

рукциям. — М., 1966, вып. II. 5. Белчев П. Одноотворен предварително напрегат "Въжен биндер", система "Яверт". — Изв. на института по техническа механика, Бълг. АН, 1966, т. III. 6. Москалев Н.С. Расчет двухъясных вантовых ферм. — В кн.: Стальные предварительно напряженные и тросовые конструкции. — М., 1964. 7. Алявдин П.В. К исследованию вантовых ферм. — В сб.: Строит. конструкции и теория сооружений. Теория сооружений. — Минск, 1971.

УДК 624.045.04

А.А. Борисевич

ПОЭТАПНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Применение кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций в задачах оптимизации стержневых систем существенно увеличивает объем исходной матрицы, так как вначале условия задачи необходимо представить в виде сепарабельных функций, а затем выполнить линеаризацию в заданном интервале изменения переменных [1]. Опыт расчетов показал также, что в результате кусочно-линейной аппроксимации условий задачи не всегда находится опорный план задачи, поскольку при наличии ограничений-равенств линеаризация их обычно не приводит задачу к строгому соблюдению равенств. Эти недостатки затрудняют применение соответствующих программ расчета для практических задач.

Анализ условий задач оптимизации показывает, что характер аналитических функций различен. Так, целевая функция при заданной геометрии системы представляется линейным выражением через площади сечений. Условия прочности в случае, например, решения задачи в пространстве геометрических параметров (площадей, моментов сопротивления и моментов инерции сечений) можно представить в виде $S \cong |S|$, где S — максимальное значение усилия, линейно зависящего от соответствующей геометрической характеристики, а S — расчетная величина усилия. Для статически определимых систем S находится численно, а для неопределимых — как линейная функция принятых неизвестных. Условия жесткости, записываемые как ограничения перемещений заданных сечений, представляются для статически неопределимых систем в виде

$$y = \sum_j \sum_i \frac{a_{ij} X_j}{E J_i} + \sum_i \frac{b_i}{E J_i} \leq [y] .$$

Для статически определимых систем имеет место только второе слагаемое, т.е. ограничение описывается сепарабельной функцией.

Для линеаризации первого слагаемого необходимо разделение переменных. Это можно сделать известными способами [1]. В практических расчетах целесообразен следующий прием. При выполнении оптимизации в заданном интервале изменения переменной следует X_j задать численно (например, срединное значение для рассматриваемого интервала). В этом случае первое слагаемое также представится с разделенными переменными.

Конструктивные ограничения для задач с кусочно-линейной аппроксимацией есть значения аргументов на границах интервала для линеаризируемой переменной, а для переменных, входящих в условия задачи линейно, — общепринятые.

Таким образом, описанные ограничения представляются в форме с разделенными переменными и в виде, удобном для линеаризации.

Второй вид ограничений (ограничения-равенства), как известно, представляется функциями, требующими разделения переменных. Об особенностях и последствиях линеаризации этих зависимостей сказано выше.

Зависимость значений основных неизвестных какого-либо метода расчета от величин жесткостей (или соотношения их) элементов системы в общем случае достаточно сложная, аналитически трудно представляемая. Проще эту зависимость проследить численно. Опыт статических расчетов стержневых систем показывает, что изменение соотношения жесткостей элементов системы в 2-3 раза вызывает изменение значений основных неизвестных в заметно меньшей степени. Это обстоятельство можно использовать в практических расчетах.

Ограничения двух видов имеют место в статически неопределимых системах. Отмеченные ранее особенности этих систем позволяют рекомендовать для практических расчетов алгоритм последовательного учета их, выполняя оптимизацию не во всем пространстве допустимых решений, а в части его. Это подмножество аналитически можно задавать ограничениями на величины оптимизируемых геометрических характеристик или в

другой форме. Применительно к рассматриваемому алгоритму это можно сделать, ограничив интервал изменения основных неизвестных. Укрупненная блок-схема предлагаемого алгоритма приведена на рис. 1. Дадим краткие пояснения отдельным блокам ее.

Выполнив поверочный расчет исходной системы по какой-либо из существующих программ (блок 2), установим значения основных неизвестных X . Подмножество допустимых решений определим, задав этим неизвестным определенный интервал их изменения $a \leq X \leq b$. При этом условии решим задачу оптимизации только с ограничениями первого вида (блок 4).

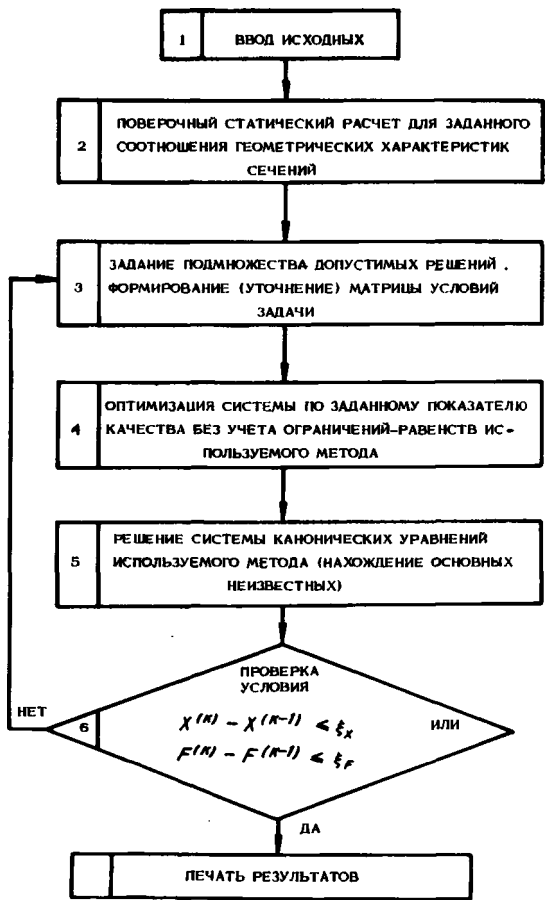


Рис. 1. Укрупненная блок-схема алгоритма.

Задача оптимизации решается по симплекс-методу с ограничениями на выбор базиса [2]. Естественно, решение задачи будет получено не на пересечении поверхностей, определяемых ограничениями-равенствами, т.е. нарушится условие совместности деформаций. Чтобы привести это в соответствие с физической сущностью задачи, решим систему ограничений-равенств для найденных значений оптимизируемых параметров и получим новые значения основных неизвестных (блок 5). Последняя операция состоит, по сути дела, в увязке всех условий задачи.

Для всех решенных примеров найденные новые значения основных неизвестных (после решения системы уравнений) располагались в заданном на этом же шаге вычисления интервале их изменения со смещением к какому-нибудь его краю. Однако это несущественно, ибо даже если новые значения X выйдут за пределы интервала, то для последующей итерации положение интервала как в первом, так и во втором случае изменится, а величину его можно оставить прежней.

Условие окончания процесса оптимизации (выход из цикла) можно задать в форме сопоставления искомых параметров или некоторых промежуточных величин на смежных итерациях (блок 6).

Отметим особенности назначения интервала изменения основных неизвестных (о.н.). Так как величины этих неизвестных однозначно связаны со значениями геометрических характеристик сечений элементов системы, то величину интервала о.н. можно было бы определить как разность о.н., полученных из решения системы уравнений принятого метода расчета при значениях геометрических характеристик сечений большим и меньшим на некоторую величину исходного. Полученное значение интервала следовало бы ввести как одно из условий в задачу оптимизации с ограничениями первого вида. Однако, как показал численный эксперимент, эта операция может быть опущена. В случае использования сечений с непрерывным изменением характеристик значение интервала можно определить как некоторую долю (например, десятую часть) от величины основного неизвестного (табл. 1). Для сечений, выбираемых из сортамента (ряда изделий), величина интервала должна быть больше разности о.н. при переходе от исходного номера элемента к ближайшему. В примерах, изображенных на

рис. 2,б,в, она принималась заведомо больше этой величины, а для примера по рис. 2,в была взята того же порядка, что и о.н., благодаря чему оптимальное решение было найдено за одну итерацию.

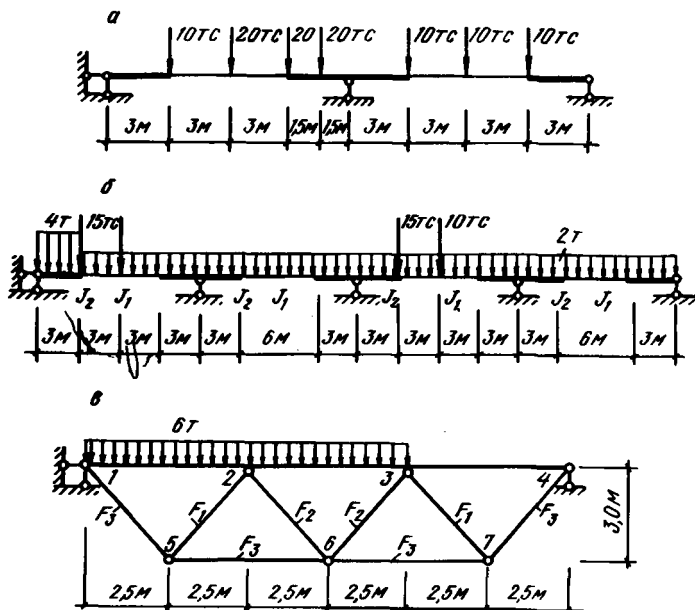


Рис. 2. Расчетные схемы оптимизируемых конструкций:
а — двухпролетной балки; б — четырехпролетной балки; в — шпренгельной балки.

На основе представленной на рис. 1 блок-схемы для блоков 3--7 на языке PL/I составлена программа расчета. Отладка программы и вычисления выполнялись на ЕСЭВМ-1022. Ограничения для программы обусловлены возможностью ЕСЭВМ и принятого метода оптимизации. В частности, так как принято размещение обратной матрицы для задачи оптимизации в одном блоке оперативной памяти машины, то число ограничений в задаче оптимизации не должно быть более 88 - р, где р — количество переменных, описанных нелинейно в условии задачи (обычно их число равно числу типов сечений в оптимизируемой задаче). Число векторов для линеаризованной переменной, т.е. шаг расположения узлов на участке линеаризации практически не ограничивается.

Программа написана в двух вариантах: для сечений с непрерывным изменением геометрических характеристик на участке линеаризованной переменной в базис вводится не более двух смежных векторов и сечений, соответствующих сортаменту (линеаризованной переменной в базисе соответствует только один вектор).

Приведем некоторые результаты расчета стержневых систем по описанному алгоритму. Во всех рассмотренных примерах учитывались только ограничения по прочности. Показатель качества — вес системы. Для балки, показанной на рис. 2, а, при заданной высоте сечения $h = 42$ см подбиралась оптимальная ширина сечения. Расчетное сопротивление на изгиб материала балки — 2100 кг/см^2 , конструктивные ограничения на ширину сечения принимались $8 \text{ см} \leq b_1 \leq 22 \text{ см}$, $14 \text{ см} \leq b_2 \leq 28 \text{ см}$. Начальное значение X_1 (изгибающий момент в надпорном сечении) определялось при $J_2/J_1 = 2$.

Результаты расчета приведены в табл. 1.

Для четырехпролетной балки (рис. 2,б), сечения которой выбирались из сортамента по ТУ-14-2-24-72 (сталь горячекатаная. Двутавры с параллельными гранями полок из ряда: 20Б, 23Б, 26Б, 30Б, 35Б, 40Б, 45Б, 50Б, 55Б, 60Б, 70Б, 80Б, 90Б, 100Б), результаты расчета приведены в табл. 2. За основные неизвестные приняты изгибающие моменты в надпорных сечениях.

Комбинированная система (рис. 2,в) оптимизировалась при следующих предпосылках. Сечение балки выбиралось из ряда двутавров: 35Б, 40Б, 45Б, 50Б, 55Б, 60Б, 70Б, 80Б; сечения стержней шпренгеля — из квадратных труб (ГОСТ 12336-66) следующих размеров (в мм): 140 x 6, 125 x 6, 110 x 6, 110 x 5, 100 x 5, 90 x 5, 80 x 5, 70 x 4. Расчетное сопротивление материала на изгиб и на растяжение-сжатие принято 2100 кг/см^2 . За основные неизвестные приняты усилия в стержнях 5—6 и 6—7.

Так как значения основных неизвестных остались почти посредине рассматриваемых интервалов (см. табл. 3), то вторую итерацию проводить излишне. Полученное решение и есть оптимальное.

Таблица 1

Номер итерации	Задаваемый интервал изменения X_1 , тс	b_1 , см	b_2 , см	F_1 , см ²	F_2 , см ²	V , см ³	X_1 , тс
(0)	Расчет балки при $J_2/J_1 = 2$	11,35	22,70	477,1	954,2	1,72	106,4
(1)	$103 \leq X_1 \leq 109$	11,60	17,50	487,0	734,0	1,47	99,6
(2)	$97 \leq X_1 \leq 103$	12,14	16,15	509,9	691,1	1,44	97,0
(3)	$94 \leq X_1 \leq 100$	12,37	15,99	519,8	671,4	1,43	95,8
(4)	Тот же	Окончание расчета					

Таблица 2

Номер итерации	Задаваемый интервал изменения $X, \text{тс}$	Номер профиля		$X, \text{тс}$
		1-е сеч.	2-е сеч.	
(0)	Расчет балки при $J_2/J_1 = 2$	Не определялись		$X_1 = 42,02$ $X_2 = 34,91$ $X_3 = 40,25$
(1)	$32 \leq X_1 \leq 52$	80Б	80Б	$X_1 = 51,47$
	$29 \leq X_2 \leq 39$			$X_2 = 37,76$
	$30 \leq X_3 \leq 50$			$X_3 = 49,29$
(2)	$46 \leq X_1 \leq 58$	80Б	80Б	Окончание счета
	$33 \leq X_2 \leq 42$			
	$43 \leq X_3 \leq 42$			

Таблица 3

Номер итерации	Задаваемый интервал изменения X , тс	Номер профиля сечения балки и размеры (в мм) сечений стержней					X , тс
		1—4	1—5, 6—7	5—6 7—4	5—2 7—3	2—6 3—6	
(0)	Расчет системы при исходных (заданных) размерах сечений стержней	80Б	125 x 6	125x6	125x6		$X_1 = 42,74$ $X_2 = 33,76$
(1)	$20,73 \leq X_1 \leq 64,26$ $20,73 \leq X_2 \leq 64,26$	50Б	110x6	125x6	80x5		$X_1 = 46,87$ $X_2 = 35,12$

Отметим здесь же следующее. Если при оптимизации системы другими методами возникают определенные затруднения с нахождением коэффициентов продольного изгиба стержней, то при оптимизации по симплекс-методу с ограничениями на выбор базиса (по второму варианту) этот вопрос решается просто: компоненты векторов, совпадающих с узлами для линеаризованной переменной, включают этот коэффициент и соответствуют определенным типам сечений элементов. Известное при кусочно-линейной аппроксимации противоречие между необходимостью иметь точное (до заданной погрешности) решение и размерностью приближенной линейной задачи практически устраняется для случая выбора сечений из ряда изделий, так как в процессе решения незначительно возрастает время счета лишь на поиск вводимого в базис вектора, а другие операции поиска оптимального решения выполняются с обычной матрицей задачи.

Л и т е р а т у р а

1. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование. — М., 1967. 2. Борисевич А.А. Использование кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций в задачах строительной механики. — Строит. конструкций и теория сооружений. Сб. науч. трудов БПИ. Минск, 1977, вып. 2.

УДК 539.3

С.В.Босаков

К ВОПРОСУ ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В ПЛОСКОМ КЛИНЕ СО СВОБОДНЫМИ ГРЯНЯМИ

В монографии [1] приведены выражения для компонент напряжений в плоском клине со свободными гранями от действия сосредоточенных сил, приложенных к границе клина. На основании этих формул можно известными методами [2] получить выражения для перемещений точек грани клина, где приложены сосредоточенные нагрузки, в следующем виде:

$$V = \frac{P}{2\pi iE} \int_{(L)} \frac{\sin 4\rho\alpha + \rho \sin 4\alpha}{\rho(\sin^2 2\rho\alpha - \rho^2 \sin^2 2\alpha)} \left(\frac{a}{r}\right)^{\rho} d\rho +$$