

4038



Министерство образования  
Республики Беларусь

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ  
ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

Кафедра «Электротехника и электроника»

# ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

*Сборник задач с контрольными тестами  
для студентов неэлектротехнических специальностей*

Часть 4

Минск  
БНТУ  
2011

Министерство образования Республики Беларусь  
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ

---

Кафедра «Электротехника и электроника»

## ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

*Сборник задач с контрольными тестами  
для студентов неэлектротехнических специальностей*

В 6 частях

Часть 4

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ, МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ  
И ПЕРЕМЕННЫМИ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ,  
ТРАНСФОРМАТОРЫ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

*Рекомендовано учебно-методическим объединением  
высших учебных заведений Республики Беларусь по образованию  
в области энергетики и энергетического оборудования*

Минск  
БНТУ  
2011

Издается с 2008 г.

Составители:

*Ю.В. Бладыко, Т.Т. Розум, Ю.А. Куварзин, А.В. Куцьоло, А.А. Мазуренко,  
С.В. Домников, Г.В. Згаевская, В.И. Можар, Р.Р. Мороз*

Рецензенты:

*И.В. Новаш, Л.И. Сончик*

Э 45

Электротехника и электроника: сборник задач с контрольными тестами для студентов неэлектротехнических специальностей: в 6 ч. / сост.: Ю.В. Бладыко [и др.]. – Минск: БНТУ, 2011. – Ч. 4: Магнитное поле, магнитные цепи с постоянными и переменными магнитодвижущими силами, трансформаторы, электрические измерения. – 119 с.

Настоящий сборник задач предназначен для студентов неэлектротехнических специальностей по курсам «Электротехника», «Электротехника и электроника», «Электротехника, электрические машины и аппараты».

Размещение задач соответствует последовательности изложения материала курса, которая принята кафедрой. В начале каждой части даны типовые задачи с решениями, затем помещены контрольные задачи, рекомендуемые для самостоятельного решения или для решения на практических занятиях. В конце каждой темы предложены многовариантные тесты для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов.

Сборник выпускается по частям. Первая часть включает задачи по линейным и нелинейным цепям постоянного тока, вторая – задачи по однофазным линейным электрическим цепям синусоидального тока. В третьей части рассматриваются трехфазные цепи, переходные процессы и периодические несинусоидальные токи в линейных электрических цепях, в четвертой – магнитное поле, магнитные цепи, трансформаторы и электрические измерения, в пятой – электрические машины и в шестой – электроника.

Применяемая в пособии терминология соответствует рекомендациям ГОСТ 19880-74 «Электротехника. Основные понятия. Термины и определения».

Обозначение единиц величин соответствует ТР 2007/003/ВУ.

Часть 3 «Трехфазные электрические цепи, переходные процессы и периодические несинусоидальные токи в линейных электрических цепях», сост.: Ю.В. Бладыко, Т.Т. Розум, С.В. Домников и др., вышла в свет в 2010 г. в БНТУ.

# 1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ (МДС)

## Задачи с решениями

**Задача 1.1.** По прямолинейному проводу круглого сечения радиусом  $R = 4$  мм течет постоянный ток  $I = 200$  А.

Определить напряженность магнитного поля  $H$  в различных точках пространства внутри и вне провода на расстоянии  $x$  от оси провода. Построить диаграмму  $H(x)$ .

**Решение.** Согласно закону полного тока для данной задачи

$$l_x H_x = I_x, \quad (1.1)$$

где  $l_x$  – длина силовой линии магнитного поля на расстоянии  $x$  от оси провода;  $H_x$  – напряженность магнитного поля;  $I_x$  – полный ток (рис. 1.1).

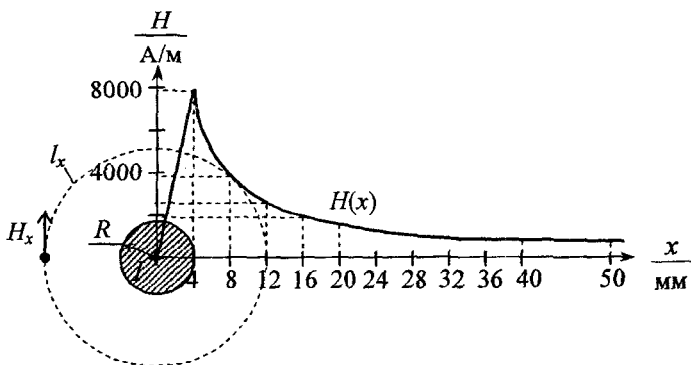


Рис. 1.1

Если  $x < R$ , то 
$$I_x = I \frac{\pi x^2}{\pi R^2} = I \frac{x^2}{R^2}. \quad (1.2)$$

После подстановки (1.2) в (1.1) получим

$$2\pi x H_x = I \frac{x^2}{R^2}, \quad \text{отсюда} \quad H_x = I \frac{x}{2\pi R^2},$$

т. е. напряженность внутри провода изменяется по линейному закону, имея наибольшее значение при  $x = R$

$$H_{\max} = 200 \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 16 \cdot 10^{-6}} = 7950 \text{ А/м.}$$

Если  $x > R$ , то  $2\pi x H_x = I$ , а  $H_x = \frac{I}{2\pi x}$ , т. е. напряженность вне провода изменяется по гиперболическому закону. Расчет представлен табл. 1.1.

Таблица 1.1

$x$ , мм	8	12	16	20	40	50	500
$H_x$ , А/м	3981	2654	1980	1592	796	637	63,7

Диаграмма  $H(x)$  дана на рис. 1.1.

**Задача 1.2.** В результате короткого замыкания в троллейбусной линии ток достиг значения  $I = 1$  кА (рис. 1.2).

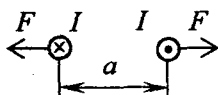


Рис. 1.2

Определить усилия, действующие на провода одного пролета линии длиной  $l = 40$  м. Расстояние между проводами  $a = 40$  см.

Изменяются ли усилия, если  $I$  – действующее значение синусоидального тока?

**Решение.** Направление усилий, определенное по правилу левой руки, показано на рис. 1.2.

Усилие на каждый провод одного пролета

$$F = \mu_0 \frac{I^2}{2\pi a} l = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^6}{2\pi \cdot 0,4} \cdot 40 = 20 \text{ Н.}$$

(Это усилие соответствует весу тела массой

$$m = \frac{F}{g} = \frac{20}{9,8} = 2,04 \text{ кг.})$$

При протекании по проводам синусоидального тока  $I = 1$  кА усилия на провода будут меняться (с удвоенной частотой тока) от нуля до максимального значения, определяемого амплитудой тока

$I_m = \sqrt{2}I$ . При квадратичной зависимости усилия от мгновенного значения тока это дает удвоение усилия до  $F_m = 2F = 40 \text{ Н}$ .

**Задача 1.3.** На кольцевой сердечник помещена обмотка с числом витков  $w = 100$ . Сечение сердечника  $S = 5 \text{ см}^2$ , длина средней линии  $l_{\text{ср}} = 25 \text{ см}$  (рис. 1.3).

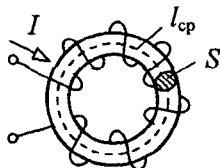


Рис. 1.3

Определить ток в обмотке, при котором магнитный поток в сердечнике  $\Phi = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ , если материал сердечника а) неферромагнитный; б) электротехническая сталь (кривая намагничивания стали дана на рис. 1.4).

Рассчитать индуктивность катушек для вариантов а) и б).

**Решение.** Магнитные индукции в сердечнике из неферромагнитного материала и электротехнической стали одинаковы

$$B_0 = B = \frac{\Phi}{S} = \frac{7 \cdot 10^{-4}}{5 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \text{ Тл.}$$

а) Напряженность магнитного поля в сердечнике из неферромагнитного материала

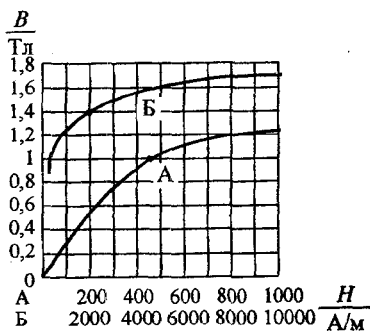


Рис. 1.4

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Ток в обмотке

$$I_1 = \frac{l_{\text{ср}} H_0}{w} = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 1,12 \cdot 10^6}{100} = 2800 \text{ А.}$$

Индуктивность катушки

$$L_1 = \frac{w\Phi}{I_1} = \frac{100 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}{2800} = 0,025 \text{ мГн.}$$

Если выразить магнитный поток формулой  $\Phi = SB$ , а магнитную индукцию  $B = \mu_a H$  и  $H = wI/l_{cp}$ , то получим другую формулу для определения индуктивности:

$$L = \frac{\mu_a w^2 S}{l_{cp}}, \quad (1.3)$$

где  $\mu_a$  — абсолютная магнитная проницаемость сердечника, для неферромагнитного материала  $\mu_a = \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м.

Из выражения (1.3) следует, что индуктивность не зависит от тока и магнитного потока в катушке. Она исключительно зависит от размеров катушки, числа ее витков и абсолютной магнитной проницаемости среды.

Подставляя числовые данные, получим

$$L_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100^2 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{25 \cdot 10^{-2}} = 0,025 \text{ мГн,}$$

т. е. тот же результат.

б) Напряженность магнитного поля в сердечнике из электротехнической стали находим по кривой намагничивания (рис. 1.4): при  $B = 1,4$  Тл  $H_{ст} = 2000$  А/м.

Ток в обмотке

$$I_2 = \frac{l_{cp} \cdot H_{ст}}{w} = \frac{25 \cdot 10^{-2} \cdot 2000}{100} = 5 \text{ А.}$$

Индуктивность катушки

$$L_2 = \frac{w\Phi}{I_2} = \frac{100 \cdot 7 \cdot 10^{-4}}{5} = 14 \text{ мГн или } L_2 = \frac{\mu_a w^2 S}{l_{cp}} = 14 \text{ мГн,}$$

$$\text{где } \mu_a = \frac{B}{H_{ст}} = \frac{1,4}{2000} = 7 \cdot 10^{-4} \text{ Гн/м.}$$

Сопоставив значения токов для катушек с сердечниками из неферромагнитного материала и из электротехнической стали, можем

сделать вывод, что при заданном потоке  $\Phi$  наличие ферромагнитного сердечника значительно уменьшает токи в обмотках (токи намагничивания).

Замена неферромагнитного сердечника ферромагнитным значительно увеличивает индуктивность катушки ( $L_2/L_1 = 14/0,025 = 560$ ).

**Задача 1.4.** Катушка с кольцевым сердечником (тороид) имеет обмотку с числом витков  $w = 300$ , сечение сердечника  $S = 16 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ . Длина средней линии  $l_{\text{ср}} = 0,48 \text{ м}$ , ток в обмотке  $I = 1 \text{ А}$  (рис. 1.3).

Считая магнитное поле внутри катушки равномерным, определить магнитные потоки, если материал сердечника а) неферромагнитный; б) электротехническая сталь, кривая намагничивания которой дана на рис. 1.4. Сделать вывод по результатам расчета.

**Решение.** а) Сердечник неферромагнитный.

Напряженность магнитного поля внутри катушки (сердечника)

$$H = \frac{wI}{l_{\text{ср}}} = \frac{300 \cdot 1}{0,48} = 625 \text{ А/м.}$$

Магнитный поток

$$\Phi_1 = SB = S\mu_0 H = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 625 = 1,257 \cdot 10^{-6} \text{ Вб.}$$

б) Сердечник ферромагнитный.

Напряженность магнитного поля не зависит от материала сердечника, поэтому  $H_{\text{ст}} = 625 \text{ А/м}$ .

Магнитную индукцию для ферромагнитного сердечника находим по кривой намагничивания стали (рис. 1.4): при  $H_{\text{ст}} = 625 \text{ А/м}$

$$B_{\text{ст}} \approx 1,1 \text{ Тл.}$$

Магнитный поток

$$\Phi_2 = SB_{\text{ст}} = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1 = 17,6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Таким образом, при одинаковых токах в обмотках наличие ферромагнитного сердечника значительно увеличивает магнитный поток ( $\Phi_2/\Phi_1 = 17,6 \cdot 10^{-4} / 1,257 \cdot 10^{-6} = 1400$ ). Это объясняется тем, что в катушке со стальным сердечником магнитное поле создается



не только током в обмотке, но и за счет собственного намагничивания стали.

**Задача 1.5.** На замкнутом сердечнике из электротехнической стали размещены две катушки (рис. 1.5). Токи катушек  $I_1$ ,  $I_2$ , число витков  $w_1$ ,  $w_2$ . Кривая намагничивания стали дана на рис. 1.4.

Определить: 1) магнитный поток в сердечнике и потокосцепления катушек; 2) то же при изменении направления тока второй катушки, если  $c = 4$  см,  $I_1 = 3$  А,  $I_2 = 4$  А,  $w_1 = 500$ ,  $w_2 = 300$ .

**Решение.** 1) Данная магнитная цепь является неразветвленной однородной. Длина средней линии сердечника  $l = 12c = 0,48$  м; сечение  $S = c^2 = = 16 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>.

Магнитодвижущие силы катушек

$$F_1 = w_1 I_1 = 500 \cdot 3 = 1500 \text{ А};$$

$$F_2 = w_2 I_2 = 300 \cdot 4 = 1200 \text{ А}.$$

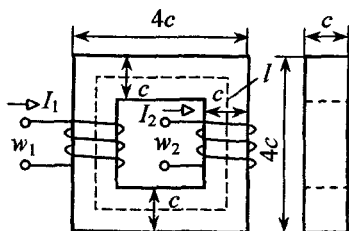


Рис. 1.5

Согласно правилу правоходового винта при заданных направлениях токов и намотке витков МДС катушек действуют в сердечнике встречно. Напряженность магнитного поля

$$H = \frac{F_1 - F_2}{l} = \frac{1500 - 1200}{0,48} = 625 \text{ А/м}.$$

По кривой рис. 1.4 этой напряженности соответствует магнитная индукция  $B = 1,14$  Тл.

Магнитный поток в сердечнике

$$\Phi = SB = 16 \cdot 10^{-4} \cdot 1,14 = 1,83 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}.$$

Потокосцепления катушек

$$\psi_1 = w_1 \Phi = 0,915 \text{ Вб};$$

$$\psi_2 = w_2 \Phi = 0,55 \text{ Вб}.$$

2) При изменении направления тока второй катушки МДС обеих катушек действуют на сердечник согласно. При этом напряженность поля

$$H = \frac{F_1 + F_2}{l} = \frac{1500 + 1200}{0,48} = 5620 \text{ А/м.}$$

Магнитная индукция  $B = 1,65 \text{ Тл}$  (по кривой рис. 1.4), магнитный поток  $\Phi = 2,64 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ , потокоцепления  $\psi_1 = 1,32 \text{ Вб}$ ,  $\psi_2 = 0,792 \text{ Вб}$ . Значительное увеличение напряженности магнитного поля в этом режиме привело к относительно небольшому приросту индукции и потока в сердечнике, что объясняется магнитным насыщением стали сердечника.

**Задача 1.6.** В сердечнике из электротехнической стали (рис. 1.6) необходимо создать магнитную индукцию  $B = 1 \text{ Тл}$ . Кривая намагничивания стали приведена на рис. 1.4. Число витков обмотки  $w = 200$ , длина средней линии сердечника  $l_{\text{ср}} = 42,1 \text{ см}$ , сечение  $S = 5 \text{ см}^2$ .

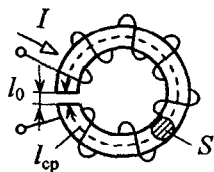


Рис. 1.6

Рассчитать ток в обмотке и магнитное сопротивление магнитопровода при а) отсутствии воздушного зазора в сердечнике; б) наличии воздушного зазора  $l_0 = 1 \text{ мм}$ .

**Решение.** а) Напряженность магнитного поля в сердечнике находим по кривой намагничивания стали (рис. 1.4): при  $B = 1 \text{ Тл}$   $H_{\text{ст}} = 475 \text{ А/м}$ .

Ток в обмотке

$$I_1 = \frac{l_{\text{ср}} H_{\text{ст}}}{w} = \frac{42,1 \cdot 10^{-2} \cdot 475}{200} = 1 \text{ А.}$$

Магнитное сопротивление магнитопровода

$$R_{\text{м.ст.}} = \frac{l_{\text{ср}}}{\mu_a S} = \frac{l_{\text{ср}}}{(B/H_{\text{ст}}) \cdot S} = \frac{42,1 \cdot 10^{-2}}{(1/475) \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}.$$

б) Магнитная индукция в стали и в зазоре одинаковы (потоком рассеяния пренебрегаем):  $B_{\text{ст}} = B_0 = 1 \text{ Тл}$ .

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_0 = B_0 / \mu_0 = 1 / 4\pi \cdot 10^{-7} = 800 \cdot 10^3 \text{ А/м.}$$

МДС обмотки при наличии воздушного зазора

$$wI_2 = l_{cp}H_{ст} + l_0H_0 = 42,1 \cdot 10^{-2} \cdot 475 + 1 \cdot 10^{-3} \cdot 800 \cdot 10^3 = 1000 \text{ А.}$$

Ток в обмотке

$$I_2 = wI_2/w = 5 \text{ А.}$$

Магнитное сопротивление воздушного зазора

$$R_{м.0} = \frac{l_0}{\mu_0 S} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = 16 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}}.$$

Магнитное сопротивление магнитопровода с воздушным зазором

$$R_m = R_{м.ст} + R_{м.0} = 20 \cdot 10^5 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{с}} \gg R_{м.ст}.$$

Таким образом, наличие воздушного зазора в магнитопроводе требует значительного увеличения МДС и тока в обмотке ( $I_2 / I_1 = 5$ ).

**Задача 1.7.** Два сердечника из электротехнической стали имеют общую намагничивающую обмотку (рис. 1.7). Магнитная характеристика стали приведена на рис. 1.4. В правом сердечнике имеется воздушный зазор длиной  $l_0$ . Задан магнитный поток левого сердечника  $\Phi_1$ .

Определить магнитодвижущую силу обмотки  $wI$  и магнитный поток правого сердечника  $\Phi_2$  при заданных  $l_0 = 1 \text{ мм}$ ,  $c = 2 \text{ см}$ ,  $\Phi_1 = 0,64 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ .

**Решение.** Левый сердечник представляет неразветвленную однородную магнитную цепь. Длина ее средней линии  $l_1 = 16c = 0,32 \text{ м}$ , сечение  $S = c^2 = 4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

Магнитная индукция в сердечнике

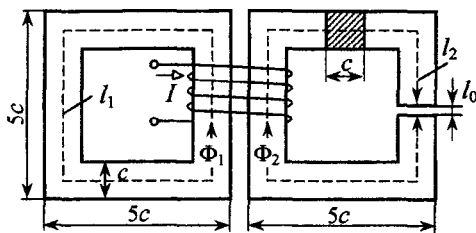


Рис. 1.7

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S} = \frac{0,64 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-4}} = 1,6 \text{ Тл.}$$

Для этой индукции по кривой  $B(H)$  рис. 1.4 напряженность магнитного поля левого сердечника  $H_1 = 4600 \text{ А/м}$ .

Искомая магнитодвижущая сила обмотки

$$wI = l_1 H_1 = 0,32 \cdot 4600 = 1472 \text{ А.}$$

Эта магнитодвижущая сила действует и в правом сердечнике. Таким образом, для правой магнитной цепи заданной величиной является МДС. Вследствие зазора правый сердечник представляет неоднородную магнитную цепь, состоящую из двух участков: стального сердечника и воздушного зазора. Длина средней линии участка из стали

$$l_2 = 16c - l_0 = 0,32 - 1 \cdot 10^{-3} \cong 0,32 \text{ м.}$$

По закону полного тока для этой магнитной цепи

$$wI = l_2 H_2 + l_0 H_0.$$

Так как в данном уравнении две неизвестные величины  $H_2$  и  $H_0$ , то определение потока  $\Phi_2$  проводим методом последовательных приближений.

Принимаем поток первого приближения  $\Phi_{2(1)} = 0,56 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ .

Магнитная индукция при этом

$$B_{2(1)} = \Phi_{2(1)} / S = 1,4 \text{ Тл.}$$

Индукция в воздушном зазоре такая же, т. е.  $B_{0(1)} = B_{2(1)}$  (сечение воздушного зазора принимается равным сечению образующих его стержней). По кривой  $B(H)$  рис. 1.4 при  $B_{2(1)} = 1,4 \text{ Тл}$  напряженность магнитного поля  $H_{2(1)} = 2000 \text{ А/м}$ . Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре

$$H_{0(1)} = \frac{B_{0(1)}}{\mu_0} = \frac{1,4}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,12 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Необходимая для потока первого приближения  $\Phi_{2(1)}$  магнитодвижущая сила

$$wI_{(1)} = l_2 H_{2(1)} + l_0 H_{0(1)} = 1760 \text{ А.}$$

Так как  $wI_{(1)} > wI$ , принимаем поток второго приближения

$$\Phi_{2(2)} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ Вб} < \Phi_{2(1)}.$$

Рассчитанная таким же образом магнитодвижущая сила второго приближения  $wI_{(2)} = 950 \text{ А}$ , что меньше заданной  $wI = 1472 \text{ А}$ . Выбираем поток третьего приближения так, чтобы  $\Phi_{2(1)} > \Phi_{2(3)} > \Phi_{2(2)}$ , затем – четвертого приближения  $\Phi_{2(4)}$  и т. д. Результаты расчетов сведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

$\Phi_2, \text{Вб}$	$0,56 \cdot 10^{-3}$	$0,4 \cdot 10^{-3}$	$0,48 \cdot 10^{-3}$	$0,54 \cdot 10^{-3}$
$wI, \text{А}$	1760	950	1232	1542

Получение ответа можно ускорить, если после расчета 4 – 5 режимов построить диаграмму  $\Phi(wI)$ . Такая диаграмма приведена на рис. 1.8. По диаграмме для заданной  $wI = 1472 \text{ А}$  поток  $\Phi_2 = 0,523 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ .

Как видно, при той же магнитодвижущей силе миллиметровый воздушный зазор в правом сердечнике приводит к существенному снижению потока ( $\Phi_2 < \Phi_1$ ).

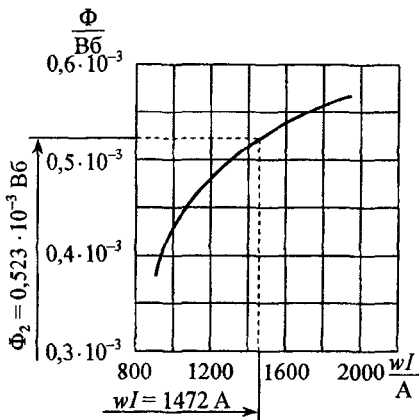


Рис. 1.8

**Задача 1.8.** Подъемный электромагнит имеет сердечник Ш - образной формы (рис. 1.9) и якорь из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 1.4. На среднем стержне сердечника расположена обмотка с числом витков  $w = 200$ . Воздушные зазоры между сердечником и якорем  $l_0 = 1 \text{ мм}$ .

Определить ток в катушке, при котором электромагнит будет развивать подъемную силу  $F = 2200$  Н.

Решение. Магнитная цепь электромагнита является разветвленной симметричной цепью, которую по оси симметрии можно разбить на две неразветвленные цепи, индукция на всех участках которых одинакова. Подъемная сила на один воздушный зазор каждой неразветвленной цепи определяется приближенной формулой

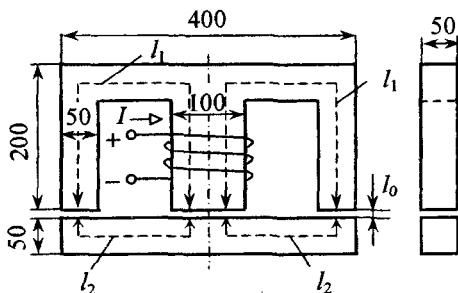


Рис. 1.9

$$F_1 = \frac{B_0^2}{2\mu_0} S,$$

где  $S$  – площадь сечения воздушного зазора бокового стержня ( $S = 25$  см<sup>2</sup>).

Суммарная подъемная сила электромагнита в четыре раза больше

$$F = \frac{2B_0^2}{\mu_0} S,$$

откуда магнитная индукция

$$B = \sqrt{\frac{F \cdot \mu_0}{2S}} = \sqrt{\frac{2200 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 25 \cdot 10^{-4}}} = 0,74 \text{ Тл.}$$

По закону полного тока для каждого из симметричных контуров магнитной цепи

$$wI = \sum IH;$$

$$\sum IH = l_1 H_1 + l_2 H_2 + 2l_0 H_0 = 1400 \text{ А,}$$

где  $H_1 = H_2 = 310$  А/м (по кривой намагничивания рис. 1.4 для  $B = 0,74$  Тл);  $l_1 = 50$  см;  $l_2 = 20$  см;  $H_0 = 0,8 \cdot 10^6 B = 0,592 \cdot 10^6$  А/м.

Ток

$$I = \sum IH / w = 1400 / 200 = 7 \text{ А.}$$

**Задача 1.9.** Максимальный момент, передаваемый электромагнитной муфтой сцепления,  $M = 75$  Н·м. Муфта изготовлена из стали, магнитная характеристика которой дана на рис. 1.4. Толщина немагнитных прокладок между полюсами  $\delta = 1,5$  мм. Сечения полюсов сердечника и якоря  $S = 100$  см<sup>2</sup>. Другие размеры, указанные на рис. 1.10:  $r_1 = 2$  см,  $r_2 = 6$  см,  $R_1 = 10,6$  см,  $R_2 = 12$  см, длина средней линии пути потока по стали  $l_{ст} = 30$  см. Коэффициент трения между полюсами  $f_{тр} = 0,25$ .

Определить магнитодвижущую силу катушки.

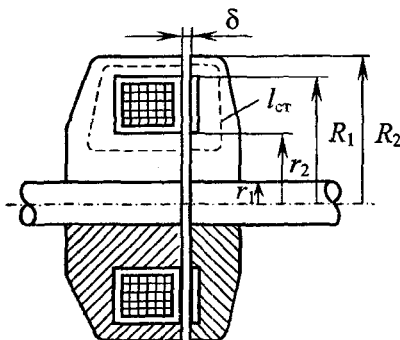


Рис. 1.10

**Решение.** Роль окружного усилия выполняет сила трения полюсов муфты, которая определяется силой нормального давления  $F$  и коэффициентом трения  $f_{тр}$ . Полагая окружное усилие приложенным по окружности, радиус которой совпадает со средним радиусом полюсных поверхностей, определяем передаваемый муфтой вращающий момент:

$$M = f_{тр} \frac{r_1 + r_2}{2} F + f_{тр} \frac{R_1 + R_2}{2} F.$$

Отсюда сила нормального давления

$$F = \frac{2M}{f_{тр}(r_1 + r_2 + R_1 + R_2)} = 1960 \text{ Н.}$$

По формуле подъемной силы электромагнита эта же сила

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} S,$$

откуда

$$B = \sqrt{\frac{F \cdot 2\mu_0}{S}} = 0,7 \text{ Тл.}$$

Такая же индукция в стали сердечника и якоря, поскольку сечения одинаковы.

По кривой  $B(H)$  на рис. 1.4 для индукции  $B = 0,7$  Тл напряженность магнитного поля  $H_{ст} = 280$  А/м. Для зазора между полюсами

$$H_0 = \frac{B}{\mu_0} = \frac{0,7}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 5,6 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

Искомая магнитодвижущая сила катушки

$$wI = I_{ст}H_{ст} + 2\delta H_0 = 84 + 1680 = 1764 \text{ А.}$$

Заметим, что основная часть магнитодвижущей силы катушки (1680 А из 1764 А) приходится на неферромагнитный участок между полюсами муфты, т. е. падение магнитного напряжения в зазоре значительно больше, чем в стали.

**Задача 1.10.** Разветвленная магнитная цепь (рис. 1.11) выполнена из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 1.4. В правом стержне имеется воздушный зазор длиной  $l_0$ . Магнитная индукция в зазоре —  $B_0$ .

Определить магнитные потоки на всех участках цепи и магнитодвижущую силу катушки, если  $c = 3$  см,  $B_0 = 1$  Тл,  $l_0 = 1$  мм.

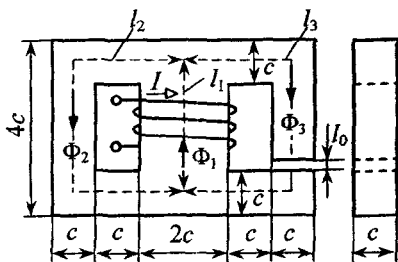


Рис. 1.11

**Решение.** Выделяем участки цепи одинакового сечения и материала, с одним и тем же потоком (рис. 1.11). Их длины по средней линии:  $l_1 = 3c = 0,09$  м,  $l_2 = 8c = 0,24$  м,  $l_3 = 8c - l_0 = 0,24 - 0,001 \approx 0,24$  м,  $l_0 = 0,001$  м.

Площадь поперечных сечений:  $S_1 = 2c^2 = 18 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>,  $S_2 = S_3 = S_0 = c^2 = 9 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>.

По законам Кирхгофа записываем для данной магнитной цепи следующую систему уравнений:



$$\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_3 = 0; \quad (1.4)$$

$$0 = l_3 H_3 + l_0 H_0 - l_2 H_2 \quad (1.5)$$

$$wI = l_1 H_1 + l_3 H_3 + l_0 H_0 \quad (1.6)$$

Магнитная индукция в правом стержне  $B_3$  равна индукции в зазоре, т. к. они представляют неразветвленную часть цепи и  $S_3 = S_0$ .

$$\text{Поток} \quad \Phi_3 = S_3 B_3 = S_0 B_0 = 9 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

По кривой  $B(H)$  рис. 1.4 для  $B_3 = 1$  Тл напряженность поля  $H_3 = 470$  А/м.

Напряженность магнитного поля в зазоре

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 0,8 \cdot 10^6 \text{ А/м.}$$

Из уравнения (1.5) напряженность магнитного поля в левом стержне

$$H_2 = \frac{l_3 H_3 + l_0 H_0}{l_2} = \frac{112,8 + 800}{0,24} = 3803 \text{ А/м.}$$

При данной напряженности  $H_2$  по кривой  $B(H)$  рис. 1.4 магнитная индукция  $B_2 = 1,53$  Тл.

$$\text{Магнитный поток левой ветви} \quad \Phi_2 = S_2 B_2 = 1,377 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Согласно (1.4) поток в среднем стержне

$$\Phi_1 = \Phi_2 + \Phi_3 = 2,277 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Магнитная индукция в среднем стержне

$$B_1 = \frac{\Phi_1}{S_1} = \frac{2,277 \cdot 10^{-3}}{18 \cdot 10^{-4}} = 1,26 \text{ Тл.}$$

По кривой  $B(H)$  рис. 1.4 для данной индукции требуемая напряженность магнитного поля  $H_1 = 1000$  А/м.

На основании (1.6) искомая магнитодвижущая сила катушки

$$wI = l_1 H_1 + l_3 H_3 + l_0 H_0 = 90 + 113 + 800 = 1003 \text{ А.}$$

**Задача 1.11.** Разветвленная магнитная цепь (рис. 1.12), выполненная из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 1.4, имеет две катушки с токами  $I_1 = 4 \text{ А}$  и  $I_2 = 5 \text{ А}$ . Первая катушка имеет 250 витков, вторая – 100. Направления токов указаны на рисунке стрелками. Длины средних магнитных силовых линий отдельных участков:  $l_1 = l_2 = 52 \text{ см}$ ,  $l_3 = 24,9 \text{ см}$ ,  $l_0 = 0,1 \text{ см}$ , поперечные сечения сердечников  $S_1 = S_2 = 30 \text{ см}^2$ ,  $S_3 = S_0 = 36 \text{ см}^2$ .

Найти распределение потоков в сердечниках. Потоками рассеяния пренебречь.

**Решение.** Произвольно задаемся направлениями магнитных потоков, например, к узлу «b», и записываем уравнения на основании законов Кирхгофа:

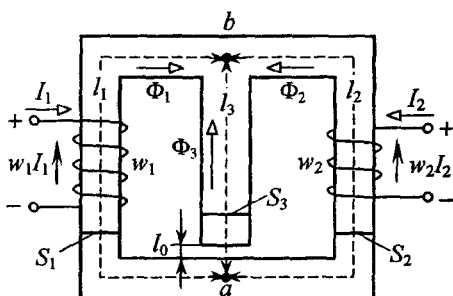


Рис. 1.12

$$\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0;$$

$$w_1 I_1 = l_1 H_1 - l_3 H_3 - l_0 H_0 = l_1 H_1 - U_{Mab};$$

$$w_2 I_2 = l_2 H_2 - l_3 H_3 - l_0 H_0 = l_2 H_2 - U_{Mab},$$

где  $U_{Mab} = U_{M3} = l_3 H_3 + l_0 H_0$  – магнитное напряжение на третьем участке.

Для расчета магнитной цепи графическим способом необходимо построить вспомогательные веберамперные характеристики

$$\Phi_1(-w_1 I_1 + l_1 H_1); \quad \Phi_2(-w_2 I_2 + l_2 H_2); \quad \Phi_3(U_{M3}).$$

С этой целью задаемся значениями магнитного потока  $\Phi$  и определяем индукцию, напряженность, падение магнитного напряжения на всех участках цепи. Результаты расчетов приведены в табл. 1.3.

По данным таблицы на рис. 1.13 построены кривые

$$\Phi_1(-w_1I_1 + l_1H_1); \quad \Phi_2(-w_2I_2 + l_2H_2); \quad \Phi_3(U_{M3}),$$

где  $U_{M3} = -w_1I_1 + l_1H_1 = -w_2I_2 + l_2H_2 = l_3H_3 + l_0H_0$ .

Так как значения потоков должны удовлетворять первому закону Кирхгофа:  $\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = 0$ , строим еще одну кривую  $(\Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3) U_{M3}$  путем суммирования ординат трех характеристик. Она пересекает ось абсцисс в точке  $m$ . Проводим через точку  $m$  вертикаль до пересечения с кривыми  $\Phi_1(-w_1I_1 + l_1H_1)$ ,  $\Phi_2(-w_2I_2 + l_2H_2)$  и  $\Phi_3(U_{M3})$  и находим потоки в ветвях:  $\Phi_1 = 355 \cdot 10^{-5}$  Вб,  $\Phi_2 = -125 \cdot 10^{-5}$  Вб,  $\Phi_3 = -230 \cdot 10^{-5}$  Вб. Отрицательный знак потоков  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  говорит о том, что действительные направления их противоположны выбранным.

Таблица 1.3

$\Phi \cdot 10^{-3}$	Вб	60	120	180	240	300	360	420
$B_1 = B_2 = \Phi / S_1$	Тл	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4
$H_1 = H_2$	А/м	80	140	230	330	470	800	2100
$l_1H_1 = l_2H_2$	А	41,6	72,7	110	172	244	416	1090
$l_1H_1 - w_1I_1$	А	-958,4	-927,3	-880	-828	-756	-584	90
$l_2H_2 - w_2I_2$	А	-458,4	-427,3	-380	-326	-256	-84	590
$B_0 = B_3 = \Phi / S_3$	Тл	0,167	0,334	0,5	0,666	0,835	1,0	1,17
$H_0 = 0,8 \cdot 10^6 B_0$	А/м	133500	267000	400000	533000	667000	800000	935000
$H_3$	А/м	70	132	190	280	380	475	690
$l_0H_0$	А	133,5	267	400	533	667	800	935
$l_3H_3$	А	17,4	32,8	47,2	69,6	94,5	118	172
$l_0H_0 + l_3H_3$	А	150,9	299,8	447,2	602,6	761,5	918	1107

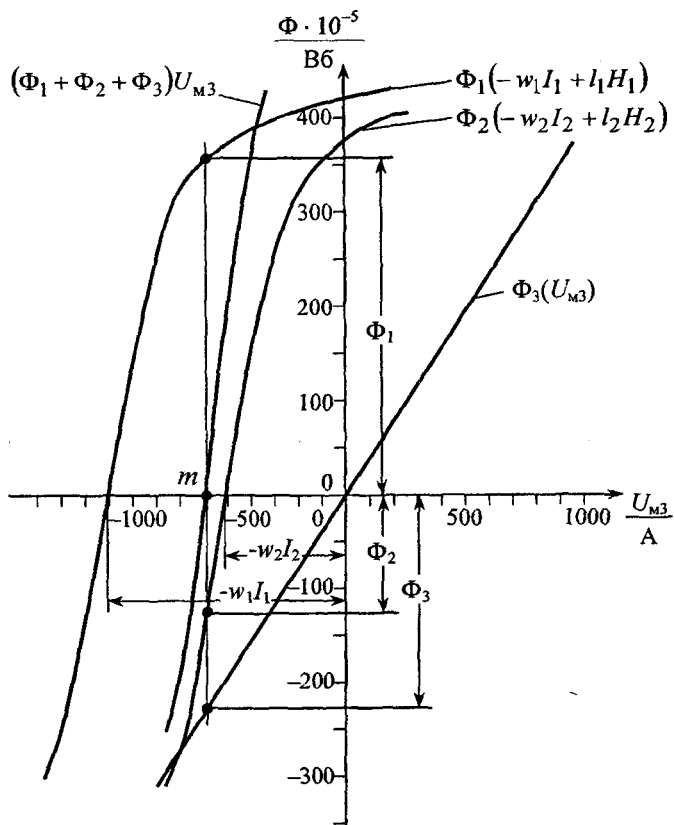


Рис. 1.13

**Задача 1.12.** В воздушном зазоре  $l_0 = 1$  мм сердечника квадратного сечения  $S_c = 20 \times 20$  мм<sup>2</sup> необходимо получить магнитный поток  $\Phi = 400$  мкВб при токе в обмотке  $I = 0,25$  А. Плотность тока в проводе обмотки  $J = 5$  А/мм<sup>2</sup>. Сердечник изготовлен из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 1.4. Коэффициент заполнения проводом окна магнитопровода  $K_3 = 0,65$ .

Найти минимальные размеры сердечника прямоугольной формы.

**Решение.** Магнитная индукция в сердечнике и зазоре одинаковы

$$B_c = B_0 = \frac{\Phi}{S_c} = \frac{\Phi}{S_0} = \frac{400 \cdot 10^{-6}}{400 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ Тл.}$$

По кривой намагничивания (рис. 1.4) находим напряженность магнитного поля в сердечнике  $H_c = 470$  А/м.

Напряженность магнитного поля в зазоре

$$H_0 = \frac{B_0}{\mu_0} = \frac{1}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 7,95775 \cdot 10^5 \text{ А/м.} \quad (1.7)$$

Площадь поперечного сечения провода

$$S_{\text{пр}} = \frac{I}{J} = \frac{0,25}{5} = 0,05 \text{ мм}^2 = 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2. \quad (1.8)$$

Минимальные размеры сердечника получатся при минимальной длине средней линии сердечника  $l_c$ , что соответствует квадрату. Поэтому сердечник должен иметь форму квадрата (рис. 1.14), сторона которого  $a = c \cdot n$ , где  $c = 20$  мм,  $n$  – параметр, который должен быть найден в результате решения задачи.

Длина средней линии сердечника

$$l_c = 4(n-1)c - l_0 \approx 4(n-1)c. \quad (1.9)$$

Площадь окна сердечника

$$S_{\text{ок}} = [(n-2)c]^2 = (n-2)^2 c^2.$$

Суммарная площадь сечения всех витков провода, проходящих через окно сердечника,

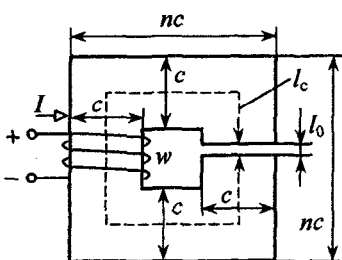


Рис. 1.14

$$S_{\text{пр}\Sigma} = K_3 \cdot S_{\text{ок}} = K_3 c^2 (n-2)^2.$$

Количество витков провода

$$w = \frac{S_{\text{пр}\Sigma}}{S_{\text{пр}}} = \frac{K_3 c^2 (n-2)^2}{S_{\text{пр}}}. \quad (1.10)$$

По закону полного тока

$$l_c H_c + l_0 H_0 = w I. \quad (1.11)$$

Используя выражения (1.7), (1.8), (1.9), (1.10), уравнение (1.11) можно преобразовать к виду

$$4cH_c(n-1) + \frac{B_0 l_0}{\mu_0} = K_3 J_c^2 (n-2)^2.$$

После подстановки числовых значений и алгебраических преобразований получаем квадратное уравнение относительно искомого параметра  $n$

$$n^2 - 4,0289n + 3,4168 = 0,$$

корнями которого являются  $n_1 = 1,2137$  и  $n_2 = 2,8153$ .

При  $n_1$  сторона окна сердечника  $(n_1 - 2)c = (1,2137 - 2)c < 0$ , что не имеет физического смысла. Поэтому искомым параметром  $n = n_2 = 2,8153$ .

Искомые размеры сердечника:

сторона сердечника  $n \cdot c = 2,8153 \cdot 20 = 56,3$  мм;

сторона окна сердечника  $(n - 2)c = (2,8153 - 2) \cdot 20 = 16,3$  мм.

Выполним проверку решения.

Длина средней линии сердечника  $l_c = 4(n - 1)c = 4(2,8153 - 1) \cdot 20 = 145,224$  мм = 0,145224 м.

Магнитное напряжение вдоль средней линии сердечника

$$U_{MC} = l_c H_c = 0,145224 \cdot 470 = 68,225 \text{ А}.$$

Магнитное напряжение в зазоре

$$U_{M0} = l_0 H_0 = 1 \cdot 10^{-3} \cdot 7,95775 \cdot 10^5 = 795,775 \text{ А}.$$

Магнитное напряжение вдоль всей магнитной цепи

$$U_M = U_{M0} + U_{MC} = 795,775 + 68,225 = 864 \text{ А}.$$

Количество витков обмотки

$$w = \frac{K_3 c^2 (n-2)^2}{S_{\text{пр}}} = \frac{0,65 \cdot (20 \cdot 10^{-3})^2 \cdot (2,8153 - 2)^2}{0,05 \cdot 10^{-6}} = 3456,5.$$

Округляем до  $w = 3457$ .

Магнитодвижущая сила  $F = wI = 3457 \cdot 0,25 = 864,25$  А.

Таким образом, равенство  $U_M = F$  или  $l_c H_c + l_0 H_0 = wI$  выполняется с относительной погрешностью  $\delta = \frac{864,25 - 864}{864} \approx 0,03\%$ , что подтверждает правильность расчетов.

**Задача 1.13.** Выполнить расчет в MathCAD разветвленной магнитной цепи (рис. 1.15, а) и определить индукцию магнитного поля в зазоре  $B_0$ .

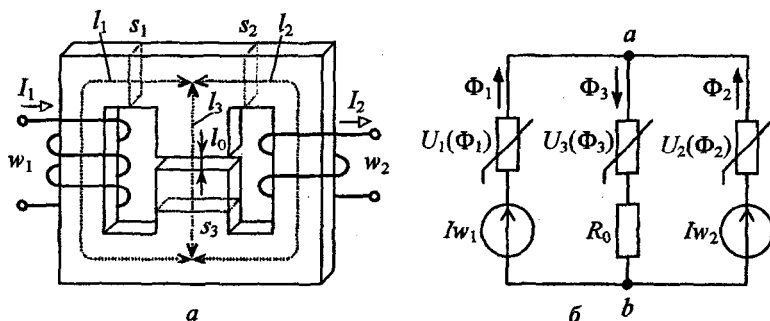


Рис. 1.15

Геометрические размеры участков цепи, числа витков и токи в них заданы на рис. 1.16:

$l_1 = 0.4$ м	$s_1 = 0.0015$ м <sup>2</sup>	$w_1 = 200$	$I_1 = 2.5$ А
$l_2 = 0.4$ м	$s_2 = 0.0025$ м <sup>2</sup>	$w_2 = 300$	$I_2 = 2$ А
$l_3 = 0.2$ м	$s_3 = 0.004$ м <sup>2</sup>	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м	$l_0 = 5 \cdot 10^{-4}$ м

Рис. 1.16

**Решение.** 1. На кривой намагничивания материала сердечника  $B(H)$  (рис. 1.17) выбирают 10...15 точек. Координаты выбранных точек оформляют в виде матриц.

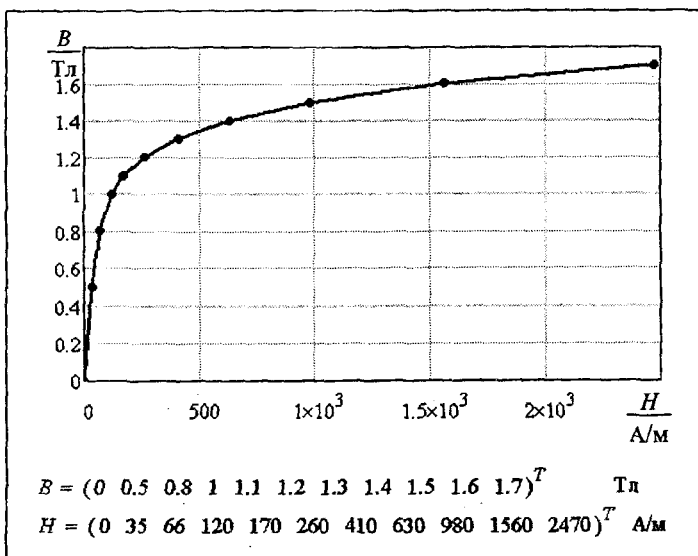


Рис. 1.17

2. Расчет веберамперных характеристик участков магнитной цепи производится по формулам  $\Phi = sB$ ,  $U_m = IH$ , для удобства магнитные потоки выразим в милливеберах [мВб]:

$$k = 1..10$$

$$\Phi 1_k = 1000 B_k \cdot s_1 \quad U 1_k = H_k \cdot l_1 \quad - \text{ для 1-го участка}$$

$$\Phi 2_k = 1000 B_k \cdot s_2 \quad U 2_k = H_k \cdot l_2 \quad - \text{ для 2-го участка}$$

$$\Phi 3_k = 1000 B_k \cdot s_3 \quad U 3_k = H_k \cdot l_3 \quad - \text{ для 3-го участка}$$

$$R_0 = \frac{l_0}{\mu_0 \cdot s_3} \quad U_0(\Phi 3) = R_0 \cdot \Phi 3 \cdot 0.001 \quad - \text{ для зазора}$$

Рис. 1.18

3. Аппроксимация веберамперных характеристик участков магнитной цепи выполняется степенным полиномом  $U_m = a\Phi + b\Phi^n$ . Коэффициенты аппроксимации  $a$ ,  $b$  и  $n$  определяются по методу выбранных точек (3, 6, 9).



Для 1-го участка:

$$a_1 = 1 \quad b_1 = 1 \quad n_1 = 1$$

$$\text{Given} \quad U_{13} = a_1 \cdot \Phi_{13} + b_1 \cdot (\Phi_{13})^{n_1}$$

$$U_{16} = a_1 \cdot \Phi_{16} + b_1 \cdot (\Phi_{16})^{n_1}$$

$$U_{19} = a_1 \cdot \Phi_{19} + b_1 \cdot (\Phi_{19})^{n_1}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ b_1 \\ n_1 \end{pmatrix} = \text{Find}(a_1, b_1, n_1) = \begin{pmatrix} 19.858 \\ 0.925 \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Для 2-го участка:

$$a_2 = 1 \quad b_2 = 1 \quad n_2 = 1$$

$$\text{Given} \quad U_{23} = a_2 \cdot \Phi_{23} + b_2 \cdot (\Phi_{23})^{n_2}$$

$$U_{26} = a_2 \cdot \Phi_{26} + b_2 \cdot (\Phi_{26})^{n_2}$$

$$U_{29} = a_2 \cdot \Phi_{29} + b_2 \cdot (\Phi_{29})^{n_2}$$

$$\begin{pmatrix} a_2 \\ b_2 \\ n_2 \end{pmatrix} = \text{Find}(a_2, b_2, n_2) = \begin{pmatrix} 11.915 \\ 0.022 \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Для 3-го участка:

$$a_3 = 1 \quad b_3 = 1 \quad n_3 = 1$$

$$\text{Given} \quad U_{33} = a_3 \cdot \Phi_{33} + b_3 \cdot (\Phi_{33})^{n_3}$$

$$U_{36} = a_3 \cdot \Phi_{36} + b_3 \cdot (\Phi_{36})^{n_3}$$

$$U_{39} = a_3 \cdot \Phi_{39} + b_3 \cdot (\Phi_{39})^{n_3}$$

$$\begin{pmatrix} a_3 \\ b_3 \\ n_3 \end{pmatrix} = \text{Find}(a_3, b_3, n_3) = \begin{pmatrix} 3.723 \\ 3.421 \times 10^{-4} \\ 7.35 \end{pmatrix}$$

Рис. 1.19

Уравнения аппроксимации веберамперных характеристик участков:

$$\begin{aligned}
 U_1(\Phi_1) &= a_1 \cdot \Phi_1 + b_1 \cdot \Phi_1^{n_1} \\
 U_2(\Phi_2) &= a_2 \cdot \Phi_2 + b_2 \cdot \Phi_2^{n_2} \\
 U_3(\Phi_3) &= a_3 \cdot \Phi_3 + b_3 \cdot \Phi_3^{n_3}
 \end{aligned}$$

Рис. 1.20

4. Составляется расчетная схема магнитной цепи (рис. 1.15, б), для схемы записывается система уравнений по законам Кирхгофа. Решение системы уравнений производится по программе "Given...Find":

$$\begin{array}{l}
 \Phi_1 = 1 \quad \Phi_2 = 1 \quad \Phi_3 = 1 \quad U_{ab} = 10 \\
 \text{Given} \quad \Phi_1 + \Phi_2 - \Phi_3 = 0 \\
 U_{ab} + U_1(\Phi_1) = I_1 \cdot w_1 \\
 U_{ab} + U_2(\Phi_2) = I_2 \cdot w_2 \\
 U_{ab} = U_3(\Phi_3) + U_o(\Phi_3) \\
 \\
 \begin{pmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ U_{ab} \end{pmatrix} = \text{Find}(\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, U_{ab}) = \begin{pmatrix} 1.261 \\ 3.121 \\ 4.381 \\ 469.893 \end{pmatrix} \\
 \\
 \text{Результаты вычислений:} \\
 \Phi_1 = 1.261 \text{ мВб} \quad \Phi_2 = 3.121 \text{ мВб} \quad \Phi_3 = 4.381 \text{ мВб} \\
 U_1(\Phi_1) = 30.107 \text{ А} \quad U_2(\Phi_2) = 130.107 \text{ А} \quad U_3(\Phi_3) = 34.091 \text{ А} \\
 U_{ab} = 469.893 \text{ А} \quad U_o(\Phi_3) = 435.802 \text{ А} \\
 \text{Индукция магнитного поля в зазоре} \quad B_o = \frac{\Phi_3}{s_3} \cdot 0.001 = 1.095 \text{ Тл}
 \end{array}$$

Рис. 1.21

Примечание: алгоритм решения задачи позволяет выполнять анализ влияния отдельных параметров исходных данных на конечные результаты, для этого достаточно внести изменение нужного параметра в исходных данных задачи и повторить вычисления до конца алгоритма.

## Контрольные задачи

Указание: При решении контрольных задач пользоваться кривой намагничивания стали, приведенной на рис. 1.4.

**Задача 1.14.** По двум параллельным прямолинейным проводам, радиус сечения которых  $R = 4$  мм, протекает ток  $I = 200$  А. Расстояние между осями проводов 1 м.

Рассчитать напряженность магнитного поля в средней точке между осями проводов (на расстоянии 0,5 м от оси каждого провода) для двух случаев:

- токи протекают в противоположных направлениях;
- токи в одинаковых направлениях.

Воспользоваться расчетом задачи 1.1 в табл. 1.1.

**Задача 1.15.** При протекании одинакового тока по двум длинным параллельным проводам, находящимся на расстоянии 1 м один от другого, на каждый метр длины провода действует сила  $F = 2 \cdot 10^{-7}$  Н.

Определить величину тока, протекающего по каждому из проводов.

**Задача 1.16.** На стальном сердечнике кольцевой формы (рис. 1.22) помещена катушка с числом витков  $w = 300$ . Сечение сердечника  $s = 16$  см<sup>2</sup>, длина средней линии  $l = 0,6$  м. Ток катушки  $I = 1$  А.

Определить поток в сердечнике и потокоцепление катушки.

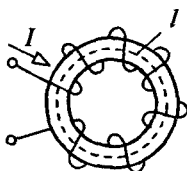


Рис. 1.22

**Задача 1.17.** Рассчитать индуктивность катушки в задаче 1.3, если сердечник выполнен из электротехнической стали, но ток в обмотке а) уменьшился в 2 раза ( $I = I_2 / 2 = 2,5$  А); б) увеличился в 2 раза ( $I = 2I_2 = 10$  А).

**Задача 1.18.** В условии задачи 1.16 в стальном сердечнике сделан воздушный зазор длиной  $l_0 = 1$  мм.

Определить поток в сердечнике и потокоцепление катушки при том же токе в ней.

**Задача 1.19.** В условии задачи 1.16 в стальном сердечнике сделан воздушный зазор длиной  $l_0 = 1$  мм.

Определить ток катушки, при котором поток в сердечнике и потокоцепление останутся прежними. Как при этом изменится мощность катушки?

**Задача 1.20.** Магнитный поток в воздушных зазорах магнитной цепи, изображенной на рис. 1.23,  $\Phi = 0,48 \cdot 10^{-3}$  Вб. Размеры:  $c = 2$  см,  $l_0 = 1$  мм.

Определить магнитодвижущую силу катушки.

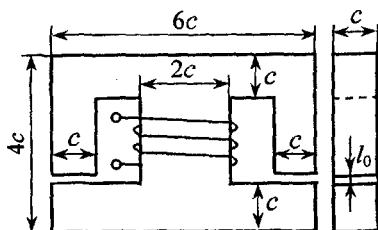


Рис. 1.23

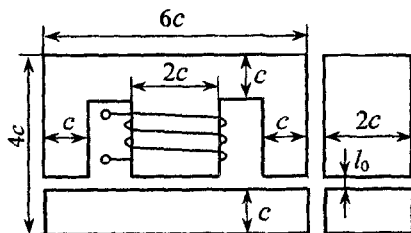


Рис. 1.24

**Задача 1.21.** На якорь электромагнита, изображенного на рис. 1.24, действует подъемная сила  $F = 1500$  Н. Между полюсами сердечника и якорем имеется зазор  $l_0 = 0,5$  мм. Размер  $c = 3$  см.

Определить магнитодвижущую силу обмотки электромагнита.

**Задача 1.22.** В правом стержне магнитной цепи, показанной на рис. 1.25, имеется воздушный зазор длиной  $l_0 = 1$  мм. Размер  $c = 3$  см. Индукция в зазоре  $B_0 = 0,2$  Тл.

Определить индукцию на всех участках цепи и магнитодвижущую силу катушки.

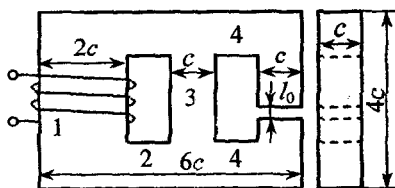


Рис. 1.25

**Задача 1.23.** Длина средней линии стального сердечника цепи, изображенной на рис. 1.26,  $l = 0,4$  м, сечение сердечника  $S = 16$  см<sup>2</sup>. Длина воздушного зазора  $l_0$ . Задаваясь значениями индукции от 0 до 1,5 Тл, рассчитать и построить веберамперную характеристику  $\Phi(wI)$  цепи для двух значений длины зазора  $l_0 = 0,2$  мм и  $l_0 = 2$  мм.

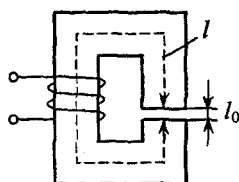


Рис. 1.26

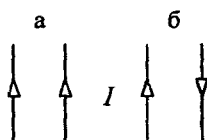
## Ответы к контрольным задачам

- 1.14. 127,4 А/м; 0.
- 1.15. 1 А.
- 1.16.  $\Phi = 1,66$  мВб;  $\Psi = 0,5$  Вб.
- 1.17. 25 мГн; 7,8 мГн.
- 1.18.  $\Phi = 0,48$  мВб;  $\Psi = 0,144$  Вб.
- 1.19. 3,77 А.
- 1.20. 1440 А.
- 1.21. 470 А.
- 1.22.  $B_4 = B_0 = 0,2$  Тл;  $B_3 = 1,38$  Тл;  
 $B_2 = 1,58$  Тл;  $B_1 = 0,79$  Тл;  
 $\omega I = 679$  А.

# Тест 1 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов

## Вариант 1.1

1. По двум параллельным проводам протекают одинаковые постоянные токи, направления которых а) совпадают; б) противоположны.

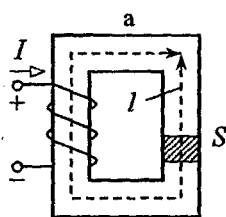


В каком случае напряженность магнитного поля в средней точке между проводами больше?

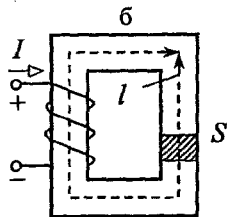
2. Изменится ли индуктивность катушки с неферромагнитным сердечником, если возрастет ток в обмотке? Если изменится, то как?

3. Уменьшится или увеличится магнитный поток катушки с замкнутым стальным сердечником, если при той же МДС удалить сердечник?

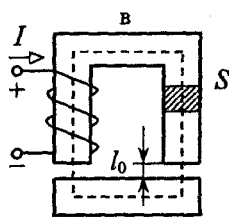
4. Как изменится магнитная индукция в указанном сечении магнитной цепи при неизменном токе в обмотке, если соответственно:



увеличить  $l$   
 $S = \text{const}$



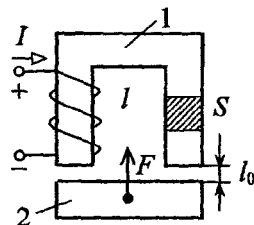
увеличить  $S$   
 $l = \text{const}$



увеличить  $l_0$   
 $S = \text{const}$

5. Определить силу  $F$ , с которой якорь 2 притягивается к магнитопроводу 1, если ток в обмотке  $I = 1$  А, число ее витков  $w = 100$ , длина воздушного зазора  $l_0 = 5$  мм, сечение сердечника  $S = 1,5$  см<sup>2</sup>.

При расчете потоком рассеяния и падением магнитного напряжения в стали  $l_{\text{ст}} H_{\text{ст}}$  пренебречь.

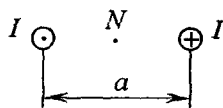


### Ответы

1.	2.	3.	4. а – б – в –	5.
----	----	----	----------------------	----

## Вариант 1.2

1. По проводам ЛЭП протекает ток  $I = 100$  А. Расстояние между центрами сечения проводов  $a = 20$  см.



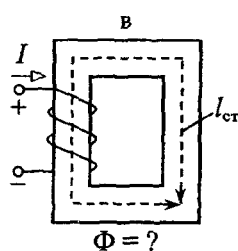
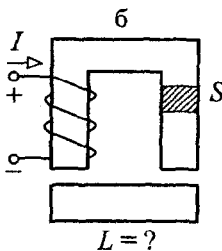
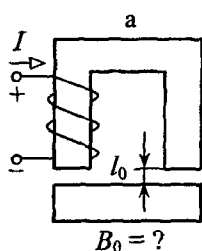
Определить напряженность магнитного поля в средней точке  $N$  и её направление.

2. На неферромагнитный кольцевой сердечник квадратного сечения нужно намотать катушку, чтобы индуктивность была равна  $5$  мГн. Радиус внутренней окружности кольца  $R_1 = 26$  см, радиус наружной окружности  $R_2 = 30$  см.

Определить, сколько витков провода необходимо намотать.

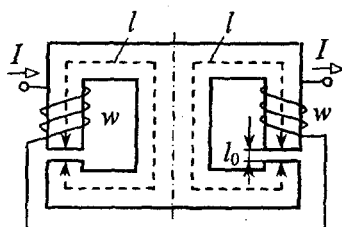
3. Как изменится ток в обмотке при увеличении воздушного зазора в стальном сердечнике катушки, если магнитная индукция в сердечнике неизменна?

4. Как изменятся а)  $B_0$ , б)  $L$ , в)  $\Phi$ , если увеличить соответственно  $l_0$ ,  $S$ ,  $l_{ст}$  в указанной магнитной цепи при неизменной МДС:



5. Магнитная индукция в воздушных зазорах магнитопровода  $B_0 = 1,4$  Тл (кривая намагничивания стали приведена на рис. 1.4).

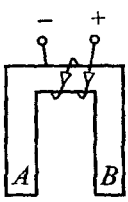
Определить МДС  $wI$  катушек, если  $l = 40$  см,  $l_0 = 1$  мм, сечение среднего стержня вдвое больше сечений крайних стержней.



### Ответы

1.	2.	3.	4. а) $B_0$ – б) $L$ – в) $\Phi$ –
			5.

### Вариант 1.3

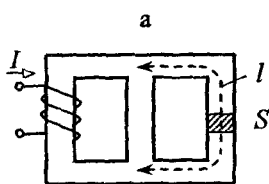
1.  Где северный полюс: А или В?

2. Как изменится магнитный поток электромагнита и магнитное сопротивление магнитопровода, если в его стальном сердечнике появится воздушный зазор, а ток обмотки будет прежним?

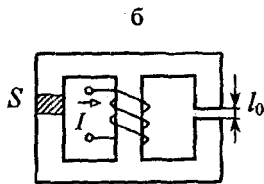
3. В катушке с замкнутым стальным сердечником (кривая намагничивания стали дана на рис. 1.4) при некотором токе напряженность поля  $H = 450 \text{ А/м}$ .

Определить, во сколько раз изменятся магнитная индукция, магнитный поток, магнитная проницаемость стали и индуктивность катушки, если ток увеличится в 2 раза.

4. Как изменится магнитная индукция в указанном сечении магнитной цепи при неизменной МДС, если соответственно:

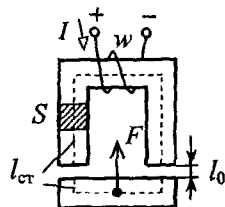


увеличить  $S$   
 $l = \text{const}$



увеличить  $l_0$

5. Определить ток  $I$  в обмотке для получения подъемной силы электромагнита  $F = 289 \text{ Н}$ , если сердечник выполнен из электротехнической стали (кривая намагничивания дана на рис. 1.4), сечение сердечника  $S = 3 \text{ см}^2$ , длина средней линии  $l_{\text{ст}} = 20 \text{ см}$ , длина воздушных зазоров  $l_0 = 1 \text{ мм}$ , число витков обмотки  $w = 300$ .



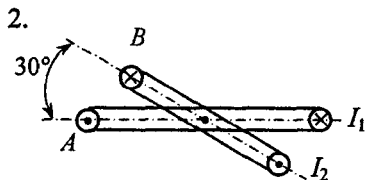
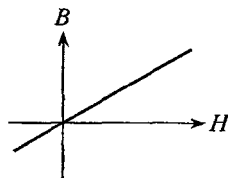
### Ответы

1.	2. $\Phi -$ $R_m -$	3. $B, \Phi -$ $\mu_{\text{ст}}, L -$	4. а - б -	5.
----	------------------------	--	---------------	----



### Вариант 1.4

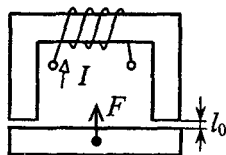
1. Какому материалу (железу, кобальту, меди или никелю) соответствует приведенная зависимость  $B(H)$ ?



Внутри неподвижной рамки  $A$  с током  $I_1$  расположена подвижная рамка  $B$  с током  $I_2$ .

В какую сторону (по часовой стрелке или против) и на какой угол повернется рамка  $B$ ?

3. При некотором воздушном зазоре  $l_0$  подъемная сила электромагнита равна  $F$ . При уменьшении зазора подъемная сила увеличилась вдвое.



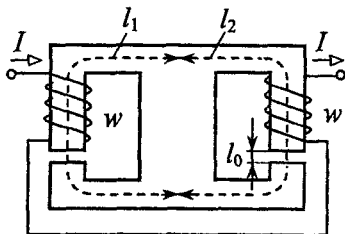
Как при этом изменится индукция в сердечнике?

4. В замкнутом стальном сердечнике катушки (кривая намагничивания приведена на рис. 1.4) магнитная индукция  $B = 0,8$  Тл.

Определить, во сколько раз должен измениться ток катушки, чтобы индукция увеличилась в два раза? Как при этом изменится индуктивность катушки?

5. Магнитная индукция в воздушных зазорах магнитопровода  $B_0 = 1,4$  Тл (кривая намагничивания стали приведена на рис. 1.4).

Определить МДС  $wI$  катушек, если  $l_1 = l_2 = 30$  см;  $l_0 = 1$  мм.

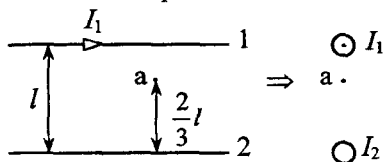


#### Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

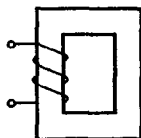
### Вариант 1.5

1. Ток в проводе 1  $I_1 = 10$  А.



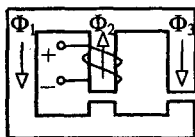
Определите а) направление (к нам или от нас) и б) значение тока  $I_2$  в проводе 2, при котором напряженность магнитного поля в точке "а"  $H_a = 0$ .

2. Сердечник катушки изготовлен из электротехнической стали, кривая намагничивания которой приведена на рис. 1.4. Найдите отношение индуктивностей катушки  $k_{ст} = L_1 / L_2$  при напряженности магнитного поля  $H_1 = 500$  А/м и  $H_2 = 5000$  А/м соответственно.

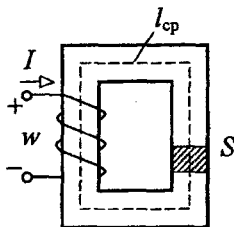


Определите также отношение  $k_s$  при замене сердечника каркасом из неферромагнитного материала.

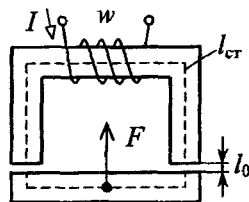
3. Перечислите магнитные потоки стержней в порядке возрастания их значений.



4. Как изменятся ток в обмотке, магнитное сопротивление сердечника, магнитный поток и индуктивность катушки, если увеличить сечение  $S$  и длину средней линии  $l_{ср}$  ферромагнитного сердечника в два раза, сохранив неизменными значения магнитной индукции и количество витков.



5. Каким должно быть сечение сердечника подъемного электромагнита и ток в обмотке, чтобы при зазоре  $l_0 = 2$  мм и магнитной индукции  $B_0 = 1$  Тл получить подъемную силу  $F = 1000$  Н, если  $l_{ср} = 50$  см,  $w = 680$ . Используйте кривую намагничивания на рис. 1.4.



#### Ответы

1. а) – б) –	2. $k_{ст} =$ $k_s =$	3.	4. $I =$ $R_m =$ $\Phi =$ $L =$	5. $S =$ $I =$
-----------------	--------------------------	----	--	-------------------

## 2. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ (МДС)

### Задачи с решениями

**Задача 2.1.** Катушка с сердечником из электротехнической стали подключена к сети напряжением  $u = 179\cos 314t$  В. Кривая намагничивания стали  $B(H)$  приведена на рис. 2.1. Площадь поперечного сечения сердечника  $S = 10 \text{ см}^2$ , длина средней магнитной линии  $l = 50 \text{ см}$ , число витков катушки  $w = 400$ .

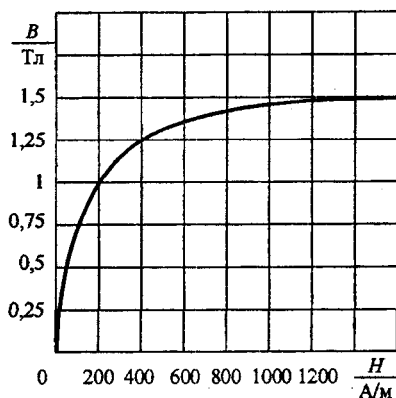


Рис. 2.1

Пренебрегая активным сопротивлением и потоком рассеяния обмотки, потерями в стальном сердечнике,

1) построить диаграммы мгновенных значений потока  $\Phi(\omega t)$  и тока  $i(\omega t)$  в катушке;

2) рассчитать действующее значение тока, коэффициент амплитуды и эквивалентную индуктивность катушки.

**Решение.** При отсутствии активного сопротивления и потока рассеяния обмотки напряжение

уравновешивается ЭДС самоиндукции  $u = -e = w \frac{d\Phi}{dt}$ , и изменение потока во времени определяется приложенным к катушке напряжением

$$\Phi(t) = \frac{1}{w} \int u dt + C = \frac{U_m}{\omega \cdot w} \sin \omega t = \Phi_m \sin \omega t,$$

т.е. при синусоидальном напряжении на зажимах катушки рабочий поток её сердечника изменяется также синусоидально (рис. 2.2, а).

Так как  $U = E = 2\pi f w \Phi_m / \sqrt{2} = 4,44 f w \Phi_m$ , то амплитуды магнитного потока и индукции

$$\Phi_m = \frac{U_m / \sqrt{2}}{4,44 f w} = \frac{179 / \sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 400} = 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ Вб},$$

$$B_m = \frac{\Phi_m}{S} = \frac{1,43 \cdot 10^{-3}}{10 \cdot 10^{-4}} = 1,43 \text{ Тл.}$$

Для построения диаграммы мгновенных значений тока  $i(\omega t)$  строим зависимость  $\Phi(i)$ . С этой целью масштаб кривой намагничивания стали  $B(H)$  (рис. 2.1) пересчитываем, используя формулы

$$i = \frac{IH}{w}, \quad \Phi = SB \text{ (рис. 2.2, б).}$$

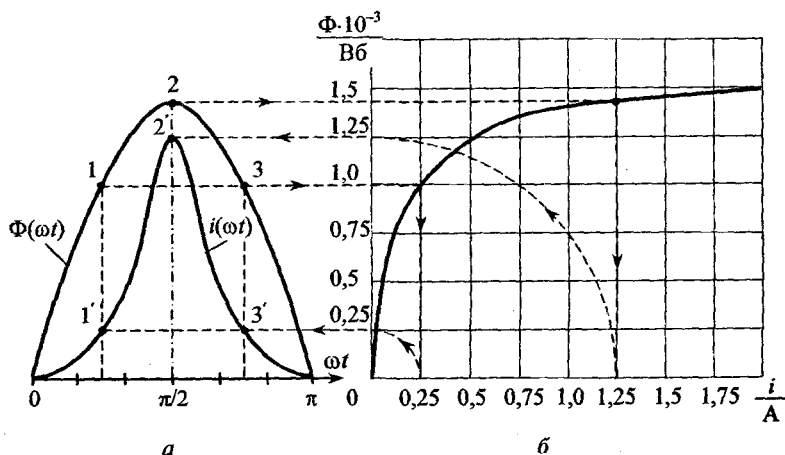


Рис. 2.2

Задаваясь значениями магнитного потока на кривой  $\Phi(\omega t)$  (точки 1, 2, 3), с помощью зависимости  $\Phi(i)$  находим соответствующие значения тока  $i$  и определяем точки 1', 2', 3' кривой  $i(\omega t)$  (рис. 2.2, б).

Действующее значение несинусоидального тока определяем по приближенной формуле

$$I = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n i_k^2}, \quad (2.1)$$

где  $n$  – число частей, на которое разделен полупериод тока,

$$I = \sqrt{\frac{1}{6}(0,05^2 + 0,25^2 + 0,95^2 + 0,95^2 + 0,25^2 + 0,05^2)} = 0,57 \text{ А.}$$

$$\text{Коэффициент амплитуды } K_a = \frac{I_{\max}}{I} = \frac{1,25}{0,57} = 2,19.$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{127}{0,57} = 222,8 \text{ Ом.}$$

Эквивалентная индуктивность

$$L = \frac{X_L}{\omega} = \frac{Z}{\omega} = \frac{222,8}{314} = 0,71 \text{ Гн.}$$

**Задача 2.2.** Для задачи 2.1 найти зависимость полного сопротивления катушки  $Z$  от напряжения  $U$  на её зажимах в диапазоне изменения напряжения от 30 до 127 В.

Активным сопротивлением, потоком рассеяния обмотки, потерями в стали пренебречь.

**Решение.** Расчет полного сопротивления производим графоаналитическим методом. С этой целью задаемся значениями напряжения  $U = 30; 60; 90; 127$  В и рассчитываем соответствующие им амплитуды потока

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 f \omega} = 0,338 \cdot 10^{-3}; 0,675 \cdot 10^{-3}; 1,01 \cdot 10^{-3}; 1,43 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

С помощью зависимости  $\Phi(i)$  (рис. 2.2, б) строим диаграммы мгновенных значений тока катушки  $i(\omega t)$ . По приближенной формуле (2.1), приведенной в задаче 2.1, определяем действующие значения тока. Результаты графоаналитического расчета приведены в табл. 2.1, кривые  $I(U)$  и  $Z(U)$  – на рис. 2.3.

Таблица 2.1

$U, \text{ В}$	30	60	90	127
$I, \text{ А}$	0,03	0,071	0,17	0,57
$Z = U / I, \text{ Ом}$	1000	845	529	222,8

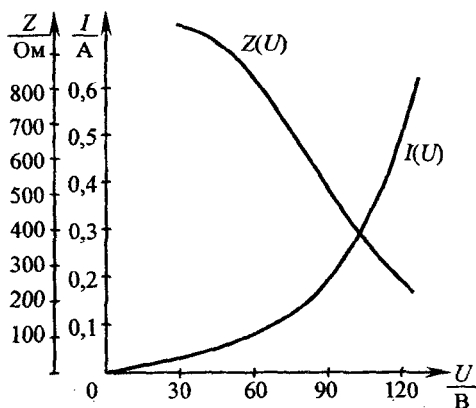


Рис. 2.3

**Задача 2.3.** Аппроксимируя кривую намагничивания электротехнической стали (рис. 2.1) степенным полиномом  $H = aB + bB^5$ , определить закон изменения мгновенного значения тока и его действующее значение в катушке с замкнутым магнитопроводом, описанной в условии задачи 2.1.

Мощностью потерь в стали, потоком рассеяния и активным сопротивлением катушки пренебречь.

**Решение.** Максимальное значение магнитной индукции

$$B_m = \frac{U}{4,44 f w S} = \frac{U_m / \sqrt{2}}{4,44 f w S} = \frac{179 / \sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 400 \cdot 10^{-3}} = 1,43 \text{ Тл.}$$

Для определения коэффициентов аппроксимации  $a$  и  $b$  выбираем на кривой намагничивания (рис. 2.1) две точки: одну на изгибе ( $H_1 = 200 \text{ А/м}$ ;  $B_1 = 1 \text{ Тл}$ ) и вторую ( $H_2 = 1000 \text{ А/м}$ ;  $B_2 = 1,43 \text{ Тл}$ ), соответствующую рассчитанному амплитудному значению индукции  $B_m = 1,43 \text{ Тл}$ .

Решая систему двух уравнений

$$\begin{cases} H_1 = aB_1 + bB_1^5 \\ H_2 = aB_2 + bB_2^5 \end{cases} \quad \begin{cases} 200 = a \cdot 1 + b \cdot 1^5 \\ 1000 = a \cdot 1,43 + b \cdot 1,43^5, \end{cases}$$

находим коэффициенты аппроксимации

$$a = 43; \quad b = 157.$$

Используя закон полного тока и уравнение аппроксимации, записываем уравнение мгновенного значения тока

$$i = \frac{l}{w} H = \frac{l}{w} (aB + bB^5).$$

Поскольку напряжение, приложенное к катушке, синусоидально, то и магнитная индукция изменяется по синусоидальному закону

$$B = B_m \sin \omega t = 1,43 \sin \omega t \text{ Тл.}$$

Тогда уравнение мгновенного значения тока

$$i = \frac{l}{w} (aB_m \sin \omega t + bB_m^5 \sin^5 \omega t) = 0,0769 \sin \omega t + 1,175 \sin^5 \omega t \text{ А.}$$

Учитывая, что

$$\sin^5 \alpha = \frac{5}{8} \sin \alpha - \frac{5}{16} \sin 3\alpha + \frac{1}{16} \sin 5\alpha,$$

получим  $i = 0,811 \sin \omega t - 0,367 \sin 3\omega t + 0,073 \sin 5\omega t \text{ А.}$

Действующее значение тока катушки

$$\begin{aligned} I &= \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2} = \sqrt{\frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \frac{I_{5m}^2}{2}} = \\ &= \sqrt{\frac{0,811^2}{2} + \frac{0,367^2}{2} + \frac{0,073^2}{2}} = 0,61 \text{ А.} \end{aligned}$$

Амплитудное значение тока

$$I_{\max} = 0,811 + 0,367 + 0,073 = 1,251 \text{ А.}$$

Результаты аналитического и графического (задача 2.1) расчетов катушки отличаются незначительно.

**Задача 2.4.** На рис. 2.4 приведена динамическая петля перемагничивания  $B(H)$  при частоте  $f = 50$  Гц стального сердечника катушки, имеющего площадь поперечного сечения  $S = 10 \text{ см}^2$ , длину средней магнитной линии  $l = 17,5 \text{ см}$ , площадь петли перемагничивания  $S_{\Pi} = 10,7 \text{ см}^2$ . Число витков катушки  $w = 175$ .

Воспользовавшись диаграммой  $B(H)$ , построить зависимость  $i(\omega t)$ , определить действующие значения напряжения и тока катушки,

потерю мощности в сердечнике. Активным сопротивлением и потоком рассеяния обмотки пренебречь.

Решение. При отсутствии активного сопротивления и потока рассеяния катушки

$$U = E = 4,44 f \omega S B_m.$$

На петле перемагничивания амплитуда индукции  $B_m = 1,6$  Тл, и действующее значение напряжения

$$U = 4,44 \cdot 50 \cdot 175 \cdot 1,6 \cdot 10^{-4} = 62 \text{ В.}$$

Магнитная индукция в сердечнике изменяется синусоидально (рис. 2.4). Для построения зависимости  $i(\omega t)$  задаемся значениями индукции  $B$  (точки 1, 2, 3, 4, 5) и с помощью петли перемагничивания находим соответствующие точки  $1', 2', 3', 4', 5'$  кривой тока.

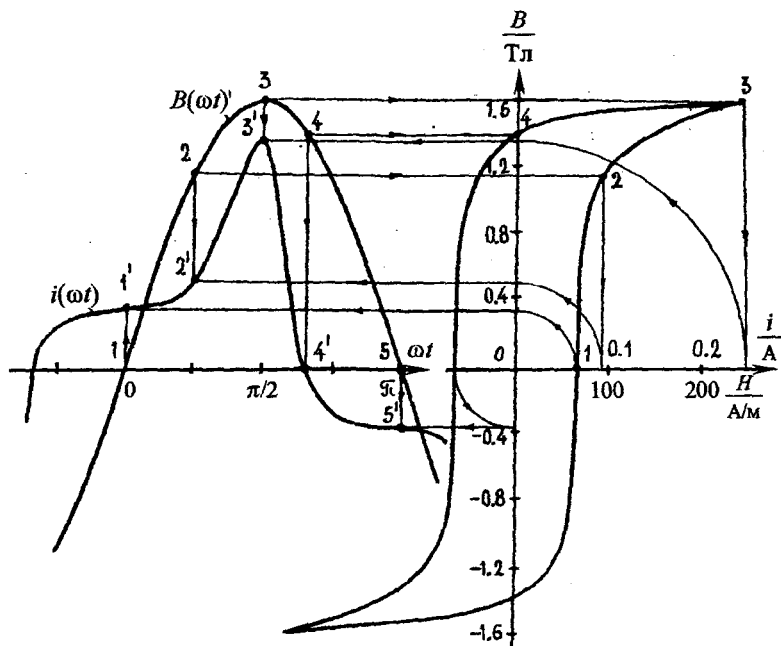


Рис. 2.4



Диаграмма  $i(\omega t)$  приведена на рис. 2.4. Из-за потерь в сердечнике наблюдается сдвиг фаз индукции и тока.

Действующее значение тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n i_k^2} = \sqrt{\frac{1}{6} (0,04^2 + 0,054^2 + 0,06^2 + 0,1^2 + 0,23^2 + 0,123^2)} = 0,12 \text{ А.}$$

Потери энергии за один цикл перемагничивания сердечника

$$A = V_c \oint H dB = V_c m_H m_B S_{\Pi} = 1,75 \cdot 10^{-4} \cdot 86 \cdot 0,47 \cdot 10,7 = 75,6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж,}$$

где  $V_c = Sl = 1,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$  – объем сердечника,

$S_{\Pi} = 10,7 \text{ см}^2$  – площадь петли перемагничивания,

$m_H = 86 \text{ А/м/см}$ ,  $m_B = 0,47 \text{ Тл/см}$  – масштабы по осям координат, в которых построена петля.

Мощность полных потерь в сердечнике на гистерезис и вихревые токи при заданной частоте

$$P = f \cdot A = 50 \cdot 75,6 \cdot 10^{-3} = 3,78 \text{ Вт.}$$

**Задача 2.5.** Мощность потерь в стали магнитопровода при частоте 40 Гц составила 100 Вт, а при частоте 60 Гц и том же напряжении источника – 80 Вт.

Определить мощность суммарных потерь в стали, а также отдельно потери от гистерезиса и от вихревых токов при частоте 50 Гц и неизменном напряжении источника.

**Решение.** Мощность потерь в стали от гистерезиса прямо пропорциональна частоте и квадрату магнитной индукции. Но так как индукция при неизменном напряжении источника обратно пропорциональна частоте, то рост частоты приводит к уменьшению мощности потерь от гистерезиса:

$$\text{при } f_1 = 40 \text{ Гц} \quad P_{Г1} = af_1 B_{m1}^2;$$

$$\text{при } f_2 = 60 \text{ Гц} \quad P_{Г2} = af_2 B_{m2}^2 = af_2 \left( \frac{B_{m1}}{f_2 / f_1} \right)^2 = P_{Г1} \frac{f_1}{f_2}.$$

Мощность потерь в стали от вихревых токов прямо пропорциональна квадрату частоты и квадрату магнитной индукции:

$$\text{при } f_1 = 40 \text{ Гц} \quad P_{в1} = bf_1^2 B_{m1}^2;$$

$$\text{при } f_2 = 60 \text{ Гц} \quad P_{в2} = bf_2^2 B_{m2}^2 = bf_2^2 \left( \frac{B_{m1}}{f_2/f_1} \right)^2 = bf_1^2 B_{m1}^2 = P_{в1} = \text{const.}$$

Из последнего выражения следует, что при  $U = \text{const}$  мощность потерь от вихревых токов остается постоянной при изменении частоты.

Таким образом, мы можем составить систему двух уравнений

$$\begin{cases} P_1 = P_{г1} + P_{в1} \\ P_2 = P_{г1} \frac{f_1}{f_2} + P_{в1} \end{cases} \quad \begin{cases} 100 = P_{г1} + P_{в1} \\ 80 = P_{г1} \frac{40}{60} + P_{в1}. \end{cases}$$

Решение системы уравнений дает  $P_{г1} = 60$  Вт,  $P_{в1} = 40$  Вт.

При частоте  $f = 50$  Гц мощность потерь в стали от гистерезиса, вихревых токов и суммарные потери соответственно равны

$$P_{г(50)} = P_{г1} \frac{f_1}{50} = 60 \frac{40}{50} = 48 \text{ Вт}, \quad P_{в(50)} = P_{в1} = P_{в2} = 40 \text{ Вт},$$

$$P_{(50)} = P_{г(50)} + P_{в(50)} = 48 + 40 = 88 \text{ Вт}.$$

**Задача 2.6.** Катушка с сердечником из электротехнической стали 1511 (рис. 2.5) имеет число витков  $w = 360$  и питается синусоидальным напряжением  $U = 60$  В частотой  $f = 50$  Гц. Кривая намагничивания стали задана табл. 2.2 (для  $H$  приведены действующие значения).

Таблица 2.2

$B_m$ , Тл	0,75	1,0	1,25	1,37	1,4	1,43	1,45	1,5
$H$ , А/м	90	200	400	600	800	1000	1200	1600

Определить ток  $I$  и эквивалентную индуктивность  $L$  катушки при значениях длины воздушного зазора в магнитопроводе  $l_0 = 0; 0,5; 1,0$  мм. Потерями энергии в сердечнике и обмотке, индуктивным сопротивлением рассеяния пренебречь.

Решение. При одинаковом напряжении и указанных в условии допущениях  $U = E$ , и индукция остается неизменной при всех значениях  $l_0$

$$B_m = \frac{U}{4,44 f w S} = \frac{60}{4,44 \cdot 50 \cdot 360 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = 1,25 \text{ Тл},$$

где  $S = 30 \cdot 20 = 600 \text{ мм}^2$  – площадь поперечного сечения магнитопровода.

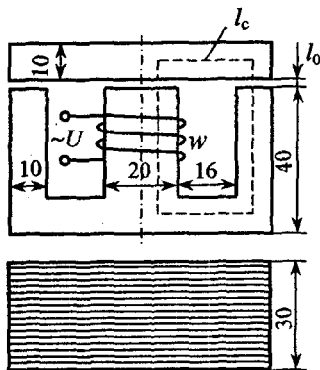


Рис. 2.5

Так как магнитная цепь симметрична, то, разделив ее по оси симметрии, запишем уравнение 2-го закона Кирхгофа

$$wI = l_c H_c + 2l_0 H_0,$$

здесь  $l_c = 132 \text{ мм}$  – длина средней магнитной линии.

Напряженность в стали определяем по кривой намагничивания (табл. 2.2)

$$H_c = 400 \text{ А/м.}$$

Напряженность в зазоре

$$H_0 = \frac{B_m}{\sqrt{2}\mu_0} = \frac{1,25}{\sqrt{2} \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 7,06 \cdot 10^5 \text{ А/м.}$$

При отсутствии воздушного зазора ( $l_0 = 0$ ) ток

$$I = \frac{l_c H_c}{w} = \frac{400 \cdot 132 \cdot 10^{-3}}{360} = 0,147 \text{ А.}$$

Индуктивность катушки  $L = \frac{U}{\omega I} = \frac{60}{314 \cdot 0,147} = 1,3 \text{ Гн.}$

Для  $l_0 = 0,5$  и  $1,0 \text{ мм}$  результаты расчета сводим в табл. 2.3

Таблица 2.3

$l_0$ , мм	0	0,5	1,0
$I$ , А	0,147	1,716	3,28
$L$ , Гн	1,3	0,111	0,058

Таким образом, увеличение воздушного зазора в сердечнике приводит к возрастанию тока катушки и уменьшению ее индуктивности.

**Задача 2.7.** Определить число витков и намагничивающий ток в обмотке электромагнитного реле при  $U = 220$  В и  $f = 50$  Гц. Реле должно создавать усилие  $F = 10$  Н при рабочем зазоре  $l_0 = 4$  мм. Сечение якоря  $S = 2$  см<sup>2</sup> (реле имеет один зазор).

**Решение.** Амплитуда индукции (без учета потока рассеяния)

$$B_m = \sqrt{\frac{4\mu_0 F}{S}} \approx \sqrt{\frac{F}{2 \cdot 10^5 \cdot S}} = 0,5 \text{ Тл.}$$

Пренебрегая активным сопротивлением обмотки и ее индуктивным сопротивлением рассеяния, находим число витков

$$w = \frac{U}{4,44 f S B_m} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 9910.$$

При достаточно большом воздушном зазоре ( $l_0 = 4$  мм) магнитодвижущая сила катушки приблизительно равна падению магнитного напряжения в зазоре

$$wI_m \approx l_0 H_{0m} = l_0 \frac{B_m}{\mu_0} = 4 \cdot 10^{-3} \frac{0,5}{4\pi \cdot 10^{-7}} = 1592 \text{ А.}$$

Намагничивающий ток катушки

$$I = \frac{wI_m}{\sqrt{2}w} = \frac{1592}{\sqrt{2} \cdot 9910} = 0,114 \text{ А.}$$

**Задача 2.8.** Сравнить силы притяжения электромагнитов постоянного и переменного тока при одинаковой индукции  $B_m = 0,2$  Тл и площади полюса  $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

**Решение.** Подъемная сила электромагнита постоянного тока (на один полюс)

$$F_- = \frac{S \cdot B_m^2}{2\mu_0} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot 0,2^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 3,18 \text{ Н.}$$

Среднее за период значение подъемной силы электромагнита переменного тока (на один полюс)

$$F_{\sim} = \frac{S(B_m / \sqrt{2})^2}{2\mu_0} = \frac{2 \cdot 10^{-4} \cdot (0,2 / \sqrt{2})^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}} = 1,59 \text{ Н.}$$

Таким образом, при одном и том же максимальном значении индукции и площади сечения полюса подъемная сила электромагнита постоянного тока вдвое превышает подъемную силу электромагнита переменного тока.

**Задача 2.9.** Для определения параметров схемы замещения катушки со сталью использована схема рис. 2.6. Приборы показали:  $U = 127$  В,  $I = 5$  А,  $P = 100$  Вт. При включении катушки в цепь постоянного напряжения  $U_- = 12$  В ток  $I_- = 4$  А. Число витков катушки  $w = 200$ .

Пренебрегая потоком рассеяния, определить сопротивления всех элементов последовательно – параллельной схемы замещения катушки (рис. 2.7, б). Построить векторную диаграмму для заданного режима.

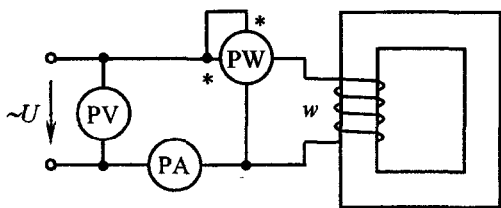


Рис. 2.6

**Решение.** Активное сопротивление обмотки

$$R = \frac{U_-}{I_-} = \frac{12}{4} = 3 \text{ Ом.}$$

Мощность потерь в обмотке (в меди)

$$P_M = RI^2 = 3 \cdot 5^2 = 75 \text{ Вт.}$$

Мощность  $P$ , измеренная ваттметром, включает мощность потерь в меди и стальном сердечнике. Следовательно, мощность потерь в стальном сердечнике

$$P_c = P - P_M = 100 - 75 = 25 \text{ Вт.}$$

Сопротивление  $R_0$  в последовательной схеме замещения катушки (рис. 2.7, а) определяется по мощности потерь в стали

$$R_0 = \frac{P_c}{I^2} = \frac{25}{5^2} = 1 \text{ Ом.}$$

Полное сопротивление катушки

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{127}{5} = 25,4 \text{ Ом.}$$

Индуктивное сопротивление

$$X_0 = \sqrt{Z^2 - (R + R_0)^2} = \sqrt{25,4^2 - 4^2} = 25 \text{ Ом.}$$

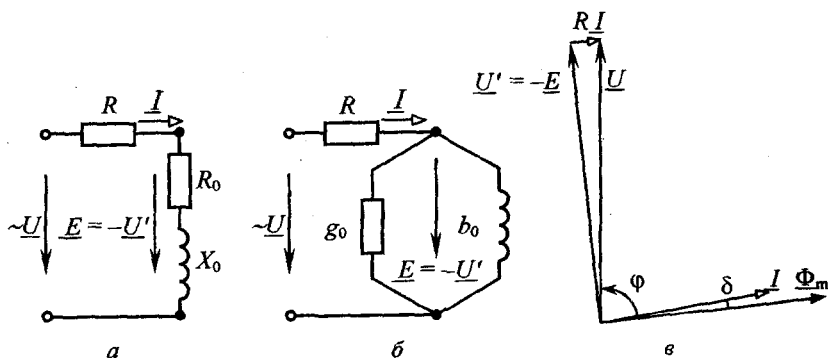


Рис. 2.7

Активная  $g_0$  и реактивная  $b_0$  проводимости в схеме замещения (рис. 2.7, б)

$$g_0 = \frac{R_0}{R_0^2 + X_0^2} = \frac{1}{1^2 + 25^2} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ См,}$$

$$b_0 = \frac{X_0}{R_0^2 + X_0^2} = \frac{25}{1^2 + 25^2} = 40 \cdot 10^{-3} \text{ См.}$$

Для построения векторной диаграммы определяем угол сдвига фаз  $\varphi$  между вектором напряжения  $\underline{U}$  и вектором эквивалентного тока катушки  $\underline{I}$

$$\cos \varphi = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{100}{127 \cdot 5} = 0,157; \quad \varphi = 81^\circ.$$

Откладываем вектор напряжения  $\underline{U}$ , затем под углом  $81^\circ$  к нему вектор тока  $\underline{I}$  (рис. 2.7, в). Так как  $\underline{U} = -\underline{E} + R\underline{I}$  и  $-\underline{E} = \underline{U}' = \underline{U} - R\underline{I}$ , то, вычитая из вектора  $\underline{U}$  вектор падения напряжения  $\underline{U}_R = R\underline{I}$  ( $U_R = 3 \cdot 5 = 15 \text{ В}$ ), получим вектор  $\underline{U}' = -\underline{E}$  ( $E = \sqrt{R_0^2 + X_0^2} \cdot I = 125 \text{ В}$ ).

Вектор потока  $\underline{\Phi}_m$  отстает по фазе от вектора  $\underline{U}'$  на угол  $90^\circ$ , его значение

$$\Phi_m = \frac{E}{4,44 f w} = \frac{125}{4,44 \cdot 50 \cdot 200} = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Угол сдвига фаз  $\delta$  между векторами  $\underline{I}$  и  $\underline{\Phi}_m$  (угол потерь)

$$\sin \delta = \frac{P_c}{EI} = \frac{25}{125 \cdot 5} = 0,04; \quad \delta = 2,3^\circ.$$

**Задача 2.10.** В цепи рис. 2.6  $U = 220 \text{ В}$ ,  $I = 5 \text{ А}$ ,  $P = 225 \text{ Вт}$ . Частота источника напряжения  $f = 50 \text{ Гц}$ . Число витков катушки  $w = 500$ , её активное сопротивление  $R = 5 \text{ Ом}$ . Амплитуда магнитного потока сердечника в заданном режиме  $\Phi_m = 18 \cdot 10^{-4} \text{ Вб}$ .

Определить параметры всех элементов последовательной схемы замещения катушки (рис. 2.8, а) и построить векторную диаграмму.

**Решение.** Мощность потерь в меди обмотки

$$P_M = RI^2 = 5 \cdot 5^2 = 125 \text{ Вт.}$$

Мощность потерь в сердечнике

$$P_C = P - P_M = 225 - 125 = 100 \text{ Вт.}$$

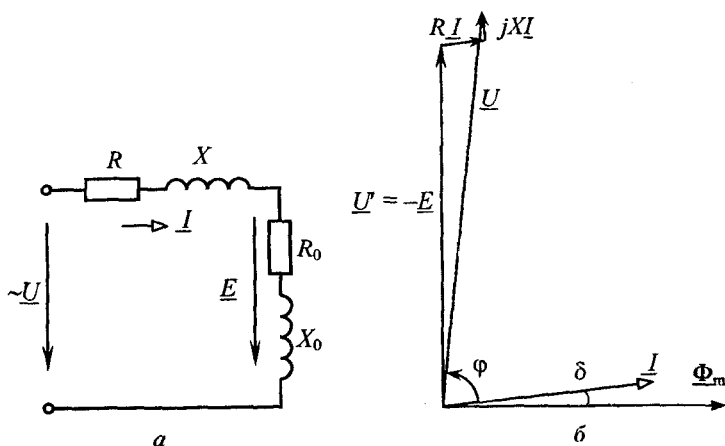


Рис. 2.8

Активное сопротивление схемы замещения, обусловленное потерями в стали,

$$R_0 = \frac{P_c}{I^2} = \frac{100}{25} = 4 \text{ Ом.}$$

ЭДС в обмотке

$$E = U' = 4,44 f \omega \Phi_m = 4,44 \cdot 50 \cdot 500 \cdot 18 \cdot 10^{-4} = 200 \text{ В.}$$

Полное  $Z_0$  и индуктивное  $X_0$  сопротивления, учитывающие наличие стального сердечника,

$$Z_0 = \frac{U'}{I} = \frac{200}{5} = 40 \text{ Ом,}$$

$$X_0 = \sqrt{Z_0^2 - R_0^2} = \sqrt{40^2 - 4^2} = 39,8 \text{ Ом.}$$

Определяем полное сопротивление катушки  $Z$  и её индуктивное сопротивление рассеяния  $X$



$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{5} = 44 \text{ Ом},$$

$$X + X_0 = \sqrt{Z^2 - (R + R_0)^2} = \sqrt{44^2 - 9^2} = 43 \text{ Ом},$$

$$X = 43 - 39,8 = 3,2 \text{ Ом}.$$

Построение векторной диаграммы начнем с вектора  $\underline{\Phi}_m$ , затем откладываем вектор  $\underline{U}' = -\underline{E}$ , опережающий  $\underline{\Phi}_m$  на  $90^\circ$ . Вектор тока  $\underline{I}$  опережает вектор потока  $\underline{\Phi}_m$  на угол потерь

$$\delta = \arcsin \frac{P_c}{EI} = \arcsin \frac{100}{200 \cdot 5} = 5,7^\circ.$$

Вектор  $\underline{U}$  определяем согласно уравнению  $\underline{U} = -\underline{E} + \underline{RI} + j\underline{XI}$ , для чего с конца вектора  $\underline{U}'$  параллельно  $\underline{I}$  проводим вектор падения напряжения  $\underline{RI}$  на активном сопротивлении обмотки, далее под углом  $90^\circ$  к току  $\underline{I}$  проводим вектор падения напряжения на индуктивном сопротивлении рассеяния  $j\underline{XI}$  (рис. 2.8, б).

**Задача 2.11.** Катушка с ферромагнитным сердечником и конденсатор емкостью  $C = 28,5$  мкФ соединены последовательно и питаются синусоидальным напряжением частотой  $f = 50$  Гц (рис. 2.9). Число витков катушки  $w = 300$ , площадь поперечного сечения сердечника  $S = 20$  см<sup>2</sup>, длина магнитной линии  $l = 0,5$  м. Кривая намагничивания материала сердечника задана табл. 2.4 (для  $H$  приведены действующие значения).

Таблица 2.4

$B_m$ , Тл	0,3	0,6	0,9	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
$H$ , А/м	20	55	135	280	350	430	600	795	1320	2400

Определить значение тока при феррорезонансе и значение тока, соответствующее скачкообразному изменению его фазы на  $180^\circ$  при повышении напряжения. Активным сопротивлением элементов цепи пренебречь.

Решение. По заданной кривой намагничивания сердечника  $B_m(H)$  строим вольтамперную характеристику катушки  $U_L(I)$ : масштаб по оси абсцисс пересчитываем на масштаб тока по формуле

$$I = \frac{IH}{w},$$

по оси ординат – на масштаб напряжения по формуле

$$U_L = 4,44 fwSB_m \quad (\text{рис. 2.9})$$

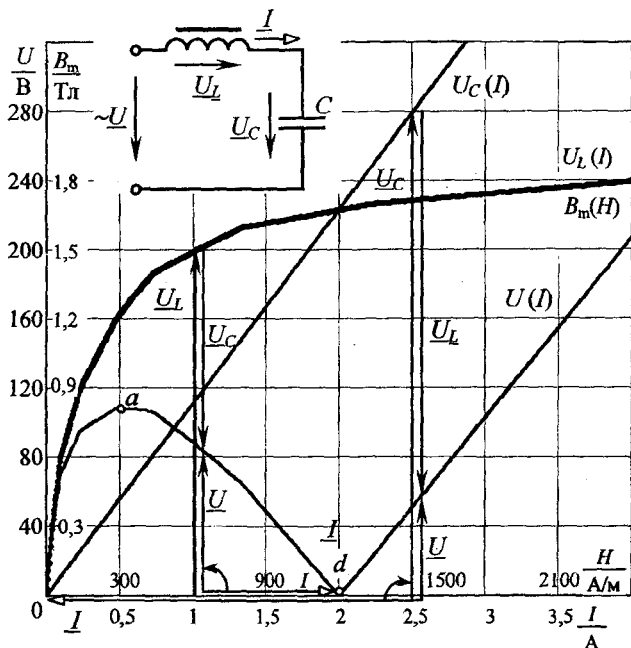


Рис. 2.9

Для построения вольтамперной характеристики конденсатора  $U_C(I)$  рассчитываем емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 \cdot 28,5} = 112 \text{ Ом.}$$

Выбираем произвольную точку диаграммы  $U_C(I)$ , например,  $X_C = \frac{U_C}{I} = \frac{224}{2}$  и проводим прямую через две точки с координатами  $(0; 0)$ ,  $(2 \text{ А}; 224 \text{ В})$ .

Результирующую вольтамперную характеристику цепи  $U(I)$  строим следующим образом: произвольно задаемся током  $I$ , находим соответствующее ему напряжение

$$\underline{U} = \underline{U}_L + \underline{U}_C \quad \text{или} \quad U = |U_L - U_C|$$

(напряжение на индуктивности  $U_L$  и на емкости  $U_C$  находятся в противофазе).

Из диаграммы  $U(I)$  (рис. 2.9) находим ток при феррорезонансе напряжений (точка  $d$ )

$$I_p = 2 \text{ А}$$

и значение тока, соответствующее скачкообразному изменению его фазы на  $180^\circ$  при повышении напряжения (точка  $a$ ),

$$I_C = 0,5 \text{ А.}$$

**Задача 2.12.** Катушка со стальным сердечником и конденсатор подключены параллельно к сети напряжением  $u = U_m \sin 314t$  В (рис. 2.10). Кривая намагничивания сердечника, параметры катушки и конденсатора приведены в задаче 2.11.

Пренебрегая высшими гармониками и потерями, построить вольтамперную характеристику  $U(I)$ , найти действующее значение напряжения, при котором наступит феррорезонанс токов.

Определить область значений емкости  $C$ , при которых феррорезонанс невозможен.

**Решение.** Воспользуемся вольтамперными характеристиками катушки  $U(I_L)$  и конденсатора  $U(I_C)$ , построение которых выполнено в задаче 2.11 (рис. 2.10).

Для построения результирующей ВАХ цепи  $U(I)$  произвольно задаемся значениями  $U$ , находим соответствующие им токи  $I_L$ ,  $I_C$  и по первому закону Кирхгофа определяем ток цепи

$$\underline{I} = \underline{I}_L + \underline{I}_C \quad \text{или} \quad I = |I_L - I_C|.$$

Феррорезонанс токов имеет место при равенстве токов  $I_L$  и  $I_C$ , ток цепи  $I = 0$  (точка  $d$ ). Напряжение, при котором возникает феррорезонанс токов,  $U_p = 224$  В.

Векторная диаграмма дана на рис. 2.10, а.

До точки феррорезонанса преобладает емкостной ток, и ток цепи  $\underline{I}$  опережает по фазе напряжение  $\underline{U}$  на  $90^\circ$ , векторная диаграмма приведена на рис. 2.10, б.

После феррорезонанса  $I_L > I_C$ , ток  $\underline{I}$  отстает по фазе от напряжения  $\underline{U}$  на  $90^\circ$ .

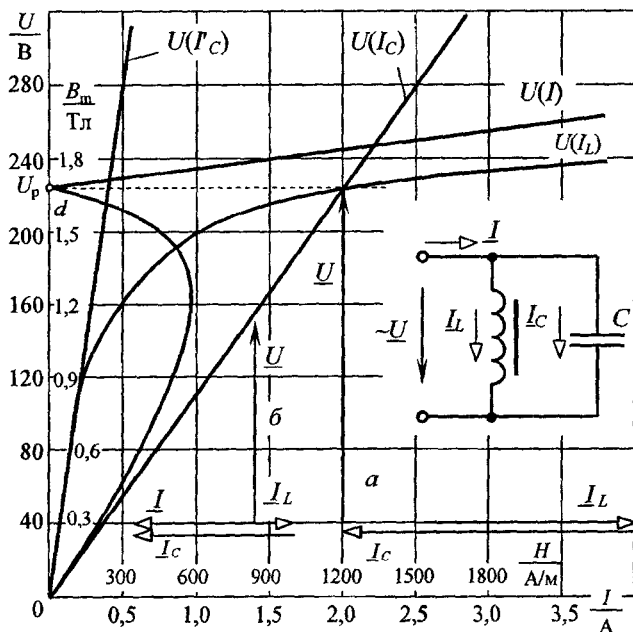


Рис. 2.10

С увеличением сопротивления конденсатора  $X_C$  ВАХ  $U(I_C)$  располагается более круто и при некоторых значениях  $X_C$  не пересекает ВАХ катушки (рис. 2.10):

$$X'_C = \frac{280}{0,5} = 560 \text{ Ом}, \quad C' = \frac{1}{X'_C \omega} = \frac{10^6}{314 \cdot 560} = 5,7 \text{ мкФ.}$$

Таким образом, феррорезонанс невозможен при  $C \leq 5,7 \text{ мкФ.}$

**Задача 2.13.** Для стабилизации напряжения промышленной частоты используется стабилизатор по схеме рис. 2.11. Он содержит линейный дроссель индуктивностью  $L = 0,127$  Гн, конденсатор емкостью  $C = 28,5$  мкФ и нелинейный дроссель, параметры которого и кривая намагничивания стали сердечника даны в задаче 2.11.

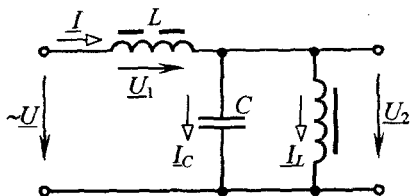


Рис. 2.11

Определить коэффициент стабилизации выходного напряжения  $U_2$  при изменении напряжения  $U$  от 240 до 320 В. Потерями в элементах цепи пренебречь.

**Решение.** Воспользуемся вольтамперными характеристиками нелинейного дросселя  $U_2(I_L)$  и конденсатора  $U_2(I_C)$  (рис. 2.12, а), построение которых выполнено в задачах 2.11 и 2.12.

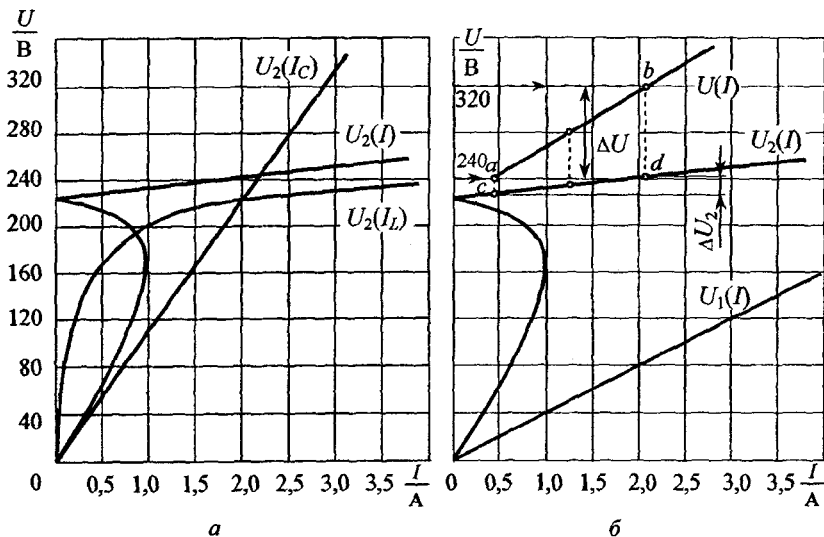


Рис. 2.12

Построим вольтамперную характеристику  $U_1(I)$  линейного дросселя, индуктивное сопротивление которого

$$X_L = \omega L = 314 \cdot 0,127 = 40 \text{ Ом.}$$

Для этого произвольно задаемся точкой характеристики, например,  $X_L = U_1 / I = 160 / 4$  Ом и через две точки с координатами (0; 0) и (4 А; 160 В) проводим прямую  $U_1(I)$  (рис. 2.12, б).

Вольтамперная характеристика параллельного участка цепи  $U_2(I)$ , построение которой описано в задаче 2.12, приведена на рис. 2.12, б.

При построении результирующей характеристики цепи  $U(I)$  для ряда значений тока  $I$  графически складываем напряжения  $U_1$  и  $U_2$  (рис. 2.12, б).

Диапазон изменения выходного напряжения  $U_2$  при изменении входного напряжения от 240 до 320 В находим графически: откладываем напряжения  $U = 240$  и 320 В и с помощью ВАХ  $U(I)$  находим соответствующие токи цепи  $I$  (точки  $a, b$ ), затем по характеристике  $U_2(I)$  — значения выходного напряжения  $U_2 = 225$  и 241 В (точки  $c$  и  $d$ ) (рис. 2.12, б).

Коэффициент стабилизации определяется как отношение относительного приращения напряжения на входе стабилизатора  $\Delta U/U$  к относительному приращению напряжения на выходе стабилизатора  $\Delta U_2/U_2$

$$K_{\text{ст}} = \frac{\Delta U \cdot U_2}{U \cdot \Delta U_2} = \frac{320 - 240}{280} \cdot \frac{233}{241 - 225} = 4,16.$$

**Задача 2.14.** К зажимам катушки с ферромагнитным сердечником, имеющей число витков  $w = 1650$ , подано напряжение  $u = 311 \sin 314t$  В. Активное сопротивление обмотки  $R$  пренебрежимо мало. На сердечник, кроме того, помещена подмагничивающая обмотка с числом витков  $w_0 = 1000$ , питаемая постоянным током  $I_0 = 0,5$  А (рис. 2.13, а). Зависимость между магнитным потоком в сердечнике и полной магнитодвижущей силой катушки задана табл. 2.5.

Таблица 2.5

$F, \text{А}$	500	1000	1500	2000	3000	4000	5000	6000
$\Phi, \text{Вб}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$6,8 \cdot 10^{-4}$	$7,9 \cdot 10^{-4}$	$8,5 \cdot 10^{-4}$	$9,1 \cdot 10^{-4}$	$9,5 \cdot 10^{-4}$	$9,7 \cdot 10^{-4}$	$10 \cdot 10^{-4}$

Определить амплитуды магнитного потока в сердечнике, построить диаграммы мгновенных значений потока  $\Phi(\omega t)$  и тока  $i(\omega t)$ , вычислить действующие значения токов для двух режимов:

- а) при отсутствии подмагничивания ( $I_0 = 0$ );  
 б) при наличии подмагничивания.

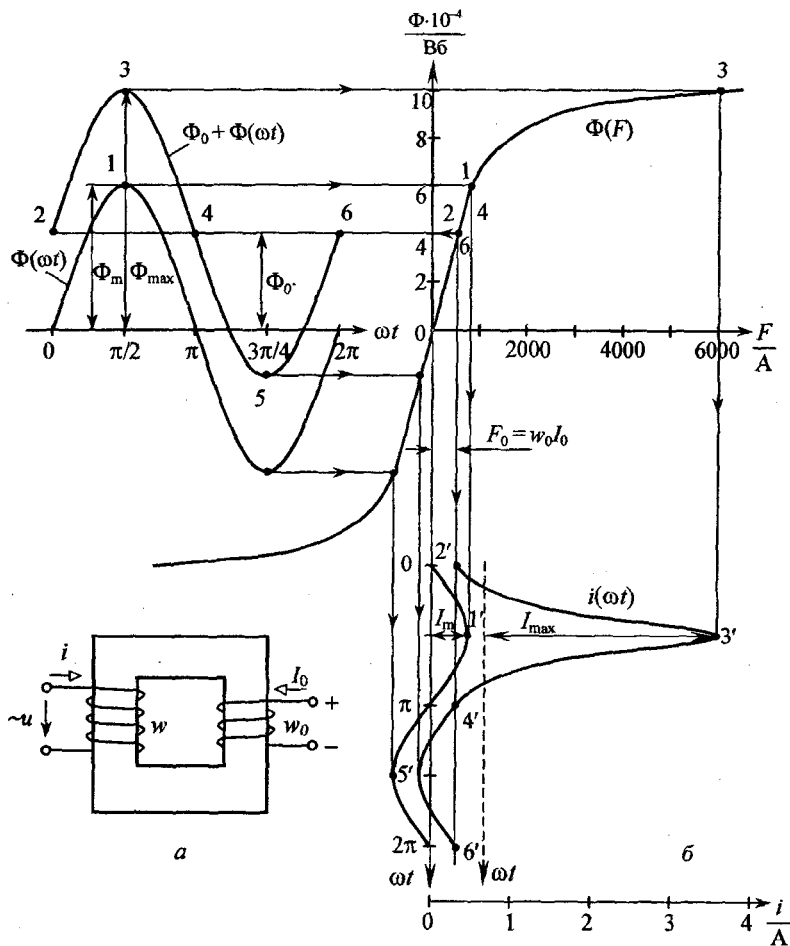


Рис. 2.13

Решение. а) Поскольку  $R = 0$ , то  $U = E$  и при отсутствии подмагничивания магнитный поток в сердечнике изменяется синусоидально с амплитудой

$$\Phi_m = \frac{U}{4,44 f w} = \frac{311/\sqrt{2}}{4,44 \cdot 50 \cdot 1650} = 6 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Диаграмма  $\Phi(\omega t)$  приведена на рис. 2.13, б.

Так как зависимость  $\Phi(F)$  на участке до  $\Phi = 6 \cdot 10^{-4}$  Вб практически линейна, то ток  $i$  изменяется также синусоидально. На рис. 2.13, б показано построение точки 1' кривой тока  $i(\omega t)$ , когда  $\Phi = \Phi_m$  (точка 1).

Амплитуда тока  $I_m = \frac{F}{w} = \frac{758}{1650} = 0,45$  А. Действующее значение

$$I = I_m / \sqrt{2} = 0,326 \text{ А.}$$

б) При наличии подмагничивания определяем МДС обмотки  $w_0$

$$F_0 = w_0 I_0 = 1000 \cdot 0,5 = 500 \text{ А.}$$

Откладываем найденное значение  $F_0$  на оси абсцисс веберамперной характеристики  $\Phi(F)$  и находим  $\Phi_0 = 4 \cdot 10^{-4}$  Вб.

Результирующий магнитный поток равен сумме  $\Phi(\omega t) + \Phi_0$ , его амплитуда

$$\Phi_{\max} = \Phi_m + \Phi_0 = 6 \cdot 10^{-4} + 4 \cdot 10^{-4} = 10 \cdot 10^{-4} \text{ Вб.}$$

Для построения диаграммы  $i(\omega t)$  задаемся значениями потока (точки 2, 3, 4, 5, 6) и с помощью веберамперной характеристики находим соответствующие значения тока (точки 2', 3', 4', 5', 6' рис. 2.13, б). Ток  $i$  не содержит постоянной составляющей, поэтому для определения его амплитуды и действующего значения проводим ось времени (штриховая линия), чтобы среднее значение  $i(\omega t)$  за период было равным нулю, тогда амплитуда тока  $I_{\max} = 2,95$  А.

Действующее значение тока определяем по приближенной формуле

$$I = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n i_k^2},$$

где  $n$  – число частей, на которое разделяется период тока.



$$I = \sqrt{\frac{1}{12}(0,2^2 + 0,3^2 + 2,5^2 + 2,7^2 + 0,9^2 + 0,1^2 + 0,4^2 + 0,6^2 + 0,7^2 + 0,8^2 + 0,7^2 + 0,5^2)} = 1,18 \text{ А.}$$

**Задача 2.15.** На стальной сердечник намотаны 3 обмотки. По первой обмотке с числом витков  $w_1 = 10$  протекает синусоидальный ток  $i_1 = 1,2 \sin 314t$  А, по второй ( $w_2 = 10$ ) – постоянный ток  $I_0 = 2$  А (рис. 2.14). Размеры сердечника:  $l = 0,2$  м;  $S = 2 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>. Кривая намагничивания стали задана уравнением

$B = 10^{-2} H - 10^{-7} H^3$ , где  $B$  – в Тл,  $H$  – в А/м.

Пренебрегая потерей мощности в стали, найти уравнения мгновенных значений и действующие значения ЭДС третьей катушки ( $w_3 = 100$ ) а) при наличии и б) при отсутствии постоянного тока во второй катушке.

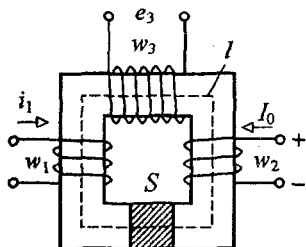


Рис. 2.14

**Решение.** а) Из закона полного тока

напряженность поля

$$H = \frac{\sum wi}{l} = \frac{w_2 I_0 + w_1 i_1}{l} = 100 + 60 \sin 314t \text{ А/м.}$$

Магнитная индукция

$$B = 10^{-2} H - 10^{-7} H^3 = 10^{-2}(100 + 60 \sin 314t) - 10^{-7}(100 + 60 \sin 314t)^3 = 0,846 + 0,4038 \sin 314t + 0,054 \sin 628t + 0,0054 \sin 942t \text{ Тл.}$$

ЭДС в третьей катушке

$$e_3 = -w_3 S \frac{dB}{dt} = -2,54 \cos 314t + 0,678 \sin 628t - 0,1016 \cos 942t,$$

$$E_3 = \sqrt{\frac{2,54^2}{2} + \frac{0,678^2}{2} + \frac{0,1016^2}{2}} = 1,86 \text{ В.}$$

б) Аналогичные вычисления производим при отсутствии постоянного тока во второй катушке:  $H = \frac{w_1 i_1}{l} = 60 \sin 314t$  А/м,

$$B = 10^{-2} H - 10^{-7} H^3 = 0,6 \sin 314t - 10^{-7} 60^3 \sin^3 314t = \\ = 0,584 \sin 314t + 0,0054 \sin 942t \text{ Тл};$$

$$e_3 = -w_3 S \frac{dB}{dt} = -3,67 \cos 314t - 0,1016 \cos 942t \text{ В};$$

$$E_3 = \sqrt{\frac{3,67^2}{2} + \frac{0,1016^2}{2}} = 2,6 \text{ В.}$$

**Вывод.** При отсутствии постоянного подмагничивающего тока индуцируемая ЭДС содержит первую и третью гармоники. Подмагничивание постоянным током приводит к появлению в кривой ЭДС также и четных гармоник.

**Задача 2.16.** Магнитный усилитель, выполненный на двух сердечниках (рис. 2.15, а), подключен к сети переменного напряжения  $U = 220$  В. Последовательно с рабочими обмотками  $w_p$  включена активная нагрузка  $R_H = 220$  Ом. Семейство вольтамперных характеристик магнитного усилителя при различных токах управления приведено на рис. 2.15, б.

Построить характеристику управления усилителя  $I(I_y)$  и при токе нагрузки  $I = 0,5$  А определить коэффициент усиления мощности, если сопротивление цепи управления  $R_y = 100$  Ом.

**Решение.** Пренебрегая активным сопротивлением рабочих обмоток, можно записать для цепи переменного тока

$$U_p^2 + (R_H I)^2 = U^2,$$

где  $U_p$  – напряжение на рабочих обмотках усилителя,  
 $R_H I$  – напряжение на нагрузке.

Разделив это равенство на  $U^2$ , получаем

$$\left(\frac{U_p}{U}\right)^2 + \left(\frac{I}{U/R_H}\right)^2 = 1.$$

Последнее выражение представляет собой уравнение эллипса, одна полуось которого равна напряжению  $U = 220$  В, другая – току  $U/R_H = 1$  А. Для построения эллипса задаемся различными значениями тока нагрузки  $I$  и по уравнению эллипса находим соответствующие ему значения напряжения  $U_p$  (табл. 2.6). Откладывая полученные точки на вольтамперных характеристиках усилителя, строим эллипс (рис. 2.15, б).

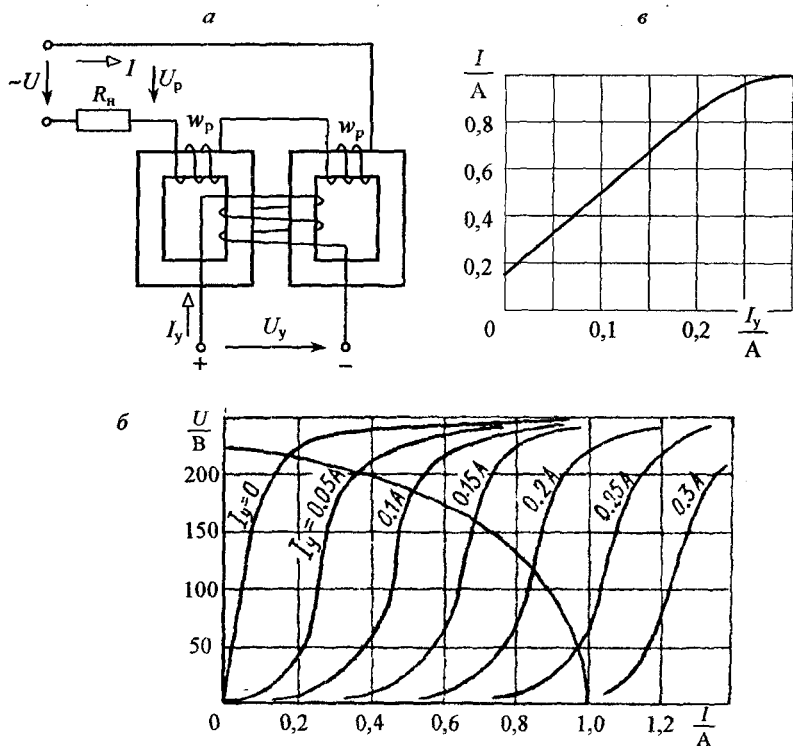


Рис. 2.15

Таблица 2.6

$I, \text{A}$	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9	1,0
$U_p, \text{B}$	215	202	176	134	96	0

По координатам точек пересечения эллипса с вольтамперными характеристиками строим характеристику управления  $I(I_y)$  (рис. 2.15, в).

Коэффициент усиления мощности

$$K_p = \frac{R_n(I^2 - I_x^2)}{R_y I_y^2} = \frac{220(0,5^2 - 0,15^2)}{100 \cdot 0,1^2} = 50,$$

где  $I_x = 0,15 \text{ A}$  – ток нагрузки при  $I_y = 0$ ;

$I_y = 0,1 \text{ A}$  – ток управления при  $I = 0,5 \text{ A}$ .

### Контрольные задачи

**Задача 2.17.** Для определения числа витков  $w$  и магнитной индукции  $B_m$  в магнитопроводе катушки, подключенной к источнику синусоидального напряжения  $U = 220 \text{ В}$ , на магнитопровод намотана измерительная обмотка с числом витков  $w_u = 20$ . Площадь поперечного сечения магнитопровода  $S = 16 \text{ см}^2$ . Напряжение на измерительной обмотке оказалось равным  $8,8 \text{ В}$  при  $f = 50 \text{ Гц}$ .

Рассчитать  $w$  и  $B_m$ .

**Задача 2.18.** Катушка с сердечником из электротехнической стали 1511 питается синусоидальным напряжением  $U = 127 \text{ В}$ ,  $f = 50 \text{ Гц}$  (рис. 2.16). Сердечник имеет сечение  $S = 10 \text{ см}^2$ , длину средней магнитной линии  $l = 17,5 \text{ см}$ . Число витков обмотки  $w = 572$ . Кривая намагничивания стали дана в задаче 2.6.

Определить полное сопротивление катушки  $Z$  при длине воздушного зазора  $l_0 = 0,1 \text{ мм}$ .

**Задача 2.19.** Как изменятся ток в обмотке дросселя (рис. 2.16) и его индуктивность при увеличении воздушного зазора в ферромагнитном сердечнике, если амплитуда и частота питающего напряжения неизменны?

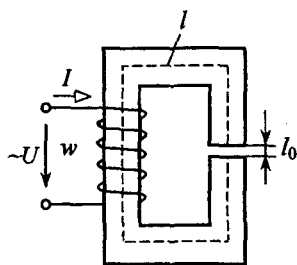


Рис. 2.16

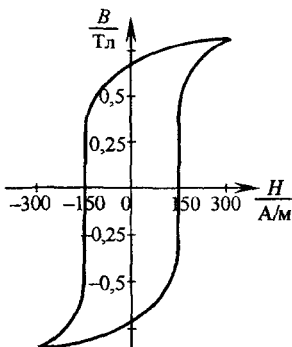


Рис. 2.17

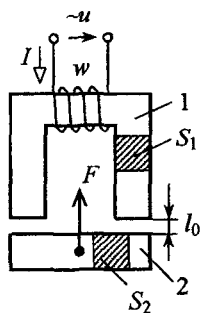


Рис. 2.18

**Задача 2.20.** На рис. 2.17 изображена петля перемагничивания стального сердечника, снятая при очень низкой частоте  $f \rightarrow 0$ .

Определить потери от гистерезиса при промышленной частоте, если объем стали сердечника  $V = 0,001 \text{ м}^3$ , площадь петли перемагничивания  $S_{\text{п}} = 4,75 \text{ см}^2$ .

Как изменятся потери от гистерезиса при повышении напряжения источника на 10 %?

**Задача 2.21.** Сердечник 1 и якорь 2 электромагнита (рис. 2.18) выполнены из электротехнической стали и имеют размеры:  $S_1 = S_2 = 2 \text{ см}^2$ ;  $l_0 = 2 \text{ мм}$ .

Определить силу  $F$ , с которой якорь притягивается к сердечнику, если магнитодвижущая сила  $wI = 1000 \text{ А}$ . Падением магнитного напряжения в стали пренебречь.

**Задача 2.22.** В цепи рис. 2.6  $U = 220 \text{ В}$ ,  $I = 4 \text{ А}$ ,  $P = 50 \text{ Вт}$ . Активное сопротивление обмотки дросселя  $R = 2 \text{ Ом}$ , число витков  $w = 500$ .

Рассчитать потери в стали сердечника и, пренебрегая потоком рассеяния, построить векторную диаграмму.

**Задача 2.23.** Определить параметры параллельной схемы замещения (рис. 2.19) дросселя, описанного в задаче 2.22.

Рассчитать токи в ветвях схемы.

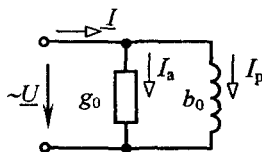


Рис. 2.19

**Задача 2.24.** В цепи (см. рис. 2.9) определить емкость  $C$ , при которой ток в момент феррорезонанса будет равен 3 А.

При каком напряжении на зажимах цепи в этом случае произойдет скачок на увеличение тока? В расчете использовать данные катушки со сталью, приведенные в задаче 2.11.

**Задача 2.25.** В задаче 2.11 определить область значений емкости  $C$ , при которых феррорезонанс напряжений невозможен.

**Задача 2.26.** В цепи рис. 2.10 рассчитать емкость конденсатора  $C$ , чтобы феррорезонанс токов наступил при напряжении источника  $U = 220$  В. Воспользоваться данными катушки задачи 2.12.

**Задача 2.27.** В цепи стабилизатора напряжения, описанного в задаче 2.13, рассчитать коэффициент стабилизации выходного напряжения  $U_2$  (диапазон изменения входного напряжения прежний 240...320 В), если индуктивность линейного дросселя увеличить вдвое.

**Задача 2.28.** Рассчитать амплитуду магнитного потока в сердечнике и действующее значение тока в катушке задачи 2.14, если амплитуда синусоидального напряжения уменьшилась вдвое, а ток подмагничивания  $I_0$  прежний.

### Ответы к контрольным задачам

- 2.17.  $w = 500$  вит.;  $B_m = 1,24$  Тл.  
2.18. 894 Ом.  
2.19. Ток возрастет, индуктивность уменьшится.  
2.20.  $P_T = 21$  Вт; увеличатся в 1,21 раза.  
2.21.  $F = 15,7$  Н.  
2.22. 18 Вт.  
2.23.  $g_0 = 1,03 \cdot 10^{-3}$  См;  $b_0 = 18 \cdot 10^{-3}$  См;  
 $I_a = 0,227$  А;  $I_p = 3,99$  А;  $I = 4$  А.  
2.24.  $C = 41,5$  мкФ;  $U = 129$  В.  
2.25.  $C \leq 4$  мкФ.  
2.26.  $C = 15,92$  мкФ.  
2.27.  $K_{ст} = 8$ .  
2.28.  $\Phi_m = 7 \cdot 10^{-4}$  Вб;  $I = 0,4$  А.

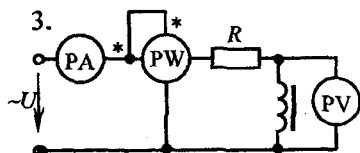
## Тест 2 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов

### Вариант 2.1

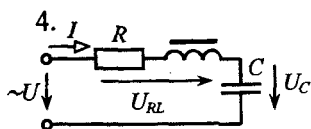
1. Как изменятся магнитный поток  $\Phi_m$ , ток  $I$ , потери в стали  $P_{ст}$  и ЭДС самоиндукции  $E$  катушки со стальным сердечником, если увеличить число ее витков в два раза при неизменном питающем синусоидальном напряжении? Сопротивлением обмотки пренебречь.

2. Катушка включается в сеть синусоидального напряжения  $U = 120$  В. Показания амперметра и ваттметра а) при отсутствии в катушке стального сердечника  $I_1 = 7$  А,  $P_1 = 24,5$  Вт; б) при наличии в катушке стального сердечника  $I_2 = 1,41$  А,  $P_2 = 4$  Вт.

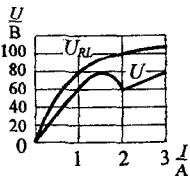
Определить для обоих случаев сопротивления  $R$  и  $X$  катушки, коэффициент мощности  $\cos\phi$ , мощности потерь в меди  $P_m$  и стали  $P_{ст}$ .



Как изменятся показания приборов, если из катушки удалить ферромагнитный сердечник?



Используя характеристики  $U(I)$  и  $U_{RL}(I)$ , определить  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ ,  $U$  при феррорезонансе.



Рассчитать емкость  $C$  при  $f = 50$  Гц.

5. Два дросселя Д1 и Д2 с одинаковыми обмотками включены последовательно к источнику напряжением  $U$ . Д1 имеет замкнутый магнитопровод, а Д2 – магнитопровод с воздушным зазором (размеры магнитопроводов одинаковы).

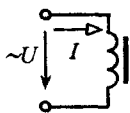
Как распределится между ними напряжение  $U$ , если цепь подключить к источнику а) постоянного напряжения; б) синусоидального напряжения ( $U_1 = U_2$  или  $U_1 > U_2$  или  $U_1 < U_2$ )?

### Ответы

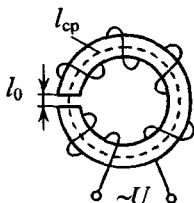
1. $\Phi_m$	2. $R$	$X$	$\cos\phi$	$P_m$	$P_{ст}$	3. $I$	4. $U_R$	5.
$I$	а)				0	$P$	$U_L$	а) $U_1$ $U_2$
$P_{ст}$	б)					$U_V$	$U_C$	б) $U_1$ $U_2$
$E$							$U$	

## Вариант 2.2

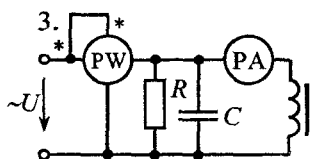
1. Как изменятся амплитуда магнитного потока  $\Phi_m$ , ЭДС самоиндукции  $E$ , ток  $I$ , потери мощности в стальном сердечнике  $P_{ст}$  катушки, если увеличить напряжение на катушке при неизменной частоте  $f$ ?



2. Катушка с кольцевым сердечником из электротехнической стали 1511 (зависимость  $B(H)$  стали дана табл. 2.2 в задаче 2.6) питается синусоидальным напряжением  $U = 220$  В,  $f = 50$  Гц. Сечение сердечника  $S = 16$  см<sup>2</sup>, длина средней магнитной линии  $l_{cp} = 15$  см. Число витков обмотки  $w = 412$ .

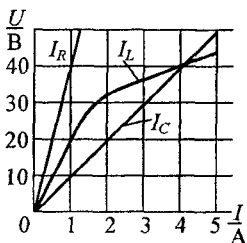
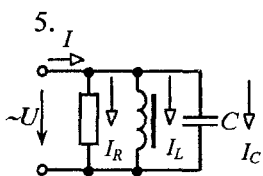
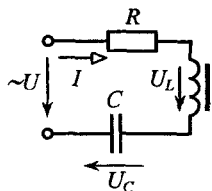


Определить ток  $I$  и эквивалентную индуктивность  $L$  катушки а) при отсутствии в сердечнике воздушного зазора ( $l_0 = 0$ ) и б) при наличии воздушного зазора  $l_0 = 1$  мм. Потерями энергии в сердечнике и обмотке, индуктивным сопротивлением рассеяния пренебречь.



Как изменятся показания амперметра и ваттметра при введении внутрь катушки ферромагнитного сердечника?

4. В цепи наблюдается феррорезонанс. Определить напряжение на зажимах цепи  $U$ , активную мощность  $P$ , напряжение  $U_{RL}$ , если  $U_C = 100$  В,  $C = 500$  мкФ,  $R = 2$  Ом,  $\omega = 200$  с<sup>-1</sup>.



Определить токи  $I$ ,  $I_R$ ,  $I_C$ ,  $I_L$  при феррорезонансе токов в цепи, используя вольтамперные характеристики участков цепи.

### Ответы

1. $\Phi_m$ — $E$ — $P_{ст}$ —	2. а) $I =$ ; $L =$ б) $I =$ ; $L =$	3. $I$ — $P_w$ —	4. $U =$ $P =$ $U_{RL} =$	5. $I =$ $I_C =$ $I_R =$ $I_L =$
--------------------------------------	---	---------------------	---------------------------------	-------------------------------------



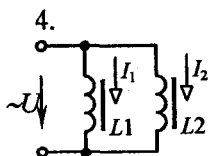
### Вариант 2.3

1. В каком случае ток катушки со стальным сердечником, питающейся от источника синусоидального напряжения, будет по форме ближе к синусоиду а) при  $B_m = 1,5$  Тл или б) при  $B_m = 0,5$  Тл?

2. Сердечник дросселя находится в состоянии насыщения. Как изменится (уменьшится или увеличится) отношение  $B_m/I_m$  при уменьшении синусоидального напряжения, питающего дроссель, вдвое?

3. Катушка со стальным сердечником питается от источника синусоидального напряжения.

Как изменятся потери в стали, если частота источника увеличится в 3 раза при  $U = \text{const}$ .

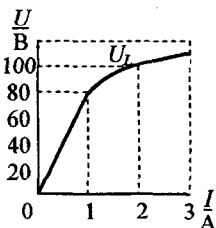


Два дросселя с одинаковыми обмотками питаются от источника синусоидального напряжения. Сечение сердечника второго дросселя в два раза больше первого. Длины сердечников одинаковые.

Какой из токов ( $I_1$  или  $I_2$ ) будет больше?

5. Задана вольтамперная характеристика дросселя  $U_L(I)$ . Частота источника промышленная.

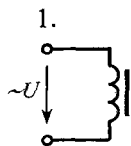
При какой максимальной емкости конденсатора  $C_{\text{max}}$  в цепи будет невозможен феррорезонанс?



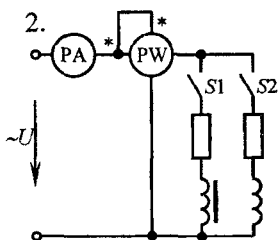
#### Ответы

1.	2.	3.	4.	5. $C_{\text{max}} =$
----	----	----	----	-----------------------

### Вариант 2.4

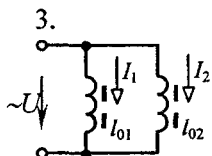


Напряжение питания катушки  $U = 100$  В,  $f = 50$  Гц.  
 При каком напряжении магнитный поток останется прежним, если частота изменилась до 25 Гц? Потери в обмотке и сердечнике пренебrecь.



При замыкании ключей получены показания приборов: 6,06; 1,66; 7,71 А; 11,1; 158,1; 147,0 Вт.

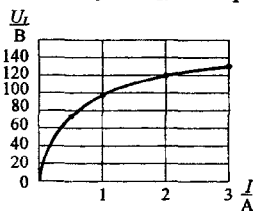
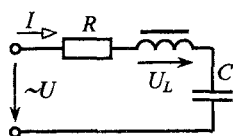
Пренебrecая потерями в стали и учитывая, что обмотки катушек одинаковы, укажите пару значений  $(I, P)$ , которые соответствуют замкнутому ключу  $S_1$  ( $S_2$  – разомкнут).



Две катушки со сталью и одинаковыми обмотками подключены параллельно. Сердечники катушек имеют одинаковые сечения и длину силовой линии, но разные воздушные зазоры:  $l_{02} > l_{01}$ .

Знаками  $=, >, <$  укажите соотношения для токов  $I_1$  и  $I_2$ , потерь мощности в обмотках  $P_{м1}$  и  $P_{м2}$ ; магнитных потоков  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , потерь мощности в сердечниках  $P_{ст1}$  и  $P_{ст2}$ .

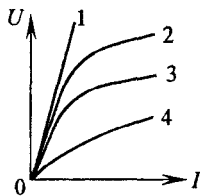
4. Известна вольтамперная характеристика катушки с замкнутым ферромагнитным сердечником  $U_L(I)$ . Феррорезонансу соответствуют  $I = 2$  А,  $U = 20$  В.



Рассчитайте значения  $R$  и  $C$  при условии, что  $f = 50$  Гц.

5. Вольтамперная характеристика катушки с замкнутым ферромагнитным сердечником изображена кривой 3.

Укажите вид вольтамперной характеристики, если в сердечнике сделан воздушный зазор.

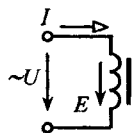


### Ответы

1.	2.	3.	4. $R =$ $C =$	5.
----	----	----	-------------------	----

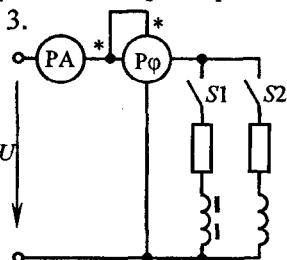
## Вариант 2.5

1. Как изменятся потери мощности в стальном сердечнике и ЭДС самоиндукции катушки, если уменьшить напряжение  $U$  при неизменной частоте  $f$ ? Паде-нием напряжения в обмотке пренебречь.



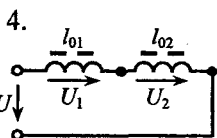
2. Две катушки со стальными сердечниками подклю-чены параллельно к источнику синусоидального напряжения.

Определить отношение магнитных потоков  $\Phi_{m1}/\Phi_{m2}$ , если от-ношение числа витков  $w_1/w_2 = 500/1000$ . Потерями в обмотках и сердечниках пренебречь.



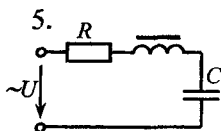
При замыкании ключей получены показания приборов: 6,06; 1,66; 7,71 А; 76°; 78°; 86°.

Пренебрегая потерями в стали и при условии, что обмотки катушек одинаковы, выберите пару значений ( $I$ ,  $\phi$ ), которые соответствуют замкну-тому ключу  $S1$  ( $S2$  – разомкнут).



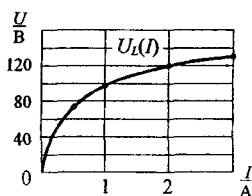
Две катушки с одинаковыми обмотками включены последовательно. Сердечники катушек имеют одинаковое сечение и одинаковую длину силовой линии, но разные воздушные зазоры:  $l_{01} < l_{02}$ .

Знаками =, >, < укажите соотношения потерь мощности в обмотках  $P_{m1}$  и  $P_{m2}$ , магнитных потоков в сердечниках  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , напряжений на зажимах катушек  $U_1$  и  $U_2$ .



В цепи наблюдается феррорезонанс при на-пряжении  $U = 40$  В.

Используя вольтам-перную характеристику катушки со сталью  $U_L(I)$ , рассчитать ем-кость конденсатора  $C$  при феррорезонансе, если частота источника  $f = 50$  Гц,  $R = 20$  Ом.



### ОТВЕТЫ

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

### 3. ТРАНСФОРМАТОРЫ

#### Задачи с решениями

**Задача 3.1.** Рассчитать однофазный трансформатор на сердечнике из электротехнической стали 1511 Ш-образной формы. Толщина пластин  $\delta = 0,5$  мм. Параметры трансформатора:  $S_{\text{ном}} = 60$  В · А,  $f = 50$  Гц,  $U_{1\text{ном}} = 220$  В,  $U_{2\text{ном}} = 36$  В. Кривая намагничивания стали 1511 на переменном токе  $B_m(H)$  и зависимость удельных магнитных потерь в стали от амплитуды индукции  $P_{\text{уд}}(B_m)$  даны на рис. 3.1, а, б.

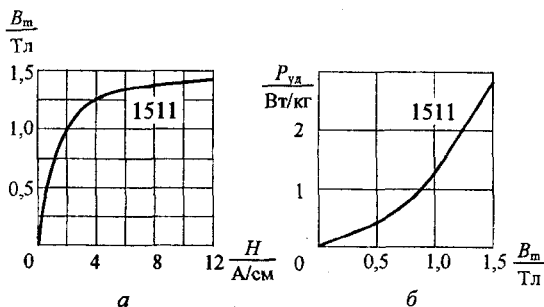


Рис. 3.1

Приняв индукцию в сердечнике  $B_m = 1$  Тл (удельные потери в стали при этой индукции  $P_{\text{уд}} = 1,2$  Вт/кг), плотность тока в обмотках  $J = 2,5$  А/мм<sup>2</sup>, коэффициент заполнения сечения сталью  $K_c = 0,94$ , коэффициент заполнения окна

медью  $K_0 = 0,3$ , определить площадь поперечного сечения сердечника  $S_c$ , число витков обмоток  $w_1$  и  $w_2$ , их номинальные токи  $I_{1\text{ном}}$ ,  $I_{2\text{ном}}$ , и сечения медных проводов  $S_1$  и  $S_2$ .

**Решение.** Площадь поперечного сечения сердечника из горячекатанной стали определяем исходя из номинальной мощности по приближенной формуле

$$S_c = \sqrt{S_{\text{ном}}} = \sqrt{60} = 7,7 \text{ см}^2.$$

Считая, что  $U_1 \approx E_1$  и  $U_2 \approx E_2$ , находим числа витков первичной и вторичной обмоток

$$w_1 = \frac{U_{1\text{ном}}}{4,44 f S_c B_m} = \frac{220}{4,44 \cdot 50 \cdot 1 \cdot 7,7 \cdot 10^{-4}} = 1287,$$

$$w_2 = w_1 \cdot \frac{U_{2\text{ном}}}{U_{1\text{ном}}} = 1287 \cdot \frac{36}{220} = 210.$$

Номинальные токи в обмотках (пренебрегая потерями и током холостого хода)

$$I_{1\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{1\text{НОМ}}} = \frac{60}{220} = 0,273 \text{ А}, \quad I_{2\text{НОМ}} = \frac{S_{\text{НОМ}}}{U_{2\text{НОМ}}} = \frac{60}{36} = 1,67 \text{ А}.$$

Поперечные сечения проводов

$$S_1 = \frac{I_{1\text{НОМ}}}{J} = \frac{0,273}{2,5} = 0,109 \text{ мм}^2, \quad S_2 = \frac{I_{2\text{НОМ}}}{J} = \frac{1,67}{2,5} = 0,668 \text{ мм}^2.$$

Принимаем стандартные сечения проводов и их диаметры

$$S_1 = 0,1134 \text{ мм}^2, \quad d_1 = 0,38 \text{ мм},$$

$$S_2 = 0,6793 \text{ мм}^2, \quad d_2 = 0,93 \text{ мм}.$$

Площадь окна трансформатора с учетом коэффициента заполнения

$$S_{\text{о.расч}} = \frac{S_1 w_1 + S_2 w_2}{K_0} = \frac{0,1134 \cdot 1287 + 0,6793 \cdot 210}{0,3} = 962 \text{ мм}^2.$$

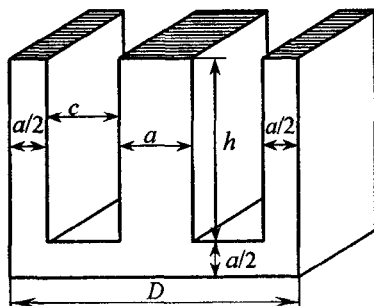


Рис. 3.2

Выбираем стандартную пластину Ш20 (рис. 3.2,  $a = c = 20$  мм,  $h = 50$  мм,  $D = 80$  мм, площадь окна  $S_{\text{о}} = h \cdot c = 1000 \text{ мм}^2 > S_{\text{о.расч}}$ ).

Число пластин находим по расчетному сечению магнитопровода

$$N = \frac{S_{\text{с}}}{\delta \cdot a} = \frac{770}{0,5 \cdot 20} = 77.$$

Уточняем число витков вторичной обмотки с учетом изменения вторичного напряжения в номинальном режиме ( $\beta = 1$ ) и при  $\cos \varphi_2 = 1$ :

$$\Delta u_2 \approx \beta \left( \frac{R_K I_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} \cos \varphi_2 + \frac{X_K I_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} \sin \varphi_2 \right) \cdot 100 = \frac{R_K I_{\text{НОМ}}}{U_{\text{НОМ}}} 100 =$$

$$= \frac{62,8 \cdot 0,273}{220} \cdot 100 = 7,8 \quad \%$$

В этом выражении сопротивление короткого замыкания

$$R_K = R_1 + R'_2 = 2R_1 = 2\rho \frac{l_{\text{ср}} w_1}{S_1} = 2 \cdot 0,0172 \frac{0,16 \cdot 1287}{0,1134} = 62,8 \text{ Ом,}$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление меди,

$$l_{\text{ср}} = 2 \left( a + c + \frac{N \cdot \delta}{K_c} \right) = 2 \left( 20 + 20 + \frac{77 \cdot 0,5}{0,94} \right) = 0,16 \text{ м – длина сред-}$$

него витка первичной обмотки.

Уточненное число витков вторичной обмотки

$$w'_2 = w_2 \left( 1 + \frac{\Delta u_2}{100} \right) = 210(1 + 0,078) = 226 \text{ витков.}$$

**Задача 3.2.** Для однофазного трансформатора, рассчитанного в задаче 3.1, определить ток и построить векторную диаграмму в режиме холостого хода.

**Решение.** Активная и реактивная составляющие тока холостого хода

$$I_{\text{ха}} = \frac{P_x}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{P_{\text{уд}} \cdot G}{U_{\text{НОМ}}} = \frac{1,2 \cdot 1,095}{220} = 0,006 \text{ А,}$$

где  $P_{\text{уд}} = 1,2 \text{ Вт/кг}$  – удельные потери в стали при  $B_m = 1 \text{ Тл}$ ,

$$G = \gamma_c \cdot V_c = 7,9 \cdot 138,6 = 1,095 \text{ кг – масса стали.}$$

$$I_{xp} = \frac{l_c \cdot H_c + l_0 \cdot H_0}{w_1} = \frac{18 \cdot 2 + 0,005 \cdot 0,567 \cdot 10^4}{1287} = 0,05 \text{ A},$$

где  $l_c = 18 \text{ см}$  – длина средней магнитной линии,

$l_0 = 0,005 \text{ см}$  – эквивалентная длина воздушного зазора,

$H_c = 2 \text{ А/см}$  – напряженность магнитного поля в сердечнике, найденная по кривой намагничивания стали (рис. 3.1, а),

$$H_0 = \frac{B_m}{\sqrt{2} \cdot \mu_0} = 0,567 \cdot 10^4 \text{ А/см} \text{ -- напряженность магнитного поля}$$

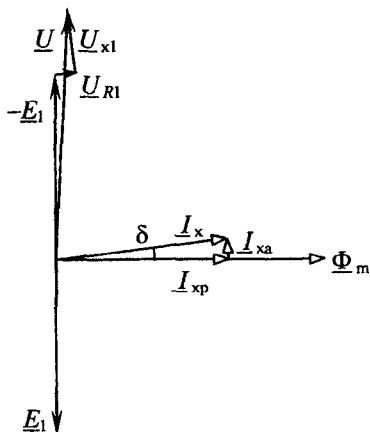
в воздухе.

$$\text{Ток холостого хода } I_x = \sqrt{I_{xa}^2 + I_{xp}^2} = 0,0504 \text{ А.}$$

$$\text{Угол потерь в стали } \delta = \arctg \frac{I_{xa}}{I_{xp}} = 6,8^\circ.$$

Активное сопротивление первичной обмотки найдено в задаче 3.1:

$$R_1 = \frac{R_k}{2} = \frac{62,8}{2} = 31,4 \text{ Ом.}$$



Индуктивное сопротивление первичной обмотки принимаем приближенно

$$X_1 \approx 3R_1 = 3 \cdot 31,4 = 94,2 \text{ Ом.}$$

Падения напряжений на активном и индуктивном сопротивлениях первичной обмотки

$$U_{R1} = R_1 I_x = 31,4 \cdot 0,0504 = 1,58 \text{ В,}$$

$$U_{x1} = X_1 I_x = 94,2 \cdot 0,0504 = 4,75 \text{ В.}$$

Рис. 3.3

Векторная диаграмма трансформатора построена на рис. 3.3.

**Задача 3.3.** Определить параметры Г-образной (рис. 3.4, а) и Т-образной (рис. 3.4, б) схем замещения однофазного трансформатора мощностью  $S_{\text{ном}} = 16 \text{ кВ}\cdot\text{А}$ ,  $f = 50 \text{ Гц}$ , если данные опытов холостого хода и короткого замыкания следующие:  $U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $U_{2\text{х}} = 130 \text{ В}$ ,  $I_{1\text{х}} = 2 \text{ А}$ ,  $P_{\text{х}} = 75 \text{ Вт}$ ,  $U_{1\text{к}} = 10 \text{ В}$ ,  $P_{\text{к}} = 250 \text{ Вт}$ . Считать, что мощность потерь в первичной и вторичной обмотках распределяется поровну.

**Решение.** Полное, активное и индуктивное сопротивления короткого замыкания

$$Z_{\text{к}} = \frac{U_{1\text{к}}}{I_{1\text{ном}}} = \frac{U_{1\text{к}}}{S_{\text{ном}}/U_{1\text{ном}}} = \frac{10}{16000/220} = 0,137 \text{ Ом},$$

$$R_{\text{к}} = \frac{P_{\text{к}}}{I_{1\text{ном}}^2} = \frac{P_{\text{к}}}{(S_{\text{ном}}/U_{1\text{ном}})^2} = \frac{250}{(16000/220)^2} = 0,047 \text{ Ом},$$

$$X_{\text{к}} = \sqrt{Z_{\text{к}}^2 - R_{\text{к}}^2} = \sqrt{0,137^2 - 0,047^2} = 0,128 \text{ Ом}.$$

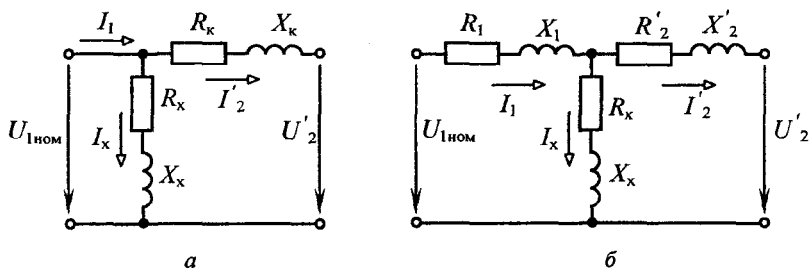


Рис. 3.4

Параметры ветви намагничивания:

$$Z_{\text{х}} = \frac{U_{1\text{ном}}}{I_{\text{х}}} = \frac{220}{2} = 110 \text{ Ом},$$



$$R_x = \frac{P_x}{I_{1x}^2} = \frac{75}{2^2} = 18,75 \text{ Ом},$$

$$X_x = \sqrt{Z_x^2 - R_x^2} = 108,4 \text{ Ом}.$$

Сопrotивления первичной и вторичной обмоток в T-образной схеме замещения

$$R_1 = R'_2 = \frac{R_k}{2} = \frac{0,047}{2} = 0,0235 \text{ Ом},$$

$$X_1 = X'_2 = \frac{X_k}{2} = \frac{0,128}{2} = 0,064 \text{ Ом}.$$

**Задача 3.4.** Определить токи в обмотках и напряжение на нагрузке  $R_H = 4,2 \text{ Ом}$  трансформатора, данные которого приведены в задаче 3.3.

**Решение.** Воспользуемся T-образной схемой замещения (рис. 3.4, б), параметры которой рассчитаны в задаче 3.3.

Входное сопротивление трансформатора при заданной нагрузке

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = R_1 + jX_1 + \frac{(R'_2 + jX'_2 + n^2 R_H)(R_x + jX_x)}{R'_2 + jX'_2 + n^2 R_H + R_x + jX_x} = 11,8e^{j6,5^\circ} \text{ Ом},$$

где  $n = U_{1\text{ном}} / U_{2x}$  – коэффициент трансформации.

Ток первичной обмотки

$$\underline{I}_1 = \frac{U_{1\text{ном}}}{\underline{Z}_{\text{вх}}} = \frac{220}{11,8e^{j6,5^\circ}} = 18,64e^{-j6,5^\circ} \text{ А}.$$

Приведенный ток вторичной обмотки

$$\underline{I}'_2 = \underline{I}_1 \frac{R_x + jX_x}{R'_2 + jX'_2 + n^2 R_H + R_x + jX_x} = 18,22e^{-j0,5^\circ} \text{ А}.$$

Действительный ток вторичной обмотки

$$\underline{I}_2 = -n\underline{I}'_2 = -\frac{220}{130} \cdot 18,22e^{-j0,5^\circ} = 30,8e^{-j180,5^\circ} \text{ А.}$$

Напряжение на нагрузке

$$\underline{U}_2 = R_H \underline{I}_2 = 4,2 \cdot 30,8e^{-j180,5^\circ} = 129,3e^{-j180,5^\circ} \text{ А.}$$

**Задача 3.5.** Для трехфазного трансформатора типа ТМ20/6 с техническими данными:  $S_{\text{ном}} = 20 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ ,  $U_{1\text{ном}} = 6,3 \text{ кВ}$ ,  $U_{2\text{ном}} = 0,4 \text{ кВ}$ ,  $P_x = 180 \text{ Вт}$ ,  $P_k = 600 \text{ Вт}$ ,  $u_k = 5,5 \%$ ,  $i_k = 9 \%$ , группа соединения  $Y/Y - 0$  определить параметры Т-образной схемы замещения и коэффициент мощности первичной цепи при коэффициенте нагрузки  $\beta = 0,6$  и  $\cos \varphi_2 = 0,8$  (инд.).

**Решение.** Все параметры схемы замещения трансформатора находим для его одной фазы.

Полное, активное и реактивное сопротивления короткого замыкания

$$Z_k = \frac{U_{\text{кФ}}}{I_{1\text{ном}}} = \frac{U_{1\text{ном}}^2 \cdot u_k}{100 \cdot S_{\text{ном}}} = \frac{6300^2 \cdot 5,5}{100 \cdot 20000} = 109 \text{ Ом,}$$

$$R_k = \frac{P_k}{3I_{1\text{ном}}^2} = \frac{P_k \cdot U_{1\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}}^2} = \frac{600 \cdot 6300^2}{20000^2} = 59,5 \text{ Ом,}$$

$$X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{109^2 - 59,5^2} = 91,5 \text{ Ом.}$$

Активное и индуктивное сопротивления первичной обмотки принимаем равными приведенным сопротивлениям вторичной обмотки

$$R_1 = R'_2 = R_k/2 = 29,75 \text{ Ом,} \quad X_1 = X'_2 = X_k/2 = 45,75 \text{ Ом.}$$

Параметры ветви намагничивания схемы замещения

$$Z_x = \frac{U_{1\Phi}}{I_{1x}} = \frac{U_{\text{НОМ}}^2 \cdot 100}{S_{\text{НОМ}} \cdot i_x} = \frac{6300^2 \cdot 100}{20000 \cdot 9} = 22050 \text{ Ом},$$

$$R_x = \frac{P_x}{3I_{1x}^2} = \frac{P_x (U_{\text{НОМ}} \cdot 100)^2}{(S_{\text{НОМ}} \cdot i_x)^2} = \frac{180 \cdot (6300 \cdot 100)^2}{(20000 \cdot 9)^2} = 2205 \text{ Ом},$$

$$X_x = \sqrt{Z_x^2 - R_x^2} = 21939 \text{ Ом}.$$

Приведенные сопротивления одной фазы нагрузки

$$R'_H = n^2 Z_H \cos \varphi_2 = 2645 \text{ Ом},$$

$$X'_H = n^2 Z_H \sin \varphi_2 = 1984 \text{ Ом},$$

где  $n = U_{1\text{НОМ}} / U_{2\text{НОМ}} = \frac{6,3}{0,4} = 15,75$  – коэффициент трансформации трансформатора,

$$Z_H = \frac{U_{2\Phi}}{\beta I_{2\text{НОМ}}} = \frac{U_{2\text{НОМ}}^2}{\beta S_{\text{НОМ}}} = \frac{400^2}{0,6 \cdot 20000} = 13,33 \text{ Ом} \quad \text{– полное сопротивление нагрузки трансформатора в заданном режиме.}$$

Для нахождения угла сдвиг фаз напряжения и тока первичной обмотки трансформатора определяем комплексное входное сопротивление одной его фазы (рис. 3.5)

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{\text{ВХ}} &= Z_{\text{ВХ}} e^{j\varphi_1} = R_1 + jX_1 + \frac{(R_x + jX_x)(R'_2 + jX'_2 + R'_H + jX'_H)}{R_x + jX_x + R'_2 + jX'_2 + R'_H + jX'_H} = \\ &= 3080 e^{j43,3^\circ} \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Таким образом, угол  $\varphi_1 = 43,3^\circ$  и  $\cos \varphi_1 = 0,728$ .

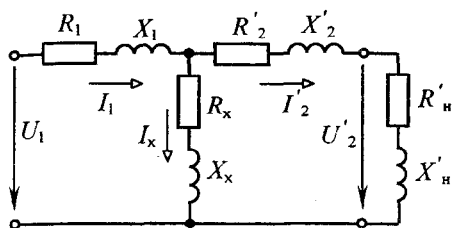


Рис. 3.5

Коэффициент мощности первичной цепи трансформатора может быть найден и без использования схемы замещения:

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}} = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 9,33^2}} = 0,73.$$

Здесь  $P_1 = \beta S_{\text{н}} \cos\varphi_2 + P_{\text{х}} + \beta^2 P_{\text{к}} = 10$  кВт,

$$Q_1 = Q_2 + Q_{\text{х}} + \beta^2 Q_{\text{к}} = \beta S_{\text{ном}} \sin\varphi_2 + \frac{i_{\text{х}} \cdot S_{\text{ном}}}{100} + \beta^2 \frac{S_{\text{ном}} \cdot u_{\text{кр}}}{100} =$$

$$= 7,2 + 1,8 + 0,33 = 9,33 \text{ квар},$$

$$u_{\text{кр}} = \sqrt{u_{\text{к}}^2 - u_{\text{ка}}^2} = \sqrt{u_{\text{к}}^2 - \left(\frac{100 P_{\text{к}}}{S_{\text{ном}}}\right)^2} = \sqrt{5,5^2 - 3^2} = 4,61 \%$$

**Задача 3.6.** Однофазный трансформатор подключен к сети напряжением  $U = 380$  В. Ток первичной обмотки  $I_1 = 8$  А. Активная мощность нагрузки вторичной цепи  $P_2 = 2$  кВт, КПД трансформатора  $\eta = 92$  %.

Определить коэффициент мощности первичной цепи.

**Решение.** Активная и полная мощности первичной цепи трансформатора

$$P_1 = \frac{P_2}{\eta} = \frac{2}{0,92} = 2,17 \text{ кВт}, \quad S_1 = U_1 \cdot I_1 = 3,04 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Коэффициент мощности первичной цепи

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{S_1} = \frac{2,17}{3,04} = 0,714.$$

**Задача 3.7.** В табл. 3.1 приведены паспортные данные трехфазного трансформатора ТМ40/10.

Таблица 3.1

$S_{\text{ном}}$ кВ · А	$U_{1\text{ном}}$ кВ	$U_{2\text{ном}}$ В	$i_x$ %	$u_{\text{к}}$ %	$P_x$ , Вт	$P_{\text{ю}}$ Вт	Способ соединения обмоток
40	10	0,4	3	4,7	175	1000	Y/Δ - 11

Рассчитать напряжение на вторичной обмотке трансформатора  $U_2$  при а) активно-индуктивной и б) активно-емкостной нагрузках, составляющих 80 % от номинальной ( $\beta = 0,8$ ) и коэффициенте мощности  $\cos\varphi_2 = 0,6$  в обоих случаях.

**Решение.** Номинальные напряжения – это линейные напряжения на зажимах трансформатора в режиме холостого хода, а номинальные токи – это линейные токи независимо от схемы соединения обмоток.

Определяем активную и реактивную составляющие падения напряжения в фазе трансформатора

$$u_{\text{ка}} = \frac{R_{\text{к}} \cdot I_{\text{ном}}}{U_{\text{ном}} / \sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{P_{\text{к}} \cdot I_{\text{ном}}}{3I_{\text{ном}}^2 \cdot U_{\text{ном}} / \sqrt{3}} \cdot 100 = \frac{P_{\text{к}} \cdot 100}{S_{\text{ном}}} =$$

$$= \frac{1000 \cdot 100}{40 \cdot 10^3} = 2,5 \%,$$

$$u_{\text{кр}} = \sqrt{u_{\text{к}}^2 - u_{\text{ка}}^2} = \sqrt{4,7^2 - 2,5^2} = 3,98 \%$$

а) При активно-индуктивной нагрузке ( $\varphi_2 > 0$ ) относительное изменение напряжения

$$\Delta u_2 = \beta(u_{ка} \cos \varphi_2 + u_{кр} \sin \varphi_2) = 0,8(2,5 \cdot 0,6 + 3,98 \cdot 0,8) = 3,75 \%$$

Напряжение на вторичной обмотке

$$U_2 = (1 - \Delta u_2 / 100) U_{2ном} = (1 - 0,0375) \cdot 400 = 385 \text{ В.}$$

б) В случае активно-емкостной нагрузки ( $\varphi_2 < 0$ )

$$\Delta u_2 = 0,8 [2,5 \cdot 0,6 + 3,98 \cdot (-0,8)] = -1,35 \%,$$

$$U_2 = (1 + 0,0135) \cdot 400 = 405,4 \text{ В.}$$

Таким образом, при работе трансформатора на активно-емкостную нагрузку напряжение вторичной обмотки повышается на 1,35%.

Задача 3.8. Для трансформатора ТМ40/10, паспортные данные которого приведены в задаче 3.7, определить:

а) КПД при двух значениях коэффициента мощности нагрузки  $\cos \varphi_2 = 1$  и  $\cos \varphi_2 = 0,6$  и значениях коэффициента нагрузки  $\beta = 0,25; 0,5; 0,75; 1,0$ .

б) годовой эксплуатационный КПД при тех же значениях  $\cos \varphi_2$  и  $\beta$ . Считать, что трансформатор находится под нагрузкой  $T_H = 4200$  часов в год, а остальное время цепь вторичной обмотки разомкнута.

Построить диаграммы зависимостей КПД, потерь в стали  $P_x$  и в меди  $P_m$  от  $\beta$ .

**Решение.** Расчет КПД выполняем по формуле

$$\eta = \frac{\beta S_{ном} \cos \varphi_2 \cdot 10^3 \text{ Вт}}{\beta S_{ном} \cos \varphi_2 + P_x + \beta^2 P_k}$$

Годовой эксплуатационный КПД

$$\eta_{г.э.} = \frac{\beta S_{ном} \cos \varphi_2 \cdot T_H}{\beta S_{ном} \cos \varphi_2 \cdot T_H + P_x \cdot T_0 + \beta^2 P_k \cdot T_H}$$

где  $T_0 = 8760$  часов – общее число часов в году, когда трансформатор включен в сеть.

Результаты расчетов сведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

$\beta$	$\eta$		$\eta_{г.э}$		$P_m = \beta^2 P_k$
	$\cos\varphi_2 = 1$	$\cos\varphi_2 = 0,6$	$\cos\varphi_2 = 1$	$\cos\varphi_2 = 0,6$	
0,25	0,977	0,962	0,959	0,933	62,5
0,5	0,979	0,966	0,97	0,951	250
0,75	0,976	0,96	0,97	0,951	562,5
1,0	0,971	0,953	0,967	0,946	1000

На рис. 3.6 построены диаграммы зависимостей  $\eta(\beta)$ ,  $P_x(\beta)$ ,  $P_m(\beta)$ .

Как видно, снижение  $\cos\varphi_2$  ведет к уменьшению КПД трансформатора. КПД достигает максимального значения при  $\beta = 0,42$ , когда постоянные потери в стали  $P_x$  равны переменным потерям в меди  $P_m = \beta^2 P_k$ .

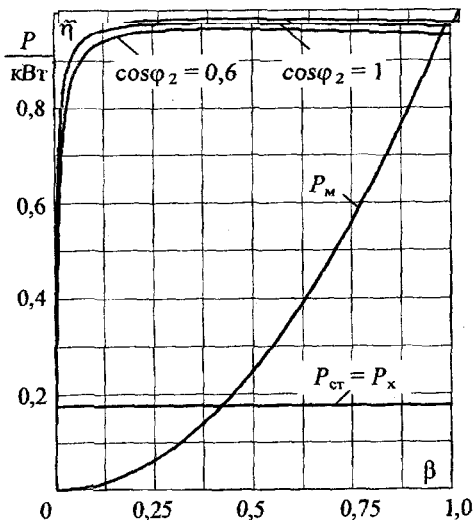


Рис. 3.6

**Задача 3.9.** Определить токи аварийного короткого замыкания однофазного трансформатора, номинальная мощность которого  $S_{ном} = 2,5$  кВ · А, номинальные напряжения  $U_{1ном} = 220$  В,  $U_{2ном} = 127$  В, напряжение короткого замыкания  $u_k = 4$  %. Сравнить рассчитанные токи с номинальными.

**Решение.** Установившиеся значения токов аварийного короткого замыкания первичной  $I_{1к}$  и вторичной  $I_{2к}$  обмоток

$$I_{1к} = \frac{100}{u_k} \cdot I_{1ном} = \frac{100}{u_k} \cdot \frac{S_{ном}}{U_{1ном}} = \frac{100}{4} \cdot \frac{2,5 \cdot 10^3}{220} = 284 \text{ А,}$$

$$I_{2к} = nI_{1к} = \frac{U_{1ном}}{U_{2ном}} \cdot I_{1к} = \frac{220}{127} \cdot 284 = 492 \text{ А.}$$

Кратность токов

$$\frac{I_{1к}}{I_{1ном}} = \frac{I_{2к}}{I_{2ном}} = 25.$$

В переходном режиме максимальное значение тока короткого замыкания  $i_{\max}$  (ударный ток) может быть значительно больше тока установившегося режима.

**Задача 3.10.** При включении на параллельную работу одинаковых однофазных трансформаторов их первичные обмотки ошибочно оказались включенными на разные фазы (рис. 3.7, а).

Паспортные данные трансформаторов

$$S_{номI} = S_{номII} = 40 \text{ кВ} \cdot \text{А,} \quad U_{1номI} = U_{1номII} = 10,5 \text{ кВ,}$$

$$U_{2номI} = U_{2номII} = 0,4 \text{ кВ,} \quad u_{кI} = u_{кII} = 4,5 \text{ \%}$$

Определить уравнивающие токи в обмотках трансформаторов.

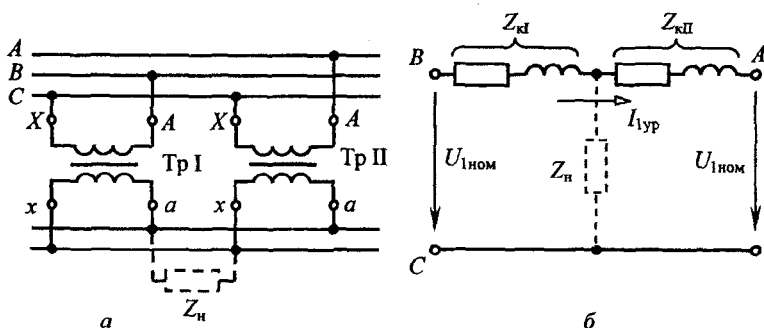


Рис. 3.7

**Решение.** Упрощенная схема замещения трансформаторов приведена на рис. 3.7, б. Уравнивающий ток, протекающий по пер-



вичным обмоткам трансформаторов при отсутствии нагрузки (пренебрегая током холостого хода)

$$I_{1ур} = \frac{U_{BC} - U_{AC}}{\underline{Z}_{кI} + \underline{Z}_{кII}}$$

Разность векторов  $\underline{U}_{BC}$  и  $\underline{U}_{AC}$ , вследствие их  $60^\circ$  сдвига, равна линейному напряжению сети  $U_{1ном}$ .

Равенство  $\underline{Z}_{кI} = \underline{Z}_{кII}$  позволяет суммировать модули сопротивлений короткого замыкания

$$Z_{кI} + Z_{кII} = 2Z_{к} = \frac{2u_{к} \cdot U_{1ном}^2}{S_{ном} \cdot 100} = 248 \text{ Ом.}$$

Таким образом,

$$I_{1ур} = \frac{U_{1ном}}{2Z_{к}} = \frac{10500}{248} = 42,3 \text{ А.}$$

С учетом коэффициента трансформации уравнивающий ток вторичных обмоток

$$I_{2ур} = nI_{1ур} = \frac{U_{1ном}}{U_{2ном}} \cdot I_{1ур} = \frac{10,5}{0,4} \cdot 42,3 = 1110 \text{ А.}$$

Сравнение значений уравнивающих токов с номинальными  $I_{1ном} = S_{ном} / U_{1ном} = 3,81 \text{ А}$  и  $I_{2ном} = S_{ном} / U_{2ном} = 100 \text{ А}$  свидетельствует о том, что описанный режим подключения трансформаторов является недопустимым.

**Задача 3.11.** Как распределится нагрузка  $S = 1000 \text{ кВ} \cdot \text{А}$  между двумя параллельно работающими трансформаторами с равными номинальными напряжениями первичной и вторичной обмоток?

Технические данные трансформаторов:

$$S_{номI} = 400 \text{ кВ} \cdot \text{А}, u_{кI} = 4,5 \%, S_{номII} = 630 \text{ кВ} \cdot \text{А}, u_{кII} = 5,5 \%$$

**Решение.** Нагрузка между параллельно работающими трансформаторами распределяется прямо пропорционально их номинальным мощностям и обратно пропорционально напряжениям короткого замыкания

$$\frac{S_I}{S_{II}} = \frac{u_{кII}}{u_{кI}} \cdot \frac{S_{НОМ I}}{S_{НОМ II}}$$

Учитывая, что  $S_{II} = S - S_I = 1000 - S_I$ , находим распределение нагрузки между трансформаторами

$$\frac{S_I}{1000 - S_I} = \frac{5,5}{4,5} \cdot \frac{400}{630}, \quad S_I = 437 \text{ кВ} \cdot \text{А}, \quad S_{II} = 563 \text{ кВ} \cdot \text{А}.$$

Таким образом, неравенство напряжений короткого замыкания приводит к значительной перегрузке одного из трансформаторов ( $S_I > S_{НОМ I}$ ).

**Задача 3.12.** Трансформатор ТМ25/10 имеет следующие технические данные:

$$S_{НОМ} = 25 \text{ кВ} \cdot \text{А}, \quad P_x = 0,125 \text{ кВт}, \quad P_k = 0,6 \text{ кВт}.$$

Определить максимальный КПД трансформатора и активную мощность, потребляемую в этом режиме нагрузкой при  $\cos\varphi_2 = 0,8$ .

**Решение.** КПД трансформатора достигает максимального значения при равенстве потерь в обмотках потерям в сердечнике

$$\beta_m^2 P_k = P_x, \quad \text{отсюда} \quad \beta_m = \sqrt{\frac{P_x}{P_k}} = \sqrt{\frac{0,125}{0,6}} = 0,456.$$

$$P_2 = S_2 \cos\varphi_2 = \beta S_{НОМ} \cos\varphi_2 = 0,456 \cdot 25 \cdot 0,8 = 9,13 \text{ кВт}.$$

**Максимальный КПД**

$$\eta_{\max} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_k + \beta_m^2 P_k} = \frac{9,13}{9,13 + 0,125 + 0,125} = 0,973.$$

## Контрольные задачи

**Задача 3.13.** Однофазный трансформатор имеет  $U_{1\text{ном}} = 380 \text{ В}$ ,  $U_{2\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $f = 50 \text{ Гц}$ ,  $S_{\text{ном}} = 2 \text{ кВ} \cdot \text{А}$ .

Определить число витков обеих обмоток, если активное сечение сердечника  $S = 45 \text{ см}^2$ , амплитуда магнитной индукции в нем  $B_m = 1 \text{ Тл}$ .

**Задача 3.14.** Определить напряжение  $U_2$  при холостом ходе и  $B_m$  в сердечнике трансформатора, данные которого приведены в задаче 3.13, если ошибочно он был включен в сеть  $U_1 = 380 \text{ В}$  со стороны обмотки низшего напряжения.

**Задача 3.15.** Однофазный двухобмоточный трансформатор, изготовленный на сердечнике из электротехнической стали 1511, имеет  $U_{1\text{ном}} = 220 \text{ В}$ ,  $U_{2\text{ном}} = 36 \text{ В}$ ,  $f = 50 \text{ Гц}$ , длина средней магнитной линии магнитопровода  $l_c = 20 \text{ см}$ , сечение магнитопровода  $S_c = 7,75 \text{ см}^2$ ,  $B_m = 1 \text{ Тл}$ .

Определить  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $I_{1\text{ном}}$ ,  $I_{2\text{ном}}$ .

**Задача 3.16.** Как изменятся индукция в сердечнике, потери в стали и ток холостого хода трансформатора, имеющего коэффициент трансформации  $n = 10$ , при питании его со стороны обмотки низшего и высшего напряжения.

В обоих случаях к обмоткам подаются номинальные напряжения.

**Задача 3.17.** Номинальные данные трехфазного трансформатора ТМ100/10 приведены в табл. 3.3.

Таблица 3.3

$S_{\text{ном}}$ кВ·А	$U_{1\text{ном}}$ кВ	$U_{2\text{ном}}$ кВ	$i_x$ , %	$u_{кз}$ , %	$P_x$ , Вт	$P_{кз}$ , Вт	Схема соединения обмоток
100	10	0,4	2,6	4,7	365	1970	Y/Δ - 11

Определить коэффициенты трансформации фазных и линейных напряжений, номинальные токи в обмотках трансформатора, активные сопротивления фазы первичной и вторичной обмоток.

Принять, что мощность потерь короткого замыкания  $P_k$  делится поровну между первичной и вторичной обмотками.

**Задача 3.18.** Определить номинальную мощность и параметры T-образной схемы замещения трехфазного трансформатора, если при проведении опытов холостого хода и короткого замыкания приборы показали:  $U_{1x} = U_{1ном} = 6$  кВ,  $U_{2x} = U_{2ном} = 400$  В,  $I_{1x} = 3$  А,  $P_x = 2000$  Вт,  $U_{1к} = 300$  В,  $I_{1к} = 57,8$  А,  $P_k = 6500$  Вт. Схема соединения обмоток трансформатора Y/Y – 0.

Считать, что мощность потерь в первичной и вторичной обмотках распределяется поровну.

**Задача 3.19.** Однофазный трансформатор ( $S_{ном} = 2,5$  кВ·А,  $U_{1ном} = 220$  В,  $U_{2ном} = 127$  В,  $f = 50$  Гц,  $P_x = 39$  Вт,  $P_k = 80$  Вт,  $u_k = 4$  %) питает нагрузку  $Z_n = 6,44e^{j26^\circ}$  Ом.

Определить напряжение на нагрузке  $U_2$  и КПД трансформатора.

**Задача 3.20.** Определить КПД трансформатора, если общие потери в нем составляют 10 % от мощности, потребляемой нагрузкой.

**Задача 3.21.** Номинальная мощность трансформатора  $S_{ном} = 16$  кВ·А, мощность потерь холостого хода  $P_x = 100$  Вт, мощность потерь короткого замыкания  $P_k = 200$  Вт.

Определить коэффициент нагрузки трансформатора  $\beta$ , если при активной нагрузке его КПД равен 94 %.

**Задача 3.22.** Трансформатор работает при номинальной мощности и питает потребитель мощностью  $P_2 = 1$  кВт в течение 8 часов в сутки, остальное время – в режиме холостого хода.

Определить среднесуточный КПД трансформатора, если мощность потерь в стали  $P_x = 20$  Вт, а мощность потерь в меди  $P_k = 40$  Вт.

**Задача 3.23.** Определить коэффициент нагрузки трансформатора  $\beta$ , соответствующий максимальному КПД, и максимальный КПД при  $\cos\varphi_2 = 0,8$  для трехфазного трансформатора, номинальные данные которого приведены в задаче 3.17.

### Ответы к контрольным задачам

- 3.13.  $w_1 = 380$  вит.;  $w_2 = 220$  вит.
- 3.14. 657 В; 1,73 Тл.
- 3.15.  $w_1 = 1278$  вит.;  $w_2 = 209$  вит.;  
 $I_{1\text{ном}} = 0,273$  А;  $I_{2\text{ном}} = 1,66$  А.
- 3.16.  $B_m = \text{const}$ ;  $P_x = \text{const}$ ;  $I_{2x} = 10 I_{1x}$ .
- 3.17.  $n_\Phi = 14,45$ ;  $n_L = 25$ ;  $I_{1\text{ном}} = 5,78$  А;  
 $I_{2\text{ном}} = 83,53$  А;  $R_1 = 9,83$  Ом;  $R_2 = 0,047$  Ом.
- 3.18.  $S_{\text{ном}} = 630$  кВ·А;  $R_1 = R'_2 = 0,324$  Ом;  
 $X_1 = X'_2 = 1,46$  Ом;  $R_x = 74,07$  Ом;  $X_x = 1211,6$  Ом.
- 3.19. 122 В; 95 %.
- 3.20. 90,91 %.
- 3.21. 0,1.
- 3.22. 0,909.
- 3.23.  $\beta = 0,43$ ;  $\eta = 0,98$ .

### Тест 3 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов

#### Вариант 3.1

1. Как изменятся  $U_2$ ,  $I_2$ ,  $I_1$ ,  $S$  трансформатора, если при постоянной нагрузке  $Z$  увеличить на 10 % число витков первичной обмотки при неизменном  $U_1$  (увеличатся или уменьшатся на ... %)? Потери и током холостого хода трансформатора пренебречь.

2. Уменьшатся или увеличатся потери в стальном сердечнике трансформатора  $P_{ст}$ , ток холостого хода  $I_x$ , если вместо стальных пластин толщиной 0,5 мм выполнить магнитопровод из той же стали, но толщиной 0,35 мм? Активная часть сечения магнитопровода остается неизменной.

3. По результатам опыта холостого хода однофазного трансформатора ( $U_{1ном} = 400$  В;  $U_{2ном} = 36$  В;  $P_x = 220$  Вт;  $I_x = 1,2$  А) определить потери в магнитопроводе трансформатора  $P_{ст}$ , параметры схемы замещения  $R_x$ ,  $X_x$  и коэффициент трансформации  $n$ .

4. Как изменятся ток холостого хода  $I_x$ , напряжение на вторичной обмотке  $U_2$ , потери в магнитопроводе  $P_{ст}$  трехфазного трансформатора, если первичную обмотку вместо треугольника соединить звездой?

5. Два трансформатора с одинаковыми  $S_{ном}$ ,  $U_{ном}$  первичных и вторичных обмоток, но разными напряжениями короткого замыкания ( $u_{к1} > u_{к2}$ ) работают параллельно.

Знаками =, >, < укажите соотношение между токами первичных обмоток трансформаторов (первого  $I_1$ , второго  $I_2$ ) при нагрузке.

#### Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

### Вариант 3.2

1. Определить число витков первичной обмотки  $w_1$  и амплитуду магнитной индукции  $B_m$  в магнитопроводе однофазного трансформатора, если  $U_{1ном} = 220$  В,  $U_{2ном} = 36$  В,  $f = 50$  Гц, число витков вторичной обмотки  $w_2 = 30$ , сечение магнитопровода  $s = 36$  см<sup>2</sup>.

2. При соединении обмоток трехфазного трансформатора по схеме звезда/звезда коэффициент трансформации линейных напряжений  $n = 10$ .

Определить коэффициент трансформации линейных  $n_n$  и фазных  $n_\phi$  напряжений при соединении обмоток по схеме звезда / треугольник.

3. Потери холостого хода трансформатора  $P_x = 100$  Вт. Максимальный КПД трансформатора имеет место при коэффициенте нагрузки  $\beta = 0,5$ .

Чему равны потери короткого замыкания  $P_k$ ?

4. Трехфазный трансформатор типа ТМ63/10 имеет потери холостого хода  $P_x = 0,2$  кВт и потери короткого замыкания  $P_k = 1$  кВт.

Определить КПД трансформатора при активной нагрузке и коэффициентах нагрузки  $\beta_1 = 1$  и  $\beta_2 = 0,6$ .

5. Сечение магнитопровода однофазного сварочного трансформатора  $s = 50$  см<sup>2</sup>. Напряжение питания  $U_{1ном} = 220$  В, частота  $f = 50$  Гц. Напряжение холостого хода вторичной обмотки  $U_{2х} = 70$  В.

Расчитать числа витков обмоток  $w_1$  и  $w_2$ , определить мощность трансформатора  $S_{ном}$  и наибольшее значение сварочного тока  $I_2$ . Использовать приближенную формулу сечения магнитопровода  $s = \sqrt{S_{ном}}$  ( $s$  в см<sup>2</sup>,  $S_{ном}$  в В·А).

### Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

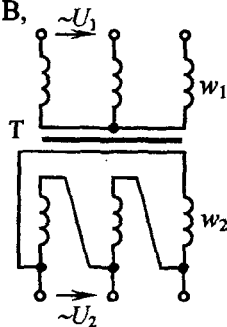
### Вариант 3.3

1. Как изменятся амплитуда магнитной индукции  $B_m$  в сердечнике трансформатора и ток холостого хода  $I_x$ , если уменьшить сечение магнитопровода при неизменном  $U_1$ ?

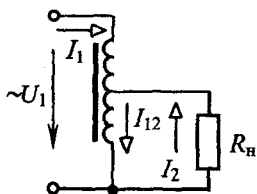
2. Как изменятся  $U_2$ ,  $I_2$ ,  $I_1$ ,  $S$  трансформатора, если при постоянной нагрузке  $Z$  уменьшить на 5 % число витков первичной обмотки при неизменном  $U_1$  (уменьшатся или увеличатся на ... %)? Потери и ток холостого хода трансформатора пренебречь.

3. По результатам опыта короткого замыкания ( $P_k = 800$  Вт,  $U_k = 20$  В,  $I_{1k} = I_{1ном} = 100$  А) определить параметры  $R_k$  и  $X_k$  схемы замещения трансформатора, потери мощности в меди обмоток  $P_m$  при коэффициенте нагрузки трансформатора  $\beta = 0,5$ .

4. Определить напряжение  $U_2$ , если  $U_1 = 6000$  В, число витков обмоток  $w_1 = 3000$ ,  $w_2 = 200$ .



5. Как изменятся токи  $I_1$ ,  $I_{12}$ ,  $I_2$  при перемещении движка автотрансформатора из среднего положения вверх (уменьшатся или увеличатся)?



#### Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----



### Вариант 3.4

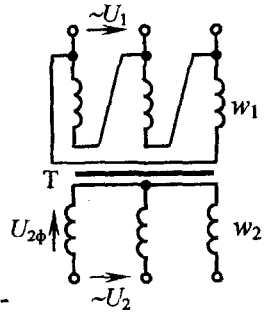
1. Как изменятся потери в стали трансформатора  $P_{ст}$ , ток холостого хода  $I_x$ , если вместо стальных пластин толщиной 0,35 мм выполнить сердечник из той же стали, но толщиной 0,5 мм? Активная часть сечения сердечника остается неизменной.

2. Определить амплитуду магнитной индукции  $B_m$  в магнитопроводе трансформатора, если  $U_{1ном} = 400$  В, частота  $f = 50$  Гц, число витков первичной обмотки  $w_1 = 800$ , сечение магнитопровода  $s = 18$  см<sup>2</sup>. Падением напряжения в обмотке трансформатора пренебречь.

Как изменится  $B_m$  при понижении напряжения на 5 %?

3. Рассчитать сечение проводов первичной  $s_1$  и вторичной  $s_2$  обмоток, соединенных по схеме звезда / звезда, трехфазного трансформатора с данными:  $S_{ном} = 500$  кВ·А,  $U_{1ном} = 6000$  В,  $U_{2ном} = 400$  В. Плотность тока обмоток  $J = 8$  А/мм<sup>2</sup>.

4. Определить вторичные напряжения трансформатора  $U_2$  и  $U_{2ф}$ , если  $U_1 = 6000$  В, число витков обмоток  $w_1 = 3000$ ,  $w_2 = 200$ .



5. Определить число витков вторичных обмоток измерительных трансформатора тока  $w_T$  и трансформатора напряжения  $w_H$ . Первичная обмотка трансформатора тока рассчитана на 500 А и имеет один виток, вторичная – на 5 А. Первичная обмотка трансформатора напряжения рассчитана на 6000 В и имеет 1200 витков, вторичная – на 100 В.

#### Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

### Вариант 3.5

1. Амплитуда магнитной индукции в сердечнике трансформатора  $B_m = 1,4$  Тл при частоте питающего напряжения  $f = 50$  Гц.

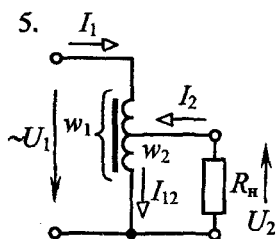
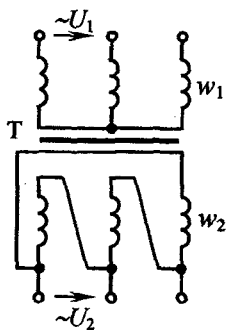
Какой будет магнитная индукция  $B'_m$  при неизменном напряжении и частоте  $f' = 100$  Гц. Потерями в обмотке и сердечнике пренебречь.

2. Как изменятся ток холостого хода  $I_x$  и потери мощности в магнитопроводе  $P_{ст}$  трансформатора, если напряжение на первичной обмотке окажется больше номинального?

3. Параметры трехфазного трансформатора:  $U_{1ном} = 10000$  В,  $U_{2х} = 400$  В,  $I_{1ном} = 100$  А,  $u_k = 5,5\%$ ,  $R_k = 0,8$  Ом, соединение обмоток звезда / звезда.

Определить напряжение  $U_2$  при номинальной нагрузке активно-индуктивного характера с  $\cos\varphi_2 = 0,5$ .

4. Определить вторичные напряжения трансформатора  $U_2$  и  $U_{2ф}$ , если  $U_1 = 6000$  В,  $w_1 = 3000$ ,  $w_2 = 200$ .



Определить токи  $I_1$  и  $I_{12}$  автотрансформатора, если ток нагрузки  $I_2 = 4$  А. Напряжение  $U_2 = 0,5U_1$ . Током холостого хода пренебречь.

### Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

## 4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ

### Задачи с решениями

**Задача 4.1.** Электродинамический ваттметр имеет пределы измерения: по току  $I_{\text{ном}} = 2 \text{ А}$ , по напряжению  $U_{\text{ном}} = 300 \text{ В}$ . Число делений шкалы  $\alpha_{\text{ном}} = 150$ , класс точности  $K_W = 0,5$ .

Определить измеряемую ваттметром мощность, если его указатель отклонился на  $\alpha = 80$  делений.

**Решение.** Цена деления ваттметра

$$C_W = \frac{U_{\text{ном}} \cdot I_{\text{ном}}}{\alpha_{\text{ном}}} = \frac{300 \cdot 2}{150} = 4 \text{ Вт/дел.}$$

Показание ваттметра

$$P_W = C_W \cdot \alpha = 4 \cdot 80 = 320 \text{ Вт.}$$

Предельная абсолютная погрешность ваттметра

$$\Delta P = \pm \frac{K_W}{100} \cdot U_{\text{ном}} \cdot I_{\text{ном}} = \pm \frac{0,5}{100} \cdot 300 \cdot 2 = \pm 3 \text{ Вт.}$$

Измеряемая мощность

$$P = (P_W \pm \Delta P) = (320 \pm 3) \text{ Вт.}$$

**Задача 4.2.** При поверке вольтметра (класс точности  $K_V = 1,0$ ) с пределом измерения  $U_{\text{ном}} = 100 \text{ В}$  в точках шкалы 20, 40, 60, 80 и 100 В были получены следующие показания эталонного прибора: 19,5; 40,3; 60,1; 79,8; 100,7 В.

Определить абсолютные, относительные и приведенные погрешности на всех числовых отметках шкалы вольтметра. Соответствует ли поверяемый вольтметр своему классу точности?

**Решение.** Абсолютная погрешность прибора – это разность между показанием прибора и действительным значением измеряемой величины (показанием эталонного прибора)  $\Delta U = U_V - U$ .

Для первой поверяемой отметки шкалы

$$\Delta U = 20 - 19,5 = 0,5 \text{ В.}$$

Относительная погрешность

$$\delta = \frac{\Delta U}{U} \cdot 100 = \frac{0,5}{19,5} \cdot 100 = 2,56 \%$$

Приведенная погрешность определяется отношением абсолютной погрешности к пределу измерения прибора:

$$\gamma = \frac{\Delta U}{U_{\text{ном}}} \cdot 100 = \frac{0,5}{100} \cdot 100 = 0,5 \%$$

Результаты расчета погрешностей для последующих отметок шкалы приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1

Отметка шкалы, В	20	40	60	80	100
Погрешность					
$\Delta U = U_V - U, \text{ В}$	0,5	-0,3	-0,1	0,2	-0,7
$\delta = (\Delta U/U) \cdot 100, \%$	2,56	-0,745	-0,166	0,25	-0,7
$\gamma = (\Delta U/U_{\text{ном}}) \cdot 100, \%$	0,5	-0,3	-0,1	0,2	-0,7

Класс точности прибора определяется предельно допустимой приведенной погрешностью. Для поверяемого вольтметра модуль наибольшей приведенной погрешности  $|\gamma| = 0,7\% < K_V = 1,0\%$ , значит, поверяемый вольтметр соответствует своему классу точности.

**Задача 4.3.** Имеются три амперметра: класса точности 1,0 со шкалой 0 – 50 А; класса точности 1,5 со шкалой 0 – 40 А и класса точности 2,5 со шкалой 0 – 20 А.

Какой амперметр предпочтительнее выбрать для измерения в цепи тока примерно 15 А?

Решение. Наибольшая абсолютная погрешность первого прибора

$$\Delta I_{\max} = \pm \frac{K_A}{100} \cdot I_{\text{ном}} = \pm \frac{1,0}{100} \cdot 50 = \pm 0,5 \text{ А.}$$

Наибольшая относительная погрешность

$$\delta = \pm \frac{\Delta I_{\max}}{I} \cdot 100 = \pm \frac{0,5}{15} \cdot 100 = \pm 3,33 \text{ \%}.$$

Результаты расчета погрешностей для всех трех амперметров приведены в табл. 4.2.

Таблица 4.2

Амперметр	1	2	3
$\Delta I_{\max}$ , А	$\pm 0,5$	$\pm 0,6$	$\pm 0,5$
$\delta$ , %	$\pm 3,33$	$\pm 4$	$\pm 3,33$

Меньшую предельную погрешность (и абсолютную и относительную) обеспечат первый и третий амперметры.

**Задача 4.4.** Для измерения напряжения на резисторе в цепи рис. 4.1. используется вольтметр с пределом измерения  $U_{\text{ном}} = 30 \text{ В}$ , класса точности  $K_V = 1,0$  и внутренним сопротивлением  $R_V = 500 \text{ Ом}$ .

Определить погрешность метода измерения и максимальную относительную погрешность измерения, обусловленную классом точности и пределом измерения вольтметра, если  $E = 24 \text{ В}$ ,  $R_0 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R = 100 \text{ Ом}$ .

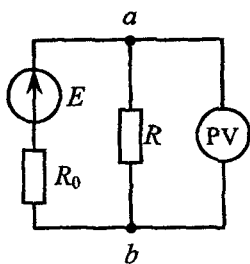


Рис. 4.1

Решение. Напряжение на резисторе  $R$  до включения вольтметра

$$U = E \frac{R}{R_0 + R} = 24 \cdot \frac{100}{20 + 100} = 20 \text{ В.}$$

После включения вольтметра

$$U_V = U_{ав} = \frac{E \cdot 1/R_0}{1/R_0 + 1/R + 1/R_V} = \frac{24/20}{1/20 + 1/100 + 1/500} = 19,35 \text{ В.}$$

Погрешность метода измерения напряжения, обусловленная соотношением сопротивлений вольтметра и объекта измерения,

$$\delta_M = \frac{U_V - U}{U} \cdot 100 = \frac{19,35 - 20}{20} \cdot 100 = -3,25 \%$$

Максимальная относительная погрешность измерения, обусловленная классом точности и пределом измерения вольтметра (инструментальная погрешность измерения)

$$\delta = \pm K_V \frac{U_{НОМ}}{U_V} = \pm 1,0 \frac{30}{19,35} = \pm 1,55 \%$$

Погрешность метода  $|\delta_M| = 3,25 \%$  вдвое больше погрешности прибора  $|\delta| = 1,55 \%$ .

**Задача 4.5.** Для определения параметров катушки применен метод амперметра, вольтметра и ваттметра (рис. 4.2). При этом использовались амперметр на ток  $I_{НОМ} = 5 \text{ А}$  класса точности  $K_A = 1,5$ ; вольтметр на напряжение  $U_{НОМ} = 150 \text{ В}$  класса точности  $K_V = 1,5$ ; ваттметр на  $P_{НОМ} = 500 \text{ Вт}$  класса точности  $K_W = 0,5$ . Показания приборов:  $I = 5 \text{ А}$ ,  $U = 100 \text{ В}$ ,  $P = 250 \text{ Вт}$ .

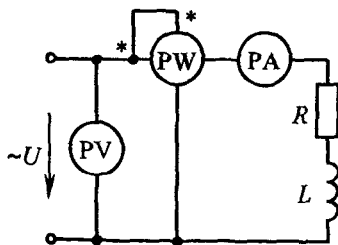


Рис. 4.2

Найти максимально возможные относительные и абсолютные погрешности измерения активного сопротивления и коэффициента мощности катушки. Определить возможные пределы значений  $R$  и  $\cos\phi$ . Собственным потреблением приборов пренебречь.

Решение. Расчетное значение активного сопротивления катушки

$$R' = P/I^2 = 250/25 = 10 \text{ Ом.}$$

Максимально возможные относительная  $\delta_R$  и абсолютная  $\Delta R$  погрешности косвенного измерения сопротивления

$$\delta_R = \frac{\Delta R}{R'} \cdot 100 = \pm \left( \frac{\Delta P}{P} + 2 \frac{\Delta I}{I} \right) \cdot 100 = \pm \left( K_W \frac{P_{\text{НОМ}}}{P} + 2K_A \frac{I_{\text{НОМ}}}{I} \right) = \pm 4 \%,$$

$$\Delta R = \pm 0,04 \cdot R' = \pm 0,4 \text{ Ом.}$$

Возможные пределы действительного значения сопротивления  $R$

$$R = R' \pm \Delta R = (10,0 \pm 0,4) \text{ Ом.}$$

Расчетное значение коэффициента мощности

$$\cos \varphi' = \frac{P}{U \cdot I} = \frac{250}{100 \cdot 5} = 0,5.$$

Максимально возможные погрешности косвенного измерения  $\cos \varphi$

$$\begin{aligned} \delta_{\cos \varphi} &= \pm \left( \frac{\Delta P}{P} + \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I} \right) 100 = \\ &= \pm \left( K_W \frac{P_{\text{НОМ}}}{P} + K_V \frac{U_{\text{НОМ}}}{U} + K_A \frac{I_{\text{НОМ}}}{I} \right) = \pm 4,8 \%, \end{aligned}$$

$$\Delta_{\cos \varphi} = \pm 0,048 \cdot 0,5 = \pm 0,024.$$

Пределы действительного значения коэффициента мощности

$$\cos \varphi = \cos \varphi' \pm \Delta \cos \varphi = 0,500 \pm 0,024.$$

**Задача 4.6.** Для измерения сопротивления резистора используется вольтметр с внутренним сопротивлением  $R_V = 50$  кОм. При непосредственном подключении к сети отклонение вольтметра  $\alpha_1 = 120$  делений, а при его подключении к этой же сети последовательно с резистором показание становится  $\alpha_2 = 40$  делений.

Чему равно сопротивление резистора?

**Решение.** Отклонение подвижной системы вольтметра пропорционально току, который обратно пропорционален сопротивлению цепи, т.е.

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{R + R_V}{R_V}, \quad R = R_V \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - 1 \right) = 100 \text{ кОм.}$$

**Задача 4.7.** Магнитоэлектрический миллиамперметр ( $I_{\text{ном}} = 15$  мА,  $R_A = 10$  Ом) необходимо использовать в качестве комбинированного прибора с двумя пределами по току  $I = 2; 5$  А и двумя пределами по напряжению  $U = 100; 250$  В (рис. 4.3).

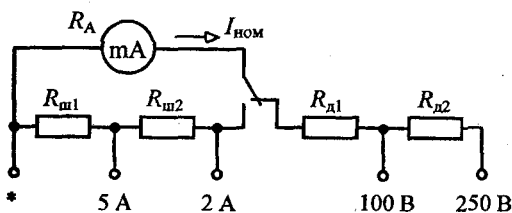


Рис. 4.3

Рассчитать сопротивления шунтов и добавочных резисторов комбинированного прибора.

**Решение.** Коэффициенты шунтирования  $n$  и сопротивления шунтов для заданных пределов измерения тока равны:

для  $I_2 = 2 \text{ А}$   $n = \frac{I_2}{I_{\text{ном}}} = \frac{2}{0,015} = 133,3,$

$$R_{\text{ш}1} + R_{\text{ш}2} = \frac{R_A}{n-1} = \frac{10}{133,3-1} = 0,075 \text{ Ом};$$

для  $I_1 = 5 \text{ А}$   $n = \frac{I_1}{I_{\text{ном}}} = \frac{5}{0,015} = 333,3,$



$$R_{ш1} = \frac{R_A + R_{ш2}}{n-1} = \frac{10 + R_{ш2}}{333,3-1}, \quad R_{ш1} = 0,03 \text{ Ом}, \quad R_{ш2} = 0,045 \text{ Ом}.$$

Добавочные резисторы  $R_{д1}$  и  $R_{д2}$  при использовании прибора в качестве вольтметра на пределы  $U_1 = 100 \text{ В}$  и  $U_2 = 250 \text{ В}$  рассчитываем из условия, чтобы ток полного отклонения катушки оставался равным  $I_{ном} = 0,015 \text{ А}$ :

$$I_{ном} = U_1 / (R_A + R_{д1}), \quad 0,015 = 100 / (10 + R_{д1});$$

$$I_{ном} = U_2 / (R_A + R_{д1} + R_{д2}), \quad 0,015 = 250 / (10 + R_{д1} + R_{д2});$$

$$R_{д1} = 6656,6 \text{ Ом}, \quad R_{д2} = 10000 \text{ Ом}.$$

**Задача 4.8.** В цепи рис. 4.4 напряжение и ток изменяются по закону  $u = 311 \sin(\omega t + \pi/2) \text{ В}$ ,  $i = 4,24 \sin(\omega t + \pi/3) \text{ А}$ .

Определить показания вольтметра, амперметра, ваттметра электродинамической системы, расход энергии и число оборотов индукционного счетчика за 8 часов работы, если 1 кВт·ч соответствует 1250 оборотам счетчика.

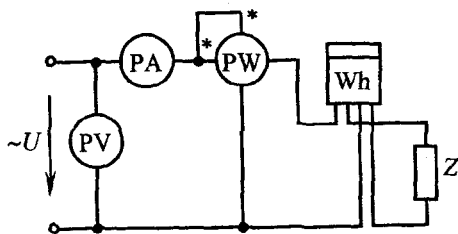


Рис. 4.4

**Решение.** Вольтметр и амперметр показывают действующие значения напряжения и тока

$$U = 311 / \sqrt{2} = 220 \text{ В},$$

$$I = 4,24 / \sqrt{2} = 3 \text{ А},$$

ваттметр – активную мощность

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi = 220 \cdot 3 \cos \pi/6 = 570 \text{ Вт},$$

где

$$\varphi = \psi_U - \psi_I = \pi/2 - \pi/3 = \pi/6.$$

Расход энергии

$$W = P \cdot t = 0,57 \cdot 8 = 4,56 \text{ кВт} \cdot \text{ч.}$$

Число оборотов диска счетчика

$$N = 1250 \cdot 4,56 = 5700.$$

**Задача 4.9.** К цепи рис. 4.5, а приложено синусоидальное напряжение  $u = 141 \sin \omega t$  В.

Определить показания электромагнитного и магнитоэлектрического вольтметров. Вольтамперную характеристику диода считать идеальной.

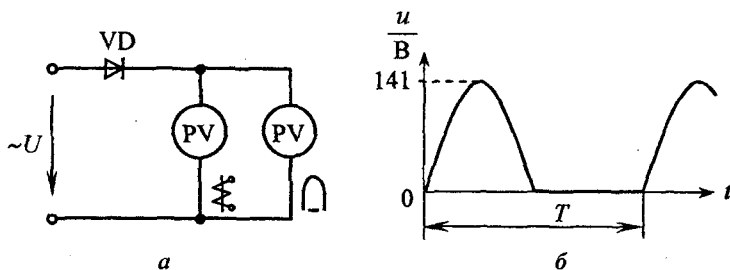


Рис. 4.5

**Решение.** На рис. 4.5, б показана форма кривой напряжения, приложенного к приборам.

Электромагнитный вольтметр измеряет действующее значение этого напряжения

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{\frac{U_m^2}{T} \int_0^{T/2} \sin^2 \omega t dt} = 70,5 \text{ В.}$$

Магнитоэлектрический вольтметр измеряет среднее за период значение напряжения

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} U_m \sin \omega t dt = \frac{U_m}{\pi} = \frac{141}{3,14} = 45 \text{ В.}$$

**Задача 4.10.** Источник постоянного напряжения  $U_0 = 100$  В соединен последовательно с генератором синусоидального напряжения, действующее значение которого  $U = 60$  В.

Определить показания магнитоэлектрического, выпрямительно-го, электромагнитного и электродинамического вольтметров, включенных на суммарное напряжение.

**Решение.** Несинусоидальное напряжение, воздействующее на приборы, изменятся по закону  $u = 100 + \sqrt{2} \cdot 60 \sin \omega t$  В (рис. 4.6).

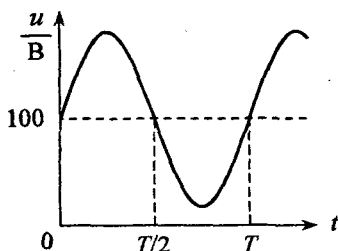


Рис. 4.6

Магнитоэлектрический вольтметр измеряет среднее за период значение напряжения

$$U_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T u dt = U_0 = 100 \text{ В.}$$

Показание выпрямительного вольтметра, проградуированного в действующих значениях синусоидального

напряжения, пропорционально среднему по модулю значению напряжения.

$$k_{\Phi} U_{\text{ср.м}} = 1,11 \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt = 1,11 \cdot 100 = 111 \text{ В,}$$

где  $k_{\Phi} = 1,11$  – коэффициент формы синусоидального напряжения.

Электромагнитный и электродинамический вольтметры измеряют действующее значение напряжения

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2 dt} = \sqrt{U_0^2 + U^2} = \sqrt{100^2 + 60^2} = 117 \text{ В.}$$

**Задача 4.11.** Измеряемый ток имеет форму кривой, изображенной на рис. 4.7.

Определить показание магнитоэлектрического, выпрямительно-го и электродинамического амперметров, включенных последо-вательно в цепь заданного тока.

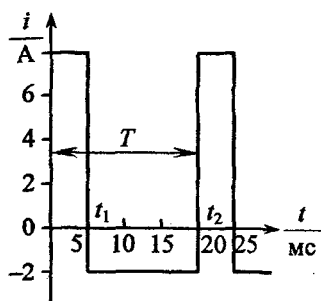


Рис. 4.7

Решение. Магнитоэлектрический амперметр измеряет среднее за период значение тока

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = \frac{1}{T} \left( \int_0^{t_1} i_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} i_2 dt \right) =$$

$$= \frac{1}{20} \left( 8 \int_0^5 dt - 2 \int_5^{20} dt \right) = \frac{1}{20} (40 - 30) = 0,5 \text{ А.}$$

Показание выпрямительного амперметра, выполненного по двухполупериодной схеме выпрямления, пропорционально среднему по модулю значению тока

$$I_{\text{ср.м}} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt = \frac{1}{T} \left( \int_0^{t_1} i_1 dt + \int_{t_1}^{t_2} |i_2| dt \right) = \frac{1}{20} (40 + 30) = 3,5 \text{ А.}$$

Если выпрямительный амперметр проградуирован для измерения действующего значения синусоидального тока, то его показание равно

$$k_{\phi} I_{\text{ср.м}} = 1,11 \cdot 3,5 = 3,89 \text{ А.}$$

Электромагнитный и электродинамический амперметры изме-ряют действующее (среднеквадратичное) значение тока

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \left( \int_0^{t_1} i_1^2 dt + \int_{t_1}^{t_2} i_2^2 dt \right)} = 4,36 \text{ А.}$$

**Задача 4.12.** Магнитоэлектрический миллиамперметр (входное сопротивление  $R_{\text{и}} = 10 \text{ Ом}$  и ток полного отклонения  $I_{\text{и}} = 1 \text{ мА}$ ) предполагается использовать в схеме выпрямительного вольтметра (рис. 4.8) с верхним пределом измерения синусоидального напряжения  $U = 10 \text{ В}$ .

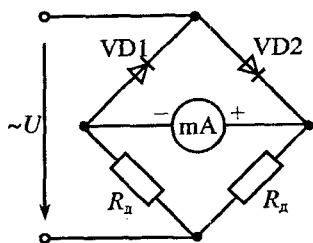


Рис. 4.8

Рассчитать сопротивление добавочного резистора  $R_{\text{д}}$ , входное сопротивление вольтметра и максимальную мощность, потребляемую им.

**Решение.** Магнитоэлектрический прибор измеряет среднее за период значение тока

$$I_{\text{ср}} = \frac{U_{\text{ср}}}{R_{\text{д}} + R_{\text{и}}} = \frac{U}{k_{\text{ф}}(R_{\text{д}} + R_{\text{и}})} = I_{\text{и}}$$

Отсюда сопротивление добавочных резисторов

$$R_{\text{д}} = \frac{U/k_{\text{ф}} - R_{\text{и}}I_{\text{и}}}{I_{\text{и}}} = \frac{10/1,11 - 10 \cdot 0,001}{0,001} = 9 \text{ кОм.}$$

Входное сопротивление вольтметра

$$R_{\text{вх}} = \frac{(R_{\text{и}} + R_{\text{д}})R_{\text{д}}}{2R_{\text{д}} + R_{\text{и}}} \approx \frac{R_{\text{д}}}{2} = 4,5 \text{ кОм.}$$

Максимальная мощность, потребляемая вольтметром,

$$P_{\text{max}} = \frac{U^2}{R_{\text{вх}}} \approx \frac{10^2}{4500} \approx 0,022 \text{ Вт.}$$

**Задача 4.13.** Активная мощность трехфазной симметричной цепи ( $U_{\text{л}} = 380 \text{ В}$ ,  $Z_{\text{ф}} = 100 \text{ Ом}$ ) измеряется методом двух ваттметров (рис. 4.9, а).

Определить показание второго ваттметра, если показание первого равно нулю.

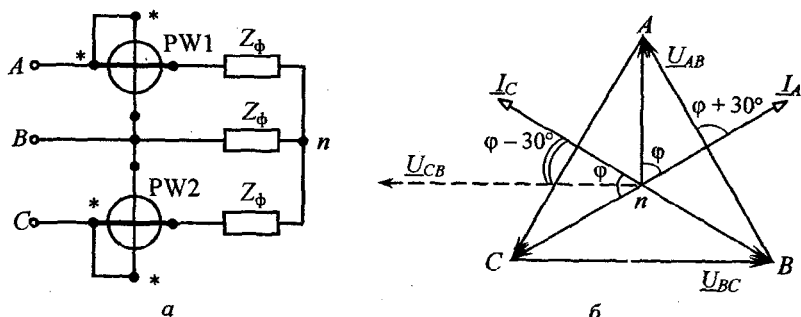


Рис. 4.9

Решение. Согласно векторной диаграмме (рис. 4.9, б) показание первого ваттметра

$$P_{W1} = U_{AB} I_A \cos(\widehat{U_{AB} I_A}) = U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos(\varphi + 30^\circ) = 0.$$

Следовательно,  $\varphi = 60^\circ$ .

Линейный ток цепи

$$I_{\text{л}} = I_{\phi} = \frac{U_{\phi}}{Z_{\phi}} = \frac{U_{\text{л}}/\sqrt{3}}{Z_{\phi}} = \frac{380/\sqrt{3}}{100} = 2,2 \text{ А.}$$

Показание второго ваттметра

$$P_{W2} = U_{CB} I_C \cos(\varphi - 30^\circ) = 380 \cdot 2,2 \cos 30^\circ = 722 \text{ Вт.}$$

Проверка: активная мощность трехфазной симметричной цепи

$$P = P_{W1} + P_{W2} = \sqrt{3} U_{\text{л}} I_{\text{л}} \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot 380 \cdot 2,2 \cdot 0,5 = 722 \text{ Вт.}$$

**Задача 4.14.** Определить активную, реактивную и полную мощности трехфазной симметричной цепи, если измерение производится методом двух ваттметров, включенных через трансформаторы тока 100/5 и трансформаторы напряжения 6000/100. Ваттметры с пределом измерения  $P_{\text{НОМ}} = 750$  Вт и шкалой на  $\alpha_{\text{НОМ}} = 150$  делений показывают  $\alpha_1 = 100$  и  $\alpha_2 = 120$  делений.

**Решение.** Схема включения двух ваттметров с измерительными трансформаторами тока и напряжения приведена на рис. 4.10.

Активная мощность трехфазной сети определяется суммой показаний ваттметров

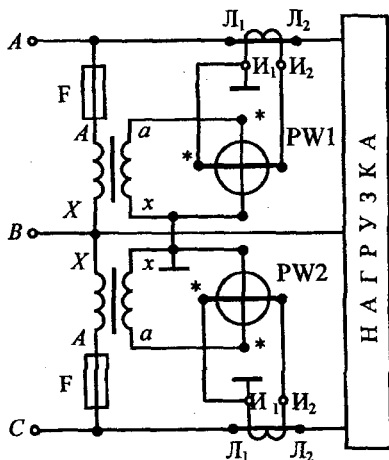


Рис. 4.10

$$P = P_1 + P_2 = n_T n_H (P_{W1} + P_{W2}) =$$

$$= n_T n_H \left( P_{\text{НОМ}} \frac{\alpha_1}{\alpha_{\text{НОМ}}} + P_{\text{НОМ}} \frac{\alpha_2}{\alpha_{\text{НОМ}}} \right) =$$

$$= \frac{100}{5} \cdot \frac{6000}{100} \left( 750 \frac{100}{150} + 750 \frac{120}{150} \right) =$$

$$= 600000 + 720000 = 1320 \text{ кВт.}$$

Реактивная мощность трехфазной цепи

$$Q = \sqrt{3}(P_2 - P_1) = \sqrt{3}(720 - 600) = 208 \text{ квар.}$$

Полная мощность цепи

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1338 \text{ кВт} \cdot \text{А.}$$

**Задача 4.15.** Проверка трехфазного счетчика осуществлялась с помощью двух ваттметров, включенных по схеме двух приборов.

В течение одной минуты ваттметры давали неизменные показания  $\alpha_1 = 40$ ,  $\alpha_2 = 80$  делений, а диск счетчика за это время сделал  $N = 24$  оборота. Номинальные данные ваттметров:  $I_{\text{ном}} = 5$  А,  $U_{\text{ном}} = 150$  В,  $\alpha_{\text{ном}} = 150$  делений. У счетчика 1 кВт·ч соответствует 2500 оборотам диска.

Определить погрешность счетчика.

Решение. Энергия, зарегистрированная счетчиком,

$$W = CN = \frac{3600 \cdot 1000}{n_0} \cdot N = \frac{3600 \cdot 1000}{2500} \cdot 24 = 34560 \text{ Дж},$$

где  $C$  – номинальная постоянная счетчика;

$$n_0 = 2500 \frac{\text{оборот.}}{\text{кВт} \cdot \text{ч}} - \text{передаточное число счетчика.}$$

Действительная энергия, измеренная с помощью ваттметров и секундомера,

$$W_0 = (P_1 + P_2) t = \left( \frac{I_{\text{ном}} U_{\text{ном}} \alpha_1}{\alpha_{\text{ном}}} + \frac{I_{\text{ном}} U_{\text{ном}} \alpha_2}{\alpha_{\text{ном}}} \right) t = 36000 \text{ Дж.}$$

Относительная погрешность счетчика

$$\delta = \frac{W - W_0}{W_0} \cdot 100 = -4 \%.$$

**Задача 4.16.** Измерение параметров конденсатора производилось по схеме рис. 4.11. После уравнивания моста получили:

$$R_1 = 1,25 \text{ кОм}, \quad R_2 = 10 \text{ кОм}, \quad C_0 = 10 \text{ мкФ}, \quad R_0 = 5,4 \text{ кОм.}$$

Чему равны  $C_x$  и  $R_x$  при параллельной схеме замещения конденсатора?



Решение. Мост переменного тока уравновешен при равенстве произведений комплексных сопротивлений противоположных плеч моста  $R_1 \underline{Z}_x = R_2 \underline{Z}_0$  или

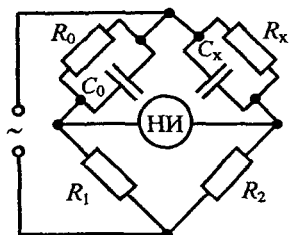


Рис. 4.11

$$\frac{R_1}{\frac{1}{R_x} + j\omega C_x} = \frac{R_2}{\frac{1}{R_0} + j\omega C_0},$$

$$\frac{R_1}{R_0} + j\omega R_1 C_0 = \frac{R_2}{R_x} + j\omega R_2 C_x.$$

При равенстве двух комплексов равны их вещественные и мнимые части

$$\frac{R_1}{R_0} = \frac{R_2}{R_x} \quad \text{и} \quad j\omega R_1 C_0 = j\omega R_2 C_x.$$

Отсюда параметры параллельной схемы замещения конденсатора

$$R_x = R_0 \frac{R_2}{R_1} = 43,2 \text{ кОм}, \quad C_x = C_0 \frac{R_1}{R_2} = 1,25 \text{ мкФ}.$$

**Задача 4.17.** В момент равновесия мостовой цепи (рис. 4.12) зафиксировано:

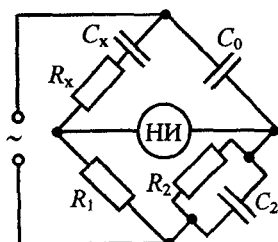


Рис. 4.12

$$R_1 = 10 \text{ Ом}, \quad R_2 = 14,8 \text{ Ом},$$

$$C_2 = 1,6 \text{ мкФ}, \quad C_0 = 1 \text{ мкФ}.$$

Чему равен тангенс угла потерь  $\text{tg} \delta$  конденсатора  $C_x$ , если частота источника питания 1000 Гц ?

Решение. Равновесие мостовой цепи имеет место при равенстве отношений комплексных сопротивлений соседних плеч

$$\frac{Z_x}{R_1} = \frac{Z_0}{Z_2} \quad \text{или} \quad \frac{R_x + \frac{1}{j\omega C_x}}{R_1} = \frac{\frac{1}{R_2} + j\omega C_2}{j\omega C_0},$$

$$\frac{R_x}{R_1} + \frac{1}{j\omega C_x R_1} = \frac{1}{j\omega C_0 R_2} + \frac{C_2}{C_0}.$$

Приравнивая вещественные и мнимые части комплексов, получаем

$$R_x = R_1 \frac{C_2}{C_0} = 16 \text{ Ом}, \quad C_x = C_0 \frac{R_2}{R_1} = 1,48 \text{ мкФ}.$$

Тангенс угла потерь при последовательной схеме замещения конденсатора

$$\operatorname{tg} \delta = \omega C_x R_x = \omega C_2 R_2 = 2\pi f C_2 R_2 = 0,15.$$

**Задача 4.18.** Цепь (рис. 4.13) используется для наблюдения на экране осциллографа формы кривой индукции в исследуемом ферромагнитном образце. Параметры интегратора:  $R = 1 \text{ Мом}$ ,  $C = 1 \text{ мкФ}$ . Частота источника питания  $f = 50 \text{ Гц}$ . Чувствительность осциллографа  $2,5 \text{ мм/мВ}$ . Сечение образца  $S = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ , максимальная индукция  $B_{\max} = 1,5 \text{ Тл}$ .

Какое наибольшее число витков должна иметь измерительная обмотка образца, чтобы отклонение по вертикали луча на экране осциллографа не превышало  $60 \text{ мм}$ .

Рассчитать напряжение на измерительной обмотке образца.

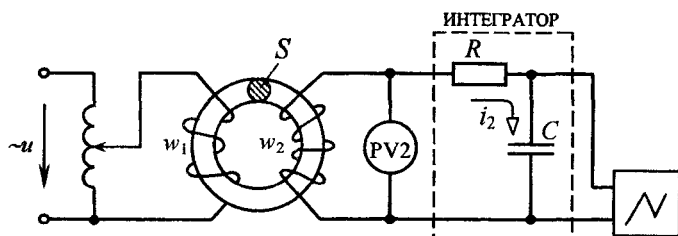


Рис. 4.13

Решение. Переменный магнитный поток наводит во вторичной обмотке образца ЭДС

$$e_2 = -\frac{d\psi}{dt} = -w_2 S \frac{dB_t}{dt},$$

где  $B_t$  – мгновенное значение индукции в образце.

Поскольку сопротивление вторичной цепи практически чисто активное ( $R \gg 1/\omega C$ ), то ток

$$i_2 \approx \frac{e_2}{R} = -\frac{w_2 S}{R} \frac{dB_t}{dt}.$$

Напряжение на конденсаторе

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_2 dt = -\frac{w_2 S}{RC} B_t,$$

откуда искомое число витков измерительной обмотки, исходя из максимальной индукции, вызывающей наибольшее отклонение луча осциллографа,

$$w_2 = \frac{u_C RC}{SB_t} = \frac{u_C RC}{SB_{\max}} = \frac{0,012 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5} = 40 \text{ витков},$$

где  $u_C = \frac{60 \text{ мм}}{2 \cdot 2,5 \text{ мм/мВ}} = 0,012 \text{ В}$  – напряжение на конденсаторе,

вызывающее заданное отклонение луча осциллографа. При синусоидальном законе изменения индукции в образце напряжение на измерительной обмотке

$$U_2 = 4,44 f w_2 S B_{\max} = 2,67 \text{ В}.$$

**Задача 4.19.** Магнитоэлектрический микроамперметр с пределом измерения по току  $I_{\text{ном}} = 200 \text{ мкА}$  и внутренним сопротивлением  $R_A = 166,8 \text{ Ом}$  необходимо использовать для измерения температуры

путем сочетания его с термопарой хромель-копель, удельная термо-ЭДС которой  $e_T = 69,5$  мкВ/°С.

Определить предельную температуру, которую можно измерить данным прибором, цену деления шкалы прибора по температуре и току, если число делений шкалы  $\alpha_{\text{НОМ}} = 100$ . Температуру окружающей среды  $t_0$  принять равной 20 °С.

**Решение.** Напряжение полного отклонения прибора

$$U_{\text{НОМ}} = R_A I_{\text{НОМ}} = 166,8 \cdot 200 \cdot 10^{-6} = 0,03336 \text{ В.}$$

Так как удельная термо-ЭДС задается в микровольтах на 1 °С разности температур горячего спая термопары и окружающей среды, то предельная температура, которую можно измерить этим прибором,

$$t_{\text{НОМ}} = t_0 + \frac{U_{\text{НОМ}}}{e_T} = 20 + \frac{0,03336 \cdot 10^6}{69,5} = 500 \text{ °С.}$$

Цена деления прибора по току

$$C_I = \frac{I_{\text{НОМ}}}{\alpha_{\text{НОМ}}} = \frac{200}{100} = 2 \text{ мкА/дел.},$$

по температуре  $C_t = \frac{t_{\text{НОМ}}}{\alpha_{\text{НОМ}}} = \frac{500}{100} = 5 \text{ °С/дел.}$

**Задача 4.20.** Неуравновешенная мостовая цепь (рис. 4.14) используется для измерения деформации в исследуемой детали. Начальное сопротивление тензорезистора ТР  $R=100$  Ом, а его тензочувствительность  $S = 2,04$ ; сопротивление остальных плеч моста также по 100 Ом. Напряжение источника питания  $U = 2$  В. Сопротивление милливольтметра  $R_{\text{мВ}}=10$  кОм.

Чему равна деформация в детали, если напряжение разбаланса, измеренное милливольтметром,  $\Delta U = 5$  мВ.

Решение. Поскольку в измерительную диагональ моста включен милливольтметр с большим входным сопротивлением ( $R_{mV} \gg R$ ), то напряжение разбаланса неуравновешенного моста

$$\Delta U = U \left( \frac{R}{2R} - \frac{R}{2R \pm \Delta R} \right) = U \left( \frac{2R \pm \Delta R - 2R}{4R \pm 2\Delta R} \right) = \frac{U}{4} \left( \frac{\pm \Delta R}{R \pm \Delta R/2} \right)$$

или, учитывая, что  $\Delta R/2 \ll R$   $\Delta U \approx \frac{U}{4} \cdot \frac{\Delta R}{R}$ .

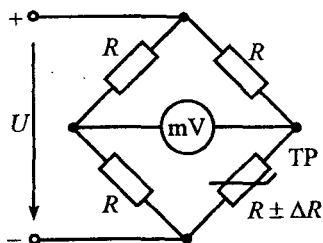


Рис. 4.14

Таким образом, относительное изменение сопротивления тензорезистора

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{4\Delta U}{U} = \frac{4 \cdot 0,005}{2} = 0,01 = 1 \%$$

Деформация, т.е. относительное линейное удлинение или сжатие, обусловленное нагрузкой на исследуемую деталь,

$$\epsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{S} \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{2,04} \cdot 1 = 0,49 \%$$

### Контрольные задачи

**Задача 4.21.** Измеряемое сопротивление связано с сопротивлением остальных плеч одинарного уравновешенного моста уравнением  $R_x = R_2 \cdot R_4 / R_3$ .

Определить относительную погрешность измерения  $R_x$ , если известны погрешности изготовления резисторов плеч моста:  $\delta_2 = +0,1 \%$ ,  $\delta_3 = +0,3 \%$ ,  $\delta_4 = -0,2 \%$ .

**Задача 4.22.** Для измерения сопротивления используется вольтметр на 150 В класса точности 1,5 и амперметр на 2 А класса точности 1,0. Приборы показали 120 В и 1,5 А.

Определить максимальные абсолютную и относительную погрешности измерения сопротивления. Собственным потреблением мощности приборов пренебречь.

**Задача 4.23.** Магнитная индукция в воздушном зазоре магнитоэлектрического измерительного механизма 0,1 Тл, площадь рамки 4 см<sup>2</sup>, сопротивление обмотки 10 Ом. Для полного отклонения подвижной части требуется подвести напряжение 80 мВ, при этом создается вращающий момент  $4 \cdot 10^{-5}$  Н·м.

Определить число витков обмотки.

**Задача 4.24.** Магнитоэлектрический миллиамперметр (ток полного отклонения 1 мА, сопротивление 20 Ом) необходимо использовать в качестве двухпредельного амперметра на 1 и 2 А.

Начертить схему амперметра и рассчитать сопротивление шунтов.

**Задача 4.25.** В цепи рис. 4.15  $R = 100$  Ом, напряжение  $u = 141 \sin \omega t$  В.

Определить показания ферродинамических приборов. Вольтамперную характеристику диода считать идеальной.

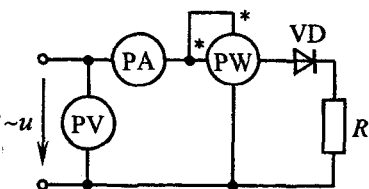


Рис. 4.15

**Задача 4.26.** В цепи течет ток  $i = 2 + 1,5 \sin \omega t + 0,7 \sin(3\omega t - 30^\circ)$  А.

Определить показания магнитоэлектрического и электромагнитного амперметров, включенных в эту цепь.

**Задача 4.27.** Форма измеряемого напряжения показана на рис. 4.16.

Определить показания магнитоэлектрического и электродинамического вольтметров.

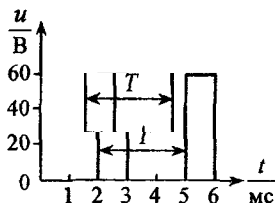


Рис. 4.16

Задача 4.28. Имеются два вольтметра, каждый с верхним пределом измерения 150 В. Сопротивление электромагнитного вольтметра 20 кОм, электродинамического – 5 кОм.

Можно ли измерить напряжение 220 В путем последовательного включения этих вольтметров?

Задача 4.29. В симметричной цепи рис. 4.9, *a* показания ваттметров  $\alpha_1 = 40$  и  $\alpha_2 = 60$  делений.

Определить коэффициент мощности цепи и построить векторную диаграмму.

Задача 4.30. В симметричной цепи рис. 4.9, *a* показания второго ваттметра равно нулю.

Построить векторную диаграмму, определить коэффициент мощности цепи и характер нагрузки.

Задача 4.31. Два однофазных счетчика активной энергии, включенные в трехфазную симметричную цепь для учета расхода энергии, за месяц работы показали: первый – 12, второй – 16 МВт·ч.

Определить активную и реактивную энергию цепи и среднемесячный коэффициент мощности цепи.

Задача 4.32. К однофазной цепи через трансформатор тока 200/5 и трансформатор напряжения 10000/100 подключены амперметр, вольтметр и ваттметр.

Начертить схему измерения и определить ток, напряжение и коэффициент мощности цепи, если приборы показали 4 А, 105 В и 336 Вт.

Задача 4.33. Номинальная постоянная счетчика

$$C_{\text{ном}} = 1250 \text{ Вт}\cdot\text{с/оборот.}$$

При мощности цепи 1,27 кВт диск счетчика за 20,1 с сделал 20 оборотов.

Определить относительную погрешность счетчика.

Задача 4.34. Определить условие равновесия мостовой цепи рис. 4.11 при последовательной схеме замещения измеряемого конденсатора.

Задача 4.35. В качестве индикатора термоэлектрического датчика применяется магнитоэлектрический милливольтметр на 100 мВ с внутренним сопротивлением 1 кОм.

Каким должно быть сопротивление добавочного резистора, чтобы при разности температур горячего и холодного спаев термобатареи в 50 °С стрелка прибора отклонялась на всю шкалу? Чувствительность термобатареи 10 мВ/°С.

#### Ответы к контрольным задачам

4.21. – 0,4 %.

4.22.  $\pm 2,57 \text{ Ом}$ ;  $\pm 3,2 \%$ .

4.23. 125.

4.24. 0,01 Ом.

4.25. 100 В; 0,707 А; 50 Вт.

4.26. 2 А; 2,32 А.

4.27. 20 В; 34,6 В.

4.28. Нет.

4.29. 0,945.

4.30. 0,5; емкостный.

4.31. 0,97.

4.32. 160 А; 10,5 кВ; 0,8.

4.33. – 2,06 %.

4.35. 4 кОм.



## Тест 4 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов

### Вариант 4.1

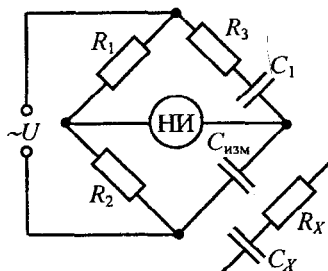
1. Какой системы амперметры и вольтметры имеют равномерную шкалу?

2. Классы точности приборов Б и В одинаковы, но верхний предел измерения прибора В больше.

Каково соотношение для максимальных значений абсолютных погрешностей  $\Delta_B$  и  $\Delta_V$  при измерении этими приборами ( $\Delta_B = \Delta_V$  или  $\Delta_B < \Delta_V$  или  $\Delta_B > \Delta_V$ )?

3. Мостовая цепь уравновешена при  $R_1 = 10$  кОм,  $R_2 = 1$  кОм,  $R_3 = 9,8$  кОм,  $C_1 = 1$  мкФ.

Определить параметры последовательной схемы замещения измеряемого конденсатора  $C_X$  и  $R_X$ .



4. Напряжение источника, изменяющееся по закону  $u = 90\sin 314t + 60\sin 942t$  В, измеряется электродинамическим и выпрямительным вольтметрами.

Пренебрегая погрешностью вольтметров, определить их показания. Выпрямительный вольтметр проградуирован в действующих значениях синусоидального напряжения.

5. Указатели двух одинаковых ваттметров, включенных в симметричную трехфазную цепь для измерения активной мощности, отклонились на 95 и 55 делений шкалы.

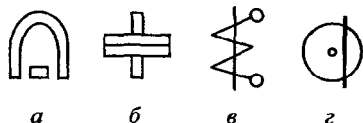
Определить коэффициент мощности цепи.

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

## Вариант 4.2

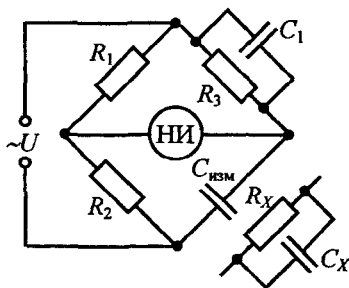
1. Как обозначаются приборы электродинамической системы?



2. Максимальные значения абсолютных погрешностей приборов А и Б одинаковы, но верхний предел измерения прибора А больше. Какой из приборов имеет более высокий класс точности?

3. Мостовая цепь уравновешена при  $R_1 = 2 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 10 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 40 \text{ кОм}$ ,  $C_1 = 10 \text{ мкФ}$ .

Определить параметры параллельной схемы замещения измеряемого конденсатора  $C_X$  и  $R_X$ .



4. На экране электронного осциллографа видна прямая линия, составляющая с горизонталью угол  $30^\circ$ .

Написать закон изменения напряжения, подведенного к вертикально отклоняющим пластинам осциллографа, если к горизонтально отклоняющим пластинам подведено напряжение  $u = 120 \sin(314t + \pi/6) \text{ В}$  (чувствительность обоих каналов осциллографа одинакова).

5. Какой системы приборы могут быть использованы в качестве ваттметров?

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

### Вариант 4.3

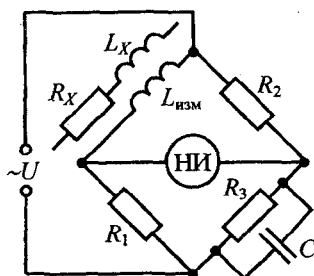
1. Какой системы амперметры применяют без шунтов для измерения больших токов (до нескольких сотен ампер)?

2. В цепи постоянного тока необходимо измерить напряжение  $U \leq 40$  В. Имеются два вольтметра магнитоэлектрической системы 1) с пределом измерения 50 В и классом точности 2,5; 2) с пределом измерения 100 В и классом точности 1,5.

Какой из приборов обеспечит меньшую допустимую погрешность измерения?

3. Мостовая цепь уравновешена при  $R_1 = R_2 = 100$  Ом,  $R_3 = 2,25$  кОм,  $C = 4,75$  мкФ.

Определить параметры последовательной схемы замещения катушки индуктивности  $R_X$  и  $L_X$ .



4. Напряжение источника, изменяющееся по закону,  $u = 400 + 300 \sin \omega t$  В, измеряется магнитоэлектрическим и электромагнитным вольтметрами.

Пренебрегая погрешностью вольтметров, определить их показания.

5. Два одинаковых ваттметра с ценой деления 5 Вт включены в симметричную трехфазную цепь для измерения активной мощности.

Определить активную мощность цепи, если указатель ваттметра с меньшим отклонением установился на 105 делений, а коэффициент мощности цепи  $1/\sqrt{3}$ .

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

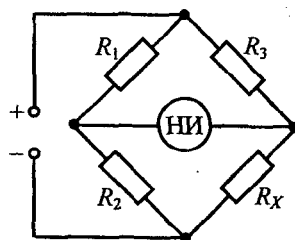
## Вариант 4.4

1. Приборы электромагнитной системы имеют неравномерную шкалу. В какой части шкалы отсчет практически невозможен (в начале шкалы, в середине шкалы или в конце шкалы)?

2. Магнитоэлектрический миллиамперметр имеет сопротивление  $R_{и} = 10 \text{ Ом}$ , и ток полного отклонения  $I_{и} = 1 \text{ мА}$ .

Рассчитать сопротивление шунта  $R_{ш}$ , чтобы этим прибором можно было измерять ток  $I = 1 \text{ А}$ . Какую максимальную мощность  $P_{\max}$  будет потреблять этот амперметр?

3. Мостовая цепь уравновешена при  $R_1 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 10 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 0,4 \text{ кОм}$ ,  
Определить сопротивление  $R_x$ .



4. На экране электронного осциллографа световой луч, вращаясь по часовой стрелке, описывает окружность.

Написать закон изменения напряжения, подведенного к вертикально отклоняющим пластинам осциллографа, если к горизонтально отклоняющим пластинам подведено напряжение  $u = 140 \sin(5t + \pi/4) \text{ В}$  (чувствительность обоих каналов осциллографа одинакова).

5. При измерении активной мощности симметричной трехфазной цепи используются два одинаковых ваттметра. Указатель ваттметра с большим отклонением установился на 80 делений шкалы.

На сколько делений шкалы отклонится указатель второго ваттметра, если коэффициент мощности цепи 0,76?

Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

### Вариант 4.5

1. В какой части шкалы прибора с равномерной шкалой предельно допустимая относительная погрешность измерения будет наибольшей (в начале шкалы, в середине шкалы или в конце шкалы)?

2. Сопротивление магнитоэлектрического миллиамперметра  $R_{и} = 10 \text{ Ом}$  и ток полного отклонения  $I_{и} = 1 \text{ мА}$ .

Рассчитать сопротивление добавочного резистора  $R_{д}$  для получения вольтметра с пределом измерения 10 В. Какую максимальную мощность  $P_{\text{max}}$  будет потреблять этот вольтметр?

3. Мостовая цепь уравновешена при  $R_1 = 1 \text{ кОм}$ ,  $R_2 = 0,5 \text{ кОм}$ ,  $R_3 = 2 \text{ кОм}$ ,  $L = 0,1 \text{ Гн}$ .

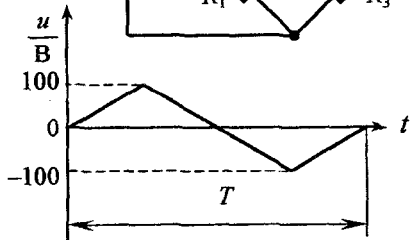
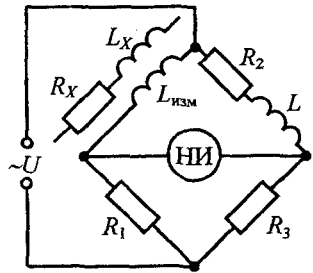
Определить параметры последовательной схемы замещения катушки индуктивности  $R_X$  и  $L_X$ .

4. Напряжение источника измеряется выпрямительным и электромагнитным вольтметрами. Выпрямительный вольтметр проградуирован в действующих значениях синусоидального напряжения.

Определить показания вольтметров.

5. Два одинаковых ваттметра с ценой деления 10 Вт включены в симметричную трехфазную цепь для измерения активной мощности.

Определить число делений, указываемое стрелкой каждого из ваттметров  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , если активная мощность цепи 1,5 кВт, а коэффициент мощности цепи  $1/\sqrt{3}$ .



#### Ответы

1.	2.	3.	4.	5.
----	----	----	----	----

## ЛИТЕРАТУРА

1. Электротехника и электроника: в 2 кн. / под ред. проф. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1996. – Кн. 1. – 480 с.
2. Борисов, Ю.М. Электротехника / Ю.М. Борисов, Д.Н. Липатов, Ю.Н. Зорин. – М.: Высшая школа, 1985. – 537 с.
3. Касаткин, А.С. Электротехника / А.С. Касаткин, М.В. Немцов. – М.: Высшая школа, 2002. – 542 с.
4. Иванов, И.И. Электротехника / И.И. Иванов, В.С. Равдоник. – М.: Высшая школа, 1984, 2003, 2005. – 496 с.
5. Рекус, Г.Г. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / Г.Г. Рекус, В.Н. Чесноков. – М.: Высшая школа, 2001. – 416 с.
6. Электротехника и электроника: сборник задач с контрольными тестами для студентов неэлектротехнических специальностей: в 6 ч. / сост.: Ю.В. Бладыко [и др.]. – Минск: БНТУ, 2008. – Ч. 1: Электрические цепи постоянного тока. – 64 с.
7. Электротехника и электроника: сборник задач с контрольными тестами для студентов неэлектротехнических специальностей: в 6 ч. / сост.: Ю.В. Бладыко [и др.]. – Минск: БНТУ, 2010. – Ч. 2: Однофазные линейные электрические цепи синусоидального тока. – 98 с.
8. Электротехника и электроника: сборник задач с контрольными тестами для студентов неэлектротехнических специальностей: в 6 ч. / сост.: Ю.В. Бладыко [и др.]. – Минск: БНТУ, 2010. – Ч. 3: Трехфазные электрические цепи, переходные процессы и периодические несинусоидальные токи в линейных электрических цепях. – 98 с.
9. Бессонов, Л.А. Теоретические основы электротехники: – М.: Высшая школа, 1994. – Ч. 1: Электрические цепи. – 560 с.
10. Сборник задач по электротехнике и основам электроники / под ред. В.Г. Герасимова. – М.: Высшая школа, 1987. – 288 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ (МДС).....	3
Задачи с решениями.....	3
Контрольные задачи .....	26
Ответы к контрольным задачам.....	28
Тест 1 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов .....	29
2. МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПЕРЕМЕННОЙ МАГНИТОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ (МДС).....	34
Задачи с решениями.....	34
Контрольные задачи .....	59
Ответы к контрольным задачам.....	61
Тест 2 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов .....	62
3. ТРАНСФОРМАТОРЫ .....	67
Задачи с решениями.....	67
Контрольные задачи .....	82
Ответы к контрольным задачам.....	84
Тест 3 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов .....	85
4. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ.....	90
Задачи с решениями.....	90
Контрольные задачи .....	108
Ответы к контрольным задачам.....	111
Тест 4 для компьютерного или аудиторного контроля знаний студентов .....	112
ЛИТЕРАТУРА .....	117

Учебное издание

## ЭЛЕКТРОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Сборник задач с контрольными тестами  
для студентов неэлектротехнических специальностей

В 6 частях

Часть 4

**МАГНИТНОЕ ПОЛЕ, МАГНИТНЫЕ ЦЕПИ С ПОСТОЯННЫМИ  
И ПЕРЕМЕННЫМИ МАГНИТОДВИЖУЩИМИ СИЛАМИ,  
ТРАНСФОРМАТОРЫ, ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ИЗМЕРЕНИЯ**

С о с т а в и т е л и :

БЛАДЫКО Юрий Витальевич

РОЗУМ Таисия Терентьевна

КУВАРЗИН Юрий Алексеевич и др.

Технический редактор О.В. Песенько  
Компьютерная верстка Т.А. Мархель, И.Н. Михневич

---

Подписано в печать 27.05.2011.

Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная.

Отпечатано на ризографе. Гарнитура Таймс.

Усл. печ. л. 6,92. Уч.-изд. л. 5,41. Тираж 200. Заказ 451.

---

Издатель и полиграфическое исполнение:

Белорусский национальный технический университет.

ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009.

Проспект Независимости, 65. 220013, Минск.