

# УДАРНОЕ НАГРУЖЕНИЕ СТУПЕНЧАТОГО СТЕРЖНЯ ИЗ РЕОНОМНОГО МАТЕРИАЛА

Холодарь Б.Г.

Брестский государственный технический университет, Брест

*Considered is the development in time of stresses and strains in the straight rod of two different cross-sectional areas and a rigid mass ( $M > 0$ ) at the free end during an impact with an absolute-rigid motionless barrier of infinite weight. Material of the rod is a rheonomic elastic-plastic body described by Maxwell's equation with nonlinear viscosity.*

В [1] рассмотрена задача об ударе жесткой массой по свободному торцу прямого закрепленного стержня постоянного сечения из реономного упруго-пластического материала, а в [2] – задача о соударении такого стержня, несущего на конце массу  $M \geq 0$ , с жесткой преградой. Задачи решены численно в одномерном приближении. Описание свойств материала проведено с помощью уравнения Максвелла с переменной вязкостью, экспоненциально зависящей от напряжения.

Уравнения, описывающие поведение системы, имеют вид [1-2]

$$v'_0 = \frac{\mu}{\beta E} p_0, \quad p'' + \kappa(1 + \text{abs}(p)) \exp(\text{abs}(p)) p' - p''_{\xi} = 0,$$

где обозначено:  $\sigma$  – напряжения в материале,  $p = \beta \sigma$ ,  $\kappa = \frac{L\sqrt{E\rho}}{\eta_0}$ ,  $\mu = m/M$ ,

$m = \rho AL$  – масса стержня,  $A, L$  – площадь и длина стержня,  $M$  – величина присоединенной массы,  $c = \sqrt{E/\rho}$  – скорость распространения продольных волн в стержне,  $v = V/c$ ,  $V$  – скорость массы  $M$ , индексом “0” отмечены параметры на торце с присоединенной массой, штрихами – производные по безразмерному времени  $\tau = t/(L/c)$ ,  $t$  – время,  $p''_{\xi}$  – вторая производная по безразмерной продольной координате  $\xi = x/L$ . Материал характеризуется плотностью  $\rho$ , модулем упругости  $E$  и структурными параметрами  $\beta$  и  $\eta_0$ , которые контролируют развитие остаточных деформаций в материале с вязкостью  $\eta = \eta_0 \exp(-\beta\sigma)$ . В расчетах значения констант приняты равными:

$$\rho = 7.8e3 \text{ Кг/м}^3, \quad E = 2e11 \text{ Па}, \quad \eta_0 = 1e11 \text{ Па/с}, \quad \beta = 5e - 8 \text{ Па}^{-1}.$$

Ниже рассматривается задача, аналогичная [2], но для ступенчатого стержня, имеющего вдоль оси два участка с разной площадью поперечного сечения (для удобства будем говорить о “тонком” и “толстом” участках кругового сечения), которые между собой сопрягаются переходным участком конической формы с углом полураствора  $45^\circ$ . Диаметры участков приняты отличающимися в два раза –  $d = 5\text{мм}$  и  $D = 10\text{мм}$ , причем ударяемый торец стержня имеет меньший диаметр. При решении задачи стержень (общая длина  $L = 0.1$  м) разбивался на одинаковые отрезки числом  $N = 1000$ , поэтому длина участка перехода составляет от  $N_p = 1$  до  $N_p = 25$  длин таких отрезков  $\Delta x = L/N$ , а положение его задается координатой  $\xi = L_p$ .

При решении варьировалась скорость соударения, величина присоединенной массы, а также длина и положение переходной зоны на оси стержня.

Целью рассмотрения является вопрос о влиянии реономности материала на развитие напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне перехода между участками. Хотя одномерный подход применительно к вопросу о концентрации

НДС не вполне правомерен, задача в первом приближении дает ответы на некоторые из возникающих вопросов.

Влияние скорости соударения  $V_0$  и величины присоединенной массы  $M$  на поведение ступенчатого стержня аналогично случаям [1,2], — с ростом  $V_0$  и  $M$  продолжительность удара нарастает, возрастает также и уровень максимальных напряжений и деформаций. Кратковременные пиковые напряжения, возникающие на ударяемом торце непосредственно после удара, определяются скоростью соударения и структурными параметрами материала ( $\beta$  и  $\eta_0$ ), а максимум напряжений в стержне, реализующийся за время нагружения (до момента смены знака напряжений на ударяемом торце), зависит также от волновых процессов на торцах и у переходного участка. Поэтому влияние  $V_0$  и  $M$  носит немонотонный характер, более ярко проявляющийся, когда масса  $M$  мала. Величина массы основное воздействие оказывает на длительность ударного процесса и число проходов волн напряжений по стержню до момента возникновения  $\sigma_{\max}$ , а также на уровень развивающихся остаточных деформаций, обеспечивающих поглощение исходной кинетической энергии системы. Как и в [2], время смены знака скорости присоединенной массы короче времени удара. В проведенных расчетах не имел места случай, когда присоединенная масса отделялась бы от стержня раньше, чем он сам от преграды.

Вместе с тем, ступенчатый характер распределения погонной массы и положение переходного участка вносят свои особенности в течение волновых процессов, более ярко выражающиеся при неодинаковости длин участков стержня.

Сложный характер взаимосвязи результатов ударного нагружения с параметрами системы виден на рис.1-5.

На рис.1 показано изменение во времени напряжений на ударяемом торце при нескольких значениях скорости  $V_0$  и различной длине ударяемого участка стержня.

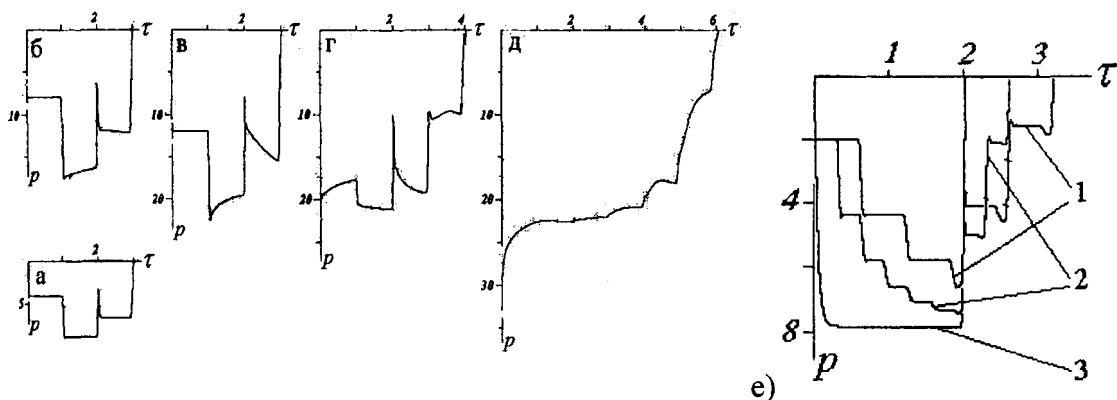


Рис.1. Напряжения за время удара ( $M=0$ ,  $N_p=25$ ): а-д —  $V_0=1, 2, 3, 5, 10$  соответственно,  $L_p=0.475$ ; е —  $V_0=1$ ,  $L_p=0.675, 0.825, 0.975$  (кривые 1,2,3 соответственно)

При скоростях соударения, не вызывающих заметных пластических деформаций, напряжения за время первого прохода волны по стержню мало изменяются (для  $M=0$ ), однако с ростом  $V_0$  процесс спада высоких пиковых напряжений начинает занимать все более значительную долю времени. Это, в свою очередь, способствует возникновению переменных напряжений на последующих отрезках времени. Сокращение длины ударяемого участка (и сопутствующее этому увеличение числа отражений) заметно влияет на ход нарастания напряжений, приводя в пределе зависимость  $\sigma(t)$  к форме плавной кривой. При этом увеличивается и уровень максимальных напряжений, так как нарастает масса отражающего волну

второго участка стержня. Существенным отличием рассматриваемой задачи от задачи о нагружении прямого стержня при малых скоростях соударения при отсутствии присоединенной массы ( $M = 0$ ) является изменение длительности удара – она становится больше  $T = 2$ .

Распределение по длине стержня максимальных напряжений  $\sigma_{\max}(x)$ , возникших за время удара, для нескольких значений скорости соударения  $V_0$  показано на рис.2.

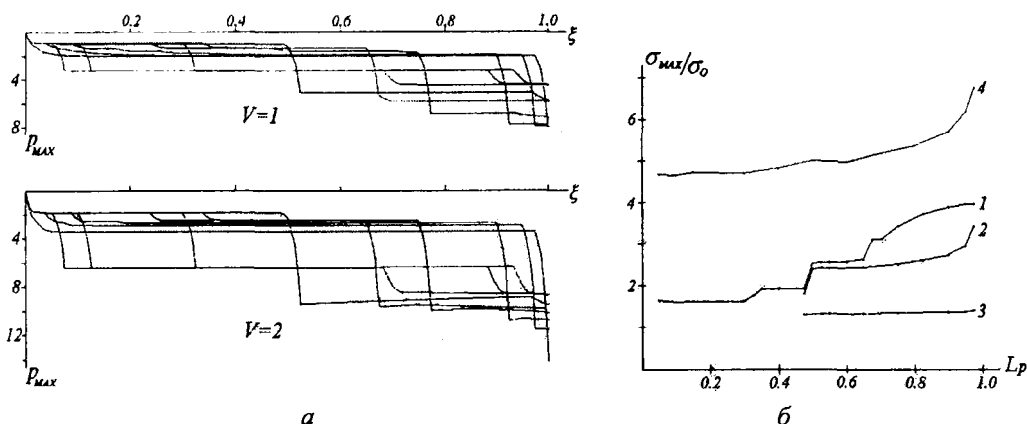


Рис. 2:

*a* – распределение максимумов напряжений вдоль стержня при  $L_p = 0.05, 0.1, 0.3, 0.5, 0.65, 0.75, 0.9, 0.95, 0.975$  и  $M=0, N_p=25$ ; *б* – максимальные напряжения в переходной зоне: 1-3 –  $V=1, 2, 5$  соответственно,  $M=0$ ; 4 –  $V=1, M=2, \sigma_0 = c\rho V_0$

Зависимости  $\sigma_{\max}(x)$  имеют ступенчатую форму, которая хорошо выражена на участке стержня большей длины. Каждой ступеньке соответствует свой интервал времени от начала удара, а ее длина связана с длиной короткого участка стержня, т.е. с эффектом отражения волн от его границ. Количество этих ступенек зависит от реализовавшегося до наступления  $\sigma_{\max}$  числа отражений волнового фронта от торцов стержня и переходной зоны. С ростом скорости соударения и появлением остаточных деформаций зависимости  $\sigma_{\max}(x)$  на ударяемом участке заменяются плавными кривыми, что более заметно при небольшой длине участка, так как в этом случае число волновых отражений возрастает. При использованных значениях структурных параметров  $\beta$  и  $\eta_0$  затухание упругих процессов при однократном проходе волны напряжений незначительно [2], поэтому на фоне сокращения длины ударяемого участка более важным является факт сопутствующего увеличения массы второго участка (для  $V = 1, M = 0$  и изменении относительной длины толстого участка от  $L_s = 0.05$  до  $L_s = 0.975$  напряжения увеличиваются примерно на 40%). При  $M \neq 0$  увеличивается роль отражений от торца с присоединенной массой. Абсолютный максимум напряжений имеет место на ударяемом торце или у начала переходной зоны, а их отношение не равно отношению площадей их сечений. Максимальные усилия, передаваемые участками стержня, неодинаковы и растут по мере увеличения длины утолщенного участка.

Отношения максимальных напряжений в переходной зоне и на ударяемом торце к уровню упругих ударных напряжений  $\sigma_0 = c\rho V_0$  показаны на рис. 3 при  $M = 0, L_s = 0.5$ . Там же приведено соотношение между этими максимумами, характеризующее концентрацию напряжений возле переходного участка.

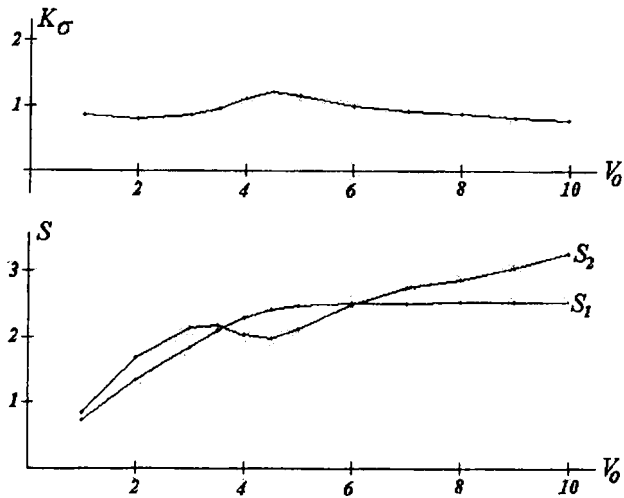


Рис. 3. Максимальные напряжения на ударяемом торце  $S_1 = \sigma(L)/\sigma_0$ , в переходной зоне  $S_2 = \sigma(L/2)/\sigma_0$  и их соотношение  $K_\sigma = S_2/S_1$  в зависимости от скорости нагружения  $V_0$

Экстремум при  $V_0 \approx 4.5$  связан с тем, что вблизи этого уровня скорости имеет место изменение характера распределения наибольших напряжений по длине тонкого участка стержня – почти равномерное распределение при невысоких скоростях соударения заменяется неравномерным, причем с ростом  $V_0$  концентрация напряжений возникает вначале возле переходной зоны за счет отражения волн от толстого участка, а далее максимум переходит на ударяемый торец. Скорость, при которой возникает этот эффект, зависит от структурных параметров материала. Например, для  $\eta_0 = 1e9$  максимум коэффициента концентрации возникает при  $V_0 \approx 2.8$  вместо прежних  $V_0 \approx 4.5$ . При изменении положения переходного участка могут одновременно проявиться экстремумы при нескольких скоростях (например, для  $Ls = 0.25$  дополнительный экстремум появляется также возле  $V \approx 2.2$ ).

Варьирование длиной переходного участка мало изменяет величину и распределение напряжений по стержню, что естественно для одномерной модели. Однако при высоких скоростях соударения, когда материал получает заметные неупругие деформации, уменьшение длины переходного участка ( $N_p = 25 \rightarrow N_p = 1$ ) приводит к появлению на стержне диаметра  $D$  сразу за переходным участком небольшой по протяженности зоны, где возникающие максимальные напряжения имеют уровень более низкий, чем напряжения в остальных точках. Это вызвано, вероятно, особенностями отражения волн, подошедших к переходному участку со стороны торцевой массы ( $M \neq 0$ ), – небольшая масса тонкого участка слабо влияет на их отражение.

Развитие деформаций по длине стержня в зависимости от скорости нагружения также проходит несколько этапов – при малых  $V_0$  они примерно одинаковы по длине каждого участка, но с ростом  $V_0$  на ударяемом участке они становятся существенно различными – перед переходной зоной появляется их максимум, который затем переходит на ударяемый торец.

На рис. 4 показана зависимость  $\sigma(\epsilon)$  на ударяемом торце стержня ( $M = 0$ ,  $Ls = 0.5$ ).

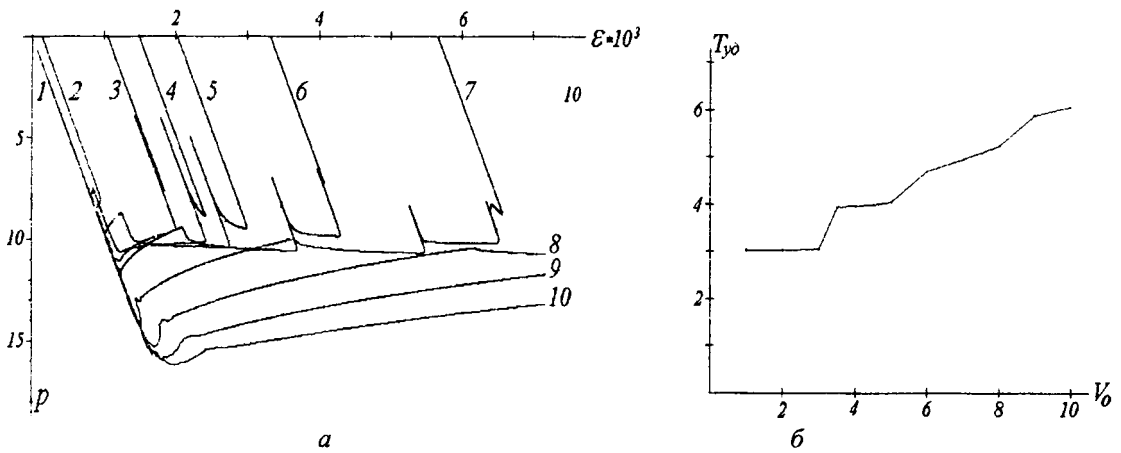


Рис. 4:  
 а – связь напряжений и деформаций на ударяемом торце  
 (кривые 1-10 –  $V_0=1-10$  соответственно);  
 б – длительность соударения в зависимости от  $V_0$

При низких скоростях соударения связь напряжений и деформаций носит линейный характер с незначительным проявлением гистерезиса, а при увеличении  $V_0$  и появлении неупругих деформаций зависимость  $\sigma(\epsilon)$  принимает пилообразный характер, отражая влияние волновых процессов. С ростом  $V_0$  ширина “зуба текучести” на кривой  $\sigma(\epsilon)$  постепенно увеличивается, что в дальнейшем приводит к его размыванию.

Сопровождающие деформацию процессы зарождения структурных дефектов в точках стержня связаны как с дифференциальной, так и с интегральной характеристиками процесса – с мощностью рассеяния  $W$  и поглощенной энергией  $A$ . Распределения максимальных значений этих величин при  $M = 0$ ,  $L_p = 0.475$ ,  $N_p = 25$ , достигнутых в точках стержня за время удара и отнесенных к своим максимальным уровням во всем стержне, показаны на рис. 5, а, а на рис. 5, б – зависимости  $W$  и  $A$  от скорости соударения  $V_0$  (также в относительных величинах).

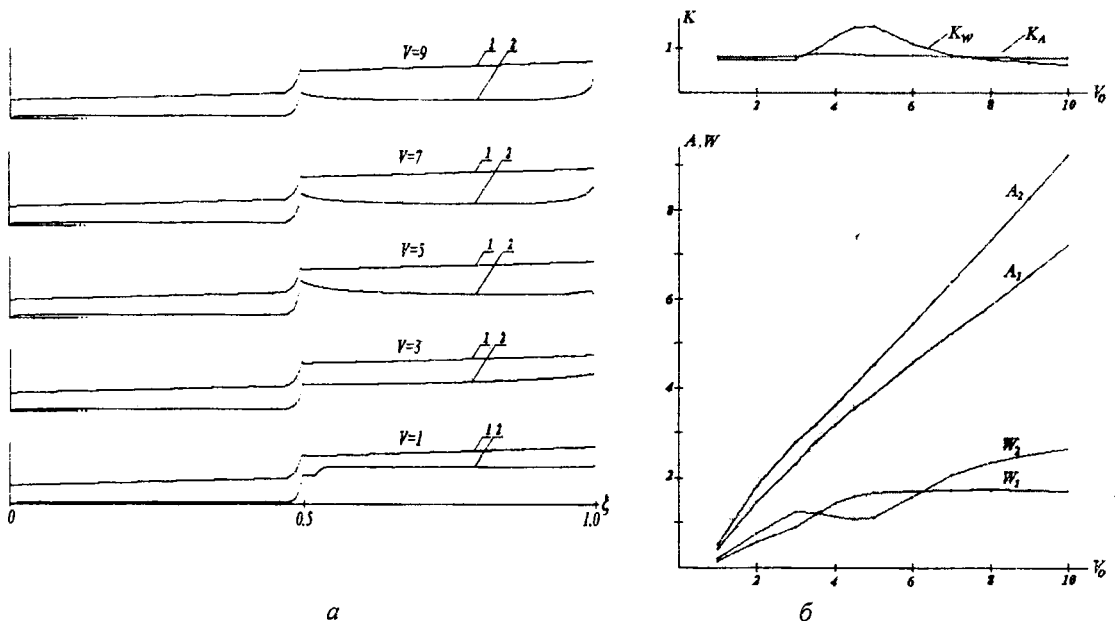


Рис. 5: а – распределение максимальных уровней  $A_{MAX}$  и  $W_{MAX}$  (кривые 1,2 соответственно) по длине стержня; б – связь мощности и поглощенной энергии со скоростью нагружения:  
 $W_1 = W_{MAX}(L/2)$ ,  $W_2 = W_{MAX}(L)$ ,  $K_W = W_1/W_2$ ,  $A_1 = A_{MAX}(L/2)$ ,  $A_2 = A_{MAX}(L)$ ,  $K_A = A_1/A_2$

Видно, что  $W$  почти линейно на обоих участках, а форма кривых  $A$  сохраняет некоторое подобие с зависимостью  $\sigma_{\max}(x)$ . Как и выше для напряжений и деформаций, для  $W$  и  $A$  также можно отметить возможность возникновения экстремумов коэффициентов концентрации возле переходной зоны в некотором интервале скоростей соударения.

Отмеченные особенности поведения системы сохраняются и при аperiодическом характере движения.

Т.о., в ступенчатом реономном стержне наряду с высоким уровнем НДС на ударяемом торце, в начале переходной зоны может иметь место концентрация осевых напряжений, деформаций, мощности рассеяния и поглощенной энергии, что увеличивает вероятность появления трещин в этом сечении.

Следует также отметить, что из-за большого числа влияющих параметров развитие НДС является процессом достаточно сложным и не во всем предсказуемым, поскольку роль некоторых факторов носит конкурирующий характер.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Холодарь Б.Г. Продольный удар по стержню из реономного материала // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: сборник статей XVI Международного научно-методического семинара, 28–30 мая 2009 г. – Брест, 2009. – С. 191–196.
2. Холодарь, Б.Г. Продольный удар о жесткую преграду реономного стержня с массой на конце / Б.Г. Холодарь // Перспективы развития новых технологий в строительстве и подготовке инженерных кадров Республики Беларусь: сборник статей XVI Международного научно-методического семинара, 28–30 мая 2009 г. – Брест, 2009.