УДК 624.072.2

Л.В.Кулаго

РАСЧЕТ КОМБИНИРОВАННЫХ СИСТЕМ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ РЕШЕТКОЙ ПО ДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЕ

Понимание особенностей расчета и работы широкого класса комбинированных систем (висячие и вантовые мосты, покрытия, мачтовые сооружения и др.), в том числе и изменяемых типов, может быть достигнуто лишь при разработке общих методов расчета. Такие методы не связаны с частными допущениями, имеющими место при расчете конкретных систем. Необходимость в общих методах подтверждается также и разнообразием возможных конструктивных форм.

В последнее время появился ряд работ, посвященных исследованию и статическому расчету по деформированной схеме шарнирно-стержневых систем произвольного вида [1 – 3].

В настоящей статье рассматриваются комбинированные системы произвольного очертания, статический расчет ведется в общей постановке с учетом деформируемости расчетной схемы. В состав комбинированной системы входят неизменяемая жесткая часть, работающая преимущественно на изгиб, и соединенная с ней посредством контактных узлов гибкая, шарнирно-стержневая часть. Системы могут иметь произвольную геометрию с любым числом избыточных либо недостающих связей, перемещения могут носить как упругий, так и кинематический характер. По предлагаемой методике можно рассчитывать и системы изменяемых типов, для которых классические линейные методы расчета неприменимы.

Физическая зависимость между внутренними усилиями и относительными деформациями принимается линейной, внимание акцентируется не на характере этой зависимости, а на величине деформаций стержней. Ввиду малости реальных конечных перемещений в комбинированных системах расчет ведется в линеаризованной постановке. Все расчеты производятся в матричной форме, весьма наглядной и удобной для реализации вычислений на ЭВМ.

Рассматривается строго конкретное исходное состояние системы с известными параметрами (нагрузка, геометрия, начальные внутренние усилия и т.п.). Задаются внешние воздействия, возмущения (изменения нагрузок, смещения опор и т.п.), которые заставляют систему перейти в новое, возмуичное состояние равновесия, параметры которого подлежат определению.

Линеаризованные уравнения, описывающие переход шарнирно-стержневой системы из исходного состояния в возмущенное, могут быть представлены в следующем виде [3] :

$$(A + BG^{*}B^{T})V = P, \qquad (1)$$

где

$$A = \bar{\bar{S}} R^{*} \bar{\bar{S}}^{T},$$

A – матрица, характеризующая структуру системы и исходные, начальные усилия, возникающие в стержнях (если расчет ведется по недеформированной схеме, то A = 0 и решение сводится к расчету системы методом перемещений, где за неизвестные принимаются линейные смещения узлов); $\bar{\bar{S}}$ – матрица инциденций [1] , дающая исчерпывающую информацию о структуре системы и полностью исключающая необходимость обращения к чертежу (строки матрицы соответствуют узлам, а столбцы – стержням рассматриваемой системы); B и G – соответственно характеризуют геометрию шарнирно-стержневой системы и жесткостные свойства ее элементов; V – столбец изменений координат подвижных узлов (столбец перемещений); P – внешние узловые силы; R^{*} – диагональная матрица начальных погонных усилий.

В уравнении (1) можно особо выделить перемещения контактных узлов V_k , внешнюю нагрузку в контактных узлах P_k и неизвестные усилия взаимодействия гибкой и жесткой частей в узлах контакта N_k . Уравнение примет вид

$$(A+BG^{*}B^{T})\begin{bmatrix} V \\ V_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ P_k + N_k \end{bmatrix} . \qquad (2)$$

Жесткую часть системы можно рассчитать обычным способом по недеформированной схеме на действие местной нагрузки Q и неизвестных контактных усилий N_k . В свою очередь эти усилия могут быть найдены из условий совместности деформаций обеих частей системы в контактных узлах

$$V_k = \Delta_Q\, Q - \Delta N_k, \qquad (3)$$

откуда

$$N_k = \Delta^{-1}\Delta_Q Q - \Delta^{-1} V_k, \tag{4}$$

где Δ – матрица единичных перемещений по направлению контактных усилий; Δ_Q – матрица перемещений от местной нагрузки по тому же направлению.

Подставляя соответственно выражения (4) или (3) в (2) и обозначая

$$(A+BG^{*}B^{T}) = Z = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix},$$

получим решение в перемещениях

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & (z_{22}+\Delta^{-1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ V_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P \\ P_k + \Delta^{-1}\Delta_Q Q \end{bmatrix} \tag{5}$$

или смешанное решение

$$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12}\Delta \\ z_{21} & (z_{22}\Delta - E) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V \\ N_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P - z_{12}\Delta_Q Q \\ P_k - z_{22}\Delta_Q Q \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Полученные линейные алгебраические уравнения определяют все параметры возмущенного состояния. Так, определив перемещения V и V_k, можно найти изменения погонных усилий в гибких элементах U.

$$U = GB^{T}V.$$

Определив контактные усилия N_k, можно найти все внутренние усилия в жесткой части.

Единственным ограничением, лимитирующим общее количество стержней и узлов рассматриваемой системы, могут быть лишь технические возможности ЭВМ, применяемых для реализации полученных алгоритмов.

Литература

1. Перельмутер А.В. Основы расчета вантово-стержневых систем. – М., 1969. 2. Сидорович Е.М. Расчет шарнирно-стержневых систем произвольной структуры по дефор-

мированной схеме. – Изв. вузов. Строительство и архитектура, 1975, №2. 3. Динамика висячих систем. Отчет НИР. –Минск, 1975.

УДК 624.04.:512.83:681.3

Р.И.Фурунжиев

КОНТАКТНЫЕ КОНЕЧНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ В РАСЧЕТАХ КОНСТРУКЦИЙ НА ОСНОВЕ СУПЕРЭЛЕМЕНТОВ

В расчетах конструкций методом конечных элементов на основе суперэлементов расчетная схема конструкции расчленяется на отдельные части в соответствии с топологическими, функциональными и другими особенностями [1 – 4]. В реальных конструкциях между их отдельными частями может иметь место податливый контакт. Известные методы расчета на основе суперэлементов предполагают наличие только жесткого взаимного контакта между частями конструкций. Такой контакт – частный случай податливого сопряжения, когда податливость равна нулю. Кроме того, эти методы предполагают формирование специальных подматриц, которые зависят от характера границ между отдельными частями конструкции и в конечном счете от ее индивидуальных особенностей.

В нашей статье рассматривается методика стыковки математических моделей отдельных частей конструкции с использованием так называемых контактных конечных элементов (ККЭ), позволяющая непосредственно по матрицам жесткости отдельных частей конструкции формировать матрицу жесткости системы в целом и учитывать при этом податливый контакт между отдельными частями. Жесткий взаимный контакт при этом учитывается по методике, аналогичной учету граничных условий в методе конечных элементов.

В основе методики лежит процедура введения между смежными узлами конечноэлементной модели отдельных частей конструкции специальных контактных конечных элементов [4]. В случае непосредственного жесткого примыкания вводятся фиктивные ККЭ бесконечной жесткости. При численной реализации жесткость последних принимается конечной достаточно большой величиной. Для улучшения обусловленности матрицы жесткости системы предлагается процедура преобразований, после которой большие величины, создаваемые в отдельных случаях ККЭ, оказываются на диагоналях матриц.