

Ревтович В.Н., Холтобина Н.И., Чернявская С.В.
Белорусский национальный технический университет

Решению нестандартных задач в средней школе посвящено большое количество литературы, однако тема эта неисчерпаема. Она по-прежнему вызывает многочисленные вопросы, интересна как учителям, которые готовят школьников к олимпиадам, так и самим учащимся.

Мы рассматриваем методы решения алгебраических задач, которые можно интерпретировать геометрически. Например, системы алгебраических уравнений, неравенства, задачи на нахождение наибольшего или наименьшего значения выражения, которые затруднительно решить классическими методами, хотя такие решения возможны.

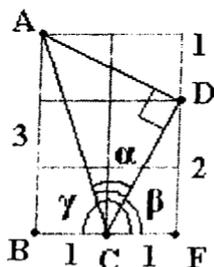
Суть геометрического подхода состоит в замене алгебраического объекта его геометрическим аналогом.

В качестве примера приведем задание по нахождению суммы трех арктангенсов. Алгебраическое решение задачи достаточно громоздкое. Использование геометрической интерпретации позволяет решить задачу гораздо быстрее, практически устно, т. к. иллюстрирует ее наглядно. Основная идея здесь состоит в удачной компоновке нескольких прямоугольных треугольников в одной фигуре.

Пример. Вычислить значение выражения $\arctg 1 + \arctg 2 + \arctg 3$.

Решение:

Пусть $\arctg 1 = \alpha$; $\arctg 2 = \beta$; $\arctg 3 = \gamma$. Рассмотрим следующую геометрическую интерпретацию задачи. Рассмотрим три треугольника, составленные в единую фигуру так, как оказано на рисунке.



Так как $AC = \sqrt{10}$; $AD = CD = \sqrt{5}$,

то $AD^2 + CD^2 = AC^2$ и треугольник ACD прямоугольный и равнобедренный.

Поэтому угол $ACD = 45^\circ = \alpha$. Из рисунка следует, что $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

Ответ: 180° .

В заключение отметим, что рассмотренный пример иллюстрирует лишь один из возможных геометрических подходов к решению алгебраических задач. Отыскание решения нестандартной задачи - процесс непростой, требующий не только серьезных знаний курса школьной математики, но и умения правильно распорядиться ими в непривычной ситуации.