

А.В. МЕТЕЛЬСКИЙ, Н.И. ЧЕПЕЛЕВ
БНТУ (г. Минск, Беларусь)

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ВО ВТУЗЕ

Сегодня мы понимаем, что сохранение природы – более важная, более трудная и более наукоемкая задача, чем ее преобразование, которое до недавних пор было свободно от всяких уз ответственности. Тем не менее, продолжается строительство суперсооружений: атомных и гидро-станций; промышленных гигантов, включая, химические; лабораторий маленьких и колоссальных, типа большого адронного коллайдера, реализующих рискованные проекты. Настало время, когда нужны не просто решения и не только оптимальные решения, а решения, учитывающие весь комплекс экологических и социально-экономических эффектов. А такими могут быть решения, предложенные на базе математических моделей, включающих влияние случайных факторов, в том числе, форсмажорных. Поэтому теория вероятностей и математическая статистика (ТВ и МС) образуют один из важнейших разделов математики в учебных программах современных высших технических учебных заведений.

Не только в глобальных, но и в локальных масштабах построение адекватных математических моделей технологических и управленческих процессов, проектируемых человеком, невозможно без учёта случайных факторов. Последнее предполагает обработку массивов статистической информации. В далекие времена это выполнялось вручную, сейчас – с помощью вычислительной техники, но всегда – на базе правильно подобранных или сконструированных алгоритмов. А для этого нужно иметь представление, как работают эти алгоритмы, и как следует интерпретировать результаты их работы. Известна масса примеров математической некомпетентности. Например, некие исследователи прошлого века обнаружили тесную корреляционную связь между ростом выпуска радиоприемников и ростом числа самоубийств (на примере Англии). До сих пор жива присказка: «Летят два гуся – закоррелирую и защищуся!».

Появление персональных компьютеров способствовало широкому внедрению методов статистической обработки опытных данных. Статистические программные пакеты сделали методы анализа данных доступными для неосведомленного пользователя. А незнание сути статистических методов зачастую приводит к принятию «обоснованных», но ложных выводов. Поэтому акцент следует делать не на развитие необходимых практических навыков, а на содержательную сторону использования методов вероятностно-статистического анализа, необходимую для их корректного применения будущими инженерами.

Авторы доклада имеют целью поделиться некоторыми методологическими принципами преподавания раздела ТВ и МС в курсе высшей математики студентам инженерно-технических специальностей автотракторного, информационных технологий и робототехники, машиностроительного и механико-технологического факультетов Белорусского национального технического университета. Некоторые из них общеприняты, и это убеждает нас в правильности наших подходов.

Часто в учебных пособиях элементарный исход случайного эксперимента описывают как конкретную его реализацию. На наш взгляд, точнее будет сказать, что под элементарным исходом случайного эксперимента понимают набор параметров, регистрируемых в эксперименте. Не достаточно трактовать случайное событие, как факт, который может произойти либо не произойти в результате случайного эксперимента. На простых примерах следует показать, что случайные события можно

рассматривать как подмножества из пространства элементарных исходов. А значит, над ними возможны те же операции, что и над множествами. Это позволяет сложные события выражать через более простые с известными вероятностями. И сразу видна полезность абстрактности математики, видно, как из простых рассуждений возникает строгая и красивая математическая теория.

Считаем важным в курсе ТВ приводить аксиоматическое определение вероятности, предложенное А. Н. Колмогоровым. Это определение еще раз подчеркивает, что практика питает любую науку, в том числе математику. Оценить возможность наступления случайного события можно через послеопытную характеристику, называемую относительной частотой. А поскольку последняя обладает статистической устойчивостью, то отсюда следует наличие априорной оценки возможности случайного события, названной вероятностью. И естественно в качестве аксиом вероятности взять свойства относительной частоты. «Все гениальное просто!»

Не забываем привести изящный своей простотой пример раскрашенной пирамидки, показывающий, что из попарной независимости событий не следует их независимость в совокупности. Говоря об условных вероятностях, подчеркиваем, что значение вероятности связано с количеством информации, учитываемой в эксперименте. По возможности, одну лекцию стоит посвятить парадоксам ТВ и МС, раскрывающим, что «здравый смысл» и истина – не всегда одно и то же.

Центральная предельная теорема и закон больших чисел, помимо теоретического, имеют фундаментальное прикладное значение. Важно пояснить это примерами. Скажем, центральная предельная теорема раскрывает, почему ошибки округления при вычислениях на компьютере не приводят к катастрофическому искажению результата. Закон больших чисел оправдывает процедуру физических измерений, когда в качестве искомого значения физической величины принимают среднее арифметическое серии независимых измерений. Центральная предельная теорема и правило трех сигм позволяют оценить требуемый объем измерений для обеспечения желаемой точности в оценке значения физической величины. Эти примеры впечатляют студентов, потому что они связаны с повседневностью, но подменяют интуицию четкими логическими аргументами.

При изучении теории корреляции важно подчеркивать, что коэффициент корреляции – это мера линейной зависимости случайных величин. Полезно привести пример, когда случайные величины связаны функциональной зависимостью, но некоррелированы. Поэтому, опираясь на критерии согласия и исходя из содержательных соображений, следует принять или отклонить гипотезу о линейной зависимости.

При изложении основ МС существенно, что основное понятие МС – выборка – это набор независимых СВ с одним и тем же законом распределения, а не просто набор опытных данных. Такая трактовка подводит под теорию МС надежный фундамент в виде закона больших чисел и центральной предельной теоремы.

Перечисленные акценты в изложении раздела ТВ и МС отражены в ряде методических пособий как теоретической, так и практической направленности, подготовленных авторами доклада для студентов инженерно-технических специальностей. Акцент в пособиях сделан не на то, чтобы «набить руку» в использовании вероятностно-статистических процедур, а на понимание и усвоение их содержательной сути. Это достигается, в первую очередь, экскурсами в историю возникновения важнейших понятий и теоретических положений ТВ и МС, разбором их практического и мировоззренческого значения, подбором примеров решения типовых задач и, разумеется, соответствующими комментариями.

В практические пособия, наряду с заданиями традиционного содержания, включены в большом количестве задания технического и финансово-экономического

содержания. Такая подборка заданий, думается, расширит кругозор студентов по прикладной направленности раздела ТВ и МС и курса математики в целом.

Мы надеемся, что наши акценты в изложении раздела ТВ и МС во втузе будут полезны начинающим преподавателям, позволят сократить издержки неадекватного применения пакетов компьютерной статистики будущими специалистами и сделают эти пакеты источником их профессиональных инноваций.

А.П. ПЕТРОВ, В.В. ШЕПЕЛЕВИЧ
МГПУ им. И.П. Шамякина (г. Мозырь, Беларусь)

ОСОБЕННОСТИ РАЗРАБОТКИ И ПРИМЕНЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО УЧЕБНОГО ПОСОБИЯ ПО КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОНИКЕ

Создание электронных пособий по физике и, в частности по квантовой электронике, довольно трудоемкий процесс. Однако большие временные затраты на их разработку компенсируются тем, что при использовании таких пособий значительно возрастает эффективность обучения учащихся путем наглядного представления различных обучающих фрагментов, которые очень сложно продемонстрировать в обычных пособиях.

Главной особенностью электронных пособий является то, что при использовании компьютерных технологий открываются большие возможности продемонстрировать объясняемые физические явления при помощи презентаций или анимаций, которые создают почти полную иллюзию реального присутствия обучаемого в мире моделируемого явления.

Раздел физики «квантовая электроника» является дополнительным подтверждением того, что не все детали опытов можно продемонстрировать на настоящем примере. Этот раздел изучает световые волны и электромагнитное излучение в целом, и нередко возникают задачи разработки анимаций или видеороликов экспериментов, связанных с таким сложным понятием, как когерентность света, проявляющаяся при формировании интерференционной картины.

Стоит отметить, что опыты по наблюдению интерференции света ученые начали проводить еще в XVII в. Исходя из полученных результатов стало известно, что световые волны обладают различными свойствами, влияющими на возможность создания интерференционной картины. Для определения способности световых волн интерферировать введена особая характеристика света – когерентность (от лат. *cohaerentio* – связь, сцепление).

Для объяснения физического механизма когерентного и некогерентного взаимодействия световых пучков можно использовать упрощенные модели световых колебаний, излучаемых атомами источника света.

Для примера рассмотрим мысленный опыт по измерению разности хода световых пучков. Выберем источник света S (рисунок 1), состоящий из большого числа независимо излучающих атомов. Нужно учесть, что атом испускает свет ограниченное время, следовательно, излучаемый свет будет состоять из большого количества волновых цугов, которые испускают отдельные атомы. Свет разделим на два пучка при

помощи полупрозрачного зеркала

таким образом, что один пучок будет падать на