

ЧЕРНАЯ МЕТАЛЛУРГИЯ

УДК 669.046:536.12:518.61

Ю.С. ПОСТОЛЬНИК, д-р техн. наук,
Ю.Н. ЗИНЧЕНКО (ДГТУ*, Украина),
В.И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, д-р техн. наук (ИТМО** НАН Беларуси),
П.Э. РАТНИКОВ (БНТУ),
В.А. ТРУСОВ (ДМК им. Дзержинского***)

ТЕМПЕРАТУРНОЕ СОСТОЯНИЕ МАССИВНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛИТКА В РАДИАЦИОННОМ ПРОТИВОТОКЕ

Как известно, в промышленной теплотехнике при моделировании процесса нагрева различают прямоточный и противоточный теплообмен тела и окружающей среды. Математическое моделирование прямоточного теплообмена несколько проще противоточного, благодаря чему на данный момент теплотехника располагает вполне приемлемыми методиками инженерных расчетов соответствующих прямоточных тепловых процессов.

Иное положение с теорией и практикой противоточного теплообмена. При теплообмене движущихся навстречу друг другу материала и газа температуры обоих агентов изменяются в тесной взаимозависимости, установить которую можно, лишь решив соответствующую краевую задачу. В этой задаче температура теплоносителя (газа) неизвестна, что требует введения в математическую модель теплопроводности дополнительного граничного условия в виде уравнения теплового баланса. Это усложнение математической модели существенно затормозило развитие общей технической теории противоточного теплообмена. Но такой теплообмен имеет определенные преимущества перед прямоточным и весьма широко распространен в технике, особенно в металлургии [1]. Как отмечено в [2], при разработке методик расчета соответствующих тепловых процессов вводится ряд упрощающих предпосылок, наиболее существенными из которых являются: 1) пренебрежение термической массивностью тел; 2) неизменность теплофизических характеристик; 3) передача всей теплоты от газа к телу конвективным путем.

* Днепродзержинский государственный технический университет.

** Институт тепло- и массообмена им. А.В. Лыкова.

*** Днепровский металлургический комбинат им. Ф.Э. Дзержинского (г. Днепродзержинск, Украина).

Первая предпосылка позволила исключить из математической модели дифференциальное уравнение теплопроводности. Но разработанные с учетом этого методики неприемлемы для расчета нагрева тел со значительной тепловой инерцией. Для уточнения пришлось ставить и решать уже краевые задачи теплопроводности. Благодаря второй и третьей предпосылкам эти математические модели были линеаризованы, что и позволило получить точные аналитические решения известными методами математической физики. Эти решения приемлемы в исследовании противоточных процессов фильтрационного типа, где идет в основном конвективный теплообмен между газом и насыпной кусковой массой. Но они непригодны для расчета противоточного нагрева металла в методических проходных нагревательных печах непрерывного действия, где доля радиационной составляющей теплообмена становится преобладающей.

На актуальность задач противоточного теплообмена массивных тел в условиях лучистого теплообмена указал еще в 1956 г. А.В. Кавадеров [3]. В работе [4] приведено решение для противоточного теплообмена массивной пластины; при этом решение было сведено к определению двух вспомогательных функционалов, вычисление которых было осуществлено на аналоговой вычислительной машине (гидростатическом интеграторе системы Будрина). Были составлены также таблицы для практических расчетов. Между тем, в металлургии широко распространены цилиндрические и близкие к ним призматические слитки.

Приведем решение задачи противоточного теплообмена применительно к нагреву цилиндрических тел.

Математическая модель:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial \tau};$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=1} = Sk [\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4]; \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right|_{\rho=0} = 0;$$

$$\frac{d\theta_r}{d\tau} = Sk [\theta_r^4(\tau) - \theta_n^4] 2\pi;$$

$$\theta(\rho, 0) = \theta_0 = \theta' = \text{const}; \quad \theta_r(0) = \theta_r'' = 1,$$

где $\rho = \frac{r}{R}$; $\theta = \theta(\rho, \tau) = \frac{T(r, t)}{T_r''}$; $\tau = \frac{at}{R^2}$; $Sk = \sigma_b (T_r'')^3 R / \lambda$; $n = Vc / (V_g c_g)$; T, T_r – абсолютные температуры тела и газа; R – радиус цилиндра; n – отношение водяных чисел; $V = AR/2$ – объем тела; A – его тепловоспринимающая поверхность; V_g – объем газа; $\lambda, a, c, c_g, \sigma_b$ – общепринятые обозначения известных теплофизических характеристик и параметров теплообмена; индексы «'» и «''» обозначают переменные величины на входе и выходе соответственно.

Задача решалась известным [5] методом эквивалентных источников (МЭИ) в рамках широко используемой в металлургической теплотехнике модели термического слоя [6].

Приведем решение, полученное для цилиндра [7].

Инерционный этап ($0 \leq \tau \leq \tau_0$; $\beta(0 \leq \rho \leq 1)$):

температура

$$\theta_1(\rho, \tau) = \theta'' + \Delta\theta(\tau)[\rho - \beta(\tau)]^2 / [l^2(\tau)];$$

толщина прогреваемого слоя

$$l(\tau) = 1 - \beta(\tau) = \sqrt{12\tau}.$$

В момент окончания инерционного этапа продолжительность и толщина прогреваемого слоя

$$\tau_0 = 1/12; \quad l(\tau_0) = 1;$$

температурный перепад

$$\Delta\theta_1(\tau) = \theta_{1n}(\tau) - \theta' = \frac{\tau}{l(\tau)} = \sqrt{\tau/12}; \quad \Delta\theta_1(\tau_0) = 1/12;$$

температура поверхности

$$\theta_{1n}(\tau) = \theta' + \Delta\theta_1(\tau) = \theta' + \sqrt{\tau/12}; \quad \theta_{1n}(\tau_0) = \theta' + 1/12;$$

температура газа

$$\theta_{1r}(\tau) = 1 + \frac{n}{3} \Delta\theta_1(\tau) / l(\tau) = 1 + \frac{n\tau}{3}; \quad \theta_{1r}(\tau_0) = 1 + \frac{n}{3}.$$

Упорядоченный этап ($\tau_0 \leq \tau \leq \tau_*$; $0 \leq \rho \leq 1$):

температура тела

$$\theta_2(\rho, \tau) = \theta_{2n}(\tau) - \frac{Sk}{2} [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)] (1 - \rho^2);$$

температурный перепад

$$\Delta\theta_2(\tau) = \theta_{2n}(\tau) - \theta_{2r}(\tau) = \frac{Sk}{2} [\theta_{2r}^4(\tau) - \theta_{2n}^4(\tau)];$$

температура газа

$$\Phi_r(\tau) - \Phi_r^0 = 8 \frac{1 - n(\theta' + 0,014)}{k^2} Sk(\tau - \tau_0); \quad (1)$$

$$\Phi_r(\tau) = \ln \theta_{2r}(\tau) - p \ln [1 - k \theta_{2r}(\tau)] - \frac{1 + k \theta_{2r}(\tau)}{2k^2 \theta_{2r}^2(\tau)},$$

где $p = 1 + \frac{Sk}{k^3}$; $k = \frac{1 - n}{1 - n(\theta' + 0,014)}$;

продолжительность нагрева тела до температуры поверхности

$$\theta_{2n}(\tau_*) = \theta_{2n}^* = \eta \theta_{2r}^*;$$

$$\tau_* = \tau_0 + k^2(\Phi_r^* - \Phi_n^*)/[8Sk(1 - n(\theta' + 0,014))], \quad (2)$$

где η — наперед заданный (требуемый) показатель уровня завершенности процесса нагрева металла.

Зная изменение температуры газа $\theta_{2r}(\tau)$ из выражения (1), температуру $\theta_{2n}(\tau)$ поверхности тела находим решением алгебраического уравнения

$$\theta_{2n}^4(\tau) + a_{1n}\theta_{2n}(\tau) = a_{0n}(\tau), \quad (3)$$

где $a_{1n} = \frac{4}{Sk}$; $a_{0n}(\tau) = \theta_{2r}^4(\tau) + \frac{4}{Sk}[\theta_{2r}(\tau) - 1 + (\theta' + 0,014)n]$.

Необходимый нам корень уравнения (3) вычисляется по известным формулам:

$$\theta_{2n}(\tau) = (\sqrt{2a_1/b - b^2} - b)/2; \quad b = \sqrt{u+v};$$

$$\frac{u}{v} = 3\sqrt{\frac{a_1^2}{2} \pm \sqrt{\Delta}}; \quad \Delta = \left(\frac{4a_0}{3}\right)^3 + \left(\frac{a_1^2}{2}\right)^2.$$

Температура газа θ_r^* при заданном показателе завершенности нагрева $\theta_n^* = \eta\theta_r^*$ определяется по формулам:

$$\theta_{2r}^{*4} + a_{1r}\theta_{2r}^* = a_{0r}; \quad a_{1r} = \frac{4}{Sk} \frac{1 - n\eta}{(1 - \eta^4)n}; \quad a_{0r} = \frac{4}{Sk} \frac{1 - n(\theta' + 0,014)}{(1 - \eta^4)n}.$$

Найденное значение θ_r^* и подставляется в формулу (2).

На основании полученного решения нами проведено исследование изменения во времени температурных функций $\theta_r(\tau)$, $\theta_n(\tau)$ и $\Delta\theta(\tau)$ в зависимости от определяющих параметров Sk , n , $\theta_0 = \theta'$.

Результаты расчета приведены на рис. 1–3. На рис. 4 изображена функция распределения $F(\leq) = 1 - [\theta_n - \theta(\rho, \tau)]/[\theta_n(\tau) - \theta_u(\tau)]$, которая на инерционном этапе ($0 \leq \tau \leq \tau_0 = 0,083$) принимает вид $F_1(\rho) = [\rho - \beta(\tau)]^2/[1 - \beta(\tau)]^2$, а на упорядоченном этапе ($\tau \geq \tau_0$) — вид $F_2(\rho) = \rho^2$.

Заметим, что некоторая сложность (скорее, громоздкость) процедуры расчетов по предложенным аналитическим формулам может быть устранена путем компьютеризации полученного решения. Если приближенное аналитическое решение дает результаты приемлемой для практики точности, то значительно проще, экономичнее и рациональнее использовать ЭВМ в роли «арифмометра» для расчета по готовому решению, нежели решать нелинейную краевую задачу с многими параметрами численными методами на ЭВМ. Ведь аналитическая функция позволяет в любой пространственно-временной точке определять значения параметров, тогда как

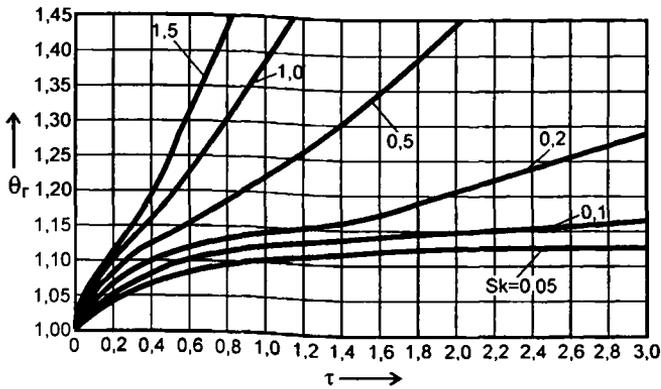


Рис. 1. Изменение температуры газа θ_r во времени τ в зависимости от критерия Sk при $n = 0,8$ и $\theta_0 = \theta' = 0,5$

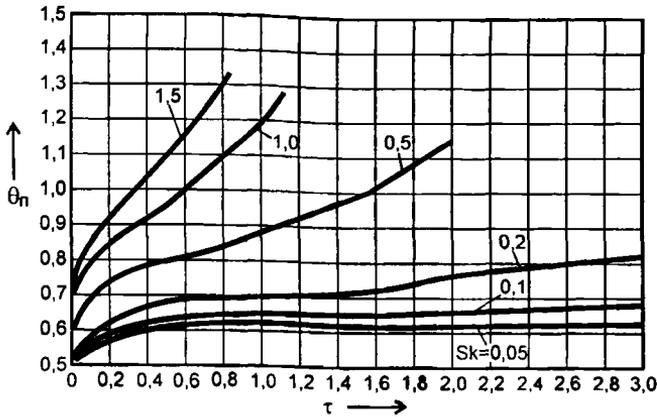


Рис. 2. Изменение температуры поверхности цилиндра θ_n во времени τ в зависимости от критерия Sk при $n = 0,8$ и $\theta_0 = \theta' = 0,5$

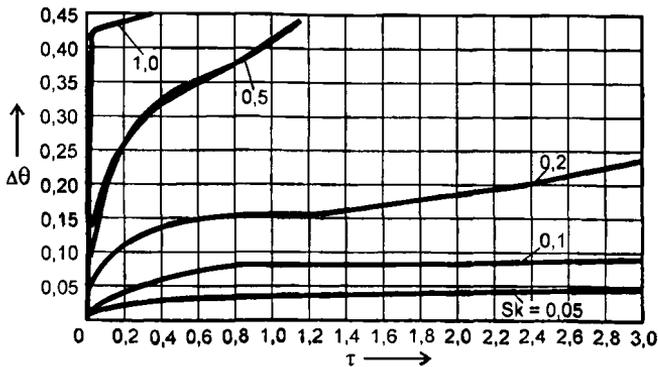


Рис. 3. Изменение температурного перепада $\Delta\theta$ вдоль радиуса цилиндра во времени τ в зависимости от критерия Sk при $n = 0,8$ и $\theta_0 = \theta' = 0,5$

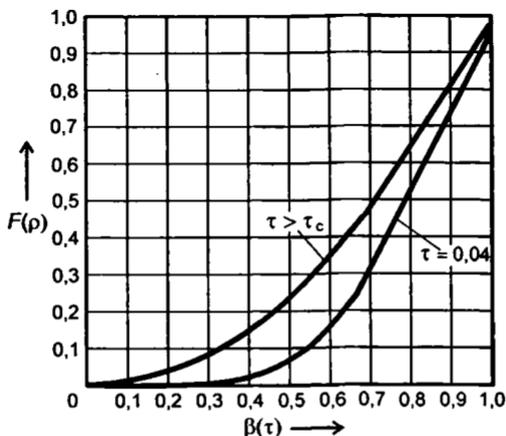


Рис. 4. Распределение температурной функции $F(\rho)$ вдоль радиуса цилиндра на инерционном ($\tau = 0,04 < \tau_0$) и упорядоченном ($\tau > \tau_0$) этапах нагрева

численными методами исследователь при любом изменении исходных данных должен решать задачу заново.

В заключение необходимо отметить, что развитие численных методов, безусловно, важно и необходимо и никак не должно препятствовать развитию аналитических методов. И те, и другие одинаково актуальны и перспективны.

ЛИТЕРАТУРА

1. Исследование противоточного теплообмена в металлургии: Состояние вопроса и проблемы развития / Ю.С. Постольник, В.И. Тимошпольский, А.П. Огурцов и др. // Металлургия. 2001. Вып. 25. С. 149 – 164.
2. Анализ температурного состояния массивного плоского слитка в условиях радиационного противотока / Ю.С. Постольник, В.И. Тимошпольский, А.П. Огурцов и др. // Литье и металлургия. 2003. № 1. С. 53 – 56.
3. Кавадеров А.В. Тепловая работа печей. Свердловск: Metallurgizdat, 1956. 367 с.
4. Кавадеров А.В., Калугин В. Н. Закономерности нагрева массивного тела излучением в противотоке // Нагрев металла и работа нагревательных печей: Сб. науч. тр. / ВНИИМТ. Свердловск: Metallurgizdat, 1960. № 6. С. 59 – 70.
5. Постольник Ю.С. Приближенные методы исследований в термомеханике. Киев – Донецк: Вищ. шк. Головн. изд-во, 1984. 158 с.
6. Львов А.В. Методы решения нелинейных уравнений нестационарной теплопроводности // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт, 1970. № 5. С. 109 – 150.
7. Математическая модель радиационного нагрева массивных тел в теоретическом противотоке / Ю.С. Постольник, А.П. Огурцов, В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова // Математическое моделирование. Днепродзержинск. 2000. № 2(5). С. 87 – 91.