

РАСЧЕТ ФИЗИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНЫХ ГИБКИХ ПОЛОГИХ НИТЕЙ

В настоящее время в строительстве применяются всевозможные конструкции самых разнообразных типов, основным несущим элементом которых является пологая нить. Особенности той или иной конструкции часто требуют усиления гибкой нити на отдельном участке, применения жестких вставок, а иногда и сращивания нити по длине. В связи с этим возникает необходимость в расчете гибких нитей с так называемой конструктивной неоднородностью, когда отдельные участки могут иметь различные поперечные сечения, а также физические и механические свойства.

Кроме того, как известно, применение высокопрочных и синтетических материалов для всевозможных конструкций наиболее целесообразно и экономически выгодно. Однако нелинейно-упругий характер их работы требует существенных качественных изменений в расчетах, которые позволили бы учитывать как геометрическую, так и физическую нелинейность.

В работах [1,2] изложены методики расчета гибких нитей с учетом геометрической и физической нелинейности. Однако зависимость между напряжениями и деформациями материала принята в виде степенного закона $\sigma = A\epsilon^k$, который применим только для сильно деформируемых материалов, причем упругая податливость опор не учитывается. Все это значительно снижает возможности использования полученных решений.

В работах [3,4] предлагается для расчета физически нелинейных вантовых систем использовать метод упругих решений. При этом физический закон может быть принят произвольным, а основные расчетные уравнения получены из общеизвестных уравнений для линейно-упругих систем путем незначительного их преобразования. Такой подход, на наш взгляд, более рационален. Он используется в настоящей работе.

Ниже приводится методика расчета гибких пологих нитей на упругих опорах с учетом геометрической и физической нелинейности на действие произвольной вертикальной нагрузки и температуры. Нить может быть составлена из нескольких отрезков произвольной длины и поперечного сечения, выпол-

ненных из различных нелинейно-упругих материалов. Кроме того, при определении основных неизвестных могут учитываться остаточные пластические деформации.

Основные допущения и предпосылки расчета соответствуют общеизвестной теории гибких пологих нитей [5].

Вывод основных расчетных уравнений. Зависимость между напряжением σ_i для каждого i -го участка гибкой полой нити и его относительной деформацией ϵ_i может быть принята произвольной:

$$\sigma_i = \phi_i(\epsilon_i) = E_i' \epsilon_i = A_i \nu_i(\epsilon_i) \epsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (1)$$

$$\nu_i(\epsilon_i) = \frac{\phi_i(\epsilon_i)}{A_i \epsilon_i}, \quad (2)$$

где $\phi_i(\epsilon_i)$ — заданная аналитическая функция относительных деформаций; A_i — постоянная, имеющая размерность модуля упругости; ν_i — безразмерная функция относительных деформаций; n — число составляющих участков.

Уравнение, описывающее деформацию нити без учета остаточных пластических деформаций, при действии внешней нагрузки и температуры с учетом упругой податливости опор (в горизонтальном направлении), можно записать так:

$$L_1 - L_0 - \Delta L_t = \Delta L_{ВН}, \quad (3)$$

где L_1 — длина нити после действия внешней нагрузки и температуры; L_0 — длина незагруженной нити (длина заготовки); ΔL_t — удлинение нити от изменения температуры (здесь следует учитывать, что изменение температуры влияет только на начальное состояние нити); $\Delta L_{ВН}$ — упругое удлинение нити от внешних воздействий (изменение внешней нагрузки и температуры).

Поскольку рассматриваются пологие нити, то углы, образованные касательными в любой точке нити с линией горизонта, будут достаточно малы до и после загрузки, а это позволяет считать косинусы этих углов равными единице. Тогда, рассматривая нить, состоящую из нескольких различных участков, можно принять, что

$$\Delta L_{BH} = \sum_{i=1}^n \frac{H l_i}{\omega_i \nu_i} ; \Delta L_t = \sum_{i=1}^n l_i \alpha_i \Delta t ;$$

$$L_1 = 1 - H (c_{\text{л}} + c_{\text{п}}) + \frac{D}{2 H^2} .$$

Для определения основного неизвестного - распора H представим уравнение (3) следующим образом:

$$\left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\omega_i \nu_i} + c \right) H^3 + \left(R + \sum_{i=1}^n l_i \alpha_i \Delta t \right) H^2 = \frac{D}{2} , \quad (4)$$

где l_i - длина составляющего участка нити; $\omega_i = A_i F_i$; F_i - площадь поперечного сечения составляющего участка; $c = c_{\text{л}} + c_{\text{п}}$; $c_{\text{л}}, c_{\text{п}}$ - коэффициенты упругой податливости соответственно левой и правой опор; α_i - коэффициент линейного расширения составляющего участка; Δt - изменение температуры; $D = \int_l Q^2 dx$; Q - балочная поперечная сила от внешней нагрузки; $R = L_0 - 1$; R - постоянная, зависящая от исходного состояния нити.

Если в начальном (исходном) состоянии нить была загружена, то, приняв $R = \frac{D_0}{2 H_0^2} - \left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\omega_i \nu_{oi}} + c \right) H_0$, уравнение (4) приведем к следующему виду:

$$\left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\omega_i \nu_i} + c \right) H^3 + \left[\frac{D_0}{2 H_0^2} - \left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\omega_i \nu_{oi}} + c \right) H_0 + \sum_{i=1}^n l_i \alpha_i \Delta t \right] H^2 = \frac{D}{2} ; \quad (5)$$

где D_0, H_0, ν_{oi} - параметры исходного состояния, которые должны быть заданы.

Для расчета предварительно напряженных нитей-струн, у которых исходным является состояние предварительного натяжения при отсутствии внешней нагрузки, необходимо в уравнении (5) сделать подстановку $D_0 = 0$ и $H_0 = N$, где N - усилие предварительного натяжения.

Определение распора из уравнения (4) или (5) возможно, если предварительно вычислено значение ν_i из уравнения (2), для чего необходимо знать величину относительной деформации i -го участка, которую можно вычислить при рассмотрении всей нити, выполненной из материала, соответствующего этому участку, так как при заданном напряжении ϵ_i не зависит от его длины

$$\epsilon_i = \frac{\Delta L_{\text{ВН}i}}{L_o} = \frac{1}{L_o} \left(\frac{D}{2H^2} - cH - R \right) - \alpha_i \Delta t, \quad (6)$$

где $R = L_o - l = \frac{D_o}{2H_o^2} - \left(\frac{1}{\omega_i \nu_{oi}} + c \right) H_o$.

Соответствие распора H внешней нагрузке и относительной деформации возможно при рассмотрении всей длины нити, как это следует из уравнения (6).

Определение основного неизвестного H при совместном решении уравнений (2), (4) (или (5)) и (6) целесообразно выполнить путем итерационных вычислений. Для этого, задавшись приближенным значением H , по формуле (6) определяют ϵ_i , затем, используя зависимость (2), находят ν_i и подставляют в уравнение (4) (или (5)), которое в свою очередь решают итерационным или другим известным методом, в результате чего определяют новое значение H . Затем цикл повторяют, пока неизвестные H в начале и в конце цикла совпадут по значению.

Расчет гибкой нити при наличии остаточных пластических деформаций. При монтаже и эксплуатации висячих конструкций, основными несущими элементами которых являются гибкие пологие нити, возникает необходимость определять в них усилия при появлении остаточных пластических деформаций. Причины возникновения таких деформаций разнообразны: это ползучесть материала, работа за пределами упругости, влияние некоторых температурных факторов и т.п.

Величины остаточных деформаций могут определяться при натурных обследованиях конструкций или путем экспериментальных исследований, а также аналитическим путем по имеющимся диаграммам напряжений при растяжении $\sigma - \epsilon$.

Если $\Delta L_{\text{ост}} = \epsilon_{\text{ост}} L_o$, где $\Delta L_{\text{ост}}$ - удлинение нити, вызванное пластическими деформациями, а $\epsilon_{\text{ост}}$ - относи-

пильная пластическая деформация, то уравнения (4) и (5) с учетом $\Delta L_{\text{ост}}$ соответственно можно записать так:

$$\left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\omega_i \sqrt{v_i}} + c \right) H^3 + \left(R + \sum_{i=1}^n l_i \alpha_i \Delta t + \epsilon_{\text{ост}} L_0 \right) H^2 = \frac{D}{2}, \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\omega_i \sqrt{v_i}} + c \right) H^3 + \left[\frac{D_0}{2H_0^2} (1 + \epsilon_{\text{ост}}) - \right. \\ & \left. - \left(\sum_{i=1}^n \frac{l_i}{\omega_i \sqrt{v_{oi}}} + c \right) (1 + \epsilon_{\text{ост}}) H_0 + \sum_{i=1}^n l_i \alpha_i \Delta t + \right. \\ & \left. + l \epsilon_{\text{ост}} \right] H^2 = \frac{D}{2}, \quad (8) \end{aligned}$$

где $\epsilon_{\text{ост}} = \frac{1}{L_0} \sum_{i=1}^n \Delta L_i^{\text{ост}}$; $\Delta L_i^{\text{ост}}$ — удлинение i -го составляющего участка, которое может быть вычислено аналитически.

Для определения величины относительной деформации используем формулу (6), выполнив в ней незначительные преобразования

$$\epsilon_i = \frac{1}{L_0} \left(\frac{D}{2H^2} - cH - R \right) - \alpha_i \Delta t - \epsilon_i^{\text{ост}}, \quad (9)$$

где $\epsilon_i^{\text{ост}}$ вычисляется отдельно для i -го участка или для всей нити при условии, что она выполнена из одного материала и имеет характеристики, соответствующие i -му участку.

Основное неизвестное H определяется из уравнений (7) или (8) путем их совместного решения с уравнениями (9) и (1). Для этого можно использовать последовательность вычислений, описанных для расчета нити с помощью уравнений (2), (5), (6).

Численные исследования показали достаточно быструю сходимость итерационных процессов, а анализ результатов указывает на необходимость учета различных нелинейных факторов при расчете гибких пологих нитей.

Предлагаемая методика позволяет рассчитывать конструктивно неоднородные гибкие пологие нити по континуальным и дискретным расчетным схемам, учитывая при этом как геометрическую, так и физическую нелинейность.

Л и т е р а т у р а

1. Паненкова Т.П. Статический расчет упругих нитей с учетом физической нелинейности материала. - Сб. трудов МИСИ. М., 1965, №47.
2. Алявдин П.В. Расчет физически нелинейных вантово-стержневых систем с односторонними связями. - В сб.: 25-я науч.-техн. конф. БПИ. Мат-лы секции строит. механики. Минск, 1969.
3. Сидорович Е.М. Расчет физически нелинейных систем гибких нитей методом упругих решений. - В сб.: Висячие покрытия. М., 1973.
4. Сидорович Е.М. Расчет гибких пологих нитей с произвольным законом физической нелинейности. - В сб.: 26-я науч. - техн. конф. БПИ. Мат-лы секции строит. механики. Минск, 1970.
5. Качурин В.К. Теория висячих систем. - М. - Л., 1962.

УДК 624.072.2

В.В.Саяпин

ИССЛЕДОВАНИЕ РАБОТЫ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ И ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

При проектировании разнообразных покрытий, расчетной схемой которых является произвольная шарнирно-стержневая система, необходимо выявить влияние нелинейной работы материала на напряженно-деформированное состояние конструкции. Для такого исследования нужно выбрать методику расчета, которая позволила бы учесть влияние всех нелинейных факторов. Число работ, посвященных расчету шарнирно-стержневых систем произвольной структуры по деформированной схеме, крайне мало, а расчет физически нелинейных шарнирно-стержневых систем, допускающих наличие стержней с различными физическими характеристиками, в литературе практически не рассматривается.

Поэтому для проведения численного исследования будут частично использоваться уравнения, полученные в работе [1]. Это - уравнения равновесия и геометрические уравнения, записанные в возмущенном состоянии, которые необходимо дополнить физическими уравнениями, допускающими произвольную нелинейную зависимость между усилиями и деформациями для