МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный
технический университет

Кафедра «Техническая физика»

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ УПРУГОГО СОУДАРЕНИЯ ШАРОВ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 124

Минск
БНТУ
2013

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Техническая физика»

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ УПРУГОГО СОУДАРЕНИЯ ШАРОВ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 124
для студентов технических специальностей

Минск
БНТУ
2013

УДК 531.66(076.5)(075.8)
ББК 22.213я7
И39

Составители:
канд. физ.-мат. наук *С. Ф. Мингалеев*;
канд. физ.-мат. наук *С. М. Качан*

Рецензенты:
д-р физ.-мат. наук, проф., зав. кафедрой
«Инженерная математика» *М. А. Князев*;
доц. кафедры физики, канд. физ.-мат. наук *П. Г. Кужир*

В методических указаниях кратко излагаются основы теории соударения упругих тел на примере упругих сил, возникающих в процессе соударения двух металлических шаров. Дается объяснение силы упругости и таких стандартных характеристик упругих свойств материалов, как модуль Юнга и коэффициент Пуассона. Показывается нелинейный характер силы упругости, возникающей при соударении двух шаров, и выводятся основные следствия из этого, такие как зависимость продолжительности соударения шаров от скорости их столкновения. Показывается возможность нахождения модуля Юнга для материала шаров путем измерений продолжительности их соударения. Изучаются характерные силы и деформации, возникающие в процессе удара.

Методические указания предназначены для студентов технических специальностей дневного и заочного отделений БНТУ.

Цели работы:

1. Изучить силы упругости и теорию упругого удара.
2. Определить зависимость продолжительности и силы удара шаров от скорости их соударения.
3. Определить модуль Юнга для материала шаров (сталь).

Список литературы

1. Трофимова, Т. И. Курс физики / Т. И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 1998.
2. Степанов, М. А. Лабораторная работа № 124. Исследование динамики упругого соударения шаров / М. А. Степанов, Е. Е. Трофименко, С. И. Шеденков. – Минск : БНТУ, 2008.
3. Джилавдари, И. З. Методические указания к выполнению лабораторной работы № 124 / И. З. Джилавдари. – Минск : БГПА, 2001.
4. Васюков, В. И. Изучение явления центрального удара шаров : методические указания к выполнению лабораторной работы / В. И. Васюков. – М. : МИФИ, 1976.
5. Чертов, А. Г. Задачник по физике : учебное пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2007. – 640 с.

Порядок теоретической подготовки

1. Изучить теоретические сведения к работе.
2. Ответить письменно в рабочей тетради на контрольные вопросы.
3. Подготовить в рабочей тетради необходимые таблицы и формулы.

Контрольные вопросы

1. Что такое модуль Юнга? Как он связан с коэффициентом упругости сжимаемого тела?
2. Что такое коэффициент Пуассона? В каком диапазоне меняется его значение?
3. Запишите второй закон Ньютона в импульсной форме.

4. Выведите рабочие формулы для скорости соударения шаров и силы удара.

5. Каковы теоретически ожидаемые зависимости продолжительности и силы удара шаров от скорости их соударения?

Приборы и принадлежности

1. Частотомер-хронометр ЧЗ-32.
2. Источник тока.
3. Установка с двумя шарами.
4. Линейка и штангенциркуль.

Отчет о лабораторной работе должен содержать

1. Цель работы.
2. Схему лабораторной установки.
3. Формулы, определяющие физическую и математическую модели эксперимента.
4. Таблицы результатов измерений.
5. Результаты расчетов и погрешности.
6. График зависимости максимальной силы удара от скорости соударения шаров.
7. Выводы.

ВВЕДЕНИЕ

Основная задача данной лабораторной работы – изучить ***динамику упругого соударения шаров***. Все слова здесь ключевые, поэтому будет полезно начать с пояснения их смысла.

Динамика – наука, изучающая причины движения тел. В сравнении с кинематикой (геометрическим описанием движения, не рассматривающем его причин) в динамике вводятся две новые основные физические величины – ***сила*** и ***масса***. Именно сила, действующая на какое-либо тело, является причиной, заставляющей это тело изменять скорость своего движения. При одинаковой силе, быстрота изменения скорости тела (т. е. его ***ускорение***) обратно пропорциональна массе тела. Таким образом, изучить динамику упругого соударения шаров означает разобраться, какие силы возникают в процессе такого соударения, от чего эти силы зависят, как они меняются со временем, каких максимальных значений достигают и т. п. Главная задача – прочувствовать эти силы.

Упругое соударение – термин, означающий что силы, возникающие в процессе соударения, являются полностью консервативными: полная механическая энергия соударяющихся тел остается неизменной в каждый момент времени, хотя кинетическая энергия тел может переходить (и переходит) в потенциальную энергию их упругого взаимодействия. Важно, что в процессе такого упругого соударения всегда происходят временные, но полностью обратимые деформации формы тел. Именно эти деформации и ответственны за возникающие при этом силы упругого взаимодействия тел. Изучаемые в данной работе соударения небольших стальных шаров являются упругими с очень хорошей точностью (в отличие, скажем, от соударения деревянных шаров). Важным свойством упругих взаимодействий между телами является то, что их сила полностью определяется текущим взаимным положением тел (степенью и характером их деформации в данный момент времени) и не зависит от их текущих скоростей и / или от предыстории их движения.

Шар – классическая форма тела, наиболее часто используемая для изучения самых разнообразных физических явлений. Это связано с тем, что с точки зрения математики, шар – это простейшая геометрическая форма (которая характеризуется только радиусом), для которой практически всегда можно найти точное аналитическое решение физической задачи, причем очень часто это решение выражается в достаточно простой форме. В частности, существует такое точное решение и для задачи соударения упругих шаров, которое будет приведено ниже.

ОСНОВНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

В дальнейшем изложении предполагается наличие знаний о законах Ньютона (включая формулировку второго закона Ньютона в импульсной форме) и владение понятиями импульса и кинетической энергии движущихся тел, законами их сохранения (при необходимости можно повторить эти вопросы по источнику [1]). Главный для данной работы вопрос – вопрос о силах упругого взаимодействия тел.

Сила упругости, закон Гука и модуль Юнга

Из жизни и школьных опытов известно, что под действием силы твердые тела деформируются, и, напротив, деформированное тело стремится восстановить свою форму, создавая восстанавливающую силу в направлении, обратном направлению деформации. Важно при этом, что для относительно небольших деформаций наблюдается пропорциональность между восстанавливающей силой F и деформацией тела Δl:

$$F = -k\Delta l.$$

Это соотношение называется ***законом Гука*** по имени его первооткрывателя, современника Исаака Ньютона, английского физика Роберта Гука (1635–1703).

Коэффициент пропорциональности k, Н/м, называется ***коэффициентом жесткости*** или просто ***жесткостью*** данного деформируемого тела (скажем, пружины) в выбранном направлении деформации. Этот коэффициент зависит как от материала тела, так и от его геометрической формы и размеров. К примеру, для тонкого длинного стержня длиной l и площадью поперечного сечения S, коэффициент жесткости запишется как

$$k = E\frac{S}{l}.$$

где E – ***модуль упругости***, измеряемый в единицах Н/м^2 или Па и определяемый только свойствами материала тела, а не его формой и размерами.

Обычно в приложениях к ***одностороннему*** или ***продольному*** растяжению и сжатию тел модуль упругости E называется ***модулем Юнга***, по имени впервые введшего его в научное обращение Томаса Юнга (1773–1829) – английского физика, врача, астронома и лингвиста-востоковеда, одного из создателей волновой теории света.

Полезно также запомнить, что скорость распространения продольного звука υ в тонком стержне, сделанном из материала с модулем Юнга E и плотностью ρ, выражается простой формулой:

$$\upsilon = \sqrt{E/\rho}$$

Легко убедиться, что для стали (где обычно $\rho = 7870$ кг/м^3 и $\upsilon = 5100$ м/с) эта формула дает значение для модуля Юнга $E = 205 \cdot 10^9$ Па. Это полностью согласуется с прямыми измерениями модуля Юнга – в зависимости от марки стали он обычно лежит в диапазоне от 200 до 210 ГПа.

Коэффициент Пуассона

При изучении соударения шаров (или других тел с большими поперечными размерами) необходимо учитывать упругие свойства тела не только в направлении столкновения, но и в поперечных направлениях.

Из повседневного опыта известно, что относительное продольное растяжение (сжатие) $\Delta l/l$ тела (скажем, резинки или проволоки) всегда сопровождается его относительным поперечным сужением (расширением) $\Delta d/d$, где d – первоначальный поперечный размер тела (скажем, диаметр для проволоки с круглым сечением), а Δd – изменение этого размера после деформации.

Для тела, объем которого остается при любых малых деформациях постоянным, отношение

$$\mu = -\frac{\Delta d}{d} \cdot \frac{l}{\Delta l} \tag{1}$$

всегда остается равным 0,5. Эксперимент показывает, что у реальных тел объем тела при продольном растяжении немного увеличивается, из-за чего μ будет всегда меньше, чем 0,5. Важно, однако, что при этом μ все-же остается постоянным (не зависит от размеров и степени растяжения тела, если растяжение мало), являясь, таким образом, характеристикой материала тела в той же степени, что и модуль Юнга. Коэффициент μ называется коэффициентом Пуассона, по имени впервые введшего его в науку знаменитого французского математика и механика Симеона Дени Пуассона (1781–1840).

Как уже было указано, для несжимаемого тела $\mu = 0,5$. К реальным материалам с близким значением μ относятся резина и каучук. Для абсолютно хрупкого материала μ стремится к нулю (скажем, у бетона $\mu = 0,1$). Для большинства же материалов (в том числе и стали) коэффициент Пуассона близок к 0,3 (для некоторых хрупких марок стали он может понижаться до 0,25).

Сила упругого соударения двух одинаковых шаров

Рассмотрим подробнее, что происходит при соударении шаров. В момент их соприкосновения, оба шара обладают еще полностью сферической формой (см. верхнюю часть рисунка 1) с расстоянием между центрами шаров $2 \cdot R$, где R – это радиус шара (предполагается, что шары одинаковы).

Однако в процессе соударения шары упруго «вминаются» друг в друга (см. нижнюю часть рисунка 1), из-за чего между ними появляется сила отталкивания, которая вначале гасит скорость шаров, а потом заставляет их разлетаться.

Обозначим сближение шаров (отклонение расстояния между их центрами от $2 \cdot R$) в процессе их соударения через x.

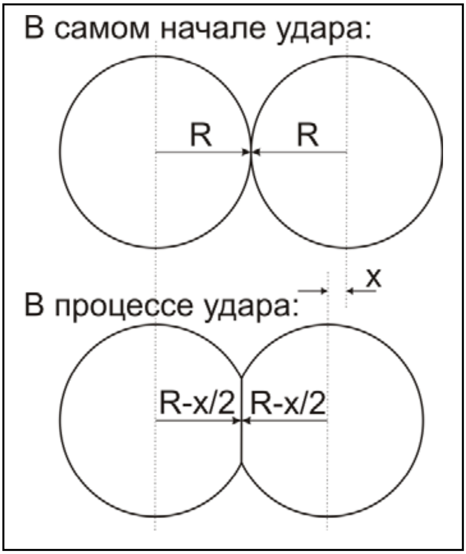

Рисунок 1 – Удар двух одинаковых шаров

Как зависит сила F упругого отталкивания между шарами от x? Если бы рассматривалось соударение стрежней вдоль их оси (так, что площадь соприкосновения стержней в процессе удара остается неизменной), то по закону Гука эта сила была бы пропорциональна x: $F = -kx$, где коэффициент k характеризует упругость стержня.

Ясно, однако, что для соударяющихся шаров модуль силы F должен возрастать с увеличением x быстрее – ведь для шаров с ростом x увеличивается и площадь их соприкосновения (а значит, всё больше точек соударяющихся тел начинают отталкивать друг друга). В самом общем случае (для соударения тел произвольной формы) анализ дает степенную зависимость

$$F\left(x\right) = -\beta x^{n}, \qquad (2)$$

где коэффициенты β и n зависят от геометрии и материалов сталкивающихся тел.

Случай соударения двух шаров впервые детально изучил в 1881–1882 годах Генрих Рудольф Герц (1857–1894) – тот самый, который чуть позже экспериментально доказал существование электромагнитных волн. Учитывая неравномерность распределения давления между шарами по поверхности их соприкосновения (убывающего от максимального значения в центре до нулевого по краям), он показал, что в квазистатическом приближении для них справедливо уравнение (2) с $n = 3/2$. Коэффициент пропорциональности β зависит от радиусов и материалов соударяющихся шаров.

В частном случае соударения двух одинаковых шаров формулы Герца дают

$$n = \frac{3}{2},$$

$$\beta = \frac{E}{3\left(1 - \mu^2\right)} \sqrt{2R}, \tag{3}$$

где R – радиус каждого шара;

E – модуль Юнга материала шаров;

μ – коэффициент Пуассона.

Сначала рассмотрим динамику упругого соударения двух тел в общем случае, считая, что сила отталкивания между соударяющимися телами описывается формулой (2).

Воспользуемся третьим и вторым законами Ньютона, согласно которым сила $F(x)$ действует на оба тела и вызывает ускорение или замедление каждого из них, определяемое уравнениями

$$m \frac{d^2 x_1}{\mathrm{d}t^2} = F(x),$$

$$m \frac{d^2 x_2}{\mathrm{d}t^2} = -F(x),$$

где m – масса каждого тела (рассматривается случай соударения двух одинаковых тел);

x_1 и x_2 – смещения первого и второго тела от состояния, соответствующего моменту их первого контакта.

Отсюда уравнение для смещения $x = x_1 - x_2$ запишется как

$$\frac{d^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{2}{m}F(x).$$

Выразив ускорение смещения тел в виде:

$$\frac{d^2x}{\mathrm{d}t^2} = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}x}\cdot\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}\upsilon}{\mathrm{d}x}\upsilon = \frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}\upsilon^2}{\mathrm{d}x},$$

где υ – относительная скорость шаров,
мы найдем зависимость этой скорости от сближения x:

$$\upsilon^2 - \upsilon_0^2 = \frac{4}{m}\int_0^x F(x)\,\mathrm{d}x = -\frac{4}{m}\cdot\beta\int_0^x x^n\,\mathrm{d}x = -\frac{4\beta}{(n+1)m}x^{n+1}, \qquad (4)$$

где υ_0 – относительная скорость шаров в момент начала соударения.

В момент наибольшего сближения шаров мы имеем $x = x_{\max}$ и $\upsilon = 0$, откуда:

$$x_{\max} = \left(m\upsilon_0^2\cdot\frac{n+1}{4\beta}\right)^{1/(n+1)}. \qquad (5а)$$

Соответствующее наибольшее значение ударной силы составляет:

$$F_{\max} = \beta\left(x_{\max}\right)^n = \beta^{1/(n+1)}\left(m\upsilon_0^2\cdot\frac{n+1}{4}\right)^{n/(n+1)}. \qquad (5б)$$

Продолжительность соударения можно найти при помощи интегрирования по времени уравнения (4), которое с учетом, что $\upsilon = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t$, можно переписать в виде:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \sqrt{\upsilon_0^2 - \frac{4\beta}{(n+1)m}x^{n+1}}.$$

Отсюда следует (в предположении абсолютно упругого удара, для которого продолжительность этапа сближения тел равна продолжительности этапа их расхождения):

$$\tau = 2\int_0^{x\,\max} \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{\upsilon_0^2 - \frac{4\beta}{(n+1)m}x^{n+1}}}.$$

После замены переменных $y = x/x_{\max}$ (а значит и $\mathrm{d}x = x_{\max}\mathrm{d}y$) мы можем записать время соударения в виде

$$\tau = 2\frac{x_{\max}}{\upsilon_0}\cdot\int_0^1 \frac{\mathrm{d}y}{\sqrt{1-y^{n+1}}} = 2\frac{x_{\max}}{\upsilon_0}\mathrm{K}_n, \tag{6}$$

где коэффициент K_n обозначает интеграл

$$\mathrm{K}_n = \int_0^1 \frac{\mathrm{d}y}{\sqrt{1-y^{n+1}}} = \frac{\sqrt{\pi}\,\Gamma\left(\frac{n+2}{n+1}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+3}{2(n+1)}\right)},$$

значение которого может быть выражено через так называемую **Гамма-функцию $\Gamma(z)$**. Это важная специальная функция, частным случаем которой является факториал $\Gamma(k + 1) = k!$, если k – целое число.

Для закона Гука ($n = 1$) $\mathrm{K}_1 = \pi/2 = 1{,}57080$, а для формулы Герца ($n = 3/2$) $\mathrm{K}_{3/2} = 1{,}47164$.

Подставляя в уравнение (6) выражение (5а), окончательно найдем, что время соударения:

$$\tau = 2\mathrm{K}_n\left(\frac{n+1}{4}\right)^{1/(n+1)}\left(\frac{m}{\beta}\right)^{1/(n+1)}\upsilon_0^{(1-n)/(n+1)}. \tag{7}$$

Таким образом, видно, что характер зависимости продолжительности τ соударения двух тел от скорости υ_0 их столкновения определяется исключительно показателем n в силе отталкивания (2). Если сила отталкивания между телами определяется законом Гука (скажем, при столкновении двух поездов с амортизирующими пружинами), то

$$\tau = \pi\sqrt{\frac{m}{2\beta}},$$

т. е. продолжительность соударения не зависит от скорости соударения. Это согласуется с тем, что период колебаний пружины не зависит от амплитуды ее колебаний (из-за чего пружинные маятники часто и используются в механических часах).

Динамика и время соударения двух одинаковых шаров

Рассмотрим более внимательно динамику столкновения двух одинаковых шаров, изучаемую в данной лабораторной работе. Для них $n = 3/2$ и, следовательно, мы получим

$$\tau \approx 2,438838\left(\frac{m}{\beta}\right)^{2/5} \upsilon_0^{-1/5},$$

т. е. продолжительность соударения должна медленно уменьшаться с увеличением относительной скорости столкновения шаров υ_0.

Отсюда найдем

$$\beta \approx 9,288748\frac{m}{\sqrt{\tau^5\upsilon_0}}. \tag{8}$$

Зная теперь коэффициент β, найдем из формулы (3) модуль Юнга материала шаров:

$$E = \frac{3\left(1-\mu^2\right)}{\sqrt{2R}}\beta. \tag{9}$$

Формула (5а) для максимального сближения упростится в случае двух одинаковых шаров до вида:

$$x_{\max} = 0,339758\,\upsilon_0\,\tau. \tag{10}$$

Наконец, наибольшее значение ударной силы, вычисляемой по формуле (5б), упростится до вида

$$F_{\max} = 1,839547 m\,\upsilon_0 / \tau. \tag{11}$$

Средняя сила упругого соударения двух тел

Средняя сила упругого соударения двух тел может быть оценена даже без знания точной зависимости силы от степени сближения тел. Действительно, возьмем второй закон Ньютона в импульсной форме

$$F = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$$

и проинтегрируем его по продолжительности соударения τ.

Получим:

$$\langle F \rangle = \left(p_2 - p_1\right) / \tau \tag{12}$$

где $\langle F \rangle$ – средняя сила, действующая в процессе удара на второй (вначале неподвижный) шар;

p_1 и p_2 – импульсы второго шара до и после соударения.

В предположении, что удар является абсолютно упругим и центральным, а массы шаров одинаковы, можно показать, что импульс первого шара полностью переходит ко второму шару, так что $p_1 = 0$ и $p_2 = m\upsilon_0$.

Окончательно получаем

$$\langle F \rangle = m\upsilon_0 / \tau.$$

Сравнивая это выражение с формулой (11), получим, что максимальная сила соударения шаров (возникающая в момент максимального их сближения) примерно в 1,84 раза превышает среднюю силу удара.

Масса шаров

Масса каждого шара вычисляется по формуле

$$m = \rho V, \tag{13}$$

где плотность материала шаров берется из таблиц [5], а объем шаров находится по их радиусу:

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3. \qquad (14)$$

Радиус шаров измеряется штангенциркулем (важно убедиться, что радиусы двух шаров равны).

Скорость соударения шаров

Определим скорость υ_0 соударения шаров. Для этого воспользуемся законом сохранения энергии. Первоначально первый шар отклоняется от вертикального положения на угол α, в результате чего он приобретает потенциальную энергию $U = mgh$, где h – высота, на которую поднимается этот шар при отклонении (см. рисунок 2).

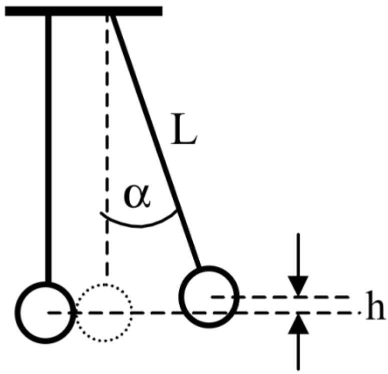

Рисунок 2 – Подъем шара при отклонении

После отпускания шара, он начинает двигаться, и его потенциальная энергия постепенно переходит в кинетическую. К моменту столкновения шаров вся потенциальная энергия U первого шара перейдет в кинетическую энергию $T = m\upsilon_0^2 / 2$. Отсюда

$$\upsilon_0 = \sqrt{2gh}.$$

Из рисунка 2 видно, что $\cos(\alpha) = (L - h)/L$, где L – расстояние от точки крепления до центра шара.

Отсюда

$$h = 2L\sin^2\left(\alpha / 2\right),$$

и значит скорость шаров будет равна

$$\upsilon_0 = 2\sqrt{gL}\sin\frac{\alpha}{2}. \qquad (15)$$

Измерение времени соударения шаров

Время соударения стальных шаров легко измерить при помощи простой электрической цепи и электронного частотомера-хронометра (ЧХ), как указано на рисунке 3, *а*.

В процессе соударения шары замыкают электрическую цепь, состоящую из последовательно включенных источника тока и ЧХ. До тех пор, пока шары находятся в контакте, по цепи проходит ток. Длительность такого импульса тока измеряется с помощью ЧХ. При этом реальный импульс тока (имеющий обычно достаточно сложную форму) преобразовывается внутри ЧХ в импульс прямоугольной формы, длительность которого и принимается за время соударения шаров (см. рисунок 3, *б*).

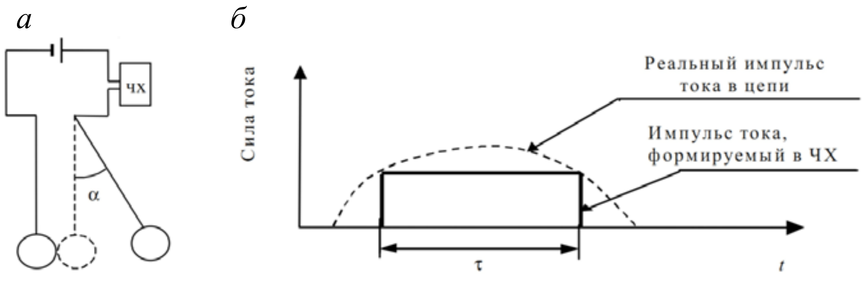

Рисунок 3 – Измерение времени соударения шаров при помощи частомера-хронометра

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. С помощью линейки измерьте расстояние L от точки подвеса до центра шара. В процессе измерения линейка должна располагаться параллельно нити подвеса. В качестве погрешности измерения ΔL используйте приборную погрешность вашей линейки (половина деления – обычно это 0,5 мм). Запишите окончательный результат измерения в форме $L \pm \Delta L$.

2. С помощью штангенциркуля измерьте диаметр D шаров. Измерения диаметра проведите не менее двух раз для каждого шара, вдоль разных осей шаров. Полученные данные занесите в таблицу 1.

Таблица 1 – Результаты измерений

№ п/п	D, 10^{-3} м	ΔD, 10^{-3} м	$\Delta D_{пр}$, 10^{-3} м	$\Delta D_{полн}$, 10^{-3} м
1				
2				
3				
4				
среднее	$\bar{D} =$	$\Delta\bar{D} =$		

Найдите средний диаметр шаров $\bar{D}$, случайную погрешность для каждого измерения ΔD и среднюю случайную погрешность $\Delta\bar{D}$. После этого по формуле $\Delta D_{полн} = \sqrt{\Delta\bar{D}^2 + \Delta D_{пр}^2}$ где $\Delta D_{пр}$ – приборная погрешность штангенциркуля (обычно равная 0,05 мм), рассчитайте полную погрешность прямых измерений диаметра. Запишите окончательный результат измерения в форме $D = \bar{D} \pm \Delta D_{полн}$.

3. Разделите найденный средний диаметр и его погрешность на два (обоснуйте, почему ошибка тоже делится), чтобы получить соответствующие величины для радиуса шаров. Запишите окончательный результат в форме $R = \bar{R} \pm \Delta R$.

4. По формулам (13)–(14) найдите массу шаров m. Плотность стали ρ = 7870±50 кг/м^3. Выведите из формул (13)–(14) выражения для относительной и абсолютной погрешностей косвенных измерений массы:

$$\varepsilon_m \equiv \frac{\Delta m}{m} = \frac{\Delta\rho}{\rho} + 3\frac{\Delta R}{R};$$

$$\Delta m = m\,\varepsilon_m.$$

Учтите, что это выражение для ε_m верно только при использовании достаточно точного значения числа π (воспользуйтесь инженерным калькулятором или выведите и используйте формулу с учетом погрешности используемого вами приближенного значения π). Запишите окончательный результат в форме $m \pm \Delta m$ с указанием также и относительной точности ε_m в процентах.

5. Подготовьте к работе ЧХ. Для этого проверьте положение переключателей:

- переключатель «Род работ» должен находиться в положении «τ»;
- переключатель «Время отсчета» – в положении «1»;
- переключатель «УПТ» – в положении «1/1»;
- переключатель «Метки времени» – в положении «1»;
- переключатель режима работы – в положении «ручн. внешн.».

Включите ЧХ (выключатель – в правом верхнем углу) и дайте ему прогреться 3–5 мин.

6. Отведите правый шар на угол $\alpha = 10^{\circ}$. *Примечание: значения углов в таблице 2 – это рекомендуемые величины; уточните у преподавателя, какие значения углов следует взять вам*. Отпустите шар, стараясь, чтобы произошел центральный удар. После столкновения запишите показания ЧХ в таблицу 2. Обратите внимание, что время столкновения τ отображается на ЧХ в микросекундах (1 мкс = 10^{-6} с). Опыт повторите не менее десяти раз. В таблицу 2 следует занести только три значения времени столкновения – те, что встречаются в вашей серии чаще всего и чьи величины незначительно отличаются друг от друга. Это позволит избежать грубых ошибок, возникающих из-за нецентральности удара. Перед каждым опытом очищайте табло ЧХ нажатием кнопки «сброс», которая находится под переключателем «ручн. внешн.».

Выполните аналогичные измерения для углов α, равных 20, 30 и 40°. Окончательно заполните таблицу 2, рассчитав также средние значения времен соударения шаров $\overline{\tau}$ для всех углов, и среднюю случайную погрешность $\Delta\overline{\tau}$ для случая $\alpha = 10^{\circ}$.

Таблица 2 – Результаты измерений

№ п/п	$\alpha = 10^{o}$		$\alpha = 20^{o}$	$\alpha = 30^{o}$	$\alpha = 40^{o}$
	τ, 10^{-6}с	$\Delta\tau$, 10^{-6}с	τ, 10^{-6}с	τ, 10^{-6}с	τ, 10^{-6}с
1					
2					
3					
среднее	$\overline{\tau} =$	$\Delta\overline{\tau} =$	$\overline{\tau} =$	$\overline{\tau} =$	$\overline{\tau} =$

7. Перенесите найденные средние значения времён соударения шаров $\overline{\tau}$ для всех углов в таблицу 3.

Таблица 3 – окончательные результаты измерений

№ п/п	α	$\overline{\tau}$, 10^{-6}с	υ_0, м/с	$F_{\max}$, Н	$x_{\max}$, 10^{-6}м	β, 10^{10}кг/(м$^{1/2}$с^{2})	$\Delta\beta$, 10^{10}кг/(м$^{1/2}$с^{2})
1	10^{o}						
2	20^{o}						
3	30^{o}						
4	40^{o}						
среднее	–					$\overline{\beta} =$	$\Delta\overline{\beta} =$

8. По формуле (15) вычислите для каждого угла отклонения α значение скорости шара υ_0 в момент удара. Учитывайте, что ускорение свободного падения в г. Минске равно 9,81347±0,00001 м/с^2. Занесите вычисленные значения скорости соударения в таблицу 3.

Определите относительную и абсолютную погрешность косвенного измерения скорости соударения υ_0 для угла отклонения $\alpha = 10^{o}$ по формулам

$$\varepsilon_v = \frac{1}{2}\left(\Delta\alpha \cdot \mathrm{ctg}\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{\Delta g}{g} + \frac{\Delta L}{L}\right),$$

$$\Delta\upsilon = \upsilon_0\, \varepsilon_\upsilon,$$

которые нужно уметь вывести из формулы (15). Считайте, что угол отклонения известен с точностью $\Delta\alpha = 2^{o}$ (не забудьте перевести этот угол в радианы!).

9. По формуле (11) вычислите для каждого угла отклонения α значение максимальной силы удара $F_{\max}$. Занесите вычисленные

значения силы в таблицу 3. Определите относительную и абсолютную погрешность косвенного измерения максимальной силы удара F_{max} для угла отклонения $\alpha = 10^o$ по формулам, которые нужно уметь вывести из формулы (11).

10. По формуле (10) вычислите для каждого угла отклонения α значение максимального сближения шаров x_{max}. Занесите вычисленные значения в таблицу 3. Определите относительную и абсолютную погрешность косвенного измерения x_{max} для угла отклонения $\alpha = 10^o$ по формулам, которые нужно уметь вывести из формулы (10).

11. По формуле (8) вычислите для каждого угла отклонения α значение коэффициента упругости шаров β. Занесите вычисленные значения в таблицу 3. Найдите среднее значение $\overline{\beta}$, случайную погрешность для каждого измерения $\Delta\beta$, и среднюю случайную погрешность $\Delta\overline{\beta}$.

12. По формуле (9) вычислите для найденного выше среднего значения $\overline{\beta}$ модуль Юнга E. Считайте, что коэффициент Пуассона μ равен 0,3. Пренебрегая погрешностью в значении μ, определите относительную и абсолютную погрешность косвенного измерения модуля Юнга по формулам

$$\varepsilon_E = \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta\beta}{\beta} + \frac{1}{2}\frac{\Delta R}{R},$$

$$\Delta E = E\,\varepsilon_E,$$

которые нужно уметь вывести из формулы (9).

Запишите окончательный результат в форме $E \pm \Delta E$ с указанием также и относительной точности ε_E в процентах. Сравните полученный результат с табличными данными (от 200 до 210 ГПа, где 1 ГПа = 10^9 Па).

13. Согласно формуле (7), зависимость $\log(\tau)$ от $\log(\upsilon_0)$ будет прямой линией, наклон которой определяется исключительно показателем степени n из формулы (2). Используя полученные вами значения τ и υ_0 для различных углов отклонения α, постройте на мил-

лиметровке вышеуказанную линейную зависимость и оцените экспериментально получаемое значение для n. Сравните его с теоретическим значением $n = 3/2$.

14. Сделайте выводы. В частности, проанализируйте, как можно увеличить точность измерения модуля Юнга данным методом?

Учебное издание

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ УПРУГОГО СОУДАРЕНИЯ ШАРОВ

Методические указания
к выполнению лабораторной работы № 124
для студентов технических специальностей

С о с т а в и т е л и:
МИНГАЛЕЕВ Сергей Федорович
КАЧАН Светлана Михайловна

Редактор *Т. А. Зезюльчик*
Компьютерная верстка *А. Г. Занкевич*

Подписано в печать 25.11.2013. Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 1,28. Уч.-изд. л. 1,00. Тираж 100. Заказ 1416.
Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.