

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ДУБЛИРОВАНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ ПРИ СИНТЕЗЕ ЭЛЕКТРОННЫХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ ПРОЧНОСТИ

Среди известных методов синтеза электронных моделей [1] объектов строительной механики и прикладной теории упругости одним из перспективных является метод дублирования неизвестных [2] в форме, изложенной в работах [3,4,5]. Сущность метода в модернизированной форме [3, 4, 5] состоит в том, что при синтезе электронной цепи - аналога моделируемого объекта - некоторые неизвестные, обрабатываемые в виде напряжений, повторяются один или несколько раз в инвертированном виде. При этом используется одно- и двукратное инвертирование напряжений. Вот почему метод назван методом инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных. Рассмотрим применение этого метода при синтезе электронных моделей задач прочностного расчета рамных систем.

Наиболее простой из известных схем-аналогов изгибаемого стержня является П-схема, которая, однако, имеет один существенный недостаток - необходимость ручного уравнивания модели. В работах [3,4] предложен способ автоматического уравнивания П-образной схемы-аналога изгибаемого стержня, устраняющий этот недостаток за счет использования электронных усилителей для отработки неизвестных перекосов стержней. При этом для каждого этажа рамы требуется три усилителя (два сумматора и один инвертор). Оказывается, что можно синтезировать схему-аналог изгибаемого стержня, позволяющую уменьшить число усилителей до двух на один этаж моделируемой рамы, используя метод инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных.

Уравнения концевых моментов M_A , M_B и концевой поперечной силы Q_B для стержня, имеющего постоянное по длине сечение, запишем в следующем виде:

$$\begin{aligned} M_A &= 4i\varphi_A + 2i\varphi_B - 2i \cdot 3\psi + \bar{M}_A; \\ M_B &= 2i\varphi_A + 4i\varphi_B - 2i \cdot 3\psi + \bar{M}_B; \\ \frac{1}{6} Q_B &= -i\varphi_A - i\varphi_B + \frac{2}{3} i \cdot 3\psi + \frac{1}{6} \bar{Q}_B, \end{aligned} \quad (1)$$

где $i = EJ/l$ (i - погонная жесткость стержня, EJ - жесткость стержня, l - длина стержня); φ_A и φ_B - углы поворота концевых сечений стержня; $\psi = (\delta_B - \delta_A) / l$ - угол перекоса, харак-

характеризующий относительное линейное смещение концов; δ_A и δ_B - линейные перемещения концов; $\bar{M}_A, \bar{M}_B, \bar{Q}_B$ - изгибающие моменты и поперечная сила в концевых сечениях для стержня, жестко заделанного по концам, от внешней нагрузки.

Уравнения электрического тока, записанные по методу узловых напряжений, для предлагаемой схемы (рис. 1, а) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} I_A &= 2gU_A - gU_B - gU_C + \bar{I}_A; \\ I_B &= -gU_A + 2gU_B + gU_C + \bar{I}_B; \\ I_C &= -0,5gU_A + 0,5gU_B + \frac{13}{3}gU_C - 4gU_C + \bar{I}_C. \end{aligned} \quad (2)$$

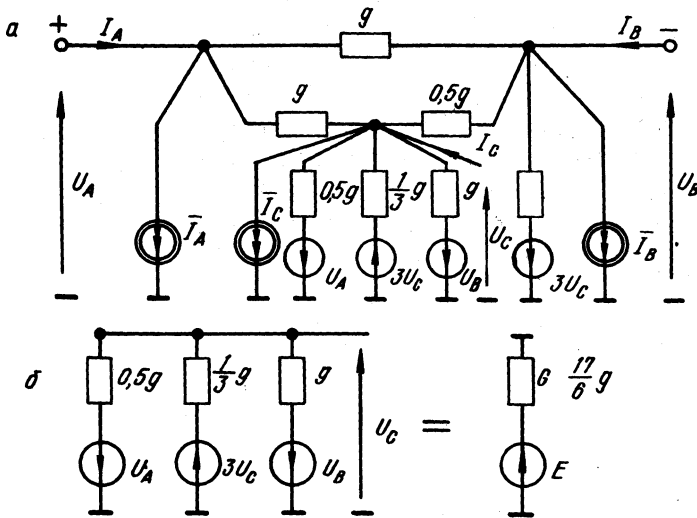


Рис. 1. Схема-аналог изгибаемого стержня.

Уравнения (1) и (2) будут эквивалентны, если

$$U_A = \varphi_A \delta \varphi; \quad U_B = \varphi_B \delta \varphi; \quad U_C = 3\psi \delta \varphi; \quad (3)$$

$$I_A = M_A \delta M; \quad I_B = -M_B \delta M; \quad I_C = \frac{1}{6} Q_B \delta M;$$

$$I_A = \bar{M}_A \delta M; \quad \bar{I}_B = -\bar{M}_B \delta M; \quad \bar{I}_C = \frac{1}{6} \bar{Q}_B \delta M, \quad g = K 2i,$$

где $\delta \varphi, \delta M, k$ - масштабные коэффициенты напряжений, токов и проводимостей, взаимосвязанные между собой зависимостью

$$\frac{\delta \varphi K}{\delta M} = 1. \quad (4)$$

Для инвертирования напряжений U_A , U_B , $3U_C$ в схеме на рис. 1,а можно использовать электронные усилители. Однако схему можно упростить, суммируя проводимости и напряжения в нижней ее части. Тогда (рис. 1, б):

$$E = \frac{-U_A 0,5g + 3U_C 1 - \frac{1}{3}g - U_B g}{0,5g + 1 - \frac{1}{3}g + g}; \quad (5)$$

$$G = 0,5g + 1 - \frac{1}{3}g + g = \frac{17}{6}g.$$

Поэтому в окончательном варианте схема-аналог будет содержать только пять проводимостей и два усилителя для реализации величины E по выражению (5).

Рассмотрим применение разработанной схемы на примере: расчета рамы, показанной на рис. 2,а. Предложенная схема-аналог является схемой со знакопеременным масштабом, поэтому все узлы должны быть предварительно обозначены знаками плюс и минус. Схемы-аналоги изгибаемого стержня соединяются между собой так, как соединены между собой стержни рамы с учетом знаков узлов (рис. 3).

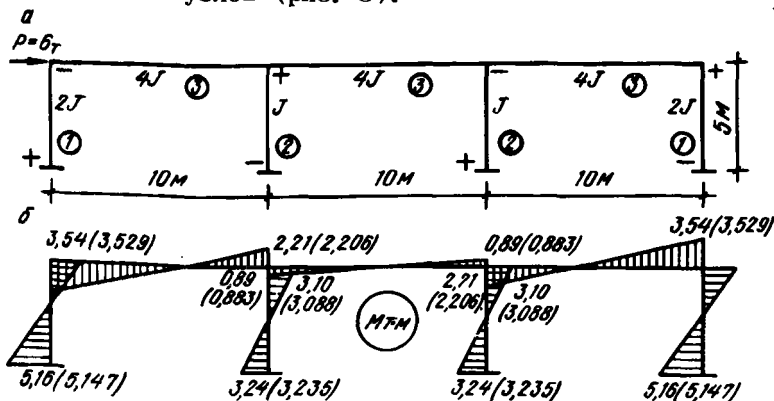


Рис. 2. Схема рамы и нагрузок.

Подсчитываем сопротивления для стоек (1) (рис. 2):

$$r_1 = \frac{1}{g_1} = \frac{1}{k2i} = \frac{1}{k \frac{2EJ}{l}} = \frac{1}{\frac{1}{8EJ} \frac{2 \cdot 2EJ}{5}} = 10 \text{ кОм};$$

$$k = \frac{1}{8EJ}; \quad r_1' = \frac{1}{0,5g_1} = 20 \text{ кОм};$$

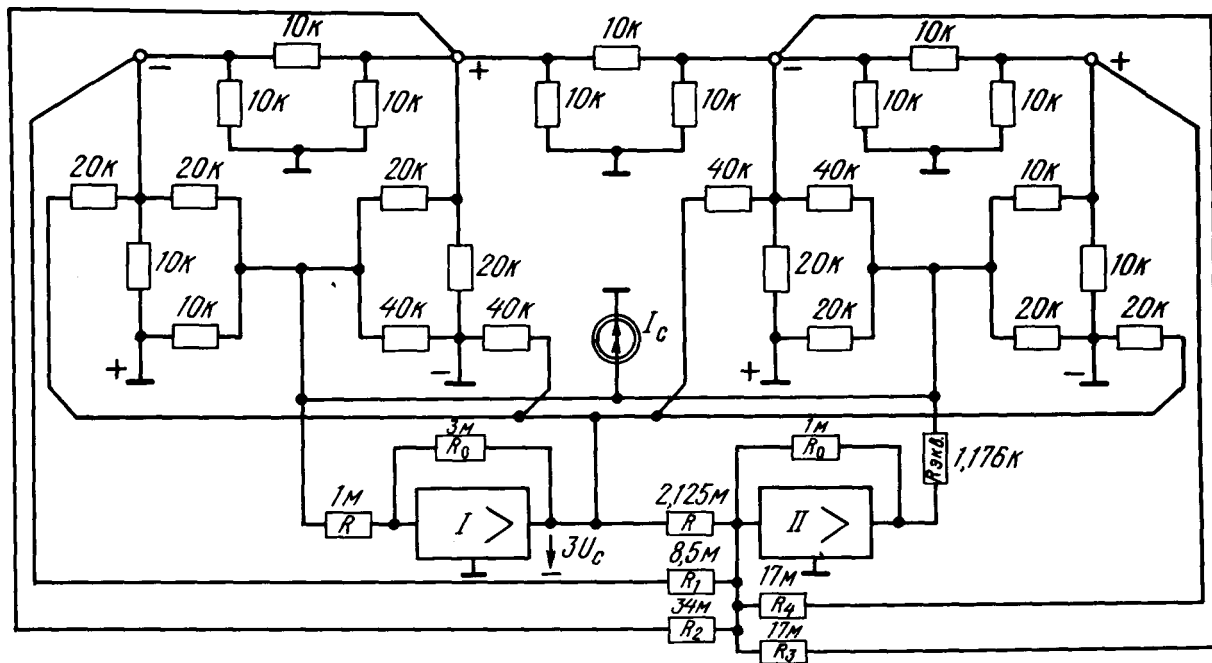


Рис. 3. Электронная модель рамы.

для стоек (2) (рис. 2):

$$r_2 = \frac{1}{g_2} = \frac{1}{\frac{1}{8EJ} \frac{2EJ}{5}} = 20 \text{ кОм};$$

$$r_2' = \frac{1}{0,5g_2} = 40 \text{ кОм};$$

для ригелей (3) (рис. 2):

$$r_3 = \frac{1}{g_3} = \frac{1}{\frac{1}{8EJ} \frac{24EJ}{10}} = 10 \text{ кОм}.$$

Проводимости G_1, G_2, \dots, G_i для 1, 2, ..., i -й стойки в одном этаже могут быть заменены одной проводимостью $G_{\text{экв}}$, один конец которой подсоединен к выходу усилителя II, а второй - к центральной точке схем-аналогов стоек.

$$G_{\text{экв}} = \sum G_i = G_1 + G_2 + G_2 + G_1;$$

$$R_{\text{экв}} = \frac{1}{G_{\text{экв}}} = \frac{1}{2G_1 + 2G_2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{17}{6} g_1 + 2 \cdot \frac{17}{6} g_2} =$$

$$= \frac{1}{\frac{34}{6} \cdot \frac{1}{10} + \frac{34}{6} \cdot \frac{1}{20}} = \frac{20}{17} = 1,176 \text{ кОм}.$$

Входное сопротивление I усилителя устанавливается, исходя из соотношения $R_0/R = 3$. При этом R должно иметь величину порядка 1 мОм. Принимаем $R = 1$ мОм, тогда $R_0 = 3$ мОм. Подсчитываем входные сопротивления II усилителя. Сопротивление между I и II усилителями подбирается, исходя из соотношения

$$\frac{R_0}{R} = \frac{1 \frac{1}{3} \sum g_i}{G_{\text{экв}}}.$$

Если $R_0 = 1$ мОм, то

$$R = \frac{R_0 G_{\text{экв}}}{1 \frac{1}{3} \sum g_i} = \frac{1 \cdot \frac{17}{20}}{1 \frac{1}{3} (2 \frac{1}{10} + 2 \frac{1}{20})} = 2,125 \text{ мОм}.$$

Входные сопротивления усилителя II, подключенные к положительным узлам, определяются из соотношения

$$\frac{R_0}{R_i} = \frac{0,5 g_i}{G_{\text{экв}}},$$

а к отрицательным - из соотношения $\frac{R_0}{R_i} = \frac{g_i}{G_{\text{экв}}}$.

$$R_1 = \frac{1 \cdot \frac{17}{20}}{\frac{1}{10}} = 8,5 \text{ МОм} \quad R_2 = \frac{1 \cdot \frac{17}{20}}{0,5 \cdot \frac{1}{20}} = 34 \text{ МОм},$$

$$R_3 = \frac{1 \cdot \frac{17}{20}}{\frac{1}{20}} = 17 \text{ МОм}; \quad R_4 = \frac{1 \cdot \frac{17}{20}}{0,5 \cdot \frac{1}{10}} = 17 \text{ МОм}.$$

Так как угол перекося всех стоек рамы будет одинаков, то напряжение U_C , моделирующее перекося для всех схем-аналогов стоек, будет также одинаковым, поэтому все узлы, где отрабатывается напряжение U_C в стойках, соединяем между собой и подключаем источник тока

$$\bar{I}_C = \frac{1}{6} \bar{Q}_B \gamma_M = \frac{5 \cdot 6}{6} \cdot 100 = 500 \mu\text{А};$$

$$\bar{Q}_B = P = 6\text{т}; \quad \gamma_M = 100 \mu\text{А}/(\text{т.м.})$$

На рис. 2,б показана эпюра изгибающих моментов, полученная путем расчета рамы на модели (рис. 3). В скобках указаны значения моментов, подсчитанные точным, аналитическим способом.

Электрическая модель рамы собиралась на электро моделирующей установке ЭМСС-7М с добавленным блоком электронных усилителей.

Применение метода инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных позволило синтезировать оптимальную схему-аналог изгибаемого стержня, которую можно использовать при расчете любых изгибаемых стержневых систем, в том числе и конструктивно нелинейных.

Л и т е р а т у р а

1. Пухов Г.Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. - Киев, 1967.
2. Степанов А.Е. Вопросы теории сеточных математических машин. Автореф. докт. дис. - Киев, 1974.
3. Овсянко В.М. Устройство для моделирования стержневых рам. А.с. 368408 (СССР). - Бюл. изобрет., 1973, № 26.
4. Овсянко В.М. Модернизация электро моделирующей установки ЭМСС-7М. - Изв. вузов. Приборостроение. Л., 1972, № 1.
5. Овсянко В.М. Ш-образная схема-аналог изгибаемого стержня без знакопеременного масштаба моделирования с электронным уравниванием. - Изв. вузов. Приборостроение. Л., 1973, № 7.