



*The mathematical apparatus for the calculation analysis of the metal current process in casting mold cavities is described. Boundary conditions for calculation of high-speed regimes and time of filling with metal of complex in the dimensional respect moulds are developed.*

А. Н. ЧИЧКО, В. Ф. СОБОЛЕВ, С. Г. ЛИХОУЗОВ, О. А. САЧЕК, О. И. ЧИЧКО, БНТУ

УДК 669.27:519

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СКОРОСТЕЙ МЕТАЛЛА В ФОРМАХ С РАЗЛИЧНЫМ ТИПОМ СВЯЗИ ЛИТНИКОВЫХ КАНАЛОВ В САЕ «ПроЛит-1»

Расчет пространственного распределения скоростей движущегося металла в литейных формах является сложнейшей математической задачей, которая лежит в основе понимания процессов формирования отливок. Многие годы технологу-литейщику приходилось руководствоваться только «технологическим чутьем» и опытом при проектировании литниковых систем, фактически догадываясь о том, как будет двигаться металл и в какой последовательности в системе литниковых каналов. И чем сложнее эта система, тем сложнее было прогнозировать движение металла. Поэтому часто технологу приходилось делать большое число экспериментов, прежде чем появится первый вариант «удачной» литниковой системы. В этом случае оптимизация литниковой системы как по конфигурации, так и по весу в условиях предприятия доводилась годами.

Развитие компьютерных технологий дает возможность перевести работу технолога на новый современный уровень благодаря появлению программных средств, позволяющих «увидеть» как течет металл в различных течениях, «измерить» температуры в заданных точках и, самое главное, «проиграть» работоспособность разных вариантов технологических режимов и литниковых систем на компьютере.

В Белорусском национальном техническом университете разработан первый белорусский программный продукт «ПроЛит-1» для моделирования литейных технологий [1]. В настоящее время этот продукт постоянно совершенствуется в нескольких направлениях. В последние годы создано программное обеспечение САЕ «ПроЛит-1с» под суперкомпьютер, позволяющий в 20–40 раз повысить скорость проведения моделирования литейных процессов, что делает реальным выполнение оптимизационных расчетов для промышленных отливок [2–4]. Данная статья продолжает серию публикаций, по-

священных развитию компьютерных методов в литейном производстве с целью ознакомления производителей с широчайшими возможностями компьютерных технологий для проектирования оснастки.

История создания «ПроЛит-1» – это тот редкий случай, когда компьютерная разработка не только имеет белорусские корни, но и не уступает импортным аналогам (например, САЕ-«MagmaSoft», САЕ-«ProCast» и др.), которые используются на некоторых российских и белорусских предприятиях.

Анализ работы многих предприятий показывает, что предлагаемые учеными программные продукты для моделирования литейных технологий часто остаются невостребованными. Следует отметить, что значительная часть литейных технологий, особенно на постсоветском пространстве, разрабатывается без САЕ-систем.

Условно предприятия по использованию компьютерных систем моделирования можно разделить на три группы. В первую группу входят предприятия, которые приобрели программы для моделирования и применяют их к каким-то отдельным сложным проблемным задачам своего производства. Вторая группа – это предприятия, которые пользуются услугами компьютерных групп для решения наиболее сложных задач разработки технологии, и в третью группу входят предприятия, на которых разрабатываются литейные технологии по методу прототипирования (метод аналогий) с учетом опыта технологов.

Одной из причин, сдерживающих применение такого типа программ, является их стоимость, которая по-прежнему высока. К тому же многие пакеты требуют определенного уровня знаний. Следует отметить, что экономическая целесообразность применения систем моделирования для разработки литейных технологий на практике часто не очевидна. Одна

из причин – недостаток информации о том, что могут дать программные продукты по моделированию технологии разработчику литейных технологий.

Цель данной статьи – описание минимальных теоретических сведений о том, на каких принципах и уравнениях построены программные продукты по моделированию литейных процессов, а также иллюстрация расчетов процесса заполнения форм. Моделирование литейного процесса заполнения форм позволяет получать огромное количество информации, которая в какой-то степени является новой для многих даже опытных технологов, например, функции распределения скоростей и их компонентов в металле. Однако информация об усадке, размывах формы, перегревах отдельных участков рассчитывается с учетом распределения полей скоростей, которым и посвящена настоящая статья.

В основе клеточно-автоматного метода моделирования лежит метод расщепления системы дифференциальных уравнений Навье-Стокса, составляющих модель течения жидкости по элементарным физическим процессам. При этом моделируемая среда, являющаяся расплавом, заменяется системой жидких элементарных частиц, в основе которой лежит ячейка эйлеровой сетки. Процесс компьютерных вычислений движения расплава состоит из многократного повторения шагов по времени, который может быть разбит на три крупных этапа.

I этап (эйлеров):

состоит в пренебрежении эффектами, связанными с перемещением расплава (потока массы через границы ячеек нет); на этом этапе на фиксированной эйлеровой сетке определяются промежуточные значения искомых параметров потока  $\varphi(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{E})$ ;

II этап (лагранжев):

вычисляется плотность потока массы при движении жидкости через границы эйлеровых ячеек;

III этап (заклучительный):

определяются окончательные значения параметров потока  $\psi(u, v, E, \rho)$  на основе законов сохранения массы, импульса и энергии для каждой ячейки рассматриваемой области течения.

Основные этапы метода соответствуют идее расщепления решений. Следует отметить, что вычислительные схемы, разработанные при выполнении этой работы, для каждого из этапов являются оригинальными. При этом на первом этапе рассматривается изменение за время  $\Delta t$  импульса и энергии лагранжева элементарного объема жидкости (крупной частицы), заключенного внутри эйлеровой ячейки (при этом граница объема смещается относительно начального расположения). На втором этапе моделируется движение частиц через границы эйлеровых ячеек и происходит перераспреде-

ние массы, импульса и энергии по пространству. На третьем этапе происходит перераспределение массы, импульса и энергии по пространству (здесь определяется за время  $\Delta t$  изменение параметров потока в элементарной эйлеровой ячейке, полученной возвращением лагранжева объема в исходное положение). Расчет ведется в локально-лагранжевых координатах с последующим пересчетом (интерполяцией) на эйлерову расчетную сетку.

Таким образом, моделирование эволюции всей системы элементов за время  $\Delta t$  состоит из следующих этапов: 1) моделирование изменения внутреннего состояния подсистем, находящихся в ячейках, в предположении их неподвижности (эйлеров этап); 2) моделирование смещения всех частиц пропорционально их скорости и времени  $\Delta t$  без изменения внутреннего состояния подсистемы (лагранжев этап); 3) моделирование динамики частиц с последующим пересчетом расчетной сетки в начальное состояние (заклучительный этап).

Для математического описания течения жидкости была использована система уравнений, представляющая собой закон количества движения (импульса) [5, 6]:

$$\rho \left( \frac{\partial V_i}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 V_i \frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right) = F_{x_i} - \frac{\partial P}{\partial x_1} + \eta \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 V_i}{\partial x_i^2}, \quad i = 1, 3, \quad (1)$$

где  $F_{x_i}$ ,  $i = 1, 3$  – проекции силы тяжести на оси  $X, Y, Z$  соответственно.

Для полноты описания процесса течения дополнительно использовали уравнение неразрывности потока

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \sum_{i=1}^3 \frac{\partial V_i}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1, 3, \quad (2)$$

где  $V_i$ ,  $i = 1, 3$  – проекции скорости на оси  $X, Y, Z$  соответственно;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho$  и  $\eta$  – плотность и динамическая вязкость жидкости (расплава);  $t$  – время;  $P_i$  – давление в рассматриваемой  $i$ -й точке потока.

Реализацию системы уравнений (1)–(2) проводили по конечно-разностным аппроксимациям первого порядка точности по времени и второго порядка точности по пространству. Важным этапом вычислений является задание начальных и граничных условий (краевые условия). Чтобы не нарушать единообразия вычислений и не применять особые формулы для граничных ячеек, вдоль всех границ вводятся слои фиктивных ячеек, значения параметров в которых определяются типом границы. Число таких слоев определяется типом границы

и порядком разностного уравнения (для первого порядка, например, один слой и т. д.). Введем следующие обозначения областей рассчитываемых сеточных пространств, участвующих в процессе моделирования:  $\Omega_1$  – жидкий металл;  $\Omega_2$  – форма или закристаллизовавшийся металл;  $\Omega_3$  – воздух;  $\Omega_4$  – ось симметрии;  $\Omega_5$  – источник ( $\rho(\Omega_5) = \text{const}$ ;  $T(\Omega_5) = \text{const}$ );  $\Omega_6$  – граница первого рода ( $T(\Omega_6) = \text{const}$ ).

В методе использованы следующие начальные условия для  $t = 0$ :

$$V_i(\Omega_j) = 0, \rho(\Omega_j) = \rho_0(\Omega_j), P(\Omega_j) = 0, T(\Omega_j) = T_j,$$

$$T_1 = T_4 = T_5 = T_{\text{зал}}, i = 1, 3, j = 1, 5.$$

При  $t \neq 0$  используются граничные условия для значений проекции скорости  $V_i$ :

$$V_i(\Omega_1) = V_i(\Omega_3) = V_i(\Omega_{1n}), V_i(\Omega_2) = V_i(\Omega_6) = 0,$$

$$V_i(\Omega_5) = V_i(\Omega_{5n}), i = 1, 3,$$

$$\begin{cases} V_1(\Omega_4) = -V_1(\Omega_1), V_2(\Omega_4) = V_2(\Omega_1), V_3(\Omega_4) = V_3(\Omega_1), \\ \text{если } G \perp X, \\ V_1(\Omega_4) = V_1(\Omega_1), V_2(\Omega_4) = -V_2(\Omega_1), V_3(\Omega_4) = V_3(\Omega_1), \\ \text{если } G \perp Y, \\ V_1(\Omega_4) = V_1(\Omega_1), V_2(\Omega_4) = V_2(\Omega_1), V_3(\Omega_4) = -V_3(\Omega_1), \\ \text{если } G \perp Z, \end{cases}$$

где  $G$  – граница сред.

При  $t \neq 0$  используются граничные условия для значений  $\rho$ :

$$\rho(\Omega_1) = \rho(\Omega_4) = \rho(\Omega_{1n}), \rho(\Omega_2) = \rho(\Omega_6) = \rho_0(\Omega_2),$$

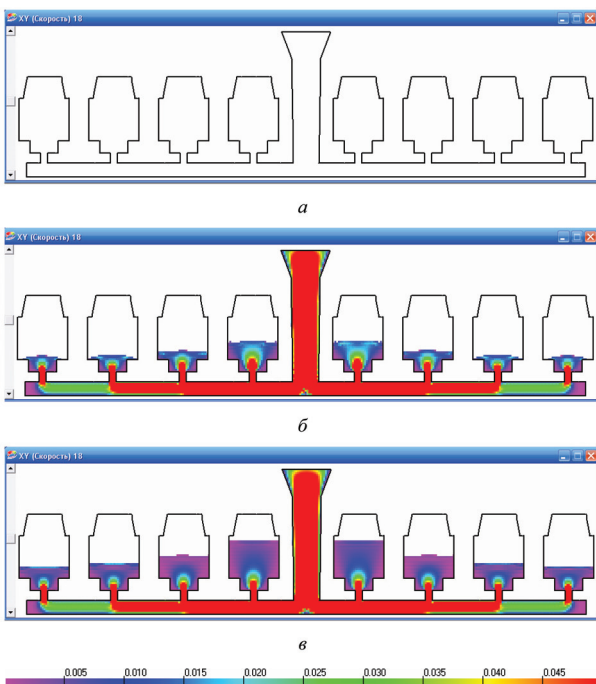


Рис. 1. Распределение скоростей в центральном сечении параллельно связанных отливок для различных моментов времени:  $a - 0$ ;  $b - 5$  с;  $v - 10$  с

$$\rho(\Omega_3) = \rho(\Omega_{3n}), \rho(\Omega_5) = \rho_0(\Omega_1).$$

При  $t \neq 0$  используются граничные условия для значений  $P$ :

$$P(\Omega_1) = P(\Omega_2) = P(\Omega_4) = P(\Omega_{1n}),$$

$$P(\Omega_3) = P(\Omega_5) = P(\Omega_6) = 0.$$

При  $t \neq 0$  используются граничные условия для значений  $T$ :

$$T(\Omega_1) = T(\Omega_4) = T(\Omega_{1n}),$$

$$T(\Omega_2) = T(\Omega_{2n}), T(\Omega_3) = T(\Omega_{3n}),$$

$$T(\Omega_5) = T_{\text{зал}}, T(\Omega_6) = T_6.$$

Рассмотрим пример моделирования течения расплава в последовательно связанных отливках. В качестве материала для заливки металла была использована Сталь 20 ФЛ, имеющая следующий химический состав и входные характеристики:

$$- [C] = 0,14-0,25\%, [Mn] = 0,7-1,2\%, [Si] =$$

$$0,2-0,52\%, T_{\text{лик}} = 1521 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$- T_{\text{сол}} = 1487 \text{ }^\circ\text{C}, T_{\text{зал}} = 1590 \text{ }^\circ\text{C}.$$

При моделировании использованы следующие теплофизические характеристики формы: удельная теплоемкость  $c_2 = 120$  Дж/(кг $\cdot$ °C); коэффициент теплопроводности  $\lambda_2 = 0,8$  Вт/(м $\cdot$ °C); плотность  $\rho_2 = 1600$  кг/м $^3$ .

На рис. 1, 2 показаны распределения скоростей металла в центральном сечении параллельно свя-

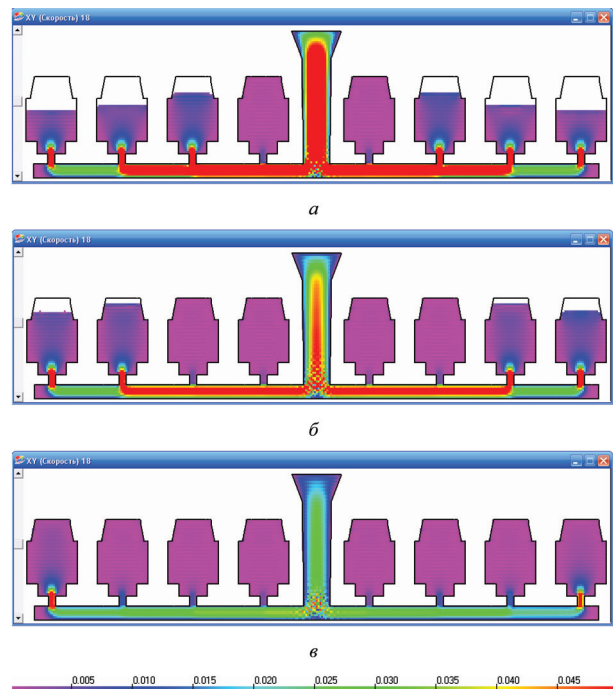


Рис. 2. Распределение скоростей в центральном сечении параллельно связанных отливок для различных моментов времени:  $a - 20$  с;  $б - 30$ ;  $в - 35$  с

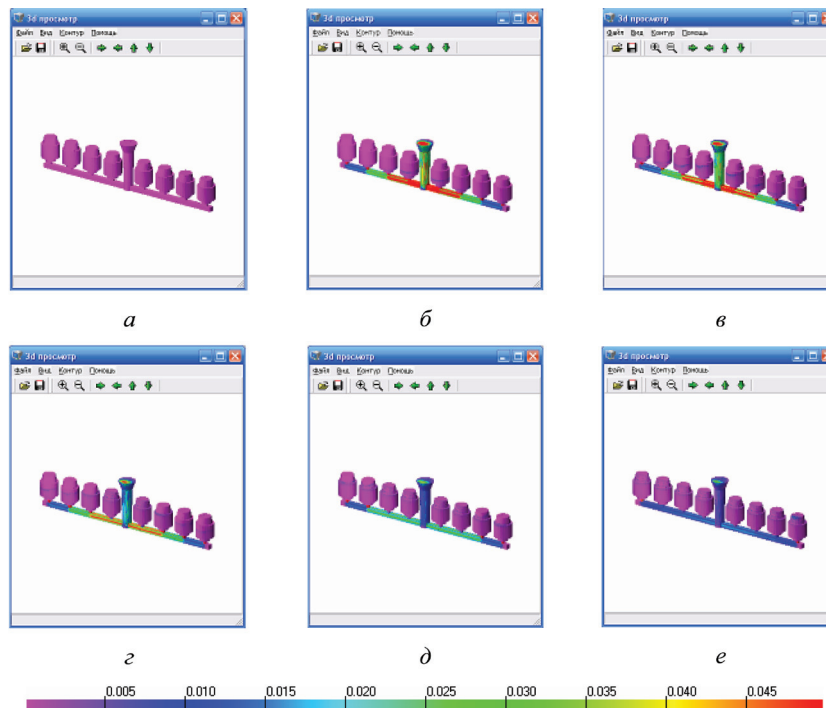


Рис. 3. Распределение скоростей для параллельно связанных отливок для различных моментов времени: *a* – 0; *б* – 5 с; *в* – 10; *г* – 20; *д* – 30; *е* – 35 с

занных отливок для различных моментов времени. На рис. 3 представлено 3d-изображение распределения скорости течения металла в центральном сечении для параллельно связанных отливок в различные моменты времени. Цветовая гамма в виде шкалы чисел имеет размерность м/с. Как видно из рисунков, максимальные скорости наблюдаются на

протяжении от стояка до питателей, в районе дальних питателей скорости заметно снижаются. Заполнение отливок происходит последовательно от ближайших к стояку до наиболее удаленных от стояка. Время заливки составляет 35 с. Таким образом, моделирование позволяет количественно оценить скорости как в точках, так и в широком

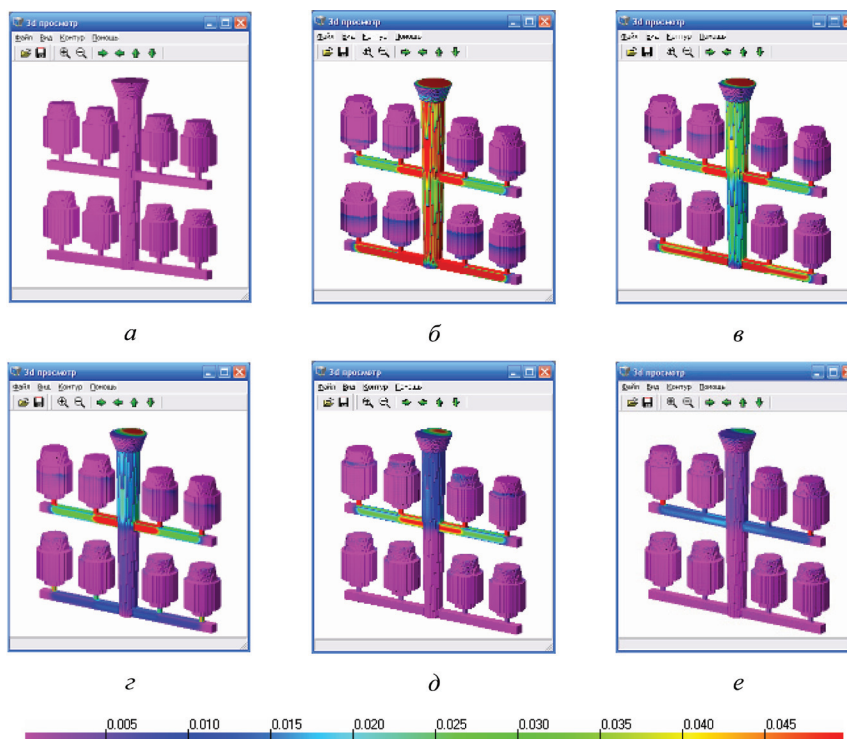


Рис. 4. Распределение скоростей (3d-изображение) для отливки в двухъярусной литниковой системе для различных моментов времени: *a* – 0; *б* – 4 с; *в* – 8; *г* – 10; *д* – 14; *е* – 18 с





Рис. 5. Распределение скоростей в центральном сечении отливки в двухъярусной литниковой системе для различных моментов времени: *a* – 0; *б* – 4 с; *в* – 8; *г* – 10; *д* – 14; *е* – 18 с

спектре областей. Направление и величина скоростного потока металла позволяют оценить возможный размыв формы и предложить геометрию перехода литников, снижающую ударные нагрузки расплава на стенки формы.

На рис. 4 показано 3d-изображение распределения скоростей металла для отливки в двухъярусной литниковой системе для различных моментов времени.

На рис. 5 представлены распределения скоростей металла в центральном сечении отливки в двухъярусной литниковой системе для различных моментов времени. Как видно из рисунка, скорости в нижнем ярусе выше скоростей в верхнем, в результате чего нижний ярус отливок заполняется на 10 с быстрее верхнего. Полное время заливки составляет 18 с.

Таким образом, на основе моделирования процесса заполнения металлом формы можно опреде-

лить распределения скоростей в системе «металл-форма». Причем можно сравнивать поля скоростей при различных пространственных размерах литниковых систем, а также оценивать времена заполнения каждой отдельной формы. Полученная расчетная информация может использоваться для анализа дефектов и совершенствования технологического процесса изготовления отливок.

### Выводы

Описан математический аппарат для расчетного анализа процесса течения металла в полости литейной формы. Разработаны граничные условия для расчета скоростных режимов и времени заполнения металлом сложных в пространственном отношении литейных форм. Получены данные расчета распределения скоростей расплава чугуна в одно- и двухъярусной литниковых системах.

### Литература

1. Чичко А. Н., Лихоузов С. Г., Соболев В. Ф. и др.: Свидетельство о регистрации компьютерной программы «ПроЛит». № С20080028, заявл. 01.10.2008; зарег. 03.10.2008.
2. Чичко А. Н., Лихоузов С. Г., Соболев В. Ф., Сачек О. А., Чичко О. И. Компьютерная система «ПроЛит-1с» под суперкомпьютер «СКИФ» для расчета процесса течения расплава в промышленных формах // *Литье и металлургия*. 2008. № 1. С. 71–78.
3. Чичко А. Н., Кукуй Д. М., Соболев В. Ф. и др. Программное обеспечение под суперкомпьютер «СКИФ» «ПроЛит-1с» и «ПроНПС-1с» для литейного и металлургического производств // *Литье и металлургия*. 2008. № 3. С. 131–139.
4. Чичко А. Н., Лихоузов С. Г., Соболев В. Ф. и др.: Свидетельство о регистрации компьютерной программы «ПроЛит-1с». № С20090013, заявл. 9.03.2009; зарег. 13.09.2009.
5. Клеточно-автоматное моделирование процесса течения расплава в форме / А. Н. Чичко, С. Г. Лихоузов // *Докл. НАН Беларуси*. 2001. Т. 45. № 4. С. 110–114.
6. Комплекс программных средств «ПРОЛИТ» для моделирования процессов течения и охлаждения расплавов / А. Н. Чичко, В. Ф. Соболев, С. Г. Лихоузов // *Программные продукты и системы*. 2002. № 4. С. 47–48.