

$$\begin{aligned}
& 2g \frac{1}{2} U_3 - 4g U_4 + (4g + g + 2g + g + g + 2g - 2g \cdot 3) U_5 - \\
& - 2g U_6 + U_{(A,B)5} g = 0, \\
& g 2U_4 - (2g + g \cdot 2) U_5 + (2g + 0,5g + g + 0,5g - g \cdot 2) U_6 + \\
& + U_{(A,B)6} 0,5g = 0.
\end{aligned}$$

Разделим уравнения (11) на g . Тогда полученные выражения и уравнения (4)–(7) будут эквивалентны при условиях (8)–(10) и следующих условиях:

$$y_i = \gamma_u U_i, \quad \bar{I}_1 = \frac{g}{\gamma_u} \frac{P h^3}{EI} (3 + 2x), \quad \bar{I}_2 = \frac{g}{\gamma_u} \frac{P h^3}{EI} x,$$

где γ_u — масштабный множитель; U_i — потенциал i -го узла ($i = 1 - 6$) цепи резисторов.

После набора задачи на машине (например, на установке ЭМСС-7М с добавленным блоком усилителей постоянного тока) и ввода источников тока \bar{I}_1 и \bar{I}_2 , моделирующих внешнюю нагрузку, происходит мгновенное решение задачи: выбор рабочей расчетной схемы, соответствующей заданной нагрузке, и отработка узловых напряжений, эквивалентных искомым перемещениям сечений сваи. На рис. 1 число участков, на которые разбивалась свая, равно пяти, что не принципиально. Число этих участков может быть произвольным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пухов Г.Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. — Киев: Наук.думка, 1967. — 480 с. 2. Овсянко В.М. Синтез электронных моделей деформируемых объектов. — Минск: Наука и техника, 1982. — 336 с. 3. А.с. 622120 (СССР). Устройство для моделирования сваи в грунте/В.М.Овсянко. — Опубл. в Б.И., 1978, № 32.

УДК 624.072:681.3

С.П.ПИСАРИК (БПИ)

ЭЛЕКТРОННАЯ МОДЕЛЬ КРУГОВОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА

С целью расширения возможностей аналоговой вычислительной техники при решении сложных задач строительной механики необходимо иметь широкую гамму электронных схем-аналогов различных конечных элементов, на которые может быть расчленен объект моделирования. В работе [1] описано большое количество схем-аналогов всевозможных конечных элементов. Однако электронная

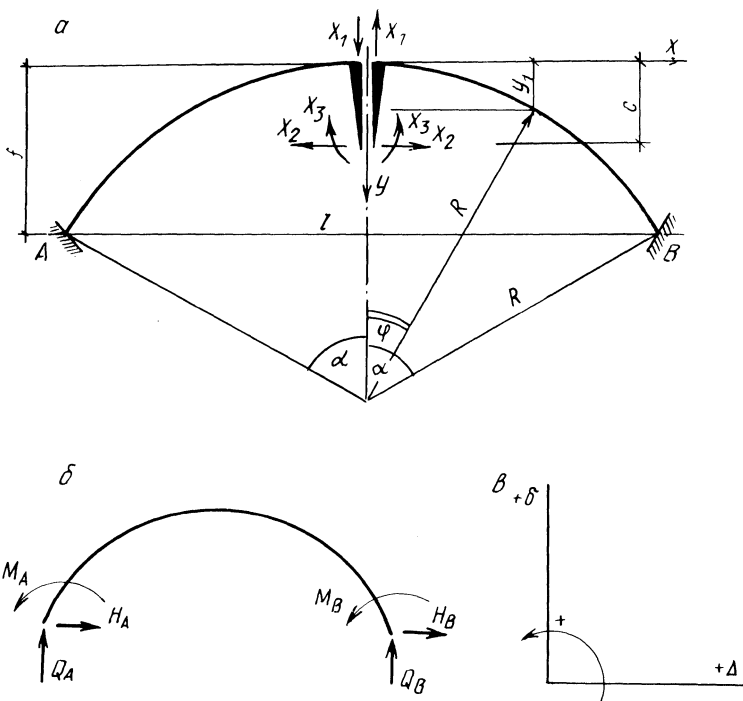


Рис. 1. Криволинейный конечный элемент, очерченный по окружности.

модель конечного элемента, очерченного по окружности, в работе [1] отсутствует. Синтезируем устройство для моделирования конечного элемента кругового очертания с постоянным по длине сечением.

Первая задача, которую при этом необходимо решить, состоит в определении усилий по концам конечного элемента. Их необходимо выразить через перемещения (угловые и линейные) его концов. Эта задача решается методом сил.

Материал арки характеризуется известными величинами E , G , ν , а сечение — величинами I , J . Основная система для арки, очерченной радиусом R , показана на рис. 1, а. Величины y_1 , f и c определяются по формулам

$$y_1 = R(1 - \cos\alpha); \quad f = R(1 - \cos\alpha); \quad c = R(1 - \sin\alpha/\alpha).$$

Зная, что усилия от единичных значений основных неизвестных X_1 , X_2 и X_3 определяются выражениями

$$\begin{aligned} M_1 &= R \sin\alpha; & Q_1 &= 1 \cos\alpha; & N_1 &= -1 \sin\alpha; \\ M_2 &= 1(y_1 - c); & Q_2 &= 1 \sin\alpha; & N_2 &= -1 \cos\alpha; \\ M_3 &= -1; & Q_3 &= 0; & N_3 &= 0 \end{aligned}$$

найдем перемещения с учетом влияния M, Q, N от каждого из единичных усилий:

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{11}^M &= \frac{1}{EJ} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) R^3 ; \\
 \delta_{11}^Q &= \frac{2(1+\nu)}{EF} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) R ; \\
 \delta_{11}^N &= \frac{1}{EF} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) R ; \\
 \delta_{22}^M &= \frac{1}{EJ} \left[\left(1 + 2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \right) \alpha - \sin \alpha \left(4 \frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right) \right] R^3 ; \\
 \delta_{22}^Q &= \frac{2(1+\nu)}{EF} (\alpha - \sin \alpha \cos \alpha) R ; \\
 \delta_{22}^N &= \frac{1}{EF} (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) R ; \quad \delta_{33}^M = \frac{1}{EJ} 2 \alpha R .
 \end{aligned} \right\} (1)$$

Усилия по концам криволинейного стержня (вертикальные, горизонтальные и моменты) будем считать положительными, если они совпадают с направлениями, показанными на рис. 1, б. Линейные и угловые перемещения концов стержня будут положительными при совпадении с направлениями, показанными на рис. 1, в. Определим усилия по концам стержня от единичных перемещений его левого конца. При единичном смещении опоры А вправо

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta_{2c} &= -1; \quad X_1 = X_3 = 0; \quad X_2 = H_A = -H_B = 1/\delta_{22}; \\
 Q_A &= Q_B = 0; \quad M_A = -M_B = \\
 &= - \left[\frac{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right)}{\delta_{22}} \right] R .
 \end{aligned} \right\} (2)$$

При единичном смещении опоры А вверх имеем

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta_{1c} &= -1; \quad X_1 = 1/\delta_{11}, \quad X_2 = X_3 = H_A = H_B = 0; \\
 Q_A &= -Q_B = 1/\delta_{11}, \quad M_A = M_B = (\sin \alpha / \delta_{11}) R .
 \end{aligned} \right\} (3)$$

При единичном повороте этой же опоры против хода часовой стрелки получим

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta_{1c} &= -R \sin \alpha; \quad \Delta_{2c} = R \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right); \quad \Delta_{3c} = -1; \\
 X_1 &= \frac{\sin \alpha}{\delta_{11}} R; \quad X_2 = - \frac{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right)}{\delta_{22}} R; \quad X_3 = \frac{1}{\delta_{33}}; \\
 Q_A &= -Q_B = X_1; \quad H_A = -H_B = X_2;
 \end{aligned} \right\} (4)$$

$$\left. \begin{aligned} M_A &= X_1 \frac{1}{2} - X_2(f-c) + X_3 = \left[\frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} + \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)^2}{\delta_{22}} \right] R^2 + \frac{1}{\delta_{33}}; \\ M_B &= X_1 \frac{1}{2} + X_2(f-c) - X_3 = \left[\frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} - \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)^2}{\delta_{22}} \right] R^2 - \frac{1}{\delta_{33}} \end{aligned} \right\} (4)$$

Если концы стержня (рис. 1, б) повернулись на углы φ_A и φ_B , получили вертикальные перемещения δ_A и δ_B , а также горизонтальные Δ_A и Δ_B и, кроме того, стержень находится под действием внешней нагрузки, то реактивные усилия по концам такого стержня определяются на основании выражений (1)–(4) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} M_A &= \left\{ \left[\frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} + \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)^2}{\delta_{22}} \right] R^2 + \frac{1}{\delta_{33}} \right\} \varphi_A - \left\{ \left[-\frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} + \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)^2}{\delta_{22}} \right] R^2 + \frac{1}{\delta_{33}} \right\} \varphi_B + \frac{\sin \alpha}{\delta_{11}} R(\delta_A - \delta_B) - \\ &- \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)}{\delta_{22}} R(\Delta_A - \Delta_B) + \bar{M}_B; \\ M_B &= - \left\{ \left[-\frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} + \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)^2}{\delta_{22}} \right] R^2 + \frac{1}{\delta_{33}} \right\} \varphi_A + \left\{ \left[\frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} + \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)^2}{\delta_{22}} \right] R^2 + \frac{1}{\delta_{33}} \right\} \varphi_B + \frac{\sin \alpha}{\delta_{11}} R(\delta_A - \delta_B) + \\ &+ \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)}{\delta_{22}} R(\Delta_A - \Delta_B) + \bar{M}_B; \\ Q_A &= \frac{\sin \alpha}{\delta_{11}} R(\varphi_A - \varphi_B) + \frac{1}{\delta_{11}} (\delta_A - \delta_B) + \bar{Q}_A; \\ Q_B &= -\frac{\sin \alpha}{\delta_{11}} R(\varphi_A - \varphi_B) - \frac{1}{\delta_{11}} (\delta_A - \delta_B) + \bar{Q}_B; \\ H_A &= -\frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)}{\delta_{22}} R(\varphi_A - \varphi_B) + \frac{1}{\delta_{22}} (\Delta_A - \Delta_B) + \bar{H}_A; \\ H_B &= \frac{(\frac{\sin \alpha}{a} - \cos \alpha)}{\delta_{22}} R(\varphi_A - \varphi_B) - \frac{1}{\delta_{22}} (\Delta_A - \Delta_B) + \bar{H}_B, \end{aligned} \right\} (5)$$

где величины \bar{M}_A , \bar{M}_B , \bar{Q}_A , \bar{Q}_B , \bar{H}_A , \bar{H}_B соответствуют криволинейному стержню с защемленными концами.

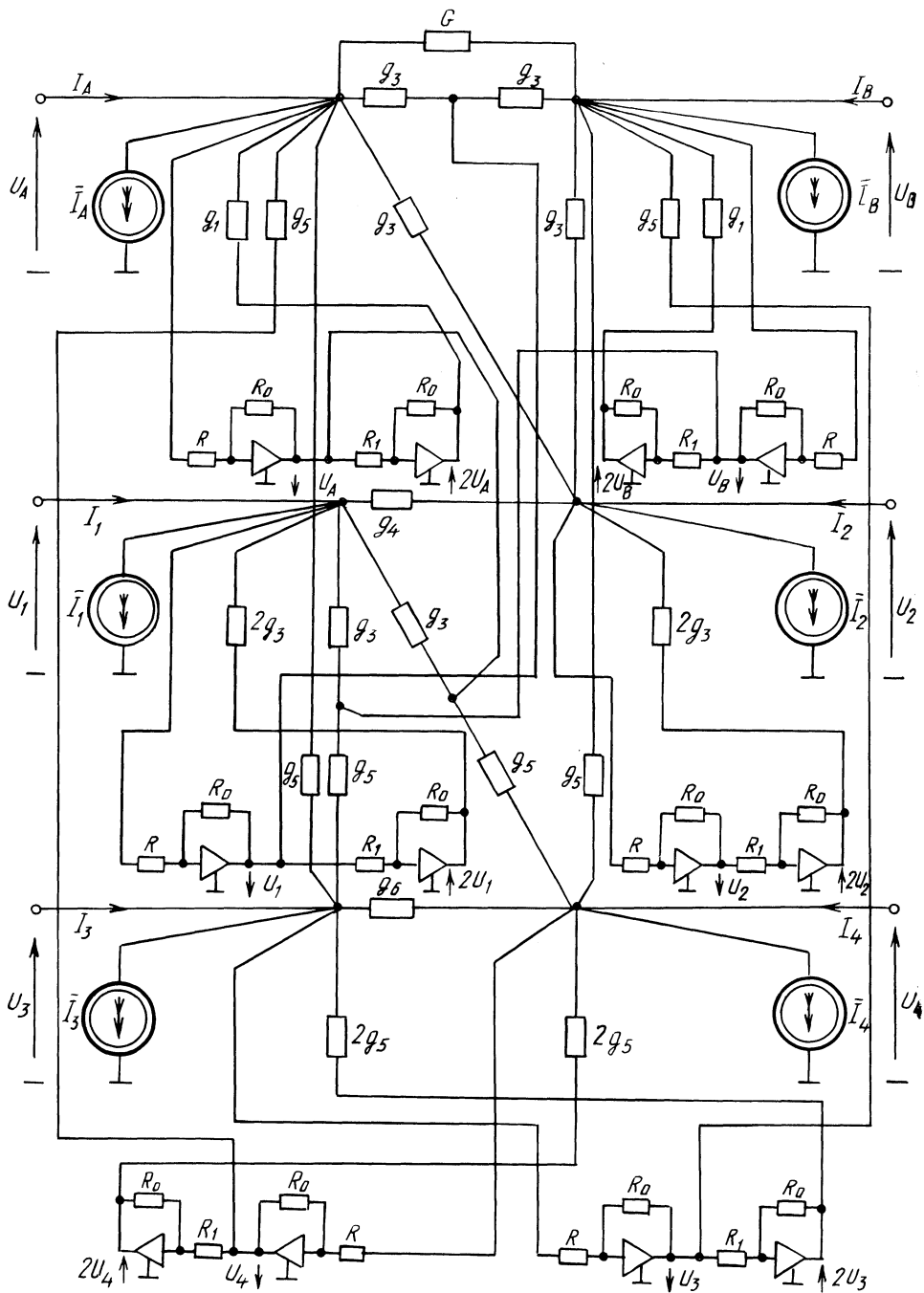


Рис. 2. Электронная схема-аналог криволинейного конечного элемента.

Выражения (5) подлежат моделированию. Электронное устройство для моделирования выражений (5) синтезируем на основе метода активного инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных [1]. Разработанное устройство показано на рис. 2. Оно содержит проводимости для моделирования жесткостных характеристик стержня, источники тока для моделирования внешней нагрузки, операционные усилители, для которых $R_0/R = 1$, $R_0/R_1 = 2$.

Устройство на рис. 2 характеризуется следующими уравнениями электрического тока, записанными по методам узловых потенциалов:

$$\left. \begin{aligned}
 I_A &= (g_1 + G + 2g_3 + 2g_5)U_A - g_1 2U_A - GU_B + g_3 U_1 - g_3 U_2 - \\
 &- g_5 U_3 + g_5 U_4 + \bar{I}_A ; \\
 I_B &= -GU_A + (g_1 + G + 2g_3 + 2g_5)U_B - g_1 2U_B + g_3 U_1 - g_3 U_2 + \\
 &+ g_5 U_3 - g_5 U_4 + \bar{I}_B ; \\
 I_1 &= g_3 U_A + g_3 U_B + (g_4 + 4g_3)U_1 - 2g_3 2U_1 - g_4 U_2 + \bar{I}_1 ; \\
 I_2 &= -g_3 U_A - g_3 U_B - g_4 U_1 + (g_4 + 4g_3)U_2 - 2g_3 2U_2 + \bar{I}_2 ; \\
 I_3 &= -g_5 U_A + g_5 U_B + (g_6 + 4g_5)U_3 - 2g_5 2U_3 - g_6 U_4 + \bar{I}_3 ; \\
 I_4 &= g_5 U_A - g_5 U_B - g_6 U_3 + (g_6 + 4g_5)U_4 - 2g_5 2U_4 + \bar{I}_4 .
 \end{aligned} \right\} (6)$$

Эквивалентность уравнений (5) и (6) определяется следующими выражениями:

$$\left. \begin{aligned}
 I_A &= \gamma_i M_A ; & I_1 &= \gamma_i Q_A ; & I_3 &= \gamma_i H_A ; \\
 \bar{I}_A &= \gamma_i \bar{M}_A ; & \bar{I}_1 &= \gamma_i \bar{Q}_A ; & \bar{I}_3 &= \gamma_i \bar{H}_A ; \\
 U_A &= \gamma_u \varphi_A ; & U_1 &= \gamma_u \delta_A ; & U_3 &= \gamma_u \Delta_A ; \\
 I_B &= \gamma_i M_B ; & I_2 &= \gamma_i Q_B ; & I_4 &= \gamma_i H_B ; \\
 \bar{I}_B &= \gamma_i \bar{M}_B ; & \bar{I}_2 &= \gamma_i \bar{Q}_B ; & \bar{I}_4 &= \gamma_i \bar{H}_B ; \\
 U_B &= \gamma_u \varphi_B ; & U_2 &= \gamma_u \delta_B ; & U_4 &= \gamma_u \Delta_B .
 \end{aligned} \right\} (7)$$

Проводимости устройства подсчитываются по формулам

$$\left. \begin{aligned}
 g_1 &= \gamma_g \left\{ 2 \left[\frac{\sin \alpha}{\delta_{11}} R + \frac{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right)}{\delta_{22}} R \right] - 2 \frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} R^2 \right\} ; \\
 G &= \gamma_g \left\{ \left[- \frac{\sin^2 \alpha}{\delta_{11}} + \frac{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha \right)^2}{\delta_{22}} \right] R^2 + \frac{1}{\delta_{33}} \right\} ;
 \end{aligned} \right\} (8)$$

$$\left. \begin{aligned} g_3 &= \gamma_g \frac{\sin \alpha}{\delta_{11}} R, \quad g_4 = \gamma_g \frac{1}{\delta_{11}}, \quad g_5 = \gamma_g \frac{(\frac{\sin \alpha}{\alpha} - \cos \alpha)}{\delta_{22}} R; \\ g_6 &= \gamma_g \frac{1}{\delta_{22}} \end{aligned} \right\} (8)$$

В выражениях (7), (8) $\gamma_i, \gamma_u, \gamma_g$ — масштабные коэффициенты токов, напряжений и проводимостей.

При электро моделировании стержневых систем, содержащих криволинейные элементы, один из которых рассмотрен в данной работе, электронные модели всех конечных элементов (криволинейных и прямолинейных) соединяются между собой в соответствии с геометрической схемой моделируемой системы. Расчет может выполняться на существующих электро моделирующих установках ЭМСС-7М и ЭМСС-8 ("Альфа") с добавленным блоком операционных усилителей.

ЛИТЕРАТУРА

1. О в с я н к о В.М. Синтез электронных моделей деформируемых объектов. — Минск: Наука и техника, 1982. — 336 с.

УДК 624.075.22.044

В.В.САЯПИН, канд.техн.наук (БПИ)

РАСЧЕТ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННЫХ ШАРНИРНО-СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ ПО ДЕФОРМИРОВАННОЙ СХЕМЕ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ МАТЕРИАЛА

В работе [1] раскрыты общие свойства систем, содержащих односторонние связи, и предложены различные приемы их расчета. Для вантовых систем, расчет которых выполняется по деформированной схеме, возникают дополнительные трудности, преодолеть которые возможно, используя метод квадратичного программирования [2]. Кроме того, для расчета нелинейно деформируемых систем с односторонними связями можно применять способы решения нелинейных задач, основанные на многократных линейных решениях [3]. Однако все они неприменимы к системам с предварительным напряжением в односторонних связях и не учитывают физическую нелинейность материала.

В работе [4] расчет нелинейных вантово-стержневых систем с односторонними связями представляется в виде задачи математического программирования, где система нелинейных алгебраических