

Для решения поставленной задачи использован метод аппроксимирующего программирования (МАП) [3], который основан на многократном применении алгоритмов линейного программирования.

По данной методике была проведена на ЭВМ ЕС-1022 оптимизация резервуара со стационарной сферической кровлей вместимостью 20 тыс.м<sup>3</sup>;  $R_{\text{ш}} = 19,95$  м;  $H = 17,91$  м; высотой поясов стенки  $h_{\text{ст}} = 2$  м. При этом допускалось, что поворот сечения шпангоута вокруг центра тяжести равен нулю.

Решение задачи позволило определить оптимальные значения конструктивных параметров  $\delta_1 = 20$  мм,  $\delta_2 = 16$  мм,  $\delta_3 = 14$  мм,  $\delta_4 = 12$  мм,  $\delta_5 = \delta_6 = 10$  мм,  $\delta_7 = \delta_8 = \delta_9 = 8$  мм,  $\delta_{\text{сф}} = 15$  мм,  $F_{\text{шп}} = 331 \cdot 10^2$  мм<sup>2</sup>.

Реализация на ЭВМ решения поставленной задачи дает возможность проектировать резервуары большой вместимости при различных исходных данных.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Металлические конструкции/Под ред. Н.П.Мельникова.-2-е изд. — М.: Стройиздат, 1980. — 776 с.
2. Г а л е е в В.Б. Эксплуатация стальных вертикальных резервуаров в сложных условиях. — М.: Недра, 1981. — 149 с.
3. Х и м м е л ь б л а у Д. Прикладное нелинейное программирование. — М.: Мир, 1976. — 526 с.

УДК 624.072:681.3

В.М.ОВСЯНКО, канд.техн.наук (БПИ)

### ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА АКТИВНОГО ИНВЕРСНОГО ОДНО- И ДВУКРАТНОГО ДУБЛИРОВАНИЯ НЕИЗВЕСТНЫХ ДЛЯ СИНТЕЗА ЭЛЕКТРОННОЙ МОДЕЛИ СВАИ ПРИ ДЕЙСТВИИ НА НЕЕ ПОПЕРЕЧНОЙ НАГРУЗКИ

Существующие методы синтеза электронных моделей алгебраических объектов [1] при разработке моделирующих устройств для расчета систем строительной механики и прикладной теории упругости обладают ограниченными возможностями. Например, популярный альфа-аналоговый способ моделирования [1] может быть применен только тогда, когда все слагаемые системы алгебраических уравнений являются положительными. С целью расширения возможностей квазианалоговых методов моделирования автором разработан метод активного инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных. Будем считать, что, если электрическая цепь содержит источники напряжения, эквивалентные некоторым искомым механическим величинам, обрабатываемым в виде напряжений в определенных узлах модели, а другие искомые вели-

чины представлены в виде токов, причем знаки источников напряжений совпадают или противоположны знакам искомым напряжениям, обрабатываемым в узлах модели, а отношения аналогичных источников напряжения и искомым узловым напряжениям произвольны (в том числе равны 1, 2, 3 и т.д.), и при этих условиях уравнения электрического тока цепи, составленной из резисторов, диодов, источников напряжения и источников тока, будут подобны механическим уравнениям объекта, то при синтезе такой модели применяется метод активного инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных. Реализация источника напряжения, эквивалентного так же, как и узлового напряжения, некоторому искомому неизвестному в случае, если его знак противоположен знаку узлового напряжения, производится при помощи инвертора напряжения с любым коэффициентом инвертирования, выполненного на усилителе постоянного тока. Если знак источника напряжения совпадает со знаком эквивалентного ему узлового напряжения, то инвертирование (опять-таки с любым коэффициентом передачи) производится дважды. Идея одно- и многократного инвертирования неизвестных напряжений, как известно, находит широкое применение при синтезе электрических моделей, в которых все искомые неизвестные представлены напряжениями. Особенность рассматриваемой методики состоит в том, что в электрической модели некоторым неизвестным эквиваленты напряжения, а некоторым — токи. Инвертированные один или два раза напряжения, выступающие в роли дополнительных источников напряжений, служат для реализации либо недостающих, либо "лишних" токов, протекающих в ветвях узлов, в которых обрабатываются искомые напряжения. Эти инвертированные напряжения реализуют недостающие или "лишние" токи в ветвях подключением их в узлы модели через резисторы. Основными уравнениями электрической модели являются уравнения сумм токов в узлах, которые записываются по методу узловых потенциалов. В электронной цепи — модели объекта могут быть напряжения, которые инвертируются только один раз, и напряжения, инвертированные дважды. Иногда с целью сокращения числа усилителей инвертирование производится для группы обрабатываемых неизвестных с помощью сумматоров напряжений, выполняемых часто на дифференциальных операционных усилителях, которые имеют инвертирующий и неинвертирующий входы.

Метод активного инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных можно с успехом применять при синтезе как линейных, так и нелинейных электронных моделей. В работе [ 2 ] синтезировано большое количество линейных и нелинейных электронных моделей, в основном объектов строительной механики. Там же показана возможность применения рассматриваемого метода при синтезе электронных моделей объектов прикладной теории упругости.

Рассмотрим возможности метода на примере еще одной нелинейной электронной модели. Расчет свай на действие горизонталь-

ной нагрузки можно свести к конструктивно нелинейной задаче, так как зоны контакта и зоны отрыва сваи слева и справа от грунта заранее не известны. Любое сечение сваи имеет два варианта работы: свая взаимодействует с грунтом справа и оторвана от грунта слева, либо свая взаимодействует с грунтом слева и оторвана от грунта справа. Напряженно-деформированное состояние сваи можно охарактеризовать уравнением, используемым при расчете балок на упругом основании:

$$\frac{d^4 y}{dx^4} + \frac{K_j}{EI} y = -\frac{q}{EI}, \quad (j = 1, 2) \quad (1)$$

где  $y$  — перемещение сечения сваи;  $K_j$  — погонный коэффициент податливости;  $EI$  — изгибная жесткость сваи;  $q$  — поперечная нагрузка.

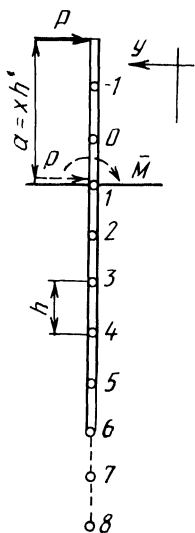


Рис. 1. Схема сваи.

Предполагается, что грунты, расположенные слева и справа от сваи, имеют различные характеристики  $K_1$  и  $K_2$ . Такой случай может иметь место, например при строительстве станций метрополитена открытым способом, когда котлован, ограждение которого выполнено из свай, засыпается грунтом с другой характеристикой.

Пусть на сваю (рис. 1) действует горизонтальная нагрузка  $P$ . Длина участка сваи над поверхностью грунта равна  $a = xh$ , где  $x$  — некоторое число,  $h$  — длина шага участка разбиения сваи. Расчет ведется методом конечных разностей. Момент  $\bar{M}$  от силы  $P$ , равный  $Pxh$ , и силу  $P$  приложим к свае на уровне поверхности грунта. Нагрузку  $q$  выразим через  $P$ :

$$q = P/h. \quad (2)$$

Для узла 1 (рис. 1) изгибающий момент  $\bar{M}$ , поперечную силу  $\bar{Q} = P$  и дифференциальное уравнение (1) с учетом (2) выразим в конечно-разностной форме:

$$\begin{aligned} y_0 - 2y_1 + y_2 &= -\frac{h^2}{EI} \bar{M} = -\frac{h^3}{EI} xP; \\ -y_{-1} + 2y_0 - 2y_2 + y_3 &= -\frac{2h^3}{EI} \bar{Q} = -\frac{2h^3}{EI} P; \\ y_{-1} - 4y_0 + 6y_1 - 4y_2 + y_3 + 0,5 \frac{K_j h^4}{EI} y_1 &= -\frac{qh^4}{EI} = -\frac{Ph^3}{EI}. \end{aligned} \quad (3)$$

Коэффициент 0,5 в последнем уравнении характеризует тот факт, что реакция грунта в узле 1 собирается с участка длиной  $0,5h$ . Умножив первое уравнение на 2 и просуммировав три уравнения (3), для узла 1 получим:

$$2y_1 - 4y_2 + 2y_3 + 0,5 \frac{K_j h^4}{EI} y_1 = -\frac{ph^3}{EI} (3 + 2x). \quad (4)$$

Из первого уравнения системы (3) определим  $y_0$  и, подставив  $y_0$  в конечно-разностное уравнение для узла 2, получим

$$-2y_1 + 5y_2 - 4y_3 + y_4 + \frac{K_j h^4}{EI} y_2 = \frac{h^3}{EI} xP. \quad (5)$$

Узлы 3 и 4 характеризуются обычными конечно-разностными уравнениями:

$$y_1 - 4y_2 + 6y_3 - 4y_4 + y_5 + \frac{K_j h^4}{EI} y_3 = 0;$$

$$y_2 - 4y_3 + 6y_4 - 4y_5 + y_6 + \frac{K_j h^4}{EI} y_4 = 0. \quad (6)$$

Для узлов 5 и 6 конечно-разностные уравнения получаются точно так же, как и для узлов 2 и 1:

$$y_3 - 4y_4 + 5y_5 - 2y_6 + \frac{K_j h^4}{EI} y_5 = 0;$$

$$2y_4 - 4y_5 + 2y_6 + 0,5 \frac{K_j h^4}{EI} y_6 = 0. \quad (7)$$

Уравнения (4)–(7), характеризующие работу сваи, можно трактовать как конструктивно-нелинейные, так как заранее неизвестно, с каким из грунтов — слева ( $K_1$ ) или справа ( $K_2$ ) от сваи — взаимодействует каждый из узлов. Поэтому в электронной модели системы уравнений (4)–(7) должна быть заложена информация о двух вариантах работы каждого узла. На рис. 2 показана электронная модель уравнений (4)–(7), синтезированная методом активного инверсного одно- и двукратного дублирования неизвестных. Она содержит цепочку резисторов, в узлах которых отрабатываются напряжения, эквивалентные перемещениям узлов сваи, суммирующие устройства, выполненные на дифференциальных (двухвходных) операционных усилителях, нелинейные устройства, для которых

$$\frac{R_0}{R_1} = \frac{1}{2}; \quad \frac{R_0}{R_2} = 3; \quad \frac{R_0}{R_6} = 2; \quad \frac{R_4}{R_3} = \frac{K_1 h^4}{EI}; \quad \frac{R_5}{R_3} = \frac{K_2 h^4}{EI}. \quad (8)$$

Устройство для моделирования сваи, расположенной на стыке грунтов с различными характеристиками, впервые предложено в работе [3]. Это устройство содержит обычные диоды для модели-

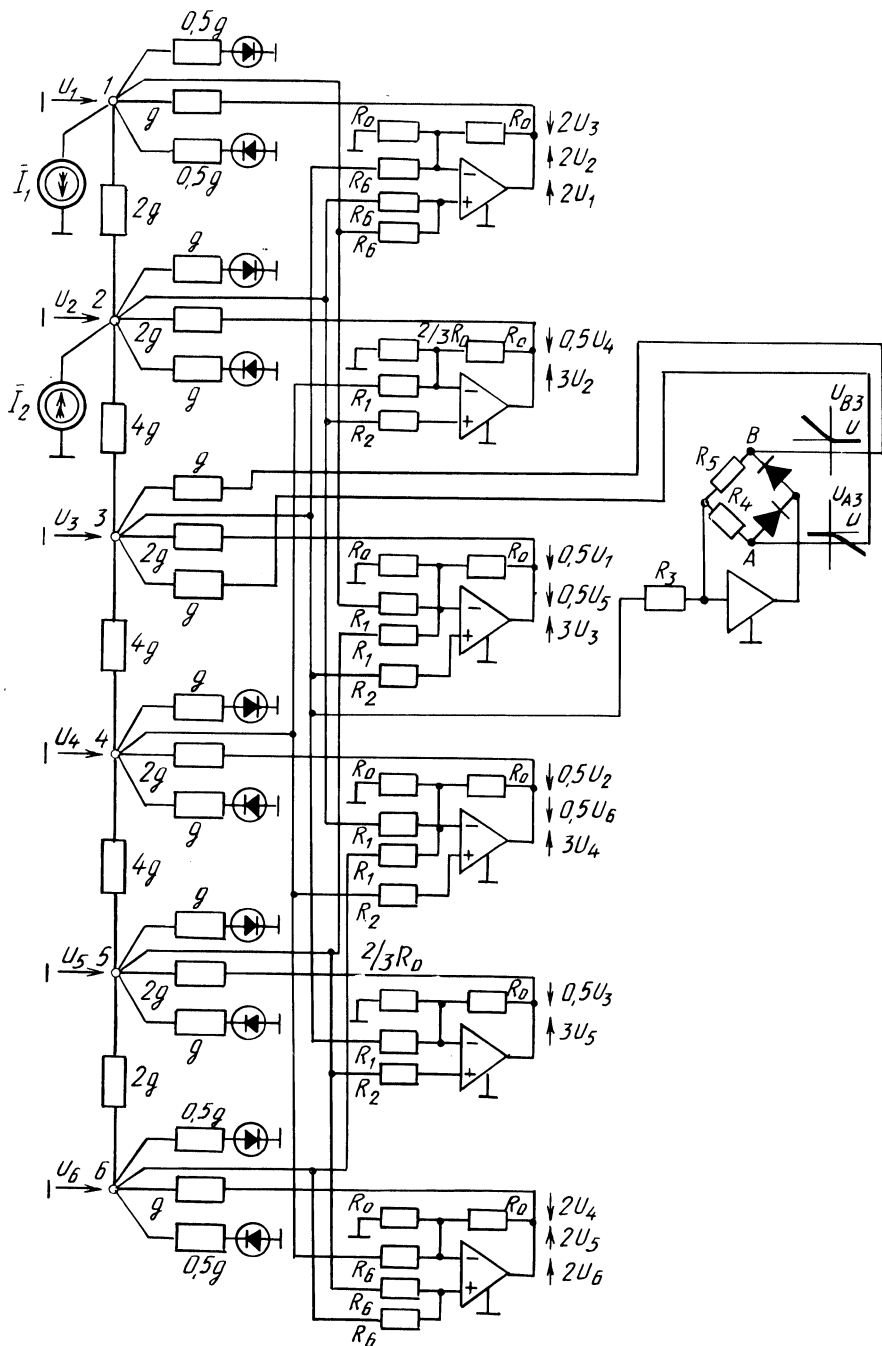


Рис. 2. Электронная модель конструктивно нелинейных конечно-разностных уравнений для расчета свай.

рования конструктивной нелинейности рассчитываемой системы. Такие диоды не имеют идеальных характеристик, что может привести к некоторым погрешностям при электро моделировании. Схема, показанная на рис. 2, не имеет этого недостатка. Для моделирования конструктивной нелинейности она содержит нелинейные устройства, выполненные по схеме идеального диода [ 2] . На рис. 2 показано только одно нелинейное устройство для узла 3. Для остальных узлов модели используются точно такие же идеальные диоды, которые подключаются к двум крайним горизонтально расположенным проводимостям (подключение их условно показано в виде источника эдс с диодом внутри). Если узел свай взаимодействует с грунтом слева от свай, то напряжение  $U_B$  равно нулю (узел свай оторвался от грунта справа), а

$$U_{A3} = -U_3 \frac{R_4}{R_3}. \quad (9)$$

При взаимодействии узла свай с грунтом, расположенным справа от нее, напряжение  $U_A$  равно нулю (что моделирует отрыв узла свай от грунта слева), а

$$U_{B3} = -U_3^- \frac{R_5}{R_3}, \quad (10)$$

где  $U_3^-$  — напряжение, моделирующее перемещение узла 3 вправо (оно противоположно по знаку напряжению  $U_3$ ).

Резисторы, подключаемые одним концом к инвертирующему входу дифференциальных усилителей, а вторым — к шине нулевого потенциала, необходимы для выполнения условия равенства суммарных проводимостей внешних цепей, присоединенных соответственно к инвертирующему и неинвертирующему входам усилителя [ 2] .

Устройство на рис. 2 определяется следующими уравнениями электрического тока (для узлов 1—6):

$$\begin{aligned} & (2g + 0,5g + g + 0,5g - g 2)U_1 - (2g + g 2)U_2 + g 2U_3 + \\ & + U_{(A,B)1} 0,5g = -\bar{I}_1; \\ & -2gU_1 + (2g + g + g + 2g + g + 4g - 2g 3)U_2 - 4gU_3 + \\ & + 2g \frac{1}{2}U_4 + U_{(A,B)2} g = \bar{I}_2; \\ & 2g \frac{1}{2}U_1 - 4gU_2 + (4g + g + 2g + g + 4g - 2g 3)U_3 - \\ & - 4gU_4 + 2g \frac{1}{2}U_5 + U_{(A,B)3} g = 0, \\ & 2g \frac{1}{2}U_2 - 4gU_3 + (4g + g + 2g + g + 4g - 2g 3)U_4 - \\ & - 4gU_5 + 2g \frac{1}{2}U_6 + U_{(A,B)4} g = 0, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
& 2g \frac{1}{2} U_3 - 4g U_4 + (4g + g + 2g + g + g + 2g - 2g \cdot 3) U_5 - \\
& - 2g U_6 + U_{(A,B)5} g = 0, \\
& g 2U_4 - (2g + g \cdot 2) U_5 + (2g + 0,5g + g + 0,5g - g \cdot 2) U_6 + \\
& + U_{(A,B)6} 0,5g = 0.
\end{aligned}$$

Разделим уравнения (11) на  $g$ . Тогда полученные выражения и уравнения (4)–(7) будут эквивалентны при условиях (8)–(10) и следующих условиях:

$$y_i = \gamma_u U_i, \quad \bar{I}_1 = \frac{g}{\gamma_u} \frac{P h^3}{EI} (3 + 2x), \quad \bar{I}_2 = \frac{g}{\gamma_u} \frac{P h^3}{EI} x,$$

где  $\gamma_u$  — масштабный множитель;  $U_i$  — потенциал  $i$ -го узла ( $i = 1 - 6$ ) цепи резисторов.

После набора задачи на машине (например, на установке ЭМСС-7М с добавленным блоком усилителей постоянного тока) и ввода источников тока  $\bar{I}_1$  и  $\bar{I}_2$ , моделирующих внешнюю нагрузку, происходит мгновенное решение задачи: выбор рабочей расчетной схемы, соответствующей заданной нагрузке, и отработка узловых напряжений, эквивалентных искомым перемещениям сечений сваи. На рис. 1 число участков, на которые разбивалась свая, равно пяти, что не принципиально. Число этих участков может быть произвольным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Пухов Г.Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. — Киев: Наук.думка, 1967. — 480 с. 2. Овсянко В.М. Синтез электронных моделей деформируемых объектов. — Минск: Наука и техника, 1982. — 336 с. 3. А.с. 622120 (СССР). Устройство для моделирования сваи в грунте/В.М.Овсянко. — Оpubл. в Б.И., 1978, № 32.

УДК 624.072:681.3

С.П.ПИСАРИК (БПИ)

### ЭЛЕКТРОННАЯ МОДЕЛЬ КРУГОВОГО КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА

С целью расширения возможностей аналоговой вычислительной техники при решении сложных задач строительной механики необходимо иметь широкую гамму электронных схем-аналогов различных конечных элементов, на которые может быть расчленен объект моделирования. В работе [1] описано большое количество схем-аналогов всевозможных конечных элементов. Однако электронная