

1. Погодин А.С. Шумоглушающие устройства. — М.: Машиностроение, 1973. — 176 с.
2. Влияние вида структурообразующих элементов дискретных материалов на механизм их прессования / Е.Е. Петюшик, А.Ч. Якубовский, Д.И. Божко и др. // Современные методы проектирования машин: Сб. трудов. — Мн., 2002. — Т. 2. — С. 280 – 283.
3. Пористые проницаемые материалы: Справочник / Под ред. С.В. Белова. — М.: Металлургия, 1987. — 335 с.
4. Якубовский А.Ч., Петюшик Е.Е. Технология получения пористых проволочных изделий // Материалы международного научного симпозиума. — Зелена Гура (Польша), 2001. — Т. Механика. — С. 247 – 252.
5. Петюшик Е.Е., Реут О.П., Якубовский А.Ч. Основы деформирования проволочных тел намотки. — Мн.: УП «Технопринт», 2003. — 218 с.
6. Петюшик Е.Е. Оценка проницаемости деформированных проволочных материалов // Машиностроение. — Мн., 2004. — Вып. 20. — С. 354 – 357.
7. Эффективность спеченных проницаемых материалов различного назначения / П.А. Витязь, В.К. Шелег, В.М. Капцевич, В.В. Мазюк. // В кн. Порошковая металлургия. — Мн.: Вышэйшая школа, 1984. — Вып. 8. — С. 66 – 70.
8. Долинский Ф.В., Михайлов М.Н. Краткий курс сопротивления материалов. — М.: Высшая школа, 1988. — 432 с.

УДК 621.94.084

Клус С. А., Куликов И. С.

НДС НЕРАВНОМЕРНО НАГРЕТОГО ПОЛОГО КОРОТКОГО ЦИЛИНДРА С УЧЕТОМ ТЕПЛОВОЙ И РАДИАЦИОННОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

В настоящее время элементы конструкций, подвергаемые облучению и неравномерному нагреву, представляют определенный интерес с точки зрения напряженно-деформированного состояния. Учитывая, что в перспективе Республика Беларусь собирается реализовать свою собственную ядерную программу эта проблема является достаточно актуальной.

Радиационная и тепловая ползучесть конструкций активных зон ядерных реакторов является достаточно существенным фактором при оценке работоспособности тепловыделяющих элементов (ТВЭЛов), которые в большинстве случаев имеют форму цилиндров.

В данной работе рассматривается напряженно-деформированное состояние осесимметричного цилиндра в условиях объемных термических и радиационных деформаций с учетом ползучести.

Рассмотрим осесимметричное распределение напряжений и деформаций полого короткого цилиндра в условиях неравномерного нагрева, реакторного облучения, а также под действием равномерного внутреннего и внешнего давлений (рис.1).

Тогда в цилиндрической системе координат (r, Z) поле напряжений и деформаций имеет отличные от нуля компоненты $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$ (для упрощения примем σ_{13} и ε_{13} равным нулю). Введем относительные координаты $\xi = Z / R_1$ и $\rho = r / R_1$, изменяющихся в пределах $0 \leq \xi \leq L / R_1$ и $1 \leq \rho \leq R_2 / R_1$, где R_1, R_2 — внутренний и наружный радиусы цилиндра; L — его высота, $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}$ -- напряжения и деформации соответственно в радиальном, окружном и осевом направлениях.

В данном случае дифференциальные уравнения равновесия имеют вид [1]

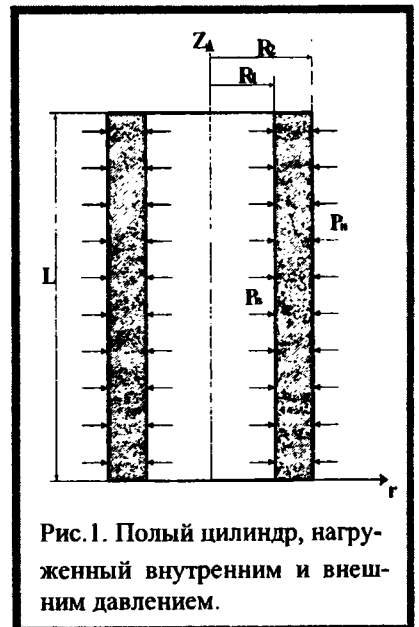


Рис.1. Полый цилиндр, нагруженный внутренним и внешним давлением.

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{11}}{\partial \rho} + \frac{\sigma_{11} - \sigma_{22}}{\rho} &= 0 \\ \frac{\partial \sigma_{33}}{\partial \xi} &= 0\end{aligned}\quad (1)$$

Деформации и перемещения точек цилиндра связаны следующими соотношениями Коши:

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{R_1} \frac{\partial u_1}{\partial \rho}; \quad \varepsilon_{22} = \frac{1}{R_1} \frac{u_1}{\rho}; \quad \varepsilon_{33} = \frac{1}{R_1} \frac{\partial u_2}{\partial \xi}\quad (2)$$

где u_1 - перемещение в радиальном направлении;

u_2 - перемещение в осевом направлении.

Физические уравнения с учетом объемных деформаций имеют вид

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11} &= \frac{1}{E} [\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] + \alpha T + \frac{1}{3} S + \varepsilon_{11}^c, \\ \varepsilon_{22} &= \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})] + \alpha T + \frac{1}{3} S + \varepsilon_{22}^c, \\ \varepsilon_{33} &= \frac{1}{E} [\sigma_{33} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{11})] + \alpha T + \frac{1}{3} S + \varepsilon_{33}^c.\end{aligned}\quad (3)$$

где $T(r, Z)$ предполагается заданной функцией от координат;

$S(T(r, Z), \tau t)$ – функция радиационного распухания;

ϕ – нейтронный поток;

ε_{ij}^c – деформации ползучести.

Граничные условия:

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= -P_b \text{ при } \rho = 1, \\ \sigma_{11} &= -P_r \text{ при } \rho = R_2 / R_1, \\ \varepsilon_{33} &= 0 \text{ при } \xi = 0; \xi = L / R_1\end{aligned}\quad (4)$$

Решение задачи будем искать в перемещениях, для чего, согласно (3), выразим напряжения через деформации

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + \varepsilon_{11} - (1+\nu)(\alpha T + \frac{1}{3} S) - \varepsilon_{11}^c(1-\nu) - \nu(\varepsilon_{22}^c + \varepsilon_{33}^c)]; \\ \sigma_{22} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu(\varepsilon_{33} - \varepsilon_{22} + \varepsilon_{11}) + \varepsilon_{22} - (1+\nu)(\alpha T + \frac{1}{3} S) - \varepsilon_{22}^c(1-\nu) - \nu(\varepsilon_{11}^c + \varepsilon_{33}^c)]; \\ \sigma_{33} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} [\nu(\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33} + \varepsilon_{11}) + \varepsilon_{33} - (1+\nu)(\alpha T + \frac{1}{3} S) - \varepsilon_{33}^c(1-\nu) - \nu(\varepsilon_{11}^c + \varepsilon_{22}^c)].\end{aligned}\quad (5)$$

Подставляя (2) в (5) получим зависимость напряжений от перемещений и дополнительных деформаций (термического расширения, радиационного распухания, ползучести)

$$\begin{aligned}\sigma_{11} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{R_1} \left(\frac{\partial u_2}{\partial \xi} - \frac{\partial u_1}{\partial \rho} + \frac{u_1}{\rho} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{\partial u_1}{\partial \rho} - (1+\nu)(\alpha T + \frac{1}{3} S) - \varepsilon_{11}^c(1-\nu) - \nu(\varepsilon_{22}^c + \varepsilon_{33}^c) \right] \\ \sigma_{22} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{R_1} \left(\frac{\partial u_2}{\partial \xi} - \frac{u_1}{\rho} + \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{u_1}{\rho} - (1+\nu)(\alpha T + \frac{1}{3} S) - \varepsilon_{22}^c(1-\nu) - \nu(\varepsilon_{11}^c + \varepsilon_{33}^c) \right] \\ \sigma_{33} &= \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{R_1} \left(\frac{u_1}{\rho} - \frac{\partial u_2}{\partial \xi} + \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{\partial u_2}{\partial \xi} - (1+\nu)(\alpha T + \frac{1}{3} S) - \varepsilon_{33}^c(1-\nu) - \nu(\varepsilon_{22}^c + \varepsilon_{11}^c) \right]\end{aligned}\quad (6)$$

С учетом (6) уравнения равновесия (1) примут вид:

$$\begin{aligned}\nu \left\{ \frac{\partial^2 u_2}{\partial \rho \partial \xi} - \frac{\partial^2 u_1}{\partial \rho^2} - \frac{u_1}{\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \right\} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} (1-2\nu) \left(\frac{\partial u_1}{\partial \rho} - \frac{u_1}{\rho} \right) - (1+\nu) \left(\alpha \frac{\partial \square}{\partial \rho} + \frac{1}{3} \frac{\partial S}{\partial \rho} \right) - \\ - \frac{\partial \varepsilon_{11}^c}{\partial \rho} (1-\nu) - \nu \left(\frac{\partial \varepsilon_{22}^c}{\partial \rho} + \frac{\partial \varepsilon_{33}^c}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho} (1-2\nu) (\varepsilon_{11}^c + \varepsilon_{22}^c) = 0 \\ \nu \left\{ \frac{\partial^2 u_1}{\partial \rho \partial \xi} - \frac{\partial^2 u_2}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial u_1}{\partial \rho} \right\} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial \xi^2} - (1+\nu) \left(\alpha \frac{\partial \square}{\partial \rho} + \frac{1}{3} \frac{\partial S}{\partial \rho} \right) - \frac{\partial \varepsilon_{33}^c}{\partial \xi} (1-\nu) - \nu \left(\frac{\partial \varepsilon_{22}^c}{\partial \xi} + \frac{\partial \varepsilon_{11}^c}{\partial \xi} \right) = 0\end{aligned}\quad (7)$$

А граничные условия запишутся в следующем виде:

$$\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{R_1} \left(\frac{\partial u_2}{\partial \xi} - \frac{\partial u_1}{\partial \rho} + \frac{u_1}{\rho} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{\partial u_1}{\partial \rho} - (1+\nu) \left(\alpha T + \frac{1}{3} S \right) - \varepsilon_{11}^c (1-\nu) - \nu (\varepsilon_{22}^c + \varepsilon_{33}^c) \right] = -P_B$$

$$\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{R_1} \left(\frac{\partial u_2}{\partial \xi} - \frac{\partial u_1}{\partial \rho} + \frac{u_1}{\rho} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{\partial u_1}{\partial \rho} - (1+\nu) \left(\alpha T + \frac{1}{3} S \right) - \varepsilon_{11}^c (1-\nu) - \nu (\varepsilon_{22}^c + \varepsilon_{33}^c) \right] = -\Pi_N \quad (8)$$

$$\frac{1}{R_1} \frac{\partial u_2}{\partial \xi} = 0; \text{опт.} \xi = 0; \xi = L / R_1$$

Эти формулы были выведены для общего случая определения напряжений и деформаций полого короткого цилиндра в условиях реакторного облучения и неравномерного нагрева с учетом ползучести.

Уравнения (9) записаны для внутренних точек области.

1. Представим уравнения (7-8) в виде разностной схемы (разобьем цилиндр на сетку как представлено на рис.2). При разбиении необходимо учитывать, что чем больше число разбиений, тем точнее решение задачи, но необходимы более мощные ресурсы для ее реализации.



Рис схема. 2 Конечноразностная

Тогда уравнения равновесия в разностном виде примут вид:

$$\nu \left\{ \frac{u_{2i+1,j+1} - u_{2i+1,j-1} - u_{2i-1,j+1} + u_{2i-1,j-1}}{4\Delta\rho\Delta\xi} - \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta\rho^2} - \frac{u_{i,j}}{\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta\rho} \right\} +$$

$$+ \frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta\rho^2} + \frac{1}{\rho} (1-2\nu) \left(\frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta\rho} - \frac{u_{i,j}}{\rho} \right) - (1+\nu) \left(\alpha \frac{Q_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta\rho} + \frac{1}{3} \frac{S_{i+1,j} - S_{i-1,j}}{2\Delta\rho} \right) -$$

$$- \frac{\varepsilon_{11i+1,j}^c - \varepsilon_{11i-1,j}^c}{2\Delta\rho} (1-\nu) - \nu \left(\frac{\varepsilon_{22i+1,j}^c - \varepsilon_{22i-1,j}^c}{2\Delta\rho} + \frac{\varepsilon_{33i+1,j}^c - \varepsilon_{33i-1,j}^c}{2\Delta\rho} \right) + \frac{1}{\rho} ((1-2\nu)(\varepsilon_{11i,j}^c + \varepsilon_{22i,j}^c)) = 0; \quad (9)$$

$$\nu \left\{ \frac{u_{i+1,j+1} - u_{i+1,j-1} - u_{i-1,j+1} + u_{i-1,j-1}}{4\Delta\rho\Delta\xi} - \frac{u_{2i,j+1} - 2u_{2i,j} + u_{2i,j-1}}{\Delta\xi^2} + \frac{1}{\rho} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta\xi} \right\} +$$

$$+ \frac{u_{2i,j+1} - 2u_{2i,j} + u_{2i,j-1}}{\Delta\xi^2} - (1+\nu) \left(\alpha \frac{Q_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta\xi} + \frac{1}{3} \frac{S_{i,j+1} - S_{i,j-1}}{2\Delta\xi} \right) -$$

$$- \frac{\varepsilon_{33i,j+1}^c - \varepsilon_{33i,j-1}^c}{2\Delta\xi} (1-\nu) - \nu \left(\frac{\varepsilon_{11i,j+1}^c - \varepsilon_{11i,j-1}^c}{2\Delta\xi} + \frac{\varepsilon_{22i,j+1}^c - \varepsilon_{22i,j-1}^c}{2\Delta\xi} \right) = 0.$$

Граничные условия будут иметь вид:

$$\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{R_1} \left(\frac{u_{2i,j+2} - u_{2i,j-1}}{2\Delta\xi} - \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta\rho} + \frac{u_{i,j}}{\rho} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta\rho} - \right.$$

$$\left. - (1+\nu) \left(\alpha T_{i,j} + \frac{1}{3} S_{i,j} \right) - \varepsilon_{11i,j}^c (1-\nu) - \nu (\varepsilon_{22i,j}^c + \varepsilon_{33i,j}^c) \right] = -P_B$$

$$\frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[\frac{\nu}{R_1} \left(\frac{u_{2i,j+2} - u_{2i,j-1}}{2\Delta\xi} - \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta\rho} + \frac{u_{i,j}}{\rho} \right) + \frac{1}{R_1} \frac{u_{i+1,j} - u_{i-1,j}}{2\Delta\rho} - \right.$$

$$\left. - (1+\nu) \left(\alpha T_{i,j} + \frac{1}{3} S_{i,j} \right) - \varepsilon_{11i,j}^c (1-\nu) - \nu (\varepsilon_{22i,j}^c + \varepsilon_{33i,j}^c) \right] = -\Pi_N \quad (10)$$

$$\frac{1}{R_1} \frac{u_{2i,j+2} - u_{2i,j-1}}{2\Delta\xi} = 0; \text{опт.} \xi = 0; \xi = L / R_1$$

- Полученные разностные уравнения решаем при времени $t=0$, когда деформации ползучести отсутствуют, т. е. в начальный момент времени когда $\varepsilon_{11}^c = \varepsilon_{22}^c = \varepsilon_{33}^c =_{t=0} = 0$. Определяем u_1 и u_2 . Затем определяем главные напряжения и главные деформации, возникающие в цилиндре.
- Определяем скорость деформации ползучести

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^c = \frac{3}{2} \frac{\dot{\varepsilon}_u^c}{\sigma_u} S_{ij} \quad (11)$$

где $S_{kl} = \sigma_{kl} - \delta_{kl}\sigma$ - девиатор напряжений;

$$\delta_{kl} = \begin{cases} 1, & k = l \\ 0, & k \neq l \end{cases} \text{ -- символ Кронекера;}$$

$$\dot{\varepsilon}_u^c = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{kl}^c \dot{\varepsilon}_{kl}^c} \text{ - скорость интенсивности деформаций ползучести;}$$

$$\sigma_u = \sqrt{\frac{3}{2} S_{kl} S_{kl}} \text{ - интенсивность напряжений,}$$

закон ползучести $\dot{\varepsilon}_u^c = f(\sigma_u, T, \tau, t)$ предполагаем известным.

- Используя шаговый метод по времени определяем деформации ползучести на n -ом шаге

$$\varepsilon_{kl}^c = \varepsilon_{kl}^{c(n-1)} + \dot{\varepsilon}_{kl}^c \cdot \Delta t \quad (12)$$

где $\varepsilon_{kl}^{c(n-1)}$ - величины деформаций ползучести на предыдущем шаге по времени;

$\dot{\varepsilon}_{kl}^c$ - величины скоростей деформации ползучести в момент времени t_{n-1} ;

Δt - шаг по времени.

$k, l=1, 2, 3$.

- Полученные деформации ползучести подставляем в исходное уравнение равновесия и в граничные условия. Решаем заново систему уравнений (9-10) с учетом деформаций ползучести полученных на прошлом шаге по времени и т. д.

Данный алгоритм решения позволяет производить расчеты напряженно-деформированного состояния полых цилиндров при значительных объемных изменениях, вызванных неравномерным нагревом и нейтронным облучением с учетом тепловой и радиационной ползучести.

Алгоритм также можно использовать при расчете конструкций другой формы, но однако необходимо внести изменения в уравнения равновесия и граничные условия.

ЛИТЕРАТУРА

- Куликов, И.С. Прочность элементов конструкций при облучении / И.С. Куликов, В.Б. Нестеренко, Б.Е. Тверковкин. – Минск: Наука и техника, 1990.
- Куликов, И.С. Прочность тепловыделяющих элементов быстрых газоохлаждаемых реакторов / И.С. Куликов, Б.Е. Тверковкин. – Минск: Наука и техника, 1984.

УДК 621.791:658.562

Хмелёв А.А., Бравков А.А.

УПРОЩЕННЫЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ДИОГРАММ ХРУПКОВЯЗКОГО СОСТОЯНИЯ СТАЛИ

*Белорусский национальный технический университет
Минск, Беларусь*

Известны диаграммы хрупко-вязкого состояния сталей [1], позволяющие оценивать состояние конструкций неразрушающими методами контроля по результатам измерения максимальной твердо-