

3. Лыньков, Л. М. Исследование анодного диоксида циркония для буферных слоев ВТСП-структур на кремнии / Л. М. Лыньков, Ю. К. Карелин // Современная технология получения материалов и элементов высокотемпературных микросхем // Материалы II междунар. семинара. – Мн., 1992. – С. 83.

4. Сотников И. Л. Формирование буферных слоев диоксида циркония для щелочных ВТСП-структур / И. Л. Сотников, А. А. Фомин // Материалы межотрасл. науч.-техн. семинара. – Мн., 1990. – С. 174.

5. Исследование путей нанесения тонких пленок МПГ на оксидные подложки // Отчет о НИР. – М., 1987. – 50 с.

6. Заявка 62-133054. Япония. С.22F 1/ 18. – 1987.

7. 10. Microstructures, properties and failure Analysis of ZrO₂ – 8 wt % Y₂O₃ (Co, Ni, Cr, Al, Y) Thermal Barrier Coatings / B. C. Wa, E. Chang, D. Tu, S. I. Wands // Mater Sci and Eng. A. – 1988. – № 111. – P. 201 – 210.

УДК 512

Пчельник В. К.

**ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ РЕАЛИЗАЦИИ АЛГОРИТМА
QR-РАЗЛОЖЕНИЯ МАТРИЦЫ В ЭЛЕКТРОННЫХ
ТАБЛИЦАХ MS EXCEL**

*Гродненский государственный университет
имени Янки Купалы,
г. Гродно, Республика Беларусь*

В курсе «Вычислительные методы алгебры» изучается алгоритм QR-разложения квадратной матрицы $A = (a_{ij})_{i,j=1}^n$. Имеет место следующая теорема (о QR-разложении) [1, стр. 31].

Теорема. Преобразованиями Хаусхолдера любая квадратная матрица с вещественными элементами может быть представлена в виде произведения вещественных ортогональной и правой треугольной матриц.

Найти матрицы Q и R можно в соответствии с формулами (1) [1, стр. 29–30].

$$H_i = E - 2w_i w_i^T, w_i = \mu_i \left(0; \dots; a_{ii}^{(i-1)} - \beta_i; a_{i+1,i}^{(i-1)}; \dots; a_{ni}^{(i-1)} \right)^T,$$

$$\beta_i = \operatorname{sgn}_+ \left(-a_{ii}^{(i-1)} \right) \sqrt{\sum_{k=i}^n \left(a_{ki}^{(i-1)} \right)^2},$$

$$\mu_i = \frac{1}{\sqrt{2\beta_i^2 - 2\beta_i a_{ii}^{(i-1)}}},$$

$$i = 1, 2, \dots, n-1,$$

$$R = A_{n-1} = H_{n-1} \dots H_2 H_1 A = Q^T A, Q = H_1 H_2 \dots H_{n-1}.$$

Приведем один из вариантов реализации разложения матрицы A на основе преобразований Хаусхолдера для матрицы переменного размера в MS EXCEL.

Порядок матрицы расположен в ячейке A1. Матрица может располагаться в диапазоне B2:K11 (рисунок 1). В ячейки B1 и A2 помещены 1. Нумерация столбцов осуществляется формулой (2). Для нумерации строк используется аналогичная формула. В ячейках O2 и P2 фиксируются диагональный элемент матрицы A (формула 3) и число 1 (подсчет количества итераций) соответственно.

$$=ЕСЛИ(ЕОШИБКА(B1+1);""; ЕСЛИ(B1+1<=A1;B1+1;""))$$
(2)

$$=ЕСЛИ(ЕОШИБКА(СМЕЩ(С3;Q3-1;Q3-1;1;1));""; СМЕЩ(С3;Q3-1;Q3-1;1;1))$$
(3)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	O	P	Q	Y
1	7	1	2	3	4	5	6	7				r	β	μ	
2	1	-2,3635705	3,0343543	0,284103	6,5140323	7,40329107	1,185613	0,501871				-2,363571	1	17,046325	0,038874
3	2	-6,1049851	9,11891686	-3,79458	-2,0559641	-9,78479692	-8,35883	4,140254							
4	3	-8,2647718	8,21431593	1,82958	-5,2779509	-8,53236929	2,855488	-2,25539							
5	4	1,58203314	6,11402685	3,937009	-4,0914337	-7,29475335	2,412406	3,454632							
6	5	-7,6623308	-2,4258377	5,951254	-2,6860785	-2,19450787	-9,00004	-0,81383							
7	6	6,92420656	-8,3329958	5,039577	5,06688326	-5,35460971	-8,90632	0,58242							
8	7	8,38180506	8,47670746	-7,28824	6,53322204	1,13411042	6,356843	-7,62652							

Рисунок 1 – Формирование β и μ

В соответствии с (1) формируем β и μ с помощью формул (4) и (5) соответственно. Формулы вводятся в ячейки Q2 и Y2.

$$=ЕСЛИ(А2<>"";ЕСЛИ(Р2<>"";ЕСЛИ(О2>0;-1;1)*КОРЕНЬ(СУММКВ(СМЕЩ(В2;Р2-1;Р2-1;$А$1-Р2+1;1)));"");"") \quad (4)$$

$$=ЕСЛИ(Q2<>"";1/КОРЕНЬ(2*Q2^2-2*Q2*O2);"") \quad (5)$$

Матрица H_1 формируется в диапазоне AB2:AK11 вводом в ячейку AB2 формулы (6) и дальнейшим распространением ее на весь диапазон AB2:AK11.

$$=ЕСЛИ(И($Z2<>"";AB$1<>"");ЕСЛИ($Z2=AB$1;1;0)-2*СМЕЩ(A2;$Z2-1;0;1;1)*СМЕЩ($A$2;AB$1-1;0;1;1);"") \quad (6)$$

Вектор w_1 формируется в диапазоне AA2:AA1 вводом в ячейку AA2 формулы (7) и дальнейшим распространением ее на весь диапазон AA2:AA11. Параллельно формируется матрица Q^T . Вначале полагаем $Q^T = H_1$ (формула (8) вводится в ячейку AN2 и распространяется на диапазон AN2:AW11.

$$=ЕСЛИ(А2<>"";ЕСЛИ(А2<P2;0;Y2*ЕСЛИ($A2=$P$2;СМЕЩ($B$2;$P$2-1;$P$2-1;1;1)-$Q$2);СМЕЩ($B$2;$A2-1;P2-1;1;1)));"") \quad (7)$$

$$=ЕСЛИ(AB2<>"";AB2;"") \quad (8)$$

Далее начинаем формировать матрицу R. Для этого выполняем копирование диапазонов A1:K1 на диапазон A12:K12 и A2:A11 на A13:A22 соответственно. В ячейку B13 вводим табличную формулу (9) и распространяем ее на диапазон B13:K22.

$$\{=ЕСЛИ($A13<>"";ЕСЛИ(B$12<>"";СУММПРОИЗВ(СМЕЩ(AB2;$Z2-1;0;1;$A$1);ТРАНСП(СМЕЩ($B$2;0;B$1-1;A1;1)));"");"")\} \quad (9)$$

В ячейку P13 поместим формулу (10) (подсчет количества итераций).

$$=ЕСЛИ(ЕОШИБКА(P2+1);"";ЕСЛИ(P2<A1;P2+1;"")) \quad (10)$$

Формулы ячеек O2, Q2 и Y2 копируются в O13, и Q13 и Y13 соответственно. Удаляем знаки «\$» из диапазона Z2:AK11, копируем его и вставляем в диапазон Z13:AK22.

В диапазоне AN13:AW22 продолжаем формировать матрицу $Q^T = H_2 \cdot H_1$. Для этого в ячейку AN13 вводим табличную формулу (11) и распространяем ее на весь диапазон AN13:AW22

$$\{=ЕСЛИ($Z13<>"";ЕСЛИ(AB$12<>"";ЕСЛИ(P13<A1;СУММПРОИЗВ(СМЕЩ(AB13;$Z13-1;0;1;$A$1); ТРАНСП(СМЕЩ($AN$2;0;AB$1-1;A1;1)));"";"";""))\} \quad (11)$$

Выделяем диапазон A12:AW22, удаляем из него знаки «\$», копируем и вставляем в ячейки A23, A34, A45, A56, A67, A78, A89, A100. В диапазон A112:K121 перенесены полученные значения матрицы R (формула (12) вводится в ячейку A112 и распространяется далее на весь указанный диапазон).

$$=ЕСЛИ(И($A2<>"";B$1<>"");СМЕЩ(B2;11*(A1-1)+$A2-1;B$1-1;1);"")) \quad (12)$$

Проверка правильности полученного решения производится на отдельном листе переносом матриц R, Q^T , получением матриц Q и $A = QR$.

Материал удобно использовать преподавателю для пошаговой проверки правильности выполнения студентами лабораторной работы по указанной теме.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вержбицкий, В. М. Вычислительная линейная алгебра / В. М. Вержбицкий. – М.: Высш. шк., 2009. – 351 с.