УДК 51-519.6.

Один метод решения нелинейных систем уравнений

Ширко Д. Ю., студент
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь
Научный руководитель: к.т.н., доцент, проффесор Воронова Н. П

Аннотация:
В материале доклада рассмотрен метод решения произвольной нелинейной системы уравнений. Произвольная нелинейная система уравнений вначале представлена в векторной формуле, а затем решена численным методом с использованием формулы последовательных приближений.

Рассмотрим произвольную нелинейную систему уравнений

$$\begin{cases} F_1\left(x_1,...,x_n\right)=0, \\ F_n\left(x_1,...,x_n\right)=0, \end{cases}$$

Которую можно представить в векторной форме

$$\overline{F}(\overline{x})=0, \tag{1}$$

где, $\overline{x}=\left(x_1,...,x_n\right)$, $\overline{F}=\left(F_1,...,F_n\right)$ [1].

Построим ряд последовательных приближений решения системы (1) согласно формуле [2]

$$x_i^{(k+1)}-x_i=\sum_{j=1}^{n}\left(x_j^{(k)}-x_j\right)\cdot\frac{\partial F_j\left(M\right)}{\partial x_j},$$

Где M – точка, лежащая между $x_i^{(k+1)}$ и X. Сходимость итераций исследуется на основании свойств матрицы $\left(\dfrac{\partial F_i}{\partial x_i}\right)$.

В случае $n = 2$ нулевое приближение можно найти графически, построив графики функций $F_1(x_1, x_2) = 0$, $F_2(x_1, x_2) = 0$ и визуально определив их точку пересечения. Процесс нахождения решения системы (1) заканчивается, когда выполняется условие [3]

$$T = \sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i^{(k)} - x_i^{(k+1)}\right)^2} < \varepsilon\,. \tag{2}$$

По предложенному методу написана программа со входными параметрами: x_0 – массив размерности n, содержащий начальное приближение; F – имя программы; eps – погрешность приближения; k – количество итераций; T – код завершения (T = 0 – нормальное завершения; T = 1 – нарушается условие монотонного убывания величины T, т.е. программа считает нарушенным условие сходимости).

Решим предложенным методом систему уравнений

$$\begin{cases} \ln\left(y/z\right) + 1 - x = 0, \\ 10z^2 - 10y - 20x^2 + 4 = 0, \\ xy - 20z + 40 = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Преобразуем систему (3) к виду

$$
\begin{cases}
x = \ln\left(y/z \right) + 1, \\
y = 0,4 + z^2 - 2x^2, \\
z = 2 + 0,05xy.
\end{cases}
\tag{4}
$$

В качестве нулевого приближения выберем точку x = 1, y = 2.4, z = 2. Далее по программе проводится вычисление правых частей системы (4), проверка условий сходимости, на основании (2) проверка достижения точности т.д.

В результате пяти итераций получим решение системы x = 1.1132, y = 2.3718, z = 2.1365.

Алгоритм реализован программой SISTEM (*n, x0, F, eps, k, T*)

Список использованных источников

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. О. Жидков, Г. М. Кобельников. – М.,1987.
2. Самарский, А. А., Гулин, А. В. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М., 1989.
3. Воронова, Н. П. Математическое моделирование энергосберегающих технологий нагрева, сушки, термообработки: монография / Н. П. Воронова – Мп. : БНТУ, 2006. – 86с.