

шения эффективности структурных металлоконструкций. – Строит. механика и расчет сооружений, 1977, № 4. 12. Муханок К.К., Демидов Н.Н. Метод расчета структурных конструкций, рациональных по весу. – Строит. механика и расчет сооружений, 1975, № 1. 13. Третьякова Э.В. О минимальном весе предварительно напряженного стержневого блока покрытия. – Строит. механика и расчет сооружений, 1974, № 1. 14. Хольнапи Д., Грос М. Автоматизация проектирования пространственных легких конструкций с помощью подбора дискретных элементов. – В кн.: Междунаро. конф. по облегченным пространственным конструкциям покрытий для строительства в обычных и сейсмических районах. Докл. М., 1977. 15. Беккер Г.Н. Оптимальная унификация элементов стержневых пространственных конструкций. – Реферат. информ., ЦИНИС, 1976, сер. УИИ, вып. 4. 16. Никифоров В.Г. Оптимизация структурных конструкций с привлечением статистических методов анализа. – В сб.: Строительство в районах Восточной Сибири и Крайнего Севера. Красноярск, 1976, № 39. 17. Зураев Т.Г., Фролов В.М. Об одном способе решения многокритериальных задач оптимизации силовых конструкций. – Учен. зап. ЦАГИ, 1977, т. УИИ, № 2. 18. Лихтарников Я.М. Металлические конструкции. Методы технико-экономического анализа при проектировании. – М., 1968. 19. Kuzuo Kazuo. Optimum configuration of truss structures. – Коку, утю гидзюцу кэнкюсё хококу, Technical Report of National Aerospace Laboratory, 1974, N 338. 20. Шалат Геза. Регулярные пространственные фермы наименьшего веса. – В сб.: Problemy systemowego budownictwa metalowego. – Wroclaw, 1976, 1-2 czew. ("Pr. nauk Inst. budown." Pwr, N 20).

УДК 624.072.2

Коршун Л.И., Климова Л.Б.

### ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ И ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Рассматривается задача оптимизации произвольных шарнирно-стержневых систем заданной геометрии с учетом их деформированной схемы и возможности работы растянутых элементов в упруго-пластической стадии. Учитываются условия жесткости системы, а также конструктивные ограничения на площади попе-

рочных сечений всех элементов. За критерий оптимальности принимается в общем случае минимум стоимости материалов несущих конструкций в деле. Частными случаями, вытекающими из общего, являются случаи минимизации веса или объема несущих конструкций. В случае физической нелинейности предполагается однократное простое внешнее воздействие при активных деформациях элементов. Внешнее воздействие включает сочетание нагрузок, температур и начальных деформаций элементов.

Независимыми переменными параметрами, на множестве которых отыскивается оптимальное решение, считаются линейно-независимые вектор усилий  $X$  и вектор опасных напряжений  $\sigma$ . В качестве зависимых переменных, дискретно изменяющихся в процессе решения задачи и определяющих учет деформированной схемы конструкции, принимаются компоненты вектора дополнительной узловой нагрузки

$$\Delta P = (\Delta P_1, \dots, \Delta P_a, \dots, \Delta P_l),$$

где индексы  $a$  и  $l$  - номера и количество узлов системы.

С учетом сказанного физическую модель задачи оптимизации сформулируем следующим образом. Среди множества  $L$  конструкций с заданной расчетной моделью, внешним воздействием и свойствами материалов требуется отыскать такую конструкцию, характеризующуюся вектором переменных параметров

$$Y^* = (X^*, \sigma^*),$$

которая бы находилась в области допустимых решений  $R$  и обладала минимумом стоимости материалов в деле. Таким образом, речь идет об отыскании глобального, но реального минимума целевой функции, при котором  $Y^* \in R \subset L$ . Реальность глобального минимума определяется учитываемой системой ограничений задачи  $R = \{Y \mid P(Y) = 0, g(Y) \leq 0\}$ .

Обеспечение устойчивости сжатых стержней осуществляется итерационным путем. Материал системы принимается идеальным упруго-пластическим. Кроме того, учитывается то обстоятельство, что для сжатых элементов металлических ферм, как правило, появление пластических деформаций связано с потерей устойчивости этих стержней. В связи с недопустимостью потери устойчивости сжатых элементов недопустимым считается и развитие в них пластических деформаций. При учете данного обстоятельства, как уже отмечалось в литературе [1], в ряде случаев для ферм минимального объема работа растянутых элементов в упруго-пластической стадии может оказаться неосуществимой, в то время как для других случаев она вполне реальна.

При наличии ограничений по жесткости количество стержней, работающих в упруго-пластической стадии, может оказаться меньшим  $n + 1$  ( $n$  - степень статической неопределенности), так как с последовательным включением в пластическую работу новых растянутых стержней ограничения по жесткости могут перейти в разряд активных. В связи с этим расчет оптимальных шарнирно-стержневых систем по первым двум расчетным предельным состояниям с учетом упруго-пластической работы растянутых элементов в общем случае не будет соответствовать расчету по физическому предельному состоянию.

Предлагаемые метод и алгоритм рассматриваемой задачи оптимизации сводятся к следующему.

1. При  $\bar{\sigma}_j = \sigma_{jT}$ ,  $j = \{j | \sigma_j > 0\}$ , где  $\sigma_{jT}$  - предел текучести материала элементов;  $\sigma_j$  - предельные значения напряжений, решается задача оптимизации с учетом деформированной схемы сооружения и линейно-упругой работы материала и находится оптимальное решение:  $X_i^{*(I)}$ ,  $\sigma_j^{*(I)}$ ,  $F_j^{*(I)}$ , где  $F_j^{*(I)}$  - оптимальное значение площади поперечного сечения  $j$ -го стержня на первом шаге. При этом в растянутых стержнях с линейно-независимыми усилиями  $\sigma_j^* = \sigma_{jT}^*$ . Обозначим подмножество этих стержней через  $K^{(I)}$ .

Если  $K^{(I)} = \emptyset$ , то упруго-пластическая работа растянутых стержней фермы в оптимальном решении неосуществима. При  $K^{(I)} \neq \emptyset$  и  $k^{(I)} \geq n + 1$  имеет место физическое предельное состояние, при котором в  $K^{(I)}$  стержнях как минимум усилия равны  $N_{jT} = \sigma_{jT} F_j^{*(I)}$ ,  $j \in K^{(I)}$ , а действующая нагрузка является предельной. В этом случае процесс оптимизации является завершенным. При  $K^{(I)} \neq \emptyset$  и  $k^{(I)} < n + 1$  выполняется следующее действие.

2. Усилия  $N_{jT} = \sigma_{jT} F_j^{*(I)}$ ,  $j \in K^{(I)}$  принимаются за внешние силы и выполняется итерация оптимизационного расчета с учетом деформированной схемы и линейно-упругой работы материала фермы с  $n - k^{(I)}$  лишними связями. В полученном на второй итерации оптимальном решении  $(\sigma_j^{*(II)}, X_i^{*(II)}, F_j^{*(II)})$  будет иметь место подмножество стержней  $K^{(II)}$  мощностью  $k^{(II)}$ , для которых  $\sigma_j^* = \sigma_{jT}$ . Если  $K^{(II)} = \emptyset$ , то решение окончательно. В противном случае переходим к действию 3.

3. Для управления дальнейшим ходом итерационного процесса определяются взаимные перемещения (удаления)  $\Delta_j^{(II)}$  узлов фермы, между которыми располагаются стержни с номерами  $j \in K^{(I)}$ . Если для любого  $j \in K^{(I)}$   $\Delta_j^{(II)} \geq \sigma_{jT} S_j E^{-1}$ , то это означает, что во всех стержнях из  $K^{(I)}$  пластические деформа-

ции сохраняются на прежнем уровне либо нарастают. Следовательно, выбранная ранее схема перехода  $K^{(I)}$  стержней в пластическую стадию работы не требует уточнения и нужно переходить к следующему действию. В противном случае путем повторного выполнения второй итерации оптимизационного расчета уточняется подмножество  $K^{(II)}$  и число  $k^{(II)}$  и выполняется заново действие 3. Принципиально возможно неоднократное уточнение  $k^{(I)}$ .

4. При  $k^{(II)} = n + 1 - k^{(I)}$  на рассматриваемой итерации имеет место физическое предельное состояние, при котором дополнительно как минимум в  $k^{(II)}$  стержнях  $N_T = \sigma_{Tj} F_{Tj}^*$ . В этом случае процесс оптимизации является завершенным. При  $k^{(II)} < (n + 1) - k^{(I)}$  выполняется третья итерация, начиная с действия 2, с той лишь разницей, что  $k = k^{(III)}$ , степень статической неопределимости равна  $n - k^{(I)} - k^{(II)}$ , а значение  $k^{(III)}$  сопоставляется со значением  $n + 1 - k^{(I)} - k^{(II)}$ . Далее выполняется следующая итерация и т.д.

Выполнение  $S$ -й итерации начинается с действия 2 алгоритма при параметрах  $k = k^{(S)}, n - \sum_{N=1}^{S-1} k^{(N)}, (n+1) - \sum_{N=1}^{S-1} k^{(N)}$ .

Итерационный процесс продолжается до тех пор, пока либо не получим  $k^{(S)} = 0$ , что означает неосуществимость предельного физического состояния в принятой постановке, либо не будет соблюдаться условие

$$K^{(S)} \geq (n+1) - \sum_{N=1}^{S-1} k^{(N)},$$

свидетельствующее о наступлении физического предельного состояния конструкции.

Как видно из приведенного алгоритма, его основу составляет решение задачи оптимизации с учетом деформированной схемы сооружения и линейно-упругой работы материала. Решение данной задачи осуществляется путем последовательного применения алгоритма оптимизации шарнирно-стержневых систем в линейно-упругой постановке [2] и метода дополнительной нагрузки для деформационного расчета ферм, разработанного В.Н. Корноуховым [3]. Идея такой линеаризованной постановки для решения задачи оптимизации с учетом геометрической нелинейности была высказана авторами ранее [4].

Предложенный алгоритм решения этой задачи состоит в следующем.

1. Находится оптимальное решение (  $F^{*(1)}$  ) для шарнир -  
но-стержневой системы в линейно-упругой постановке.

С учетом изложенной задачи и формы записи статических ус-  
ловий равновесия, принятой в работе [5], представим матема-  
тическую модель рассматриваемой задачи оптимального проек-  
тирования в линейно-упругой постановке в виде следующей об-  
щей задачи математического программирования:

минимизировать целевую функцию

$$V(X, \sigma) = B \sigma^{-1} N^0 \bar{E} \quad (1)$$

при ограничениях

$$N - \| A_{N_X}^{-1} P - A_{N_X}^{-1} A_{X_X} X \| = 0; \quad (2a)$$

$$\bar{N}^T (\Gamma_{\sigma} \bar{S} (N^0)^{-1} N + \bar{S} E t_{\alpha} + \Delta) = 0; \quad (2b)$$

$$\hat{N}^T (\Gamma_{\sigma} \bar{S} (N^0)^{-1} N + \bar{S} E t_{\alpha} + \Delta) \leq \bar{y}; \quad (2b)$$

$$\Gamma_{\sigma} (N^0)^{-1} N - \bar{\sigma}^+ \hat{E} \leq 0; \quad (2g)$$

$$\Gamma_{\sigma} (N^0)^{-1} N + \bar{\sigma}^- \hat{E} \geq 0; \quad (2d)$$

$$\Gamma_{\sigma}^{-1} (N^0) \bar{E} - \bar{F} \geq 0. \quad (2e)$$

В выражении (1), (2)  $B = S^T c_{\gamma}$  - матрица стоимости  
элементов с единичными площадями;  $c, \gamma, E$  - диагональные  
 $r$ -мерные матрицы соответственно удельных стоимостей мате-  
риалов элементов в деле, удельных весов материалов и модулей  
упругости первого рода материалов элементов;  $A = \| A_X, A_{N_X} \|$  -  
 $(2l \times r)$ -мерная матрица условий статического равнов-  
есия с подматрицами размерности  $2l \times n$  и  $2l \times (r - n)$ ,  
соответствующими линейно независимым и линейно зависимым  
усилиям;  $P - (2l \times \omega)$ -мерная матрица внешних сил;  $S, \bar{F}, t_{\alpha} =$   
 $= \| t_j \| = \| t_j \alpha_j \|$   $\Delta - r$ -мерные матрицы-столбцы соответствен-  
но длин, минимальных допустимых площадей поперечных сечений,  
температурных деформаций и полных начальных деформаций эле-  
ментов,  $\Gamma_{\sigma}, \bar{\sigma}^+, \bar{\sigma}^-$  - диагональные  $r$ -мерные матрицы  
опасных напряжений и допустимых максимальных значений на-  
пряжений в элементах при растяжении и сжатии;  $N = \| X, N_X \|$   $T$ -  
 $(r \times \omega)$ -мерная матрица продольных усилий элементов с  $X$  под-  
матрицами размерности  $(n \times \omega)$  и  $(r - n) \times \omega$  линейно не-

зависимых и линейно зависимых усилий;  $N^0 \parallel \{X^0, N_X^0\}$  - диагональная  $r$ -мерная матрица опасных усилий,  $Y - (S \times \omega)^{-1}$  -  $r$ -мерная матрица предельных допустимых значений перемещений системы;  $\bar{S} = \parallel \{S_j E_j^{-1}\}$  - диагональная  $r$ -мерная матрица приведенных длин элементов;  $\bar{E}, \hat{E}$  - соответственно матрица-столбец и  $r$ -мерная матрица с единичными элементами;  $\bar{N}, \hat{N} - (r \times n)$  и  $(r \times S)$ -мерные матрицы усилий от соответствующих единичных сил, которые могут быть выражены через подматрицы  $A_X, A_{N_X}, r, \omega, S$  - соответственно число стержней, количество внешних воздействий и число узлов с ограниченными величинами перемещений,

При использовании математической модели (1)-(2) для оптимизации шарнирно-стержневых систем с учетом упруго-пластической работы растянутых элементов в принятой постановке  $\omega = 1$  и в зависимостях (2)  $(N^0)^{-1} N = \bar{E}$ .

В системе (2) (2а) - условия статической совместности (условия равновесия), (2б) - условия кинематической совместности (совместности деформаций), (2в) - условия допустимой жесткости, (2г, 2д) - условия прочности и устойчивости элементов, (2е) - конструктивные ограничения на площади поперечных сечений элементов.

Задача (1) относится к нелинейным многоэкстремальным задачам математического программирования, характеризующимися большим количеством смешанной структуры ограничений, а также большим числом и свободным характером переменных параметров. Непосредственное применение к решению этой задачи известных методов математического программирования связано с существенными математическими и вычислительными трудностями. Построение практического метода оптимизации ферм в указанной постановке возможно на основе определенных предварительно выявленных свойств множества  $R$ .

Выполненный качественный анализ задачи (1) при  $\omega = 1$ , описанный в статье, позволяет выделить следующие качественные особенности множества  $R$ :

$$1) R = \bigcup_{q=1, \overline{m}} G_q, \quad (3)$$

где  $G_q$  - подмножество переменных параметров, каждое из которых характеризуется определенной картиной знаков усилий  $(J_q)$ ;

2) подмножества  $G_q$  являются выпуклыми в случае наличия одного внешнего воздействия;

3) из всех подмножеств  $G_q, q = \overline{1, m}$  можно выделить подмножества  $\bar{G}_q, q = \overline{1, m}_B$ , которым соответствуют так

называемые [6] наиболее вероятные картины знаков (НВКЗ<sup>1q</sup>). Ими названы осуществимые картины знаков усилий, соответствующие тем из подмножеств  $X_q \subset G_q, q = \overline{1, m}$ , пересечение которых определяет вектор (точку)

$$X = \{ \tilde{X}^* | V(\tilde{X}^*, \sigma_j = R_j \varphi_j, j = \overline{1, r}) = \min V(X, \sigma = R \varphi) \}. \quad (4)$$

4) среди всех НВКЗ существует такая картина знаков ( $I^* \subset \tilde{I} = U \tilde{I}_q, q = \overline{1, m_B}$ ), которой соответствует  $\min \min_{Y \in R} V(Y) = V(X^*, \sigma^*)$ .

Назовем эту картину знаков оптимальной (ОКЗ). Для предварительного выявления ОКЗ представим условия совместности деформаций (26) в следующем виде:

$$\bar{N}^T (s \operatorname{sgn}_q N K_R \varphi \bar{S} \bar{E} + \bar{S} E t_\alpha + \Delta) = \Delta_q, \quad q = \overline{1, m_B}, \quad (5)$$

где  $\operatorname{sgn}_q N K_R \varphi$  -  $r$ -мерная диагональная матрица, заменяющая матрицу  $[s^T K_R = \| [R_j \bar{R}_j^{-1}] \|$ ,  $R_j = \max \{ R_1, \dots, R_r \}$  - максимальная величина расчетного сопротивления материалов элементов.

Наибольшая степень напряжения стержней имеет место для той НВКЗ ( $\tilde{I}_q = \tilde{I}_k$ ), при которой абсолютная величина  $\Delta_q$  минимальна. Следовательно, выбор ОКЗ необходимо подчинить следующему условию

$$I^* = \left\{ \tilde{I}_k \mid \Delta_k = \min \{ |\Delta_1|, \dots, |\Delta_q|, \dots, |\Delta_{m_B}| \} \right\}, \quad Q = \{ 1, \dots, m_B \}. \quad (6)$$

Под  $\min \{ |\Delta_q|, q = \overline{1, m_B} \}$  имеем в виду  $k$ -ю матрицу-столбец между максимальным элементом которой и максимальными элементами остальных  $|\Delta_q|$  существует следующее соотношение:

$$\max |\Delta_{ik}| = \min \{ \max |\Delta_{iq}|, i = \overline{1, n}, q = \overline{1, m_B} \}. \quad (7)$$

На основе выявленных свойств множества  $R$  и в развитие ранее разработанного метода оптимизации [7] предлагается следующий практический метод двухэтапного решения задачи (1).

Первый этап. Для определения вектора (4) минимизируется целевая функция (1) при равнопрочном решении и неучете ограничений задачи, за исключением ограничения на неотрицательность площадей поперечных сечений. Решение данной задачи путем введения дополнительной переменной  $y(V) = \| y_1(V), \dots, y_r(V) \|$  сводится к решению следующей задачи линейного программирования:

минимизировать линейную функцию

$$Z(V) = (y(V))^T E \quad (8)$$

при ограничениях

$$y(V) - \bar{B}^T \begin{vmatrix} X \\ A_{N_X}^{-1} P - A_{N_X}^{-1} A_{X X} X \end{vmatrix} \geq 0; \quad (9a)$$

$$y(V) + \bar{B}^T \begin{vmatrix} X \\ A_{N_X}^{-1} P - A_{N_X}^{-1} A_{X X} X \end{vmatrix} \geq 0; \quad (9б)$$

$$Y(V) \geq 0; \quad v = \overline{1, \omega},$$

где  $\bar{B} = B \varphi^{(0)} K_R^{-1}$ . (9в)

По результатам данного решения ( $\tilde{X}^*$ ) формируются все ШЖЗ, каждая из которых включает неповторяющуюся совокупность знаков в стержнях с  $N_j(\tilde{X}^*) = 0$  и одинаковые знаки в остальных стержнях, определяемые из соотношений

$$\text{sgn } N_j = \frac{N_j(\tilde{X}^*)}{|N_j(\tilde{X}^*)|} \quad (10)$$

По выявленным  $\tilde{I}_q, q = \overline{1, m_B}$  используя соотношения (6), (7), устанавливается ОКЗ -  $I^*$ .

Второй этап. Методами выпуклого программирования, эффективными для задач с нелинейной целевой функцией и линейными ограничениями, с учетом выявленной  $I^*$ , решается одноэкстремальная задача (1). Учет  $I^*$  осуществляется умножением усилий и напряжений на соответствующие знаки ( $\text{sgn } N_j$ ) и введением в систему (2) условий неотрицательности переменных.

На данном этапе итерационным путем выполняется уточнение коэффициентов продольного изгиба ( $\varphi$ ) для сжатых стержней. По полученным значениям  $\sigma$  и  $N$  определяется  $F^*(I)$ .

Использование выявленных свойств множества  $R$  и монотонность метода обеспечивают получение глобального экстремума целевой функции с определенной степенью точности за конечное число шагов.

II. Формируется вектор приведенной нагрузки, включающей заданную комбинацию внешних нагрузок и найденную дополни-

тельную узловую нагрузку. Формирование вектора выполняется по следующему алгоритму:

1. Для конструкции с полученными оптимальными площадями известными методами строительной механики определяют проекции перемещений узлов  $u_n, v_n$  на координатные оси.

2. По найденным значениям перемещений из условий равновесия элементов в деформированном состоянии определяются проекции дополнительной узловой нагрузки на координатные оси, компенсирующей влияние деформированного состояния на силовое распределение в конструкции.

$$\left. \begin{aligned} T_{rlx} &= \frac{N_{rl}}{S_{rl}} \left\{ (u_l - u_r) - \left[ (u_l - u_r) \frac{x_{rl}}{S_{rl}} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. (v_l - v_r) \frac{y_{rl}}{S_{rl}} \right] \frac{x_{rl}}{S_{rl}} \right\}; \\ T_{rly} &= \frac{N_{rl}}{S_{rl}} \left\{ (v_l - v_r) - \left[ (u_l - u_r) \frac{x_{rl}}{S_{rl}} + \right. \right. \\ &+ \left. \left. (v_l - v_r) \frac{y_{rl}}{S_{rl}} \right] \frac{y_{rl}}{S_{rl}} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

В выражениях (11)  $T_{rlx}, T_{rly}$  - проекции дополнительных сил на координатные оси;  $x_{rl}, y_{rl}$  - проекции длины стержня  $rl$  на координатные оси;  $S_{rl}, N_{rl}$  - соответственно длина и полное продольное усилие в стержне;  $u_l, u_r, v_l, v_r$  - перемещения концов стержня в направлении соответствующих координатных осей.

3. Выполняется формирование вектора приведенной нагрузки

$$P_1 = P + \Delta P = \begin{pmatrix} P_{1X} + \Delta P_{1X} \\ P_{1Y} + \Delta P_{1Y} \\ \dots \dots \dots \\ P_{mX} + \Delta P_{mX} \\ P_{mY} + \Delta P_{mY} \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где

$$\Delta P_{rX} = \sum_{l=1}^t T_{rlX}; \quad \Delta P_{rY} = \sum_{l=1}^t T_{rlY}.$$

III. Осуществляется оптимизационный расчет конструкции с учетом вектора приведенной нагрузки в линейно-упругой постановке по описанному в пункте I алгоритму и проверяется условие окончания итерационного процесса оптимизации

$$\frac{V^*(N+1) - V^*(N)}{V^*(N)} \cdot 100\% \leq \epsilon_V \quad (13)$$

При несоблюдении условия (13) итерационный процесс оптимизации повторяется, начиная с пункта 1.

Для подтверждения эффективности разработанного метода и алгоритма оптимизации шарнирно-стержневых систем в деле снижения их материалоемкости приведем иллюстрационный пример.

Расчетная схема рассматриваемой системы с действующей на нее нагрузкой представлена на рис. 1.

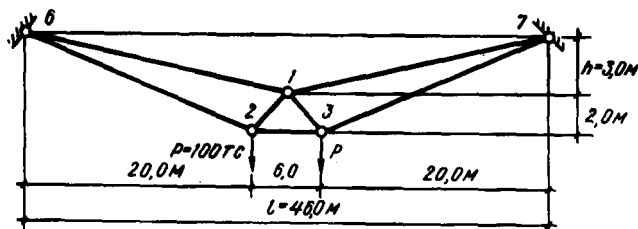


Рис. 1.

Материал элементов 1-2,3-1,3-2 - идеальный упруго-пластический с  $E=21$  сПа,  $R=210$  МПа. Материал остальных элементов - идеальный упруго-пластический с  $E_K=15$  сПа,  $R=1125$  МПа.

Таблица 1.

Номера стержней	Напряжения, ( $\sigma_j$ ), МПа	Площади поперечных сечений, ( $F$ ), м <sup>2</sup>	Усилия ( $N_j$ ), кН
01-06	+546,3	0,000100	+54,63
02-06	+1125,0	0,003639	+4050,0
01-02	+026,2	0,000486	+12,84
03-02	+210,0	0,018862	+3961,0
03-01	+026,2	0,000486	+12,84
07-01	+546,3	0,000100	+54,63
07-03	+1125,0	0,003639	+4050,0

Объем материала  $V = 0,271386 \text{ м}^3$ .

Таблица 2.

Номера стержней	Напряжения ( $\sigma_j$ ), МПа	Площади поперечных сечений ( $F_j$ ), м <sup>2</sup>	Усилия ( $N_j$ ), кН
01-06	+490,8	0,000100	+49,08
02-06	+1125,0	0,003282	+3680,0
01-02	+059,2	0,000486	+29,01
03-02	+210,0	0,016822	+3532,0
03-01	+031,8	0,000486	+15,57
07-01	+600,9	0,000100	+60,088
07-03	+1125,0	0,003223	+3622,5

Объем материала  $V = 0,243235 \text{ м}^3$ .

Таблица 3.

Номера стержней	Напряжения ( $\sigma_j$ ), МПа	Площади поперечных сечений, ( $F_j$ ), м <sup>2</sup>	Усилия ( $N_j$ ), кН
01-06	1125,0	0,000053	60,09
02-06	1125,0	0,003282	3692,25
01-02	210,0	0,000137	28,79
03-02	210,0	0,016822	3532,62
03-01	210,0	0,000137	28,79
07-01	1125,0	0,000053	60,09
07-03	1125,0	0,003282	3692,25

$V = 0,239695 \text{ м}^3$ .

Результаты оптимизации системы с учетом линейно-упругой работы материала представлены при неучете деформированной схемы в табл. 1 и при учете деформированной схемы в табл. 2.

Некоторое нарушение симметрии в результатах счета, представленных в табл. 2, объясняется незавершенностью итерационного процесса оптимизации в связи с незначительным изменением целевой функции.

Сопоставление результатов показывает, что неучет деформированной схемы при оптимизационном расчете приводит в данном случае к увеличению объема материала на 11,5%.

Результаты оптимизации с учетом деформированной схемы и упруго-пластической работы элементов представлены в табл. 3 и говорят о том, что система находится в предельном физическом состоянии. Неучет деформированной схемы и упруго-пластической работы материала приводит к увеличению объема материала на 13,2%.

### Л и т е р а т у р а

1. Сафин Р.К. Расчет статически неопределимых стальных ферм с учетом пластических деформаций. Строительные конструкции (исследование и методы расчета).—Казань, 1966. 2. Коршун Л.И. Метод поэтапной оптимизации статически неопределимых ферм в условиях реального проектирования. — Мат-лы Всесоюз. конф. "Проблемы оптимизации в механике твердого деформируемого тела". Тез. докл. Вильнюс, 1974, вып. 1. 3. Корноузов Н.В. Прочность и устойчивость стержневых систем. — М., 1949. 4. Коршун Л.И., Климова Л.Б. Алгоритмический метод расчета на ЭЦВМ некоторых видов оптимальных стержневых систем по деформированной схеме. — В кн.: Краткие тез. докл. к конф. по применению ЭЦВМ в строит. механике, секция 4. Л., 1971. 5. Мацюлявичюс Д.А. Алгоритм уточнения сечений для синтеза упругой стержневой конструкции минимального веса в случае многих нагружений. — В кн.: Строит. механика. Докл. ХУ науч.-техн. конф. Каунас. политехн. ин-та. Вильнюс, 1965. 6. Коршун Л.И. Наиболее вероятные картины знаков усилий и их совокупности для статически неопределимых шарнирно-стержневых систем. — В кн.: 26-я науч.-техн. конф. ИИИ. Мат-лы секции строит. механики. Минск, 1970. 7. Коршун Л.И. Задача статического расчета оптимальных упругих стержневых конструкций на произвольные внешние воздействия. — Строительство и архитектура Белоруссии, 1972, № 3.

УДК 624.073

А.А.Крючков

### ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗГИБА КРУГЛЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИ-ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН ВАРИАЦИОННО-РАЗНОСТНЫМ МЕТОДОМ

Круглые и кольцевые пластины переменной жесткости из композитных материалов с радиально-кольцевым армированием, ограниченно применявшиеся ранее в некоторых областях строи-