

УДК 669.04: 536.244

НОВАЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАДИАЦИОННОГО ТЕПЛОПЕРЕНОСА ВНУТРИ КОЛЬЦЕВОЙ ПЕЧИ

Докт. техн. наук, проф. ТИМОШПОЛЬСКИЙ В. И., канд. физ.-мат. наук GERMAN M. J.,
канд. техн. наук, доц. АНДРИАНОВ Д. Н., канд. техн. наук, доц. ТРУСОВА И. А.,
канд. техн. наук КАБИШОВ С. М.

Точный расчет тепло- и массопереноса в технологических процессах приводит к повышению качества продукции, снижению стоимости и увеличению функциональных возможностей изделий, а также улучшению экологической обстановки и сбережению материальных и энергетических ресурсов. Учитывая значительную роль радиационной составляющей в суммарном теплообмене, можно сделать вывод о необходимости корректного расчета характеристик переноса излучения, особенно при нагреве стальных заготовок цилиндрического и прямоугольного сечений в кольцевой печи с вращающимся подом до температур порядка 1200 °С.

Физико-математическая модель переноса излучения в рабочем пространстве кольцевой печи с подвижным подом. Сложность расчета характеристик переноса излучения в селективно излучающих, поглощающих и рассеивающих средах связана с необходимостью учета многократных процессов переизлучения, рассеяния излучения на частицах твердой фазы, селективности излучения газовых компонент, неоднородности температуры и сложной конфигурации излучающего объема. Успешное определение характеристик лучистого теплообмена в значительной мере зависит от корректности решения уравнения переноса излучения [1, 2], на котором базируются практически все теоретические исследования. При условии локального термодинамического равновесия названное уравнение выражает закон сохранения лучистой энергии при ее распространении в поглощающей, излучающей и рассеивающей средах и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \bar{l}\nabla I_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l}) + (\chi_{\lambda}(\bar{r}) + \sigma_{\lambda}(\bar{r}))I_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l}) = \\ = \chi_{\lambda}(\bar{r})B_{\lambda}(T(\bar{r})) + \frac{\sigma_{\lambda}(\bar{r})}{4\pi} \int_{4\pi} p_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}')I_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l}')d\Omega', \end{aligned} \quad (1)$$

где $I_{\lambda}(\bar{r}, \bar{l})$ – спектральная интенсивность излучения в точке \bar{r} в направлении \bar{l} ; $\chi_{\lambda}(\bar{r})$, $\sigma_{\lambda}(\bar{r})$ – спектральные коэффициенты поглощения и рас-

сеяния соответственно; $B_\lambda(T)$ – спектральная интенсивность излучения черного тела при температуре T ; $p_\lambda(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}')$ – индикатриса рассеяния излучения при его взаимодействии с элементарным объемом среды.

Граничные условия к (1) определяются процессами излучения и отражения на граничных поверхностях и в общем виде могут быть записаны в форме [2]

$$I_\lambda(P, \bar{l}) \Big|_{(\bar{l}n) < 0} = I_{0\lambda}(P, \bar{l}) + \frac{1}{\pi} \int_{2\pi} \rho_\lambda(P, \bar{l}, \bar{l}') I_\lambda(P, \bar{l}') (\bar{l}'n) d\Omega', \quad (2)$$

где $\rho_\lambda(P, \bar{l}, \bar{l}')$ – спектральный коэффициент отражения границы; $I_{0\lambda}(P, \bar{l})$ – спектральная интенсивность собственного или пропущенного извне излучения в точке P границы; \bar{n} – внешняя нормаль к границе.

На основе рассчитанного из (1), (2) поля интенсивностей излучения определяются еще две энергетические величины, необходимые для последующего вычисления температуры печной среды, футеровки печи и динамики нагрева стальных заготовок:

- объемная плотность радиационных источников/стоков теплоты в каждой точке печной среды

$$\operatorname{div} \bar{Q}_r = \int_0^\infty \chi_\lambda(\bar{r}) \left(4\pi B_\lambda(T(\bar{r})) - \int_{4\pi} I_\lambda(\bar{r}, \bar{l}) d\Omega \right) d\lambda;$$

- локальные плотности результирующего радиационного потока на тепловоспринимающие поверхности печи (футеровка и поверхности стальных заготовок)

$$q_w^r(P) = \int_0^\infty \varepsilon_\lambda \left(\int_{2\pi} I_\lambda(P, \bar{l}) (\bar{l}n) d\Omega - \pi B_\lambda(T_w(P)) \right) d\lambda.$$

В настоящей работе для расчета характеристик радиационного теплообмена в рабочем пространстве кольцевой печи с подвижным подом предлагается при численном решении уравнения переноса (1), (2) использовать его кусочно-аналитические решения. Как показали результаты применения этого подхода для решения ряда практических задач [1, 3, 4], он свободен от многих недостатков, присущих другим методам, и обладает рядом достоинств, позволяющих существенно расширить круг решаемых задач, связанных с переносом энергии излучением. Данный метод, обеспечивая более высокую точность и скорость решения, требует для своей реализации значительно меньше вычислительных ресурсов.

Основой предлагаемого метода [5] является комбинация метода дискретных ординат [6, 8] и метода трассировки луча [4, 7] – интенсивность излучения определяется вдоль траектории луча с учетом оптических и геометрических свойств среды и граничной поверхности путем использования кусочно-аналитических решений уравнения (1). Для пространственной дискретизации расчетной области используется идеология метода конечных элементов [8, 9], что позволяет описывать сложные конфигурации и сохранять совместимость с расчетными схемами для других механизмов

переноса энергии. В результате дискретизации получается некоторое число элементов разбиения N_e и узлов N_p , в которых рассчитываются интенсивности излучения.

Далее согласно методу дискретных ординат выделяются $N_d = 2 + N_\varphi N_\theta$ направлений распространения излучения. Здесь N_φ и N_θ – количество рассматриваемых направлений в горизонтальной ($0 \leq \varphi \leq 2\pi$) и вертикальной ($0 \leq \theta \leq \pi$) плоскостях соответственно. Для каждого выбранного направления ($k = 1 \dots N_d$) уравнение (1) можно записать в виде:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{l}_k} I(\bar{r}, \bar{l}_k) + \alpha(\bar{r}) I(\bar{r}, \bar{l}_k) = Y^k; \quad Y^k = \chi B + \frac{\sigma}{4\pi} S^k(\bar{r}), \quad (3)$$

где $\alpha = \chi + \sigma$ – коэффициент полного ослабления среды; $\bar{l}_k = \sin\theta_k \cos\varphi_k \vec{i} + \sin\theta_k \sin\varphi_k \vec{j} + \cos\theta_k \vec{k}$; S^k – интегральный член (1), который аппроксимируется квадратурной формулой Гаусса [10] в каждом узле расчетной области ($i = 1 \dots N_p$);

$$Q_p^j \cong \sum_{m=1}^{N_\theta} A_m \sum_{j=1}^{N_\varphi} (I_i^p \mathfrak{G}(\bar{l}_p, \bar{n}_i) + I_i^{p+1} \mathfrak{G}(\bar{l}_{p+1}, \bar{n}_i)) |\Delta\varphi|; \quad Q_p^i \cong \sum_{k=1}^{N_d} A_k I_i^k \mathfrak{G}(\bar{l}_k, \bar{n}_i), \quad (4)$$

где A_m – веса квадратурной формулы Гаусса.

Функция $\mathfrak{G}(\bar{l}_p, \bar{n}_i)$ определяется выражением

$$\mathfrak{G}(\bar{l}, \bar{n}) = \begin{cases} \bar{l} \bar{n}, & \bar{l} \bar{n} \geq 0; \\ 0, & \bar{l} \bar{n} < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Индикатриса рассеяния $p(\bar{r}, \bar{l}_k, \bar{l}_m)$ обычно выражается через полиномы Лежандра [2, 7]

$$p(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}') = \sum_{n=0}^N (2n+1) a_n P_n(\bar{r}, \bar{l} \bar{l}'). \quad (6)$$

Заметим, что для многих случаев переноса излучения ее можно использовать в приближении [2]

$$p(\bar{r}, \bar{l}, \bar{l}') = a(\bar{r}) [1 - 4\pi\delta(\bar{l} \rightarrow \bar{l}')],$$

где a – удвоенная доля рассеяния излучения назад при его взаимодействии с элементарным объемом среды.

После разбиения расчетной области на конечные элементы и выбора направлений распространения излучения рассматривается задача трассировки луча. Интенсивность излучения в точке P_i определяется вкладом всех элементов объема на пути луча от граничной точки P_0 , в которой интенсивность излучения известна, до этой точки. Формально выражение для искомой интенсивности излучения с учетом (3) можно представить в виде [2]

$$I(P_i) = I(P_0) T(P_0, P_i) + \int_{P_0}^{P_i} Y(s) T(S, P_i) ds, \quad (7)$$

где $T(A, B) = \exp\left(-\int_A^B \alpha(s) ds\right)$ – пропускание вдоль пути луча.

Решение (7) является суперпозицией решений для участков трассы внутри каждого элемента. Расчетные формулы для вычисления (7) внутри элементов строятся исходя из особенностей конкретной задачи. Точность интерполяции коэффициента ослабления $\alpha(s)$ и функции источников $Y(s)$ выбирается в зависимости от степени неоднородности среды. Так, в случае линейной интерполяции выражение для $I(P_{k+1})$ можно записать следующим образом:

$$I(P_{k+1}) = \begin{cases} \left(I(P_k) - \frac{Y_k}{\tilde{\alpha}} + \frac{Y_{k+1} - Y_k}{\tilde{\alpha}^2 \Delta_k} \right) e^{-\tilde{\alpha} \Delta_k} + \frac{Y_{k+1}}{\tilde{\alpha}} - \frac{Y_{k+1} - Y_k}{\tilde{\alpha}^2 \Delta_k}, & \tilde{\alpha} \Delta_k \geq 10^{-5}; \\ I(P_k) + \frac{\Delta_k}{2} (Y_{k+1} + Y_k), & \tilde{\alpha} \Delta_k < 10^{-5}, \end{cases} \quad (8)$$

где $\Delta_k = |P_k, P_{k+1}|$ – длина участка трассы внутри элемента; $\tilde{\alpha} = (\alpha_{k+1} + \alpha_k)/2$.

Предложенный метод в некотором смысле подобен методу прямого физического моделирования Монте-Карло, но в отличие от него для определения искомых величин используется не статистический, а детерминистский подход. Причем он позволяет решать все задачи, которые реализуются методом Монте-Карло, при существенном сокращении времени счета, особенно для оптически толстых сред.

Важную роль при расчете радиационного нагрева играет точность определения спектрального коэффициента поглощения печной среды. В состав продуктов сгорания природного газа входят молекулярные газы (CO , CO_2 , H_2O , SO_2 и др.), которые являются оптически активными в инфракрасной области спектра. Расчет излучательной способности смеси этих газов методом «линия за линией» [11] требует больших затрат машинного времени, что совершенно не пригодно для инженерных и диагностических расчетов. Трудности такого расчета связаны с необходимостью выбора очень малых спектральных интервалов ($10^{-4} \dots 10^{-2} \text{ см}^{-1}$). В связи с этим при расчетах выбирают спектральный интервал, содержащий несколько линий, и затем описывают в нем спектроскопические свойства газов на основе модельных представлений.

Наиболее распространенными являются модели Эльзассера и Гуди, а также различные их комбинации. В модели Эльзассера принимается бесконечный набор равноудаленных друг от друга линий одинаковой интенсивности, а статистическая модель Гуди предполагает случайное распределение положений и интенсивности спектральных линий. В [11] проводится тестирование указанных выше моделей на точность в спектральном диапазоне $150 \dots 8000 \text{ см}^{-1}$ и интервале температур $300 \dots 1500 \text{ К}$. Авторы проводят контрольный расчет спектральных свойств углекислого газа и паров воды методом «линия за линией» и сравнивают с результатами расчета, проведенного на основе модельных представлений. Сопоставление показана

ло, что для однородного слоя и характерных для печного пространства физических условий наилучшее приближение дает статистическая модель Гуди.

В случае неоднородного распределения молекулярных газов по плотности и температуре задача расчета их излучательной способности усложняется. В настоящее время для этих целей широко используется метод, предложенный независимо Куртисом [12] и Годсоном [13]. Суть его состоит в замене пропускания вдоль неоднородного пути на пропускание вдоль гипотетического однородного слоя. При этом константы, определяющие пропускание гипотетического слоя, выбираются из условий совпадения указанных пропусканий в приближениях сильной и слабой линий [14]. Многочисленные результаты, полученные с помощью метода Куртиса – Годсона, и их сопоставление с экспериментальными данными и результатами метода «линия за линией» [11] показывают, что это приближение вполне удовлетворительно для лоренцовского контура спектральных линий при отсутствии сильных неоднородностей в излучающем объеме.

Однако для задач моделирования печей с целью определения оптимального режима их работы, где одним из важных показателей является время счета, указанные методы расчета излучательных способностей смеси молекулярных газов являются малоэффективными. С этой точки зрения больше подходит методика [2], согласно которой вычисление суммарного коэффициента поглощения газовой фазы топочной среды проводится по формуле

$$\chi(\lambda, T) = \frac{0,3}{t^2} \sum_{i=1}^{N_g} p_i(\vec{r}) \exp \left[A_i(\lambda) + \frac{B_i(\lambda)}{t} + \frac{C_i(\lambda)}{t^2} \right], \quad (9)$$

где $t = 0,001T$; $p_i(\vec{r})$ – парциальное давление i -го газа в смеси; $A_i(\lambda)$, $B_i(\lambda)$, $C_i(\lambda)$ – эмпирически подобранные коэффициенты.

Эта формула получена на основе анализа многочисленных экспериментальных данных [15] и применима в диапазоне температур 300...3000 К, а ошибки аппроксимации не превышают 10 %. В [2] приведены коэффициенты A , B и C только для газов CO , CO_2 и H_2O , которые вносят основной вклад в излучение газовой фазы топочной среды. Расчет по (9) требует незначительных затрат машинного времени [3, 6]. В дальнейшем в работе расчет коэффициентов поглощения газовой смеси будет проводиться по описанной методике.

При использовании (9) следует помнить, что в случае равенства нулю всех трех коэффициентов коэффициент поглощения тоже равен нулю. Отметим также, что для заданной длины волны излучения λ следует интерполировать не сами коэффициенты формулы (9), а показатели поглощения, рассчитанные на соседних табличных значениях длины волны (рис. 1).

Среднеинтегральный по спектру (серый) коэффициент поглощения печной среды определяется формулой

$$\tilde{\chi} = \pi \int_0^{\infty} \chi_{\lambda} B_{\lambda}(T) d\lambda / \sigma_0 T^4, \quad (10)$$

где $B_{\lambda}(T)$ – спектральная интенсивность излучения черного тела при температуре T ; $\sigma_0 = 5,68 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$ – постоянная Стефана – Больцмана.

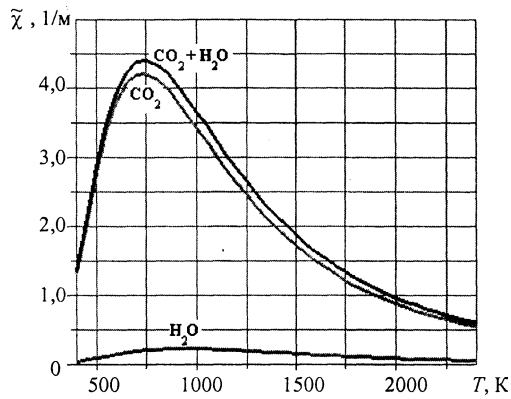


Рис. 1. Среднеинтегральный коэффициент поглощения газов H_2O и CO_2 и их смеси

Температурная зависимость серого коэффициента поглощения печной среды для среднего состава дымовых газов ($p_{\text{H}_2\text{O}} = 0,11$ и $p_{\text{CO}_2} = 0,13$) приведена на рис. 1, из которого видно, что для интересующих нас температур кольцевой печи 800...1300 °С серый коэффициент поглощения печной среды больше 1. Следовательно, с учетом геометрии печи (высота свода $h = 1,5$ м и ширина пода $b = 3,5$ м) минимальная оптическая толщина $\tau_b > 1,5$ и соотношение оптических толщин по ширине и высоте печи $\delta = \frac{\tau_b}{\tau_h} = 3,5$.

Исходя из этого можно сделать вывод о достаточности рассмотрения переноса излучения в 2 – D постановке (ошибка по потоку не превышает 2 %), полагая ширину пода печи бесконечной. При этом боковая футеровка печи не будет рассматриваться при определении радиационных потоков теплоты на стальные заготовки и расчетная схема процесса нагрева стальных заготовок и распространения излучения в кольцевой печи будет такой, как на рис. 2. Это существенно сокращает время расчета и упрощает математическую модель сопряженного теплообмена в пространстве кольцевой печи при нагреве стальных заготовок круглого и квадратного сечений (рис. 2).

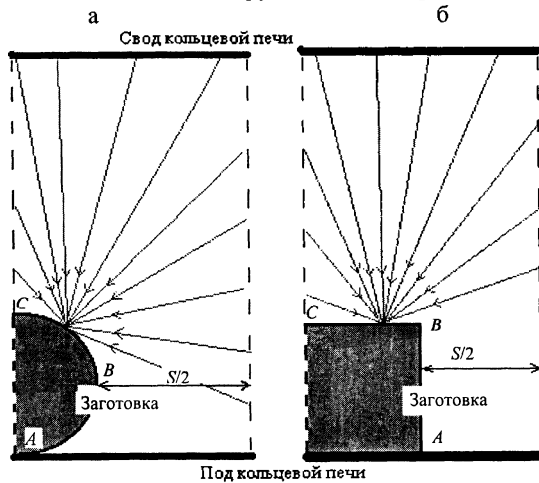


Рис. 2. Расчетная схема для определения плотности радиационных потоков на поверхности стальной заготовки и футеровки печи (S – расстояние между заготовками)

С помощью разработанной математической модели и компьютерной программы для расчета характеристик переноса излучения в пространстве кольцевой печи с учетом геометрии сечения стальных заготовок проведены расчеты характеристик переноса излучения в пространстве кольцевой печи.

На рис. 3 приведены осредненные по поверхности заготовки плотности спектральных радиационных потоков на поверхность металла $Q_p^s = \int_{ABC} Q_p(l) dl / \int_{ABC} dl$ круглого и квадратного сечений (диаметр или сторона квадрата $d = 0,3$ м) соответственно при различной температуре поверхности заготовок и следующих параметрах печи: температура дымовых газов $T_r = 1250$ °С, температура пода и свода печи $T_{п} = 1200$ °С и $T_c = 1240$ °С, высота свода $H = 1$ м. Степень черноты футеровки выбиралась равной 0,75, металла – в зависимости от температуры его поверхности:

$T_m, \text{°C}$	0	500	800	1200
ϵ	0,5	0,6	0,8	0,9

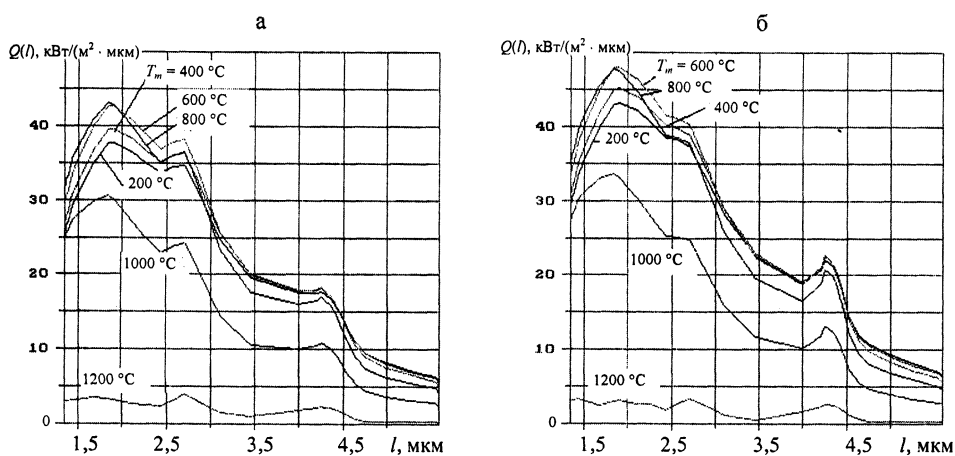


Рис. 3. Спектральная плотность потока излучения на поверхности заготовки с круглым (а) и квадратным (б) сечениями, осредненная по поверхности заготовки (для различных температур заготовки и расстояния между ними $S = 0,1d$)

ВЫВОДЫ

В результате выполненных исследований получена новая физико-математическая модель радиационного теплопереноса внутри кольцевой печи, позволяющая оценить продолжительность и качество нагрева заготовок различной формы и геометрических размеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chandrasekhar S. Radiative Transfer. Dover. – New York, 1960.
2. Адзерихо К. С., Ноготов Е. Ф., Трофимов В. П. Радиационный теплообмен в двухфазных средах. – Мн.: Наука и техника, 1987. – 166 с.
3. Герман М. Л., Бородуля В. А., Ноготов Е. Ф. Тепловой расчет топочной камеры жаротрубного котла с тупиковой топкой // ИФЖ. – 2000. – Т. 73. – № 6. – С. 1191–1201.

4. Влияние оптических свойств отделочных материалов на освещенность помещения / М. Л. Герман, В. П. Некрасов, Е. Ф. Ноготов, Ю. В. Беляев // Нетрадиционные энергоэффективные системы освещения в жилых, общественных и производственных зданиях: Труды науч.-техн. конф. – Мн.: НИПТИС, 1997. – С. 23–26.

5. Герман М. Л., Некрасов В. П., Ноготов Е. Ф. Аналитико-численный метод решения интегродифференциального уравнения переноса излучения в объемах произвольной геометрии // Докл. АН Беларуси. – 1998. – Т. 42. – № 1. – С. 67–73.

6. Герман М. Л. Влияние оптических свойств двухфазной среды и граничной поверхности на радиационный теплообмен в топочных камерах: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / АНБ, АНК «Институт тепло- и массообмена им. А. В. Лыкова». – Мн.: ИТМО. – 1993. – 17 с.

7. Menguc M., Manickavasagam S. Inverse Radiation Problem in Axisymmetric Cylindrical Media // Journal of Thermophysics and Heat Transfer. – 1993. – P. 479.

8. Герман М. Л., Некрасов В. П., Ноготов Е. Ф. Численный метод расчета переноса излучения в двухфазных средах сложной геометрии // Докл. АН Беларуси. – 1996. – Т. 40. – № 3. – С. 122–126.

9. Zienkiewicz O. C. The Finite Element Method in Engineering Science. – Mc.GRAW HILL London, 1971.

10. Lowan A. N., Davids N., Levenson A. Table of the Zeros of the Legendre Polynomials of Order 1–16 and the Weight Coefficients for Gauss Mechanical Quadrature Formula, Bull. of Amer. Math. Soc., 1942, Vol. 48. – P. 739–742.

11. Soufiani A., Hartmann J. M., Taine J. Validity of Band-Calculations for CO₂ and H₂O Applied to Radiative Properties and Conductive-Radiative Transfer // JQSRT. – 1975. – Vol. 33. – № 3. – P. 243–257.

12. Curtis A. R. A Statistical Model for Water-Vapour Absorption // Quart. J. Rog. Meteorol. Soc. – 1952. – Vol. 78. – № 338. – P. 638–640.

13. Godson W. L. The Evaluation of Infrared Radiative Flux due to Atmospheric Water Vapour // Quart. J. Rog. Meteorol. Soc. – 1953. – Vol. 79. – № 346. – P. 367–376.

14. Гуди Р. М. Атмосферная радиация. – М.: Мир, 1966. – 522 с.

15. Ferriso C. C., Ludvig C. B., Thompson A. L. Empirically Determined Infrared Absorption Coefficients of H₂O from 300 to 3000 K // JQSRT. – 1966. – Vol. 6. – № 3. – P. 241–275.

Представлена

Президиумом НАН Беларуси

Поступила 15.10.2004

УДК 699.86:621

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ИЗОЛИРОВАННОГО САМОКОМПЕНСИРУЮЩЕГОСЯ ТЕПЛОФИКАЦИОННОГО ТРУБОПРОВОДА

**Канд. техн. наук, доц. СЕДНИН В. А., инж. АБРАЖЕВИЧ С. И.,
докт. техн. наук МЕЛЕШКО И. Н.**

*Белорусский национальный технический университет,
Белорусско-германское совместное предприятие «Бел-Изолит»*

При действии по торцам винтовой трубы (далее – бруса) силы сжатия и скручивающего момента, возникающими при нагревании трубы сетевой водой, материал винтового бруса работает одновременно на изгиб, кручение, сжатие и срез, так как в поперечном сечении полого бруса возникают изгибающий и крутящий моменты, продольная и поперечная силы. При