УДК 624.04:681.3

П.В. Алявдин

# ПРОГРАММА ДЛЯ РАСЧЕТА И НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ОДНОПРОЛЕТНЫХ И МНОГОПРОЛЕТНЫХ ВАНТОВЫХ ФЕРМ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ

На основании предложенных ранее [1,2] энергетических формулировок и соответствующих им уравнений для расчета произвольных шарнирно-стержневых систем с учетом геометрической и физической нелинейностей, а также наличия односторонних или упруго-пластических связей автором разработан алгоритм и составлена программа для статического расчета одно- и многопролетных вантовых ферм различной структуры (безраскосных, раскосных, с треугольной или прерывистой решеткой и др.).

Расчетные уравнения [2] представляют собой обычные "геометрически и физически" нелинейные уравнения метода перемещений (для плоской системы)

$$\begin{aligned} &\sum_j \left[F\sigma(\varepsilon)\;(\Delta x + \Delta u)/L\right]_{ij} - P_{xi} = 0, \\ &\sum_j \left[F\sigma(\varepsilon)\;(\Delta z + \Delta w)/L\right]_{ij} - P_{zi} = 0, \end{aligned} \quad (i = 1,\ldots,N), \qquad (1)$$

дополненные уравнениями, неравенствами и комбинаторными условиями дополняющей нежесткости, которые учитывают работу односторонних k-х связей,

$$\begin{aligned} &F\sigma_k(\varepsilon) - N_k = 0; \qquad (k = 1,\ldots,S); \\ &Z_k \geq 0,\; N_k \geq 0; \qquad Z_k\,N_k = 0. \end{aligned} \qquad (2)$$

Здесь зависимость напряжений от деформаций $\sigma(\varepsilon)$ принята произвольной. Упругое относительное удлинение стержня, соединяющего i-й и j-й узлы, в конечном (деформированном) состоянии равно

$$\varepsilon = (1 + \varepsilon_{1m})\ L/L_m - 1 - \alpha t + Z/L_o ,$$

где $\alpha t$ — температурное относительное удлинение стержня; $Z$ — начальное смещение или перемещение по направлению односторонней связи; $\varepsilon_{1m}$ — полное относительное удлинение стержня в начальном состоянии, которое может быть любым, как нагруженным, так и предварительно напряженным или естественным; $L$, $L_m$ и $L_o$ — соответственно длины стержня в конечном, начальном и естественном состоянии:

$$L_{ij} = \left[ (\Delta x + \Delta u)^2 + (\Delta z + \Delta w)^2 \right]_{ij}^{1/2} ,$$

$$L_{ijm} = \left[ (\Delta x)^2 + (\Delta z)^2 \right]_{ij}^{1/2} ; \quad \Delta x_{ij} = x_i - x_j, \ldots ,$$

$$\Delta w_{ij} = w_i - w_j ,$$

$x_i$, $z_i$ — координаты $i$-го узла; $u_i$, $w_i$ — проекции перемещений $i$-го узла на оси координат $x$, $z$; $P_{xi}$, $P_{zi}$ — проекции силы, приложенной в $i$-м узле, на оси координат $x$, $z$; $N$ — число незакрепленных узлов; $S$ — число односторонних связей; $F$ — площади сечений стержней.

Алгоритм программы использует идею решения системы уравнений (1) итерационным методом спуска по нескольким координатам в сочетании с шаговым методом (модификацией метода Ньютона) на каждом этапе итерации, при этом удовлетворяются ограничения (2). Процесс решения продолжается до тех пор, пока невязка условий (1), (2) не станет меньше заданной точности. Программирование было осуществлено в рабочих кодах ЭЦВМ "Минск-22"; программа на языке публикаций АЛГОЛ-60 приведена в [3]. С использованием только оперативной памяти "Минск-22" она позволяет рассчитывать вантовые фермы с числом узлов до 1000 (до 2000 уравнений типа (1)), т.е. любые практически важные случаи. Процесс формирования и решения уравнений полностью автоматизирован. В результате на печать выдаются перемещения узлов и усилия во всех стержнях фермы.

С помощью программы проведены численные исследования однопролетных и многопролетных вантовых ферм с учетом перечисленных выше нелинейных эффектов с целью анализа влияния различных параметров на напряженно-деформированное состояние систем. В частности, изучалась работа ферм с треугольной решеткой (фермы В.М.Вахуркина и Г.Д.Попова [4], системы Д.Яверта), которые до настоящего времени с учетом нелинейных эффектов почти не рассматривались. Так, в работе Э.Я.Слонима [4] приведено исследование вантовых ферм в геометрически линейной постановке с учетом односторонней работы вант. Учет геометрической нелинейности при расчетах простых систем Д.Яверта произведен в работе [5]. Между тем при расчетах вантовых ферм, даже геометрически неизменяемых в исходном состоянии, необходим одновременный учет всевозможных нелинейных эффектов. Особенно это важно для случаев, когда временная нагрузка превышает постоянную и ферма становится геометрически изменяемой из-за выключения гибких связей, но обладает достаточным запасом прочности и жесткости. В этом случае, в частности при неравномерной нагрузке, многопролетные вантовые фермы с треугольной решеткой В.М.Вахуркина и Г.Д. Попова оказываются существенно более эффективными в отношении жесткости, чем безраскосные вантовые фермы, аналогичные по очертанию, начальному напряженному состоянию и другим параметрам [2]. Для однопролетных вантовых ферм это преимущество сказывается в меньшей степени.

Выявлено существенное влияние величины предварительного напряжения на повышение жесткости вантовых ферм различной структуры, особенно в отношении кинематических перемещений. Ранее этот эффект был отмечен в безраскосных вантовых фермах, например в работе [6]. Влияние взаимного расположения поясов фермы друг относительно друга отражается на жесткости фермы при равномерном распределении нагрузки примерно так же, как это следует из геометрически линейной теории [7].

Особый интерес представляет исследование влияния углов наклона раскосов или числа панелей на свойства вантовых ферм с треугольной решеткой и их сравнение с безраскосными фермами. С этой целью рассчитывались однопролетные фермы с одинаковым очертанием поясов (по квадратной параболе), одинаковыми площадями сечений однотипных элементов и одинаковым начальным состоянием преднапряжения (рис. 1). Материал вант предполагался линейно упругим. Варьировалось только число панелей, длина которых для данной фермы принималась постоянной. Безраскосная ферма условно обозначалась как система с бесконечно большим числом панелей. Как известно, учет дискретного расположения стоек, соответствующий действительной работе таких ферм, незначительно сказывается на результатах. Ниже приводятся исходные данные и результаты исследования однопролетных вантовых ферм при действии равномерной и неравномерной нагрузки; некоторые результаты расчета аналогичных многопролетных ферм опубликованы в [2].

Параметры ферм приняты следующими: площади поперечного сечения напрягающего пояса — 16 см$^2$, несущего — 38 см$^2$, решетки — 4 см$^2$; модуль упругости материала тросов — $2 \cdot 10^2$ кг/см$^2$, пролеты ферм равны 100 м, расстояние между узлами ферм по горизонтали — 10 м (при $n = 5$); 5 м (при $n = 10$); 6,25 м (при $n = 8$); 12,5 м (при $n = 16$), где $n$ — число панелей. Стрелки провиса поясов в начальном состоянии предварительного напряжения — 5 м, расстояние между поясами в центре — 2 м.

В состоянии преднапряжения распоры поясов безраскосной фермы одинаковы и равны 175 т. Усилия преднапряжения вантовых ферм с треугольной решеткой с целью сравнимости результатов вычислялись также от действия двух параллельных горизонтальных сил, одна из которых приложена в узле разрезанной по оси симметрии ферме, т.е. в основной системе, а другая отстоит от нее на 2 м. Для $n = 5$ эти усилия преднапряжения в поясах всех рассматриваемых ферм отличаются между собой незначительно, усилия в раскосах существенно зависят от числа панелей; при $n = 5$ они изменяются от 5,813 до 30,073 т, а при $n = 10$ от 2,091 до 9,0117 т по длине фермы.

Первая серия расчетов ферм проводилась для случая, когда на ферму действует постоянная равномерно распределенная нагрузка 0,5 т/м, а временная нагрузка интенсивностью 1,5 т/м надвигается слева направо. График на рис. 2 показывает изменение величины максимального прогиба ферм с различным числом панелей ($n = 5$; 10) в зависимости от безразмерной относительной длины участка, на который выдвинулась нагрузка. Зависимость для безраскосной фермы близка к зависимости для фермы при $n = 5$. При этом прогиб отсчитывается от на-

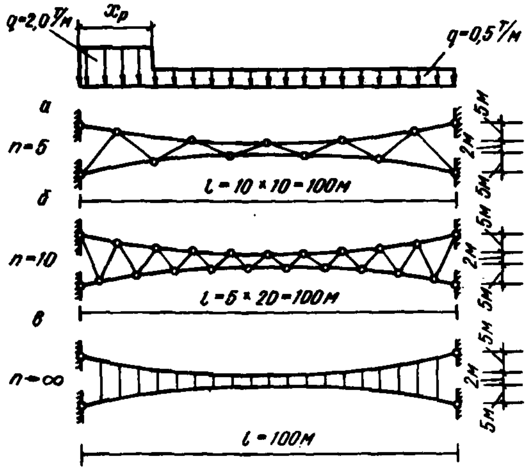


Рис. 1. Вантовые фермы с различным числом панелей:
а,б – с треугольной решеткой; в – безраскосные.

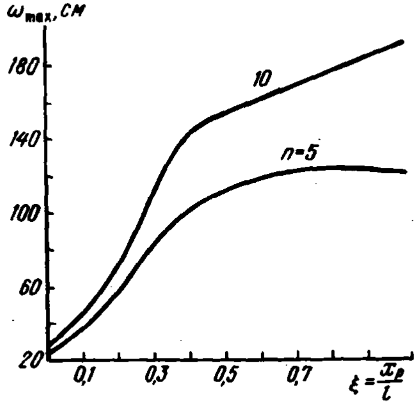


Рис. 2. Изменение максимальных прогибов вантовых ферм с различным числом панелей по мере выдвижения временной нагрузки в пролет.

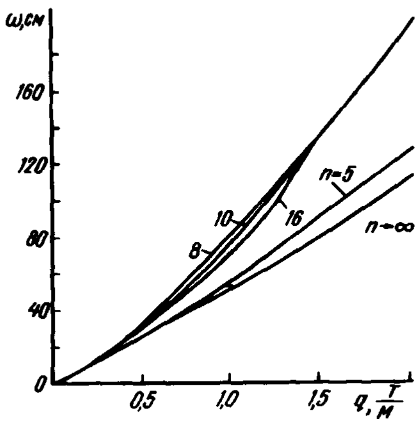


Рис. 3. Зависимость прогибов вантовых ферм с различным числом панелей от интенсивности равномерно распределенной по всему пролету нагрузки q.

чального состояния преднапряженной фермы без нагрузки. Из графика видно, что при выдвижении временной нагрузки ферма с треугольной решеткой и числом панелей n = 10 получает существенно бо́льшие прогибы, чем подобная ферма с числом панелей n = 5, или безраскосная ферма.

Вторая серия расчетов проведена для изучения зависимости максимальных прогибов различных вантовых ферм от интенсивности равномерно распределенной нагрузки, действующей по всему пролету фермы. Результаты, представленные на рис. 3, показывают, что жесткость вантовых ферм с треугольной решеткой и небольшим числом панелей ( $n$ = 5) близка к жесткости безраскосных вантовых ферм. При увеличении числа панелей жесткость ферм с треугольной решеткой заметно уменьшается. Анализ рабочих схем вантовых ферм в процессе нагружения показывает, что фермы с большим числом панелей становятся изменяемыми, а затем, после выключения всех раскосов и напрягающего пояса, превращаются в нить быстрее, чем фермы с меньшим числом панелей, и даже быстрее, чем безраскосная ферма.

Причиной этого, на первый взгляд, неожиданного явления, служит различие в усилиях предварительного напряжения раскосов, отмеченное выше, для ферм с различным числом панелей. Что касается безраскосной фермы, то ее жесткость всегда оказывается верхним пределом для жесткостей аналогичных по очертанию ферм с треугольной решеткой лишь для равномерно распределенной нагрузки. Для неравномерной нагрузки, особенно в случае многопролетных ферм, вантовые фермы с треугольной решеткой (конструкция В.М. Вахуркина и Г.Д. Попова) оказываются значительно более жесткими по сравнению с аналогичными безраскосными фермами. При этом, как следует из приведенного анализа, число панелей ферм с треугольной решеткой желательно принимать возможно более малым, исходя из конструктивных или других соображений.

## Литература

1. Алявдин П.В. Расчет нелинейных стержневых систем как задача математического программирования. — В кн.: 25-я науч.-техн.конф. Мат-лы секции строит.механики. — Минск, 1969. 2. Алявдин П.В. Исследование однопролетных и многопролетных предварительно напряженных вантовых систем. — В кн.: III междунар.конф. по предварительно напряженным металлическим конструкциям. Докл. — Л., 1971, т. III. 3. Алявдин П.В. Статический расчет вантовых и вантово-стержневых систем с учетом геометрической, физической и конструктивной нелинейности. Канд.дис. — Минск, 1969. 4. Слоним Э.Я. Особенности работы висячих однопролетных решетчатых вантовых ферм. — В сб.: Мат-лы по металлическим конст-

рукциям. — М., 1966, вып. II. 5. Белчев П. Еднотворен предварително напрегнат "Въжен биндер", система "Яверт". — Изв. на института по техническа механика. Бълг. АН, 1966, т. III. 6. Москалев Н.С. Расчет двухпоясных вантовых ферм. — В кн.: Стальные предварительно напряженные и тросовые конструкции. — М., 1964. 7. Алявдин П.В. К исследованию вантовых ферм. — В сб.: Строит.конструкции и теория сооружений. Теория сооружений. — Минск, 1971.

УДК 624.045.04

А.А. Борисевич

## ПОЭТАПНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНЕЙНОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Применение кусочно-линейной аппроксимации нелинейных функций в задачах оптимизации стержневых систем существенно увеличивает объем исходной матрицы, так как вначале условия задачи необходимо представить в виде сепарабельных функций, а затем выполнить линеаризацию в заданном интервале изменения переменных [1]. Опыт расчетов показал также, что в результате кусочно-линейной аппроксимации условий задачи не всегда находится опорный план задачи, поскольку при наличии ограничений-равенств линеаризация их обычно не приводит задачу к строгому соблюдению равенств. Эти недостатки затрудняют применение соответствующих программ расчета для практических задач.

Анализ условий задач оптимизации показывает, что характер аналитических функций различен. Так, целевая функция при заданной геометрии системы представляется линейным выражением через площади сечений. Условия прочности в случае, например, решения задачи в пространстве геометрических параметров (площадей, моментов сопротивления и моментов инерции сечений) можно представить в виде $\bar{S} \geq |S|$, где $\bar{S}$ — максимальное значение усилия, линейно зависящего от соответствующей геометрической характеристики, а $S$ — расчетная величина усилия. Для статически определимых систем $S$ находится численно, а для неопределимых — как линейная функция принятых неизвестных. Условия жесткости, записываемые как ограничения перемещений заданных сечений, представляются для статически неопределимых систем в виде