетом (4) следующим образом:

$$H = \frac{F_1 A_0}{\ell} \ell \varepsilon + \frac{F_1 A_1}{\ell_3} (\ell \varepsilon)^3 \quad (14)$$

Тогда, подавая на вход схемы (рис.2) напряжение E_H , эквивалентное распору H , на выходе получим напряжение $E_{\ell \varepsilon}$, эквивалентное величине $\ell \varepsilon$ (рис. 3).

Так как пролеты и сечения нитей и нелинейный материал, из которого они выполнены, могут быть в общем случае различны, то будут различны и сопротивления R_1^i, R_2^i , определяемые из соотношений:

$$\frac{z_0}{R_1^i} = \frac{F_i A_i^0}{\ell_i}, \quad \frac{z_0}{R_2^i} = \frac{F_i A_i^1}{\ell_i^3}, \quad (i = I, II, III). \quad (15)$$

Коэффициенты податливости опор c_j устанавливаются в виде следующих отношений:

$$\frac{R_0}{R_j} = c_j, \quad (j = 1, 2, 3, 4), \quad \frac{R_0}{R_{00}} = 1. \quad (16)$$

Модели нитей, выполняемые по изображенной на рис. I схеме, показаны на рис.3 схематично прямоугольниками I, II, III. Здесь приведены только запоминающие конденсаторы, устанавливаемые вместо источников напряжений, эквивалентных распору H , перемещениям концов нити δ_A, δ_B и удлинению нити $\ell \varepsilon$. Эти напряжения подаются в схемы-аналоги нитей при помощи ключей, порядок работы которых показан на схеме, непосредственно с источников E_{H_i} , эквивалентных распорам H_i , либо через функ-

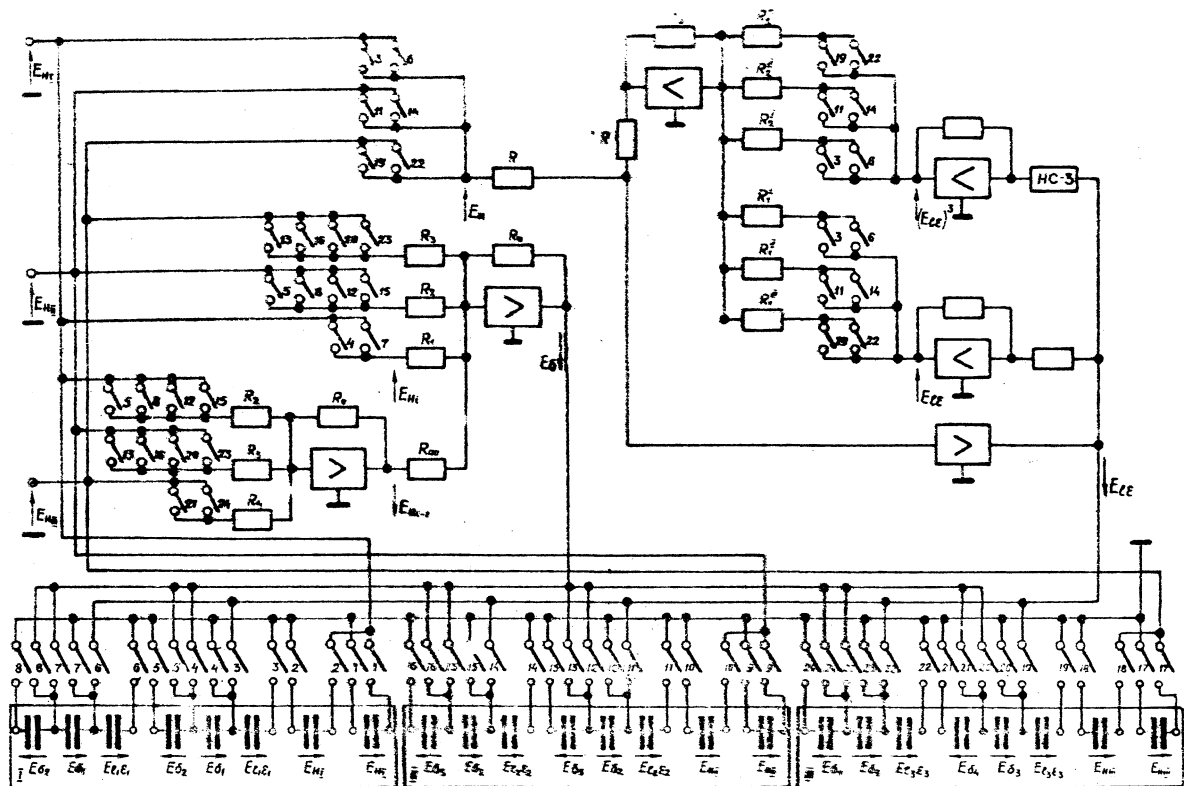


Рис.3. Электронная динамическая модель трехпролетной гибкой ленточной нити из нелинейно упругого материала на линейно упругих опорах.

циональные слоки, на которых обрабатываются напряжения E_{1c} и E_{2c} , эквивалентные удлинению нитей и перемещениям их концов. Источники E_{H_i} выполняются в виде трансформаторов, регулируемых по первичным обмоткам (вручную или электрохимически) автотрансформаторами. Моделирование производится на постоянном токе.

Модель (рис.3) уравнивается за 3-4 цикла итерации. В каждом цикле, изменяя напряжения E_{H_i} , нужно получить нулевой ток ($J = 0$) в схемах-аналогах нитей.

Измеряя напряжения E_{H_i} на выходах трансформаторов, получаем распыры H_i в каждом пролете. Для определения перемещений опор нитей с помощью лампового вольтметра измеряются напряжения на соответствующих конденсаторах. Таким образом, динамическая электронная модель многопролетной гибкой пологой нити из материала, не следующего закону Гука, на упругих опорах позволяет определить все виды основных неизвестных.

Л и т е р а т у р а

1. Качурин В.К. Статический расчет вантовых систем. Л., Стройиздат, 1969.
2. Овсянко В.М. Устройство для моделирования гибких стропительных нитей. Авторское свидетельство № 297047. Бюллетень "Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки", № 9, 1971.
3. Корн Г., Корн Т. Электронные аналоговые и аналого-цифровые вычислительные машины. Часть I. М., "Мир", 1967.
4. Пухов Г.Е., Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. Киев, "Наукова думка", 1967.

Е.М.Сидорович

УДК 624.072

ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Уравнения кинето-статики для произвольной геометрически нелинейной шарнирно-стержневой системы, отнесенные к возмущенному состоянию мгновенного равновесия, могут быть представлены