

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИКИ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ ПОЛНОПРИВОДНОГО ТЯГОВОГО СРЕДСТВА

Докт. техн. наук, проф. ГОРИН Г. С., асп. КУРАКИН В. В.

Белорусский национальный технический университет

E-mail: genadz_gorin@mail.ru

APPLIED PROBLEMS OF CURVILINEAR MOTION DYNAMICS OF ALL-WHEEL DRIVE TRACTION MEANS

GORIN G. S., KURAKIN V. V.

Belarusian National Technical University

Приведены основные положения гибридной теории поворота полноприводной ходовой системы. Показана целесообразность учета продольных дополнительных тангенциальных реакций (ДТР) (паразитных сил) в контактах колес с основанием – центральных и боковых. Предложены алгоритмы для расчета ДТР. Приведены расчетные схемы кинематики поворота управляемой и неуправляемой тележки с межколесными дифференциалами при различных межосевых приводах.

Ключевые слова: задачи динамики, криволинейное движение, тяговое средство.

Ил. 2. Табл. 1. Библиогр.: 10 назв.

Fundamental principles for hybrid theory on turning of an all-wheel drive system are given in the paper. The paper shows expediency of accounting longitudinal additional tangential reactions (parasitic forces) in contacts of central and lateral wheels with foundation. Algorithms for calculating additional tangential reactions have been proposed in the paper. The paper presents calculation kinematics model for turning of steered and rigid bogie with inter-wheel differential at various axial drive.

Keywords: dynamics problems, curvilinear motion, traction means.

Fig. 2. Tab. 1. Ref.: 10 titles.

Введение. Основные свойства мобильной техники – тягово-энергетические характеристики, курсовая устойчивость и поворачиваемость. К ним часто предъявляются противоречивые требования. Для достижения высоких показателей этих свойств в широком диапазоне распределения тяговых нагрузок и условий эксплуатации необходимо иметь активные, управляемые мехатронной системой, межколесные дифференциалы (МКД) и межосевые дифференциальные приводы (МДП). Алгоритмы управления такими МКД и МДП основаны на знании основополагающих характеристик ходовой системы. Это относится, прежде всего, к многоосным ходовым системам, длиннобазовым (до 50 м) сочлененным автопоездам и многоосным мобильным роботам с программируемой траекторией движения.

Примеры прикладных задач расчета поворачиваемости и курсовой устойчивости приведены ниже.

1. Как влияет распределение нормальных нагрузок между колесами переднего ведущего

моста (ПВМ) и заднего ведущего моста (ЗВМ) в продольной и поперечной плоскостях на кинематику и динамику кругового поворота с тяговой нагрузкой? Экспериментальные данные свидетельствуют о том, что задние колеса движутся по следу передних, если нормальные нагрузки больше на колеса ПВМ. И наоборот, если нормальные нагрузки больше на колеса ЗВМ, колеса ПВМ движутся по большему радиусу, чем задние [1].

2. Как влияет распределение нормальных нагрузок между колесами ПВМ и ЗВМ в поперечной плоскости на кинематику и динамику курсового движения с тяговой нагрузкой? Опыт эксплуатации тракторов «Беларус» показывает, что при движении с асимметричной тяговой нагрузкой [2]:

- машинно-тракторный агрегат (МТА) уходит влево, если правые колеса перемещаются по дну борозды, открытой предыдущим проходом плуга (а следовательно, на них приходится большая нормальная нагрузка, чем на левые);

• МТА уводит вправо, если правые и левые колеса перемещаются по поверхности поля (а следовательно, на заднее левое колесо приходится наибольшая нормальная нагрузка).

3. Почему при равных кинематических несоответствиях в межосевом заблокированном приводе (МБП) и МДП кинематика и динамика поворота существенно отличаются [1]? Известные расчетная схема и модель трактора не учитывают анизотропию свойств колеса в продольной и поперечной плоскостях [3]. Для построения корректных теорий поворота и курсовой устойчивости следует знать положение центров вращения и полюса трения ходовой системы, а также учитывать паразитные силы в контактах колес с основанием (далее – дополнительные тангенциальные реакции (ДТР)).

Гибридная теория поворота (ГТП). Используя положения математической теории трения, можно создать теории поворота и устойчивости курсового движения тяговых средств. В ряде работ предложена гибридная теория поворота [3, 4]. В ГТП приняты следующие допущения.

1. На траекторию поворота МТА существенно влияют углы уводов, вызванные работой МКД, – кинематический φ и боковой φ_6

$$\varphi_6 = \frac{P_6}{K_y}. \quad (1)$$

При повороте без буксования колес:

$$\omega_B R = \omega_r r_k^0; \quad (2)$$

$$\varphi = \frac{\omega_B}{\omega_r}; R = \frac{r_k^0}{\varphi},$$

где P_6 – боковая сила; K_y – коэффициент сопротивления боковому уводу; ω_B, ω_r – угловая скорость поворота колёс вокруг вертикальной и горизонтальной осей; r_k^0 – радиус качения колеса в свободном режиме; R – радиус поворота колеса.

Углы бокового увода колес обычно не превышают $\varphi_6 = 5^\circ - 7^\circ$. Поворот колеса происходит вокруг кинематического центра, обусловленного соотношением угловых скоростей поворота колеса вокруг вертикальной и горизонтальной осей. Углы кинематического увода колес достигают $\varphi = 30^\circ$.

2. Полюс трения ходовой системы (ПТХС) находится в пятне контакта доминирующего колеса, на которое приходится наибольшая нормальная нагрузка. При повороте трактора с тяговой нагрузкой – это заднее внутреннее к центру скоростей колесо. Это соответствует решению Н. Е. Жуковского, который показал, что полюс трения железнодорожной тележки находится в контакте ведущего колеса, имеющего большой размер [5]. Его решение отличается от решения Ф. А. Опейко [3], который доказал теорему, что полюс трения расположен на некотором поперечном расстоянии от продольной оси симметрии гусеницы.

Выразим поперечные смещения a_s и b полюсов трения при повороте с тяговой нагрузкой:

• для колес ЗВМ

$$a_s = 0,5B \frac{N_4 - N_3}{N_3 + N_4}; \quad (3)$$

• для колес ПВМ – через угол поворота α управляемых колес:

$$b = 0,5B \cos \alpha_{12} \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2}, \quad (4)$$

где B – ширина колеи; N_3, N_4 – нормальная нагрузка на правое и левое колеса ЗВМ, $N_3 < N_4$; N_1, N_2 – нормальная нагрузка на правое и левое колеса ПВМ, $N_1 > N_2$.

Расчетная схема, предложенная авторами, исходит из схем Н. Е. Жуковского и Ф. А. Опейко. Относительно ПТХС рассчитывают:

• отклоняющие моменты внешней силы $P_{кр}$ и ДТР;

• стабилизирующие моменты касательных сил тяги P_{ki} и боковых P_{6i} .

3. При вхождении в круговой поворот корпус тягача разворачивается вокруг ПТХС на угол φ корпуса относительно первоначального положения. Основное свойство ПТХС достигается, если остальные три колеса вследствие анизотропии перемещаются в плоскостях качения или катятся с небольшими углами бокового увода, вызванными податливостью шины. В соответствии с вариационным принципом Гаусса динамическая система переходит в состояние устойчивого равновесия на основе принципа наименьшего действия. При вхождении в круговой поворот виртуальная работа сил

трения качения и скольжения колес минимальная, если корпус тягача разворачивается вокруг названного ПТХС. В данной статье рассматриваются только продольные ДТР (без боковых), что позволяет наиболее просто изложить положения ГТП.

4. Силовые характеристики качения i -колес – касательные $P_k = f(\delta, \varphi_6)$ и боковые силы $P_6 = f(\varphi_6, \delta)$ рассчитывают по характеристикам прямолинейного движения. Нецентральные ДТР – паразитные силы в контактах колес с почвой $R_i^{s\delta}$ и вызванные ими стабилизирующие моменты M_{cti} – рассчитывают с использованием математической теории трения

$$R_i^{s\delta} = P_k(\delta_i \pm \Delta\delta_i) - P_{ki}(\delta_i^0) = \\ = P_{k\max} [(1 - e^{-R(\delta_i^0 \pm \Delta\delta_i)}) - (1 - e^{-\beta_i \delta_i^0})], \quad (5)$$

где δ_i^0 , δ_i – буксования i -колеса, рассчитанные соответственно по характеристикам прямолинейного движения, и реальные при наличии ДТР; $\Delta\delta_i$ – приращения последних, вызванные поворотом со сдвигом колес трактора; $P_{k\max i}$ – максимальное значение касательной силы тяги P_{ki} ; β_i – константа аппроксимации.

5. Нецентральные стабилизирующие моменты i -колес рассчитывают по формуле

$$M_{ct} = R_i^{s\delta} \Delta_i, \quad (6)$$

где Δ_i – эксцентриситет центров вращения.

6. Положение центров вращения i -колес определяется из условий:

- сдвиги ΔS_i пятен контакта колес (по Ф. А. Опейко) вызваны силами, приложенными со стороны ходовой системы. ДТР противоположно направлены;

- нецентральные стабилизирующие моменты направлены в сторону, противоположную направлению поворота.

7. Суммы ДТР колес ПВМ и ЗВМ полноприводных тяговых средств с МБП равны. Вызвано это тем, что упругие моменты, возникающие при закрутке МБП передних и задних колес, равны

$$R_{12}^{s\delta} = R_{34}^{s\delta}. \quad (7)$$

8. Используется расчетная схема поворота вокруг трех центров: геометрического – O_r ,

в точке пересечения осей вращения всех колес на виде в плане; силового (Рокара) – O_6 ; кинематического – O_k , вокруг которого вращаются центры O_6 и O_r .

Анализ полноприводной ходовой системы. 1. Поворот ведущей дифференциальной неуправляемой тележки при качении со сдвигом контактных отпечатков колес [6, 7].

Кинематическая расчетная схема поворота неуправляемого ЗВМ, если центральные ДТР $R_{12}^{s\delta}$ и $R_{34}^{s\delta}$ отсутствуют, приведена на рис. 1а. Повернутое положение ЗВМ найдем, проведя линии:

- оси балки ПВМ – через полюс трения O_{s34} под углом φ к вертикали до пересечения с плоскостями качения обоих колес тележки. Из последних проведем вертикальные линии;

- сдвинутых пятен контакта колес – через центр ЗВМ под углом φ_{34} к вертикали. При повороте тележки вокруг полюса трения O_{s34} :

$$\varphi_{34} = \varphi + \varphi_{34}^{cd};$$

$$\operatorname{tg}\varphi_{34}^{cd} = \frac{(0,5B + a_{s34})\Delta\delta_3 - (0,5B - a_{s34})\Delta\delta_4}{B}. \quad (8)$$

В точках пересечения данной линии с вертикальными находятся центры вращения O_3 и O_4 .

Выразим поперечные (боковые) эксцентриситеты Δ_3^0 и Δ_4^0 центров вращения O_3 и O_4 обоих колес ЗВМ. Для этого из схемы получим выражения (рис. 1а):

$$0,5B \operatorname{tg}\varphi_{34} = (0,5B + a_{s34} + \Delta_3^0) \operatorname{tg}\varphi;$$

$$0,5B \operatorname{tg}\varphi_{34} = (0,5B - a_{s34} + \Delta_4^0) \operatorname{tg}\varphi.$$

Отсюда:

$$\Delta_3^0 = 0,5B \left(\frac{\operatorname{tg}\varphi_{34}}{\operatorname{tg}\varphi} - 1 \right) - a_{s34};$$

$$\Delta_4^0 = - \left(0,5B \left(\frac{\operatorname{tg}\varphi_{34}}{\operatorname{tg}\varphi} - 1 \right) + a_{s34} \right).$$

Если $R_{12}^{s\delta} \neq 0$ и $R_{34}^{s\delta} \neq 0$, а кинематические несоответствия МБП и траекторий движения колес не равны $K_V > K_R$ (рис. 1б), для нахождения центров вращения приложим в центре мо-

ста ДТР $R_{34}^{s\delta} < 0$, направленную назад. Последняя вызывает дополнительную продольную центральную сдвиговую деформацию $\Delta S_{34} = \Delta_{34} \operatorname{tg} \varphi$ шин с центральным эксцентриситетом Δ_{34} смещенным относительно центра ЗВМ. Через полученную точку O_{34} проводим под углом φ_{34} к вертикали первую линию $O_3 O_4$. Вторую линию проводим через полюс трения колес O_{s34} под углом φ разворота корпуса трактора при круговом повороте до пересечения с продольной осью колеса. Результирующие положения центров вращения колес в точках O_3 и O_4 находим на пересечении двух линий – первой наклонной $O_3 O_4$, проведенной под углом φ_{34} через точку O_{34} на продольной оси ПВМ, и вертикальной, проведенной из точек пересечения с плоскостью качения колес первой линии.

Если центральная ДТР $R_{34}^{s\delta} < 0$ направлена назад, получены следующие выражения для результирующих поперечных эксцентриситетов (рис. 1б):

$$\Delta_3 = \Delta_3^0 - \Delta_{34}; \quad \Delta_4 = \Delta_4^0 + \Delta_{34}.$$

Если центральная ДТР $R_{34}^{s\delta} > 0$ направлена вперед (рис. 1в), то, произведя описанные расчеты и построения, отложим от центра моста эксцентриситет Δ_{34} вверх, а центральную сдвиговую деформацию $\Delta S_{34} = \Delta_{34} \operatorname{tg} \varphi$ – вниз.

При этом результирующие поперечные эксцентриситеты:

$$\Delta_3 = \Delta_3^0 + \Delta_{34}; \quad \Delta_4 = \Delta_4^0 - \Delta_{34}.$$

Результирующее положение центров вращения O_3 и O_4 находится аналогично описанному.

2. Поворот ведущей дифференциальной управляемой тележки при качении со сдвигом контактных отпечатков колес.

Построения схемы кинематики поворота управляемого ПВМ с МКД показаны на рис. 2. Принято, что углы поворота управляемых колес $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \alpha_{12}$. На рисунке сплошными линиями показано начальное положение ПВМ, штриховыми – конечное. Новое положение балка ПВМ находит, поворачиваясь вокруг полюса трения O_{s12} на угол φ к вертикали. По аналогии с рис. 1а найдем точки пересечения данной линии с плоскостями качения обоих колес тележки. Из них восстановим нормали к названным плоскостям качения. Центры вращения колес $i=1$ и $i=2$ находятся на пересечении линии $O_1 O_2$, проведенной через центр ПВМ под углом φ_{12} к вертикали и названным нормальям.

При круговом повороте с тяговой нагрузкой внешнее колесо управляемого моста догружается. Поперечное смещение полюса трения передних колес определим следующим образом.

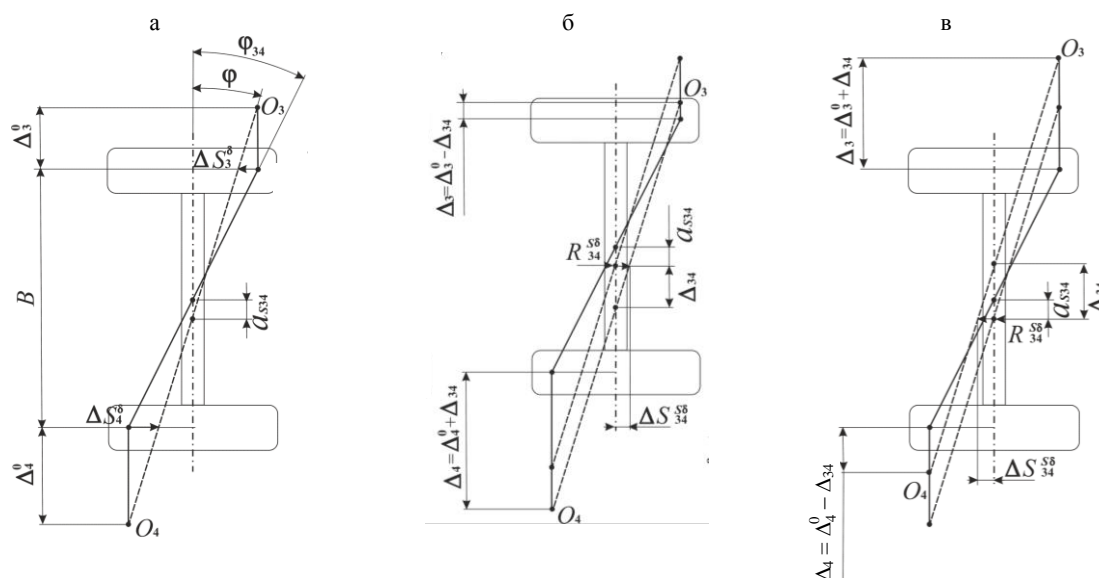


Рис. 1. Схемы к расчету сдвиговых деформаций ΔS_i контактными отпечатками колес неуправляемого ЗВМ с МКД.

Межосевой привод: а – МДП – ДТР $R_{34}^{s\delta} = 0$; б – МБП $K_V = 1,05$ – ДТР $R_{34}^{s\delta} > 0$ (вперед);

в – МБП $K_V = 0,93$ – ДТР $R_{34}^{s\delta} < 0$ (назад)

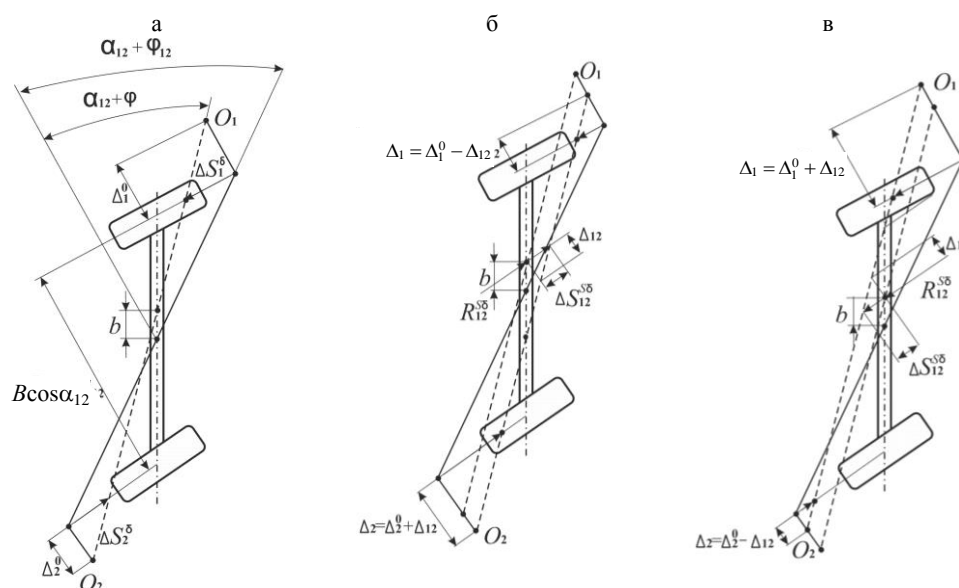


Рис. 2. Схемы к расчету сдвиговых деформаций ΔS колесами ПВМ с МКД. Межосевой привод:

а – МДП – ДТР $R_{34}^{s\delta} = 0$; б – МБП $K_V = 0,93$ – ДТР $R_{12}^{s\delta} < 0$ (назад); в – МБП $K_V = 1,05$ – ДТР $R_{12}^{s\delta} > 0$ (вперед)

Если центральные ДТР отсутствуют (при МДП), то, как и для рис. 1, эксцентриситеты центров вращения Δ_1^0 и Δ_2^0 определяем, как и для колес ЗВМ. Запишем, исходя из рис. 2, выражения, полученные при условии $\alpha_1 \approx \alpha_2 \approx \alpha_{12}$:

$$\begin{aligned} & (0,5B \cos \alpha_{12}) \operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12}) = \\ & = (0,5B \cos \alpha_{12} - b + \Delta_1^0) \operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12}); \\ & (0,5B \cos \alpha_{12}) \operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12}) = \\ & = (0,5B \cos \alpha_{12} + b + \Delta_2^0) \operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12}), \end{aligned}$$

где φ_{12} – суммарный угол поворота ПВМ, учитывающий сдвиги колес при круговом повороте,

$$\varphi_{12} = \varphi + \varphi_{12}^{\text{сд}}.$$

Из условия сдвига колес ПВМ вокруг полюса трения ходовой системы получено (вывод не приводится)

$$\varphi_{12} = \arcsin \frac{0,5B}{L + 0,5B \sin \varphi}. \quad (9)$$

Если $\varphi = 5^\circ$ – $\varphi_{12} = 18,9^\circ$; $\varphi_{12}^{\text{сд}} = 13,9^\circ$. Если $\varphi = 20^\circ$ – $\varphi_{12} = 17,1^\circ$; $\varphi_{12}^{\text{сд}} = -2,9^\circ$.

Отсюда следуют выражения для центральных поперечных (боковых) эксцентриситетов, нормальных к плоскостям качения колес $i=1$ и $i=2$ ПВМ с МДП:

$$\begin{aligned} \Delta_1^0 & = \frac{(0,5B \cos \alpha_{12} - b)[\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12}) - \operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi)]}{\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi)} = \\ & = (0,5B \cos \alpha_{12} - b) \left[\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12})}{\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi)} - 1 \right] + b; \\ \Delta_2^0 & = \frac{(0,5B \cos \alpha_{12} + b)[\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12}) - \operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi)]}{\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi)} = \\ & = (0,5B \cos \alpha_{12} + b) \left[\frac{\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12})}{\operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi)} - 1 \right] - b. \end{aligned}$$

Если $R_{12}^{s\delta} > 0$ (центральная ДТР направлена вперед) (рис. 2в), то она вызывает сдвиговую деформацию колес $\Delta S_{12} = \Delta_{12} \operatorname{tg}(\alpha_{12} + \varphi_{12})$, направленную также вперед. Центральный эксцентриситет Δ_{12} со знаком « $-$ » отложим на нормали к плоскости качения колес выше центра моста. Через полученную точку O_{12} проведем под углом φ_{12} к вертикали линию нового положения колес моста.

Результирующие положения центров вращения O_1 и O_2 находим на пересечении линий, смещенных относительно плоскости качения колес, на расстояниях поперечных эксцентриситетов Δ_1 и Δ_2 . Далее описанным способом

определяем эксцентриситеты центров вращения передних колес.

Если $R_{12}^{s\delta} > 0$ (ДТР направлена вперед) (рис. 2б), центральные эксцентриситеты отложим вниз. Результирующие поперечные эксцентриситеты определим по формулам:

$$\Delta_1 = \Delta_1^0 - \Delta_{12}; \quad \Delta_2 = \Delta_2^0 + \Delta_{12}.$$

Если $R_{12}^{s\delta} < 0$ (центральная ДТР направлена назад) (рис. 2в), то, произведя описанные расчеты и необходимые построения, отложим на нормали к колесам центральный эксцентриситет Δ_{12} ниже центра моста, а центральную сдвиговую деформацию ΔS_{12} – назад от центра моста. Через полученную точку O_{12} проводим под углом φ_{12} к вертикали новую линию положения пятен контактов колес ПВМ. Далее произведем описанное построение и определим эксцентриситеты центров вращения передних колес.

Если $R_{12}^{s\delta} < 0$ (ДТР направлена назад) (рис. 2в), центральные эксцентриситеты отложим вверх, а поперечные (боковые) эксцентриситеты центров вращения колес определим по формулам:

$$\Delta_1 = \Delta_1^0 + \Delta_{12}; \quad \Delta_2 = \Delta_2^0 - \Delta_{12}.$$

Результирующие положения центров вращения O_1 и O_2 находим описанным способом.

Расчетные схемы полноприводной ходовой системы с «сильными» и «слабыми» передними колесами приведены в [4].

Задача синтеза модели поворота полноприводной ходовой системы. Ранее в своих работах авторы статьи, основываясь на результатах экспериментальных исследований, круговой поворот полноприводного тягового средства рассматривали как борьбу колес ПВМ и ЗВМ [4, 8]:

- колеса ПВМ и внешняя тяговая нагрузка создают момент, поворачивающий колеса ЗВМ вокруг полюса трения O_{S34} , в результате чего формируются продольные ДТР нецентральные $R_3^{s\delta}$ и $R_4^{s\delta}$;

- колеса ЗВМ и внешняя тяговая нагрузка создают момент, поворачивающий колеса ПВМ вокруг полюса O_{S12} , в результате чего формируются продольные ДТР нецентральные $R_1^{s\delta}$ и $R_2^{s\delta}$.

Если применен МБП в полюсах трения O_{S12} ПВМ и O_{S34} ЗВМ, приложены центральные ДТР $R_{12}^{s\delta}$ и $R_{34}^{s\delta}$.

Соответствие экспериментальным данным. Результирующие буксования δ_i формируются в результате сложения трех составляющих, приведенных в табл. 1.

Таблица 1

Формулы для корректировки результирующих буксований

МБП		МДП
«Сильные» колеса ПВМ	«Слабые» колеса ПВМ	
$\delta_1 = \delta_1^0 - \Delta\delta_1 - \Delta\delta_{12}$	$\delta_1 = \delta_1^0 - \Delta\delta_1 + \Delta\delta_{12}$	$\delta_1 = \delta_1^0 - \Delta\delta_1$
$\delta_2 = \delta_2^0 + \Delta\delta_2 - \Delta\delta_{12}$	$\delta_2 = \delta_2^0 + \Delta\delta_2 + \Delta\delta_{12}$	$\delta_2 = \delta_2^0 + \Delta\delta_2$
$\delta_3 = \delta_3^0 - \Delta\delta_3 + \Delta\delta_{34}$	$\delta_3 = \delta_3^0 - \Delta\delta_3 - \Delta\delta_{34}$	$\delta_3 = \delta_3^0 - \Delta\delta_3$
$\delta_4 = \delta_4^0 + \Delta\delta_4 + \Delta\delta_{34}$	$\delta_4 = \delta_4^0 + \Delta\delta_4 - \Delta\delta_{34}$	$\delta_4 = \delta_4^0 + \Delta\delta_4$

Экспериментально установлено, что при круговом повороте с тяговой нагрузкой $P_{кр} = 12,0$ кН (МБП) и $P_{кр} = 12,8$ кН (МДП) у трактора с массой 5,5 т и коэффициентом нагрузки передних колес $\lambda_{п} = 0,4$ примерно равные касательные силы тяги колес ПВМ и ЗВМ достигаются при существенно отличающихся буксованиях [3]. Далее приводим экспериментальные данные и ориентировочный расчет.

- Для передних i -колес:

$$i = 1; N_1 = 9,0-9,4 \text{ кН:}$$

$$\text{МБП } (K_V = 1,05); P_{к1} = 2,58 \text{ кН; } R_{12}^{s\delta} > 0;$$

результирующее буксование:

$$\delta_1 = \delta_1^0 - \Delta\delta_1 + \Delta\delta_{12} = 0,02;$$

$$\text{МДП } (K_V = 1,07); P_{к1} = 2,81 \text{ кН; } R_{12}^{s\delta} = 0;$$

$$\delta_1 = \delta_1^0 - \Delta\delta_1 = 0,086;$$

$$i = 2; N_2 = 7,94-7,60 \text{ кН:}$$

$$\text{МБП } (K_V = 1,05); P_{к2} = 3,1 \text{ кН; } R_{12}^{s\delta} > 0;$$

$$\delta_2 = \delta_2^0 + \Delta\delta_2 + \Delta\delta_{12} = 0,10;$$

$$\text{МДП } (K_V = 1,07); P_{к2} = 3,33 \text{ кН; } R_{12}^{s\delta} = 0;$$

$$\delta_2 = \delta_2^0 + \Delta\delta_2 = 0,18.$$

Из анализа приведенных данных следует, что центральное буксование:

$$\Delta\delta_{12} \approx - (0,066-0,090);$$

$$\Delta\delta_1 \approx \Delta\delta_2 \approx 0,34; \delta_1^0 \approx 0,12; \delta_2^0 \approx 0,145;$$

$$\varphi_{12} = 17,1^\circ; \varphi_{12}^{\text{с}} = -2,9^\circ.$$

- Для задних i -колес:

$$i = 3; N_3 = 15,20-16,21 \text{ кН:}$$

$$\text{МБП } (K_V = 1,05); P_{к3} = 4,34 \text{ кН; } R_{34}^{s\delta} < 0;$$

результатирующее буксование:

$$\delta_3 = \delta_3^0 - \Delta\delta_3 + \Delta\delta_{34} = 0,115;$$

$$\text{МДП } (K_V = 1,07); P_{к3} = 4,19 \text{ кН}; R_{34}^{s\delta} = 0;$$

$$\delta_3 = \delta_3^0 - \Delta\delta_3 = 0,10;$$

$$i = 4, N_4 = 17,49 - 18,56 \text{ кН};$$

$$\text{МБП } (K_V = 1,05); P_{к4} = 6,37 \text{ кН}; R_{34}^{s\delta} < 0;$$

$$\delta_4 = \delta_4^0 + \Delta\delta_4 + \Delta\delta_{34} = 0,150;$$

$$\text{МДП } (K_V = 1,07); P_{к4} = 5,95 \text{ кН}; R_{34}^{s\delta} = 0;$$

$$\delta_4 = \delta_4^0 + \Delta\delta_4 = 0,189.$$

Из приведенных данных следует: круговой поворот тягача с МБП осуществляется по схеме [9, с. 221] (ДТР направлены навстречу):

$$\Delta\delta_{34} \approx (0,015 - 0,040); \Delta\delta_3 \approx \Delta\delta_4 = 0,045;$$

$$\delta_3^0 \approx \delta_4^0 \approx 0,145 \text{ (МДП)};$$

$$\varphi_{34}^{сд} = \varphi_{34} - \varphi; \varphi_{34}^{сд} = 0,34^\circ.$$

Приведенные экспериментальные данные свидетельствуют о возможности построения моделей кругового поворота и курсовой устойчивости тягового средства на базе предложенной расчетной схемы.

Математическая модель. В соответствии с предложенной расчетной схемой ГТП следует получить систему уравнений, содержащую 19 неизвестных [4]:

$$\delta_1^0, \delta_2^0, \delta_3^0, \delta_4^0;$$

$$\Delta\delta_1, \Delta\delta_2, \Delta\delta_3, \Delta\delta_4;$$

$$\varphi_{\delta 1}, \varphi_{\delta 2}, \varphi_{\delta 3}, \varphi_{\delta 4};$$

$$N_1, N_2, N_3, N_4;$$

$$\varphi, \varphi_{12}^{сд}, \varphi_{34}^{сд}.$$

Пространственная система нелинейных уравнений для расчета кругового поворота трактора с тяговой нагрузкой включает:

- два уравнения статики ΣX ; ΣY (не приводятся);

- три уравнения суммы моментов ΣM относительно полюсов трения: O_{s12} – колес ПВМ (4), O_{s34} – колес ЗВМ (3) и т. O_4 – всей ходовой системы (не приводятся);

- два уравнения, определяющие положение силового центра (в соответствии с расчетной схемой Рокара) [4] (не приводятся);

- два уравнения, определяющие положение кинематического центра (не приводятся);

- четыре уравнения – характеристики ходовой системы, устанавливающие распределение нормальных нагрузок по колесам в зависимости от тягового усилия и углов поворота управляемых колес (не приводятся);

- одно уравнение для расчета кинематики МБП [1,9]

$$K_V = \frac{R_1^0 + \frac{S_1}{2\pi}}{\delta_1 - \delta_1^0 \pm \Delta\delta_1 - \Delta\delta_{12}} + \frac{R_2^0 + \frac{S_2}{2\pi}}{1 - \delta_2^0 \pm \Delta\delta_2 \pm \Delta\delta_{12}};$$

$$\frac{R_3^0 + \frac{S_3}{2\pi}}{\delta_3 - \delta_3^0 \pm \Delta\delta_3 \pm \Delta\delta_{34}} + \frac{R_4^0}{1 - \delta_4^0 \pm \Delta\delta_4 \pm \Delta\delta_{34}}$$

- одно уравнение, связывающее при МДП касательные силы колес ПВМ и ЗВМ через коэффициент распределения крутящих моментов (не приводится) [4];

- два уравнения силовых характеристик МКД ПВМ и ЗВМ [4, 8, 9, 10];

$$k_{p12} = k_{12} r_{д12} (P_{к1} + P_{к2}) + b_{12};$$

$$k_{p34} = k_{34} r_{д34} (P_{к3} + P_{к4}) + b_{34},$$

где $r_{д12}$, $r_{д34}$ – динамические радиусы передних и задних колес; b_{12} , b_{34} – коэффициенты распределения крутящих моментов при отсутствии тяговой нагрузки; k_{12} , k_{34} – коэффициенты аппроксимации, зависящие от параметров МКД.

Результаты экспериментальных исследований свидетельствуют, что с увеличением передаваемой тяговой нагрузки значения коэффициентов k_{p12} и k_{p34} растут примерно в линейной зависимости от суммы касательных сил тяги. Это относится как к простым, так и к самоблокирующимся МКД:

$$k_{p12} = \frac{P_{к1}}{P_{к1} + P_{к2}}; \quad k_{p34} = \frac{P_{к3}}{P_{к3} + P_{к4}};$$

- два выражения для расчёта углов сдвига пятен контакта колес (8) и (9) $\varphi_{12}^{сд} = \varphi_{12} - \varphi$ и $\varphi_{34}^{сд} = \varphi_{34} - \varphi$;

- для трактора с МБП добавим одно уравнение, связывающее центральные ДТР колес ПВМ и ЗВМ, вызванных закруткой трансмиссии (7).

ВЫВОДЫ

1. Для достижения высоких показателей свойств – тягово-энергетических характеристик, поворачиваемости и курсовой устойчивости в широком диапазоне распределения тяговых нагрузок и условий эксплуатации на мобильных средствах необходимо иметь активные, управляемые мехатронной системой МКД и МДП, реализующей сложный алгоритм управления, основанный на знании основополагающих характеристик ходовой системы. Это относится, прежде всего, к многоосным ходовым системам, длиннобазовым (до 50 м) сочлененным автопоездам и многоосным роботам с программируемой траекторией движения.

2. Приведены положения предлагаемой гибридной системы поворота. Сделан вывод о целесообразности учета продольных ДТР (паразитных сил) в контактах колес с основанием – центральных и боковых. Предложены алгоритмы для расчета ДТР.

3. Приведены расчетные схемы кинематики поворота управляемой и неуправляемой тележек с МКД при различных межосевых приводах – МДП и МБД.

4. Пространственная трехцентровая расчетная схема и математическая модель поворота полноприводной ходовой системы с тяговой нагрузкой включают соответственно 19 неизвестных и уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горин, Г. С. Разработка гибридной теории поворота машинно-тракторного агрегата. Кинематика / Г. С. Горин // Весці. НАН Беларусі. Сер. аграрн. навук. – 2012. – № 1. – С. 91–107.
2. Стабилизация курсовой устойчивости полунавесных пахотных агрегатов / Г. С. Горин [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. – 2010. – № 1 (10). – С. 12–14.
3. Опейко, Ф. А. Колесный и гусеничный ход / Ф. А. Опейко. – Минск: АСХН БССР, 1960. – 228 с.
4. Горин, Г. С. Разработка гибридной теории установившегося поворота машинно-тракторного агрегата. Динамика / Г. С. Горин, В. М. Головач, Я. Ю. Жгут // Агропанорама. – 2011. – № 1. – С. 8–13.
5. Жуковский, Н. Е. Теория прибора Ромейко-Гурко / Н. Е. Жуковский. – М.: ОНТИ НКТП СССР, 1957. – Т. VIII. – С. 102–106.
6. Горин, Г. С. Стабилизация корпуса трактора при повороте с тяговой нагрузкой / Г. С. Горин, В. М. Головач // Весці. НАН Беларусі. Сер. аграрн. навук. – 2007. – № 2. – С. 15–17.
7. Горин Г. С. Синтез схем поворота трактора с тяговой нагрузкой / Г. С. Горин // Проблемы, технологии

и механизация разработки месторождений: сб. науч. трудов науч.-техн. конф., посвященной 100-летию со дня рождения Ф. А. Опейко. – Минск: БНТУ, 2008. – Ч. 1. – С. 30–34.

8. Горин, Г. С. Характеристики динамической системы для расчета поворачиваемости трактора с тяговой нагрузкой / Г. С. Горин // Наука и техника. – 2013. – № 2. – С. 7.

9. Горин, Г. С. Тяговая динамика, поворачиваемость и силовые потоки мобильных тягово-энергетических средств / Г. С. Горин. – Минск: Наука и техника, 2013. – 373 с.

10. Raya, Laura R. Estimation of Net Traction for Differential-Steered Wheeled Robots / Laura R. Raya, Devin C. Brandea, James H. Leverb // Journal of Terramechanics. – 2009. – № 46. – P. 75–87.

REFERENCES

1. Gorin, G. S. (2012) Development of Hybrid Theory on Turning of Machine and Tractor Assembly. Kinematics. *Izvestiia Natsional'noi Akademii Nauk Belarusi. Serii Agrarnykh Nauk [Proceedings of the National Academy of Sciences. Series of Agrarian Sciences]*, 1, 91–107.
2. Gorin, G. S., Zakharov, A. V., Strok, E. Ia., Bel'chik, L. D., & Vashchula, A. V. (2010) Stabilization of Course-Keeping Ability of Semi-Mounted Plowing Units. *Mekhanika Mashin, Mekhanizmov i Materialov [Mechanics of Machines, Mechanisms and Materials]*, 1 (10), 12–14.
3. Opeyko, F. A. (1960) *Wheel and Caterpillar Drive*. Minsk: Izdatel'stvo Akademii Sel'sko-Khoziaistvennykh Nauk BSSR.
4. Gorin, G. S., Golovach, V. M., & Zhgut, Ya. Yu. (2011) Development Of Hybrid Theory on Steady-State Turning of Machine and Tractor Assembly. Dynamics. *Agropanorama*, 1, 8–13.
5. Zhukovskiy, N. E. (1957) *Complete Works. Vol. VIII. Theory of elasticity. Railways. Automobiles*. Moscow: ONTI NKTP SSSR.
6. Gorin, G. S., & Golovach, V. M. (2007) Stabilization of Tractor Body While Turning With Traction Load. *Izvestiia Natsional'noi Akademii Nauk Belarusi. Serii Agrarnykh Nauk [Proceedings of the National Academy of Sciences. Series of Agrarian Sciences]*, 2, 15–17.
7. Gorin G. S. (2008) Turning Scheme Synthesis of Tractor with Traction Load. *Problemy Tekhnologii i Mekhanizatsii Razrabotki Mestorozhdenii Poleznykh Iskopaemykh. Sbornik Nauchnykh trudov Mezhdunarodnoi Nauchno-tekhnicheskoi Konferentsii. Chast' 1. Problemy Mekhanizatsii Razrabotki Mestorozhdenii Poleznykh Iskopaemykh Belarusi [Problems of Technology and Mechanization of Mining. Collection of Scientific Papers of the International Scientific and Technical Conference. Part 1. Of the Problem of Mechanization of Mineral Development in Belarus]*. Minsk: BNTU, 30–34.
8. Gorin, G. S. (2013) Characteristics of Dynamic System for Turning Calculation of Tractor with Traction Loading. *Nauka i Tekhnika [Science & Technique]*, 2, 7.
9. Gorin, G. S. (2013) Traction Dynamics, Turnability and Drive Path of Mobile Traction and Electric Power Means. – Minsk: Nauka i Tekhnika [Science & Technique], 373.
10. Ray, L. R., Brande D. C., & Lever, J. H. (2009) Estimation of Net Traction for Differential-Steered Wheeled Robots. *Journal of Terramechanics*, 46, 75–87.

Поступила 22.10.2012