



*There is given the analysis of the task solution of counterflow heat exchange at heating of solids of classic form taking into account non-linearities of I and II type. As a mathematical apparatus there is used "the method of equivalent sources of energy".*

Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, ДГТУ,  
В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, БНТУ,  
А. П. ОГУРЦОВ, Ю. Н. ЗИНЧЕНКО, ДГТУ,  
О. В. ДУБИНА, Э. О. ЦКИТИШВИЛИ, ДМК им. Ф.Э.Дзержинского,  
С. М. КОЗЛОВ, П. Э. РАТНИКОВ, БНТУ

УДК 669.046:536.12:518.61

## АНАЛИЗ ТЕМПЕРАТУРНОГО СОСТОЯНИЯ МАССИВНОГО ПЛОСКОГО СЛИТКА В УСЛОВИЯХ РАДИАЦИОННОГО ПРОТИВОТОКА

Интерес к изучению процесса нагрева материалов в условиях противоточного теплообмена объясняется его широким применением в металлургии (нагрев шихты в доменных печах, нагрев слитков и заготовок в проходных печах, охлаждение агломерата и окатышей на охладителях шахтного типа, тушение кокса в УСТК и др.). Разработке методик расчета подобных процессов посвящены многие работы (например, [1–3]). Проведенный анализ [4] состояния проблемы показал, что большинство существующих исследований противоточного теплообмена основывается на ряде упрощающих предпосылок, наиболее существенными из которых являются пренебрежение тепловой инерцией тела; неизменность теплофизических характеристик материалов; наличие лишь конвективного теплообмена с греющей средой.

Первая гипотеза избавляет от необходимости решать дифференциальное уравнение теплопроводности, но разработанные при таком упрощении расчетные методики пригодны лишь для термически тонких тел. Для исследования противоточного теплообмена массивных тел без решения соответствующей краевой задачи теплопроводности уже не обойтись. Вторая и третья гипотезы делают математическую модель линейной, что позволяет применить к решению соответствующей задачи известные точные методы математической физики. Однако эти решения приемлемы для фильтрационных (слоевых) процессов, где доля конвективного теплообмена преобладающая. Для исследования же процессов противоточного теплообмена массивных слитков в методических печах они мало пригодны, так как теплота к металлу передается с преобладающим участием радиации, что в математической модели учитывается нелинейными граничными условиями, соответствующими закону Стефана–Больцмана.

Нелинейные краевые задачи теплопроводности точных решений в замкнутой форме не имеют. Поэтому исследователь вынужден пользоваться приближенными методами. В научных исследованиях чаще всего прибегают к численным методам, а для практического применения более приемлемы, на наш взгляд, аналитические методы.

Для решения задач металлургической теплотехники к настоящему времени создан ряд практических методик расчета процессов радиационного нагрева термомассивных тел в режиме прямотока (при постоянной температуре  $T_c$  излучателя), но аналитических решений нелинейных задач противоточного теплообмена (при нестационарной  $T_c(t)$ ) до недавнего времени не существовало. Важность этой проблемы впервые отмечена в работе [5]. Задачу противоточного теплообмена более 40 лет назад поставил А.В. Кавадеров [6] для массивной пластины, построив ее решение на двух вспомогательных функциях, определяемых специальными таблицами, составленными с помощью АВМ (гидростатического интегратора системы Д.В. Будрина). Длительное время это была единственная работа, в которой успешно сделана попытка получить приближенное аналитическое решение задачи противоточного теплообмена термических массивных тел.

В работах [7, 8] получено аналитическое решение задачи противоточного теплообмена при нагреве тел классической формы (пластина, цилиндр, шар) с учетом нелинейностей I (зависимость теплофизических свойств от температуры) и II (нагрев лучисто-конвективным потоком) родов. В качестве математического аппарата использован метод эквивалентных источников (МЭИ), хорошо зарекомендовавший себя при решении многих (линейных и нелинейных) краевых задач теплопроводности при прямооточном теплообмене [9–11].

Вместе с тем представляет интерес сравнение полученных результатов при аналитическом решении задачи противоточного теплообмена [7, 8] с графическими результатами, приведенными в работе [6] при помощи аналоговой вычислительной машины системы Будрина.

Запишем краевую задачу теплообмена для пластины:

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=1} = \text{Sk}[\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)], \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d\theta}{d\tau} = \text{Sk}[\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4(\tau)] n, \quad (3)$$

$$\theta(\rho, 0) = \theta_0 = \theta' = \text{const}, \quad \theta_r(0) = \theta_r^* = 1, \quad (4)$$

где

$$\theta(\rho, \tau) = \frac{T(\rho, \tau)}{T_r^*}; \quad \rho = \frac{r}{R}; \quad \tau = \frac{at}{R^2}; \quad (5)$$

$$\text{Sk} = \sigma_n (T_r^*)^3 R / \lambda; \quad n = \frac{V c}{V_r c_r}.$$

Здесь  $T$ ,  $T_r$  – абсолютные температуры тела и газа, К;  $2R$  – толщина пластины;  $V = AR$  – объем тела ( $A$  – его тепловоспринимающая поверхность, м<sup>2</sup>);  $V_r$  – объем газа, м<sup>3</sup>;  $n$  – отношение водяных чисел;  $T'$ ,  $T_r'$  и  $T''$ ,  $T_r''$  – температуры тела и газа на входе и выходе;  $\lambda$ ,  $a$ ,  $c$  – общепринятые обозначения теплофизических характеристик;  $\sigma_n$  – видимый коэффициент излучения.

В соответствии с МЭИ на первом (инерционном) этапе нагрева ( $0 \leq \tau \leq \tau_0$ ,  $\beta(\tau) \leq \rho \leq 1$ ) температура тела определяется как:

$$\theta_1(\rho, \tau) = \theta' + \Delta\theta(\tau) \left[ \frac{\rho - \beta(\tau)}{l(\tau)} \right]^2; \quad (6)$$

толщина прогретого слоя

$$l(\tau) = l - \beta(\tau) = \sqrt{6\tau}, \quad \tau_0 = l^2/6, \quad l(\tau_0) = l, \quad (7)$$

температурный перепад и температура поверхности

$$\Delta\theta_1(\tau) = \theta_{1n}(\tau) - \theta' = \frac{\tau}{l(\tau)}, \quad \Delta\theta_1(\tau_0) = \frac{1}{6}, \quad (8)$$

$$\theta_{1n}(\tau) = \theta' + \Delta\theta_1(\tau) = \theta' + \sqrt{\tau/6}, \quad \theta_{1n}(\tau_0) = \theta' + \frac{1}{6}, \quad (9)$$

температура газа

$$\theta_{1r}(\tau) = 1 + \frac{n}{3} \Delta\theta_1(\tau) l(\tau) = 1 + n\tau/3, \quad \theta_{1r}(\tau_0) = 1 + \frac{n}{18}. \quad (10)$$

На втором (упорядоченном) этапе ( $\tau_0 \leq \tau \leq \tau_*$ ,  $0 \leq \rho \leq 1$ ) температура тела

$$\theta_2(\rho, \tau) = \theta_{2n}(\tau) - \frac{\text{Sk}}{2} [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)] (1 - \rho^2); \quad (11)$$

температура газа

$$\left. \begin{aligned} \Phi_r(\tau) - \Phi_r^0 &= 4 \frac{1 - n\theta'}{k^2} \text{Sk}(\tau - \tau_0), \\ \Phi_r(\tau) &= \ln \theta_{2r}(\tau) - p \ln [1 - k\theta_{2r}(\tau)] - \frac{1 + k\theta_{2r}}{2k^2\theta_{2r}^2}, \\ k &= \frac{1 - n}{1 - n\theta'}, \quad p = 1 + \frac{4\text{Sk}}{3k^3}; \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

температура поверхности тела

$$\theta_{2n}(\tau) = \frac{1}{2} \left( \sqrt{2a_1/b - b^2} - b \right), \quad (13)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{3}{\text{Sk}}, \quad a_0 = \theta_{2r}^4(\tau) + \frac{a_1}{n} [\theta_{2r}(\tau) - 1 + n\theta'], \\ b &= \sqrt{U+V}, \quad \left. \begin{aligned} U &= 3 \sqrt{\frac{a_1^2}{2} \pm \sqrt{D}}, \quad D = \left( \frac{4a_0}{3} \right)^3 + \left( \frac{a_1^2}{2} \right)^2; \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

температурный перепад

$$\Delta\theta_2(\tau) = \theta_{2n}(\tau) - \theta_2(\tau) = \frac{\text{Sk}}{2} [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)]; \quad (15)$$

температура газа при заданном показателе  $\eta$  степени нагрева  $\theta_n^* = \eta\theta_r^*$

$$\theta_{2r}^{*4} + a_{1r}\theta_{2r}^* = a_{0r}, \quad a_{1r} = \frac{3(1 - n\eta)}{n(1 - \eta^4)\text{Sk}}, \quad a_{0r} = \frac{a_{1r}(1 - n\theta')}{1 - n\eta}. \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta_{2r}^* &= \frac{1}{2} \left( \sqrt{2a_1/b_r - b_r^2} - b_r \right), \\ b_r &= \sqrt{U_r + V_r}, \quad \left. \begin{aligned} U_r &= 3 \sqrt{\frac{a_{1r}^2}{2} \pm \sqrt{D_r}}, \quad D_r = \left( \frac{4a_{0r}}{3} \right)^3 + \left( \frac{a_{1r}^2}{2} \right)^2; \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

время нагрева до заданной температуры  $\theta_n^* = \eta\theta_r^*$

$$\tau_* = \tau_0 + \frac{k^2(\Phi_r^* - \Phi_r^0)}{4(1 - n\theta')\text{Sk}}. \quad (18)$$

На основании полученного аналитического решения (6)–(18) проведены исследования динамики изменения функций  $\theta_r(\tau)$ ,  $\theta_n(\tau)$ ,  $\Delta\theta(\tau)$  в процессе нагрева в зависимости от определяющих параметров  $\text{Sk}$ ,  $n$ ,  $\theta_0 = \theta'$ .

Результаты расчетов приведены на рис. 1–3. Для сравнения даны графики, полученные в работе [6] при помощи аналоговой вычислительной машины системы Будрина. На рис. 4 изобра-

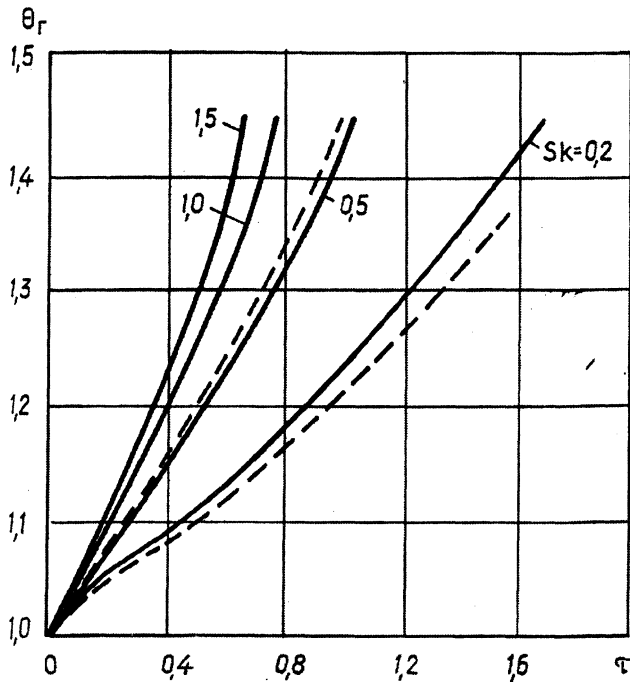


Рис. 1. Изменение температуры газа  $\theta_g(\tau)$  в зависимости от критерия Sk при  $n = 0,8$  и  $\theta_0 = 0,5$ : — МЭИ; - - - АВМ [6]

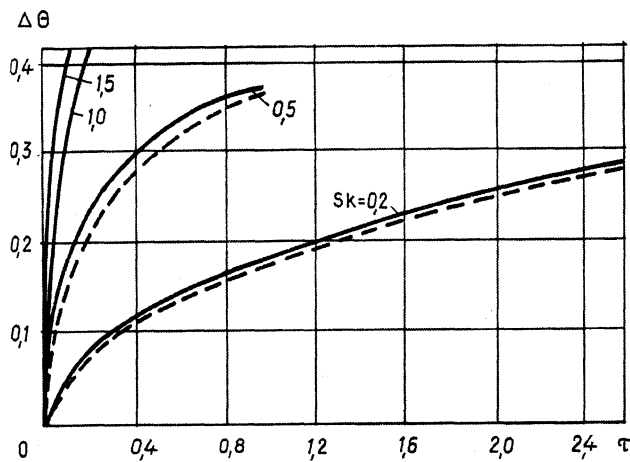


Рис. 3. Изменение температурного перепада  $\Delta\theta(\tau)$  в зависимости от критерия Sk при  $n = 0,8$  и  $\theta_0 = 0,5$ : — МЭИ; - - - АВМ [6]

жена функция распределения  $F(\rho) = 1 - [\theta_{II} - \theta(\rho)] / [\theta_{II} - \theta_{II}]$  для двух моментов времени, относящихся к инерционному ( $\tau = 0,1$ ) и упорядоченному ( $\tau = 0,4$ ) этапам нагрева пластины.

Сопоставление с данными АВМ показывает, что предложенное аналитическое решение задачи противоточного теплообмена массивных тел в условиях радиации дает результаты достаточной для практики точности. Некоторая сложность использования данного решения может быть легко устранена путем его компьютеризации.

Отметим еще один важный результат. В данном решении явно выражена координатная зависимость температурного поля тела. Это дает воз-

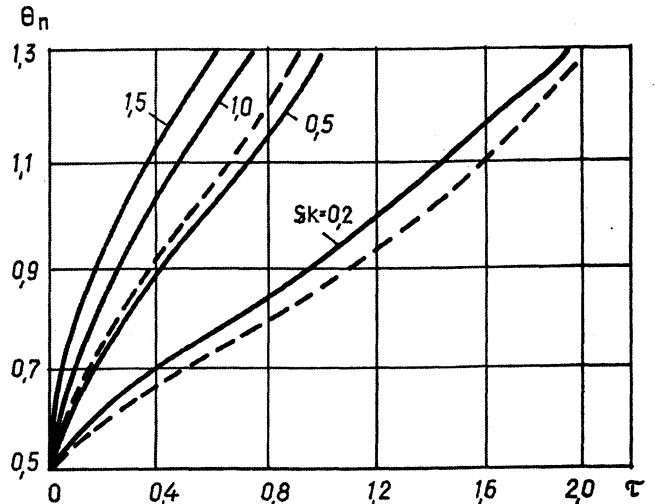


Рис. 2. Изменение температуры поверхности  $\theta_n(\tau)$  в зависимости от критерия Sk при  $n = 0,8$  и  $\theta_0 = 0,5$ : — МЭИ; - - - АВМ [6]

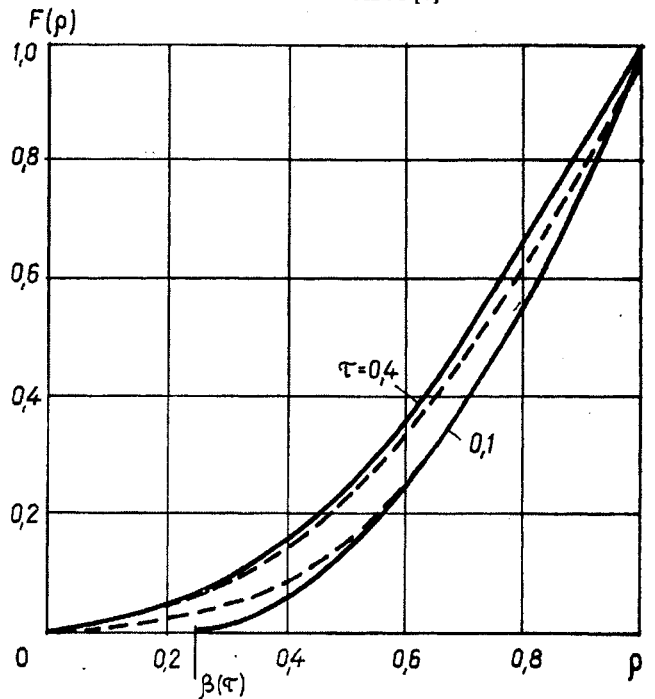


Рис. 4. Распределение температуры функции  $F(\rho, \tau)$  по сечению пластины при  $Sk = 0,5$ ,  $n = 0$  и  $\theta_0 = 0,5$ : — МЭИ; - - - АВМ [6]

можность использовать функцию температуры как «нагрузочную функцию» для исследования и расчета термонапряженного состояния тела, поскольку одно из преимуществ противоточного нагрева по сравнению с прямоточным заключается именно в постепенном нарастании температуры, обеспечивающим довольно низкие перепады, а значит, и термические напряжения.

### Литература

1. Гольдфарб Э. М. Теплотехника металлургических процессов. М.: Металлургия, 1967.
2. Охлаждение агломерата и окатышей / Н. М. Бабушкин, М. Г. Братчиков, Г. Н. Намятов и др. М.: Металлургия, 1975.

3. Теплотехника доменного процесса / Б. И. Китаев, Ю. Т. Ярошенко, Е. Л. Суханов и др. М.: Metallurgy, 1978.

4. Исследование противоточного теплообмена в металлургии: состояние вопроса и проблемы развития / Ю. С. Постольник, В. И. Тимошпольский, А. П. Огурцов и др. // Металлургия. Мн.: Выш. шк., 2001. С. 119–164.

5. Кавадеров А. В. Тепловая работа пламенных печей. Свердловск: Metallurgizdat, 1956.

6. Кавадеров А. В., Калугин В. Н. Закономерности нагрева массивного тела излучением в противотоке. Нагрев металла и работа нагревательных печей // Сб. науч. тр. ВНИИМТ. Свердловск: Metallurgizdat, 1960. № 6. С. 59–70.

7. Нагрев термочувствительных материалов в условиях противоточного радиационно-конвективного теплообмена /

Ю. С. Постольник, В. И. Тимошпольский, В. В. Филиппов и др. // Литье и металлургия. 2001. № 3. С. 53–56.

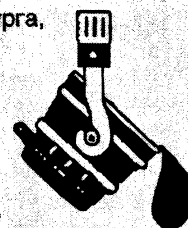
8. Постольник Ю. С., Огурцов А. П., Тимошпольский В. И., Трусова И. А. Математическая модель нагрева массивных тел в теоретическом противотоке // Математическое моделирование. 2001. № 1(6). С. 87–92.

9. Постольник Ю. С. Приближенные методы исследований в термомеханике. Киев–Донецк: Виш. шк., 1984.

10. Тимошпольский В. И., Трусова И. А., Пекарский М. Я. Кольцевые печи. Мн.: Выш. шк., 1993.

11. Теплообмен и тепловые режимы в промышленных печах / Под общ. ред. В. И. Тимошпольского. Мн.: Выш. шк., 1992.

Министерство промышленности, науки и технологий РФ, Международный союз металлургов, Российская ассоциация литейщиков, Администрация Санкт-Петербурга, Союз промышленников и предпринимателей Санкт-Петербурга и Выставочное объединение "РЕСТЭК"



приглашают Вас принять участие в

### V Международной специализированной выставке "МЕТАЛЛУРГИЯ"

*Сырье, технологические процессы, оборудование, готовая продукция*

### III Международной специализированной выставке "ЛИТЕЙНОЕ ДЕЛО"

*Исходные материалы, технологии, оборудование, готовая продукция*

15–18 апреля 2003 г., Санкт-Петербург, Михайловский манеж

#### ТЕМАТИЧЕСКИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ВЫСТАВКИ "ЛИТЕЙНОЕ ДЕЛО":

- Технология и оборудование для изготовления форм и стержней.
- Технология и оборудование для литья под давлением.
- Технология и оборудование для точного литья.
- Формовочные материалы, технология и оборудование для их подготовки, регенерация формовочных смесей.
- Оборудование для модифицирования литейных сплавов, дозирования и заливки литейных форм.
- Модельное производство.
- Контрольно-измерительная аппаратура.
- Печи для термической обработки отливок; САПР и моделирование литейных процессов.
- Готовая продукция, приборы, комплектующие, отливки.
- Художественное литье.

#### ТЕМАТИЧЕСКИЕ НАПРАВЛЕНИЯ ВЫСТАВКИ "МЕТАЛЛУРГИЯ":

- Добыча, обогащение и переработка сырья для черной и цветной металлургии.
- Черная и цветная металлургия. Производство металлов и сплавов.
- Производство чугуна, выплавка стали, ферросплавы, огнеупоры, переработка вторичных металлосодержащих ресурсов, экологические аспекты.
- Готовая продукция. Производство и торговля.
- Заготовки. Прокат из черных и цветных металлов: трубы, проволока, листы, профиль и др. Метизы. Электроды. Металлоизделия.
- Оборудование. Технологии.
- Оборудование для металлургических производств, оснастка, новые материалы, контрольно-измерительная аппаратура, высокие технологии металлургических производств.
- Сертификация металлургической продукции.
- ТИП из металла.
- Подготовка специалистов для металлургических производств.