



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**

**Белорусский национальный  
технический университет**

---

---

**Кафедра «Теория механизмов и машин»**

**П. П. Анципорович  
В. К. Акулич  
Е. М. Дубовская**

**ДИНАМИКА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ  
В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ  
ДВИЖЕНИЯ**

*Методическое пособие*

**Минск  
БНТУ  
2013**

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ**  
**Белорусский национальный технический университет**

---

**Кафедра «Теория механизмов и машин»**

**П. П. Анципорович**

**В. К. Акулич**

**Е. М. Дубовская**

**ДИНАМИКА МАШИН И МЕХАНИЗМОВ  
В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ  
ДВИЖЕНИЯ**

**Методическое пособие  
по курсовому проектированию по дисциплине  
«Теория механизмов, машин и манипуляторов»**

**Минск  
БНТУ  
2013**

621.8

УДК 621.01(075.4)

ББК 34.41я7

А74

Рецензенты:

*В. М. Сурин, А. М. Тареев*

**Анципорович, П. П.**

А74 Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения : методическое пособие по курсовому проектированию по дисциплине «Теория механизмов, машин и манипуляторов» / П. П. Анципорович, В. К. Акулич, Е. М. Дубовская. – Минск : БНТУ, 2013. – 44 с.

ISBN 978-985-550-310-2.

В пособии рассматриваются основные задачи динамического исследования машин и механизмов в установившемся режиме движения, решаемые при выполнении курсового проекта по теории механизмов, машин и манипуляторов студентами инженерно-технических специальностей вузов. Вся методика основана на использовании аналитических методов. Большое внимание уделяется математической алгоритмизации решаемых задач с целью их последующего программирования.

УДК 621.01(075.4)

ББК 34.41я7

ISBN 978-985-550-310-2

© Анципорович П. П., Акулич В. К.,  
Дубовская Е. М., 2013

© Белорусский национальный  
технический университет, 2013

# Содержание

Введение .....	4
1. Исследование динамики машинного агрегата.....	5
1.1. Задачи исследования. Динамическая модель машинного агрегата и ее характеристики. Блок-схема исследования динамики машинного агрегата.....	5
1.2. Определение динамических характеристик и закона вращения звена приведения.....	9
1.2.1. Определение кинематических характеристик рычажных механизмов.....	9
1.2.2. Определение приведенных моментов сил сопротивления и движущих сил.....	18
1.2.3. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции $I_{II}''$ .....	22
1.2.4. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции $I_{II}'$ и момента инерции маховика $I_M$ .....	23
1.2.5. Определение закона вращения звена приведения.....	25
1.2.6. Схема алгоритма программы исследования динамической нагруженности машинного агрегата .....	26
2. Динамический анализ рычажных механизмов.....	31
2.1. Задачи динамического анализа рычажных механизмов.....	31
2.2. Кинематический анализ.....	31
2.3. Силовой расчет.....	33
Литература.....	41
Приложения.....	42

## Введение

Современная инженерная практика требует решения задач, связанных с оценкой материалоемкости и энергопотребления проектируемых машин, технологического оборудования и средств автоматизации, с расчетом их деталей на прочность. В связи с этим интенсификация учебного процесса в вузе нацеливает на развитие у студентов навыков использования полученных знаний для решения указанных задач в процессе самостоятельной работы, в частности при выполнении курсового проекта по теории механизмов и машин.

Решение задач по оценке материалоемкости и энергопотребления машин, их динамической нагруженности наиболее важно на стадии выбора и обоснования той или иной схемы машины. Такая оценка динамических свойств включает в себя обоснование и составление динамической модели (расчетной схемы) машины с учетом механических характеристик двигателя и выполняемого ею процесса, математическое моделирование и проведение численного исследования с помощью ЭВМ.

На начальном этапе проектирования динамическую нагруженность машины в целом оценивают неравномерностью вращения главного приводного вала (звена приведения) и коэффициентом динамичности. Динамическая же нагруженность передаточных и исполнительных механизмов машины, определяемая величиной и направлением реакций в кинематических парах, может быть установлена только после определения действительных скоростей и ускорений их звеньев, зависящих от закона движения звена приведения (обобщенных скоростей и ускорений). Использование ЭВМ в данном случае не только значительно повышает производительность счетных работ, но и позволяет на основе численной информации выявить и оценить взаимосвязь параметров технологического процесса (его механических характеристик) с типом исполнительного механизма, используемого в конкретной машине, длиной кинематической цепи привода, величиной и распределением масс подвижных звеньев.

Наиболее эффективно использование ЭВМ в диалоговом режиме с выводом промежуточных и конечных результатов в виде графиче-

ской информации на экран дисплея. При этом пользователю будет необходимо творчески осмысливать свои решения и действия.

Графическая и численная информация, получаемая с помощью ЭВМ, может быть использована как в учебных целях для освоения методов теории механизмов и машин, так и в решении инженерных задач по совершенствованию схем механизмов и машин. В частности, к числу таких задач можно отнести следующие:

- 1) освоение методики количественной оценки динамических характеристик и динамической нагруженности машины, методов ее снижения;
- 2) установление количественной взаимосвязи динамических характеристик и динамической нагруженности с материалоемкостью и энергопотреблением машины, с износом в кинематических парах, с погрешностью позиционирования рабочего органа, с кинематическими и динамическими ошибками;
- 3) количественная и качественная оценка влияния характеристик приводного двигателя, масс звеньев и длины кинематической цепи привода на выходные параметры процесса, выполняемого машиной.

Данное пособие посвящено исследованию динамики машинного агрегата в установившемся режиме движения, который является основным режимом работы для большинства технологических машин.

## **1. ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ МАШИННОГО АГРЕГАТА**

### **1.1. Задачи исследования. Динамическая модель машинного агрегата и ее характеристики. Блок-схема исследования динамики машинного агрегата**

Задачами исследования динамики машинного агрегата являются:

- 1) оценка динамической нагруженности машины в целом;
- 2) оценка динамической нагруженности отдельных механизмов, входящих в состав машины.

Оценка динамической нагруженности машины включает определение уровня неравномерности вращения главного вала проектируемой машины и приведение его в соответствие с заданным коэф-

фициентом неравномерности вращения (динамический синтез машины по заданному коэффициенту неравномерности движения), а также определение закона вращения главного вала машины после достижения заданной неравномерности вращения (динамический анализ машины). Параметром, характеризующим динамическую нагруженность машины, является коэффициент динамичности.

Динамическая нагруженность отдельных механизмов машины оценивается величиной и направлением реактивных сил и моментов сил в кинематических парах (динамический анализ механизмов). Поскольку при определении реактивных нагрузок используется кинетостатический метод расчета, то динамический анализ механизмов включает последовательное выполнение кинематического анализа, а затем кинетостатического силового расчета.

Блок-схема машинного агрегата показана на рис. 1.1.

В движении входного звена исполнительного рычажного механизма имеют место колебания угловой скорости, основными причинами которых являются:

- 1) несовпадение законов изменения сил сопротивления и движущих сил в каждый момент времени;
- 2) непостоянство приведенного момента инерции звеньев исполнительного и некоторых вспомогательных механизмов.



Рис. 1.1

Чтобы учесть влияние названных причин на закон движения входного звена исполнительного механизма, составляется упрощенная динамическая модель машинного агрегата и на ее основе – математическая модель, устанавливающая функциональную взаимосвязь исследуемых параметров.

Наиболее простой динамической моделью машинного агрегата может быть одномассовая модель, представленная на рис.1.2.

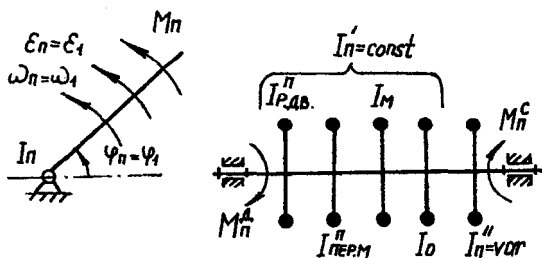


Рис. 1.2

В качестве такой модели рассматривается условное вращающееся звено – звено приведения, которое имеет момент инерции  $I_{\Pi}$  относительно оси вращения (приведенный момент инерции) и находится под действием момента сил  $M_{\Pi}$  (приведенного момента сил). В свою очередь,  $M_{\Pi} = M_{\Pi}^D + M_{\Pi}^C$ , где  $M_{\Pi}^D$  – приведенный момент движущих сил;  $M_{\Pi}^C$  – приведенный момент сил сопротивления. Кроме того,  $I_{\Pi} = I_{\Pi}^I + I_{\Pi}^{II}$  где  $I_{\Pi}^I$  – постоянная составляющая приведенного момента инерции;  $I_{\Pi}^{II}$  – переменная составляющая приведенного момента инерции. В величину  $I_{\Pi}^I$  входят собственный момент инерции кривошипа ( $I_0$ ), приведенные моменты инерции ротора электродвигателя и передаточного механизма ( $I_{Р.ДВ.}^n, I_{ПЕР.М}^n$ ), а также момент инерции  $I_M$  добавочной массы (маховика), причем необходимость установки маховика определяется на основании заданной степени неравномерности движения звена приведения.

Динамические характеристики  $M_{\Pi}$  и  $I_{\Pi}$  должны быть такими, чтобы закон вращения звена приведения был таким же, как и у главного вала машины (кривошипа 1 основного исполнительного рычажного механизма) т.е.  $\varphi_{\Pi} = \varphi_1, \omega_{\Pi} = \omega_1, \varepsilon_{\Pi} = \varepsilon_1$ .

Блок-схема исследования динамики машинного агрегата показана на рис.1.3.



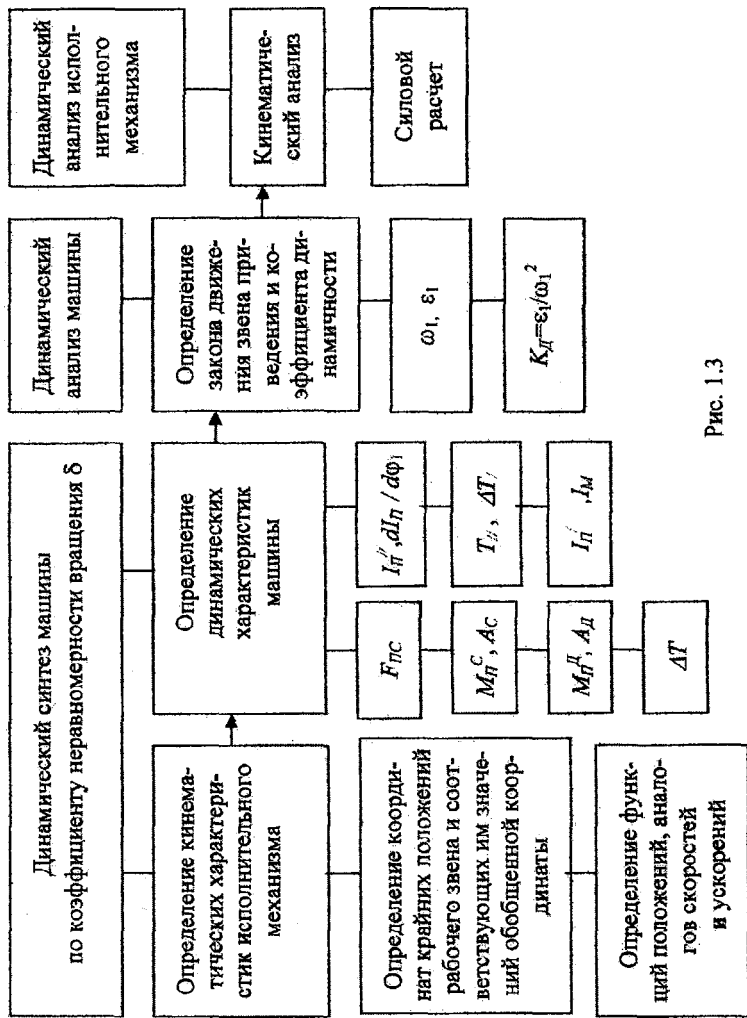


Рис. 1.3

Из схемы видно, что в исследовании можно выделить следующие этапы:

1. Исследование динамики машины:

1.1. Определение кинематических характеристик исполнительного механизма, которое включает нахождение крайних положений рабочего органа и соответствующих ему значений обобщенных координат, вычисление функций положений, аналогов скоростей и ускорений для ряда последовательных положений за 1 цикл движения.

1.2. Определение динамических характеристик звена приведения:

а) приведенных моментов сил полезного сопротивления и движущих сил;

б) приведенного момента инерции ( $I_{II} = I'_{II} + I''_{II}$ ) и его производной.

1.3. Определение закона вращения звена приведения и оценка динамической нагруженности по коэффициенту динамичности.

2. Динамический анализ исполнительного механизма:

2.1. Кинематический анализ, включающий определение скоростей и ускорений точек и звеньев с учетом полученного закона вращения звена приведения.

2.2. Силовой расчет, целью которого является определение реакций в кинематических парах и уравновешивающего момента.

## **1.2. Определение динамических характеристик и закона вращения звена приведения**

### **1.2.1. Определение кинематических характеристик рычажных механизмов**

При решении задач динамики машины необходимо знать кинематические характеристики механизмов машины, зависящие от обобщенной координаты  $\varphi_1$ . Такими характеристиками являются функции положений точек и звеньев, передаточные функции (аналоги скоростей) и их производные (аналоги ускорений). Определить их можно либо графически (построением планов положений, аналогов скоростей и ускорений), либо аналитически. Во втором случае

целесообразно использовать метод замкнутых векторных контуров [2].

Ниже рассмотрены примеры аналитического решения указанных задач для простейших рычажных механизмов.

### Шарнирный четырехзвенник (рис. 1.4)

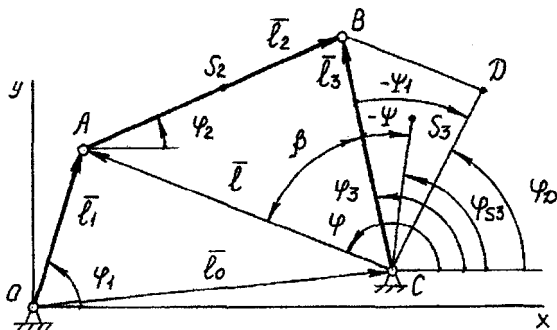


Рис. 1.4

$$l_1 = l_{OA}, \quad l_2 = l_{AB}, \quad l_3 = l_{CB}, \quad l_4 = l_{CD},$$

$$l_5 = l_{AS_2}, \quad l_6 = l_{CS_3}, \quad l_7 = l_{BD}, \quad l_0 = l_{OC}.$$

За положительное направление отсчета углов примем направление против часовой стрелки.

Звенья механизма представляются как замкнутый векторный контур. Для него составляется уравнение замкнутости в виде проекций на оси координат:

$$l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2 - l_3 \cos \varphi_3 = x_C; \quad (1.1)$$

$$l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2 - l_3 \sin \varphi_3 = y_C. \quad (1.2)$$

Решив систему уравнений (1.1) и (1.2), можно было бы определить углы  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$ . Однако решение можно получить проще, введя в рассмотрение дополнительный вектор  $\bar{l} = \bar{l}_{CA}$ , равный

$$l = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2},$$

где  $x_A = l_1 \cos \varphi_1$ ,  $y_A = l_1 \sin \varphi_1$ .

Угол  $\varphi$  наклона вектора  $\vec{l}$  определяется из выражений:

$$\cos \varphi = \frac{x_A - x_C}{l}; \quad \sin \varphi = \frac{y_A - y_C}{l}.$$

Угол  $\beta$  между векторами  $\vec{l}$  и  $\vec{l}_3$  на основании теоремы косинусов определяется как

$$\cos \beta = \frac{l_3^2 + l^2 - l_2^2}{2l_3 l}; \quad \sin \beta = a \sqrt{1 - \cos^2 \beta},$$

где  $a$  – признак сборки шарнирного четырехзвенника:

$a = +1$ , если обход контура  $ABC$  совершается по часовой стрелке;

$a = -1$ , если обход контура  $ABC$  происходит против часовой стрелки.

Тогда

$$\varphi_3 = \varphi - \beta.$$

Координаты точки  $B$

$$x_B = x_C + l_3 \cos \varphi_3; \quad y_B = y_C + l_3 \sin \varphi_3.$$

Угол  $\varphi_2$  определяется из выражений

$$\cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}; \quad \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

Координаты точки  $S_2$

$$x_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + l_5 \cos \varphi_2; \quad y_{S_2} = l_1 \sin \varphi_1 + l_5 \sin \varphi_2. \quad (1.3)$$

Аналогично определяются координаты точек  $S_3$  и  $D$ .

После дифференцирования уравнения (1.1) по обобщенной координате  $\varphi_1$  получим

$$-l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21} \sin \varphi_2 + l_3 i_{31} \sin \varphi_3 = 0, \quad (1.4)$$

где  $i_{21} = \frac{d\varphi_2}{d\varphi_1}$ ;  $i_{31} = \frac{d\varphi_3}{d\varphi_1}$  - аналоги угловых скоростей (передаточные функции) звеньев 2 и 3. После поворота осей координат на угол  $\varphi_3$  из (1.4) получим

$$i_{21} = -\frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_3)}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)},$$

а после поворота осей координат на угол  $\varphi_2$  получим

$$i_{31} = \frac{l_1 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}.$$

Дифференцируя уравнения (1.3) по  $\varphi_1$ , получим проекции аналога скорости точки  $S_2$ :

$$x'_{S_2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21} l_5 \sin \varphi_2; \quad (1.5)$$

$$y'_{S_2} = l_1 \cos \varphi_1 + i_{21} l_5 \cos \varphi_2. \quad (1.6)$$

Подобным образом определяются аналоги скоростей точек  $S_3$  и  $D$ .

Для получения аналогов ускорений (производных передаточных функций)  $i'_{21} = \frac{d^2\varphi_2}{d\varphi_1^2}$  и  $i'_{31} = \frac{d^2\varphi_3}{d\varphi_1^2}$  выражение (1.4) продифференцируем по  $\varphi_1$  и последовательно повернем оси координат на углы  $\varphi_3$  и  $\varphi_2$ .

Тогда получим

$$i'_{21} = \frac{-l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - l_2 i_{21}^2 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + l_3 i_{31}^2}{l_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)};$$

$$i'_{31} = \frac{l_1 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + l_2 i_{21}^2 - l_3 i_{31}^2 \cos(\varphi_3 - \varphi_2)}{l_3 \sin(\varphi_3 - \varphi_2)}.$$

Проекция аналога ускорения точки  $S_2$  получим после дифференцирования (1.5) и (1.6) по  $\varphi_1$ :

$$x''_{S_2} = -l_1 \cos \varphi_1 - i'_{21} l_5 \cos \varphi_2 - i'_{21} l_5 \sin \varphi_2;$$

$$y''_{S_2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i'_{21} l_5 \sin \varphi_2 + i'_{21} l_5 \cos \varphi_2.$$

Подобным образом определяются аналоги ускорений точек  $S_3$  и  $D$ .

### Кривошипно-ползунные механизмы

Рассмотрим схемы механизмов с горизонтальным (рис. 1.5, а, б) и с вертикальным (рис. 1.5, в, г) движением ползуна.

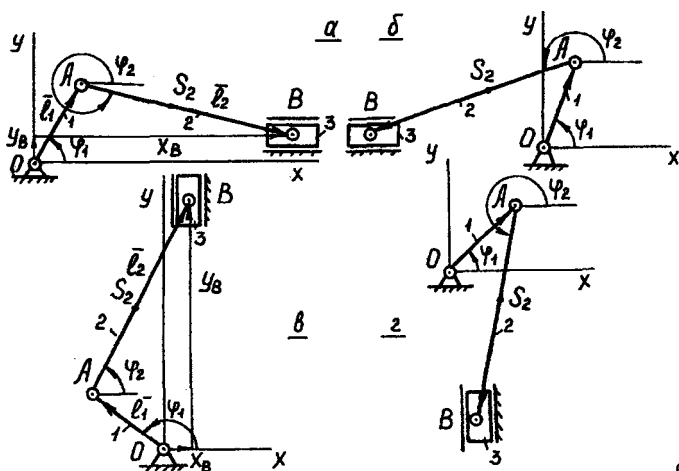


Рис. 1.5

$$l_1 = l_{OA}, \quad l_2 = l_{AB}, \quad l_3 = l_{AS_2}.$$

Для горизонтальных механизмов выражения кинематических характеристик получаем следующим образом.

Координаты точки  $A$

$$x_A = l_1 \cos \varphi_1; \quad y_A = l_1 \sin \varphi_1.$$

Тогда координата точки  $B$

$$x_B = x_A + a \sqrt{l_2^2 - (y_B - y_A)^2},$$

где  $a$  – признак сборки механизма:

$a = +1$ , если ползун расположен справа от начала координат;

$a = -1$ , если ползун расположен слева от начала координат.

Перемещение ползуна, отсчитываемое от крайнего положения равно

$$S_B = |x_{BMAX}| - |x_B|.$$

Координата  $x_{BMAX}$  точки  $B$  равна

$$x_{BMAX} = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - y_B^2}.$$

Угол  $\varphi_2$  определяется из выражений

$$\cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}; \quad \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

Уравнения замкнутости векторного контура в проекциях имеют вид

$$x_B = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2; \tag{1.7}$$

$$0 = -y_B + l_1 \sin \varphi_1 + l_2 \sin \varphi_2. \tag{1.8}$$

После дифференцирования (1.7) и (1.8) по  $\varphi_1$  и преобразований получим

$$i_{31} = x'_B = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21} \sin \varphi_2; \quad (1.9)$$

$$0 = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21} \cos \varphi_2, \quad (1.10)$$

откуда

$$i_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2}. \quad (1.11)$$

Подставляя (1.11) в (1.9), получим значение  $i_{31}$ . Аналогии ускорений  $i'_{31} = \frac{d^2 x_B}{d\varphi_1^2}$  и  $i'_{21} = \frac{d^2 \varphi_2}{d\varphi_1^2}$  получим после дифференцирования (1.9) и (1.10) по  $\varphi_1$  и преобразований:

$$i'_{21} = \frac{l_1 \sin \varphi_1 + l_2 i_{21}^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2};$$

$$i'_{31} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_2 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_2 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

Кинематические характеристики точки  $S_2$  имеют вид, аналогичный выражениям (1.3) для шарнирного четырехзвенника.

Как правило, требуется определять кинематические характеристики для ряда последовательных положений механизма, например, через  $30^\circ$  по углу поворота кривошипа. Предварительно определяется значение начальной обобщенной координаты  $\varphi_0$ , соответствующей наиболее удаленному крайнему положению ползуна. Так, для схемы (рис. 1.6) получим

$$\varphi_0 = \arcsin \frac{y_B}{l_1 + l_2}$$



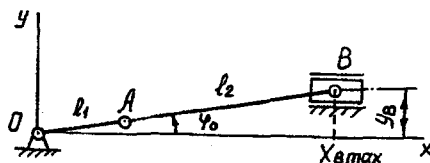


Рис. 1.6

Начальное положение считается первым.

Текущее значение обобщенной координаты  $\varphi_1$  для  $i$ -го положения равно

$$\varphi_{1i} = \varphi_0 + (i-1)\Delta\varphi_1,$$

где  $\Delta\varphi_1 = \pm \frac{360}{n}$  (град) – шаг изменения обобщенной координаты;

знак “плюс” соответствует вращению кривошипа против часовой стрелки;

знак “минус” – вращению кривошипа по часовой стрелке;

$n$  – число интервалов деления 1 оборота кривошипа.

При делении через  $30^\circ$

$$\Delta\varphi_1 = 360/12 = 30 \text{ град.}$$

Алгоритм вычислений, полученный на основании приведенного вывода, для горизонтальных механизмов имеет вид:

$$1. x_A = l_1 \cos \varphi_1.$$

$$2. y_A = l_1 \sin \varphi_1.$$

$$3. x_B = x_A + a \sqrt{l_2^2 - (y_B - y_A)^2}.$$

$$4. \cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}.$$

$$5. \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

$$6. i_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1}{l_2 \cos \varphi_2}.$$

$$7. i_{31} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21} \sin \varphi_2.$$

$$8. i'_{21} = \frac{l_1 \sin \varphi_1 + l_2 i_{21}^2 \sin \varphi_2}{l_2 \cos \varphi_2}.$$

$$9. i'_{31} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_2 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_2 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

$$10. x_{S2} = x_A + l_3 \cos \varphi_2.$$

$$11. y_{S2} = y_A + l_3 \sin \varphi_2.$$

$$12. x'_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21} l_3 \sin \varphi_2.$$

$$13. y'_{S2} = l_1 \cos \varphi_1 + i_{21} l_3 \cos \varphi_2.$$

$$14. x''_{S2} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_3 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_3 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

$$15. y''_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_3 i'_{21} \cos \varphi_2 + l_3 i_{21}^2 \sin \varphi_2.$$

$$16. |x_{BMAX}| = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - y_B^2}$$

$$17. S_B = |x_{BMAX}| - |x_B|$$

**Примечания:** 1. В формуле (3)  $a = +1$ , если ползун расположен справа от начала координат, или  $a = -1$ , если слева;

2.  $y_B = e$  со знаком «плюс» или «минус» в системе координат  $XOY$ .

Для вертикальных механизмов (рис. 1.5, в, г) алгоритм вычислений имеет вид:

$$1. x_A = l_1 \cos \varphi_1.$$

$$2. y_A = l_1 \sin \varphi_1.$$

$$3. y_B = y_A + a \sqrt{l_2^2 - (x_B - x_A)^2}.$$

$$4. \cos \varphi_2 = \frac{x_B - x_A}{l_2}.$$

$$5. \sin \varphi_2 = \frac{y_B - y_A}{l_2}.$$

$$6. i_{21} = -\frac{l_1 \sin \varphi_1}{l_2 \sin \varphi_2}.$$

$$7. i_{31} = l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21} \cos \varphi_2.$$

$$8. i'_{21} = -\frac{l_1 \cos \varphi_1 + l_2 i_{21}^2 \cos \varphi_2}{l_2 \sin \varphi_2}.$$

$$9. i'_{31} = -l_1 \sin \varphi_1 - l_2 i_{21}^2 \sin \varphi_2 + l_2 i'_{21} \cos \varphi_2.$$

$$10. x_{S2} = x_A + l_3 \cos \varphi_2.$$

$$11. y_{S2} = y_A + l_3 \sin \varphi_2.$$

$$12. x'_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 - i_{21} l_3 \sin \varphi_2.$$

$$13. y'_{S2} = l_1 \cos \varphi_1 + i_{21} l_3 \cos \varphi_2.$$

$$14. x''_{S2} = -l_1 \cos \varphi_1 - l_3 i'_{21} \sin \varphi_2 - l_3 i_{21}^2 \cos \varphi_2.$$

$$15. y''_{S2} = -l_1 \sin \varphi_1 + l_3 i'_{21} \cos \varphi_2 - l_3 i_{21}^2 \sin \varphi_2.$$

$$16. |y_{BMAX}| = \sqrt{(l_1 + l_2)^2 - x_B^2}.$$

$$17. S_B = |y_{BMAX}| - |y_B|.$$

**Примечание:** 1. В формуле (3)  $a = +1$ , если ползун расположен сверху от начала координат, или  $a = -1$ , если снизу.

2.  $x_B = e$  со знаком «плюс» или «минус» в системе координат  $XOY$ .

### 1.2.2. Определение приведенных моментов сил сопротивления и движущих сил

Для рабочих машин приведенный момент движущих сил  $M_{II}^D$  принимается постоянным ( $M_{II}^D = const$ ), а приведенный момент сил сопротивления  $M_{II}^C$  определяется в результате приведения силы полезного сопротивления  $F_{ПС}$  и сил тяжести звеньев. Сила полез-

ного сопротивления  $F_{ПС}$ , действующая на рабочий орган, определяется из механической характеристики технологического процесса. Чаще всего такая характеристика представлена в виде графической зависимости от хода ползуна  $F_{ПС}(S_B)$ . Для решения динамических задач необходимо получить зависимость  $F_{ПС}$  от обобщенной координаты. Для этого производится привязка механической характеристики к крайним положениям ползуна в соответствии с технологическим процессом и ее обработка. Так, для показанной на рис. 1.7 механической характеристики процесса высадки рабочий ход происходит при движении ползуна слева направо (точки 6', 7...12, 13), а холостой ход – справа налево (точки 1, 2... 6, 6'). Следует обратить внимание, что крайнее правое положение характеризуется двумя значениями силы  $F_{ПС}$ : в начале холостого хода (пол. 1)  $F_{ПС1} = 0$ , а в конце рабочего хода (пол. 13)  $F_{ПС13} = F_{ПСМАХ}$ .

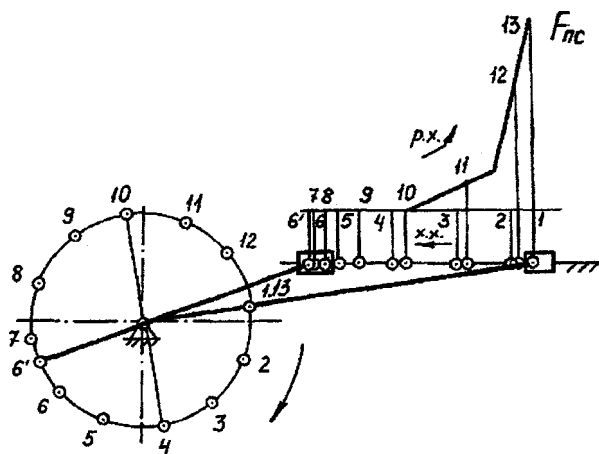


Рис. 1.7

Как отмечено ранее, приведенный момент сил  $M_{\Pi}$  представляется в виде алгебраической суммы

$$M_{\Pi} = M_{\Pi}^H + M_{\Pi}^C.$$

Определение  $M_{\Pi}^C$  выполняется из условия равенства мгновенных мощностей

$$M_{\Pi}^C \omega_1 = \Sigma \bar{F}_i \bar{V}_i + \Sigma M_i \omega_i.$$

Откуда

$$M_{\Pi}^C = \left[ \Sigma (F_X x'_i + F_Y y'_i) + \Sigma M_i i_{i1} \right] \text{sign}(\omega_1), \quad (1.12)$$

где  $F_X$  и  $F_Y$  – проекции силы  $F_i$  на оси координат;

$x'_i$  и  $y'_i$  – проекции аналога скорости точки приложения силы  $F_i$ ;

$i_{i1}$  – передаточная функция от  $i$ -го звена, к которому приложен момент  $M_i$ , к звену 1;

$\text{sign}(\omega_1) = +1$  при направлении вращения звена 1 против часовой стрелки;

$\text{sign}(\omega_1) = -1$  – при направлении вращения звена 1 по часовой стрелке.

В формуле  $M_{\Pi}^C$  (1.12) силы  $F_X$ ,  $F_Y$  и моменты  $M_i$  берутся со знаками, соответствующими правой системе координат (положительное направление вращения – против часовой стрелки).

Так, для горизонтального механизма (рис. 1.8, а)  $M_{\Pi}^C$  определяется из равенства

$$M_{\Pi}^C \omega_1 = \bar{F}_{\text{ПС}} \bar{V}_B + \bar{G}_2 \bar{V}_{S2} + \bar{G}_3 \bar{V}_B,$$

откуда

$$M_{II}^C = (F_{II} x'_B - G_2 y'_{S_2} - G_3 y'_B) \text{sign}(\omega_1).$$

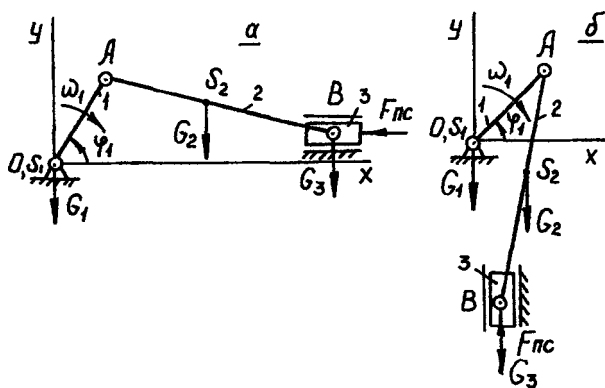


Рис. 1.8

Учитывая, что  $x'_B = i_{31}$ ,  $y'_B = 0$ ,  $\text{sign}(\omega_1) = -1$ , получим

$$M_{II}^C = -(F_{II} i_{31} - G_2 y'_{S_2}).$$

В рассматриваемом положении сила  $F_{II}$  имеет отрицательное значение, так как она направлена против положительного направления оси  $X$ .

Для вертикального механизма (рис. 1.8, б) аналогичным образом можно получить

$$M_{II}^C = (F_{II} y'_B - G_2 y'_{S_2} - G_3 y'_B) \text{sign}(\omega_1) = -(F_{II} i_{31} - G_2 y'_{S_2} - G_3 i_{31}).$$

Сила  $F_{II}$  в изображенном случае положительна.

Приведенный момент движущих сил  $M_{II}^D$  определяется из условия, что при установившемся режиме движения изменение кинетической энергии машины за цикл равно нулю, т.е.

$$\Delta T = A_{дц} + A_{сц} = 0,$$

откуда за цикл  $A_{дц} = -A_{сц}$ .

Работа сил сопротивления вычисляется как

$$A_{сц} = \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} M_{п}^c d\varphi_1.$$

Интегрирование выполняется численным методом по правилу трапеций:

$$A_{сц} = A_{сц(i-1)} + \frac{M_{пi}^c + M_{п(i-1)}^c}{2} |\Delta\varphi_1|,$$

где  $\Delta\varphi_1$  – шаг интегрирования в радианах.  $\Delta\varphi_1 = \pm \frac{2\pi}{n}$ ,

$n$  – число интервалов деления одного оборота кривошипа.

С учетом  $A_{дц} = M_{п}^д \varphi_{ц}$  при  $\varphi_{ц} = 2\pi$

$$M_{п}^д = -\frac{A_{сц}}{2\pi}.$$

### 1.2.3. Определение переменной составляющей приведенного момента инерции $I_{п}''$

Переменная составляющая  $I_{п}''$  определяется из условия равенства кинетических энергий, т.е. кинетическая энергия звена приведения, имеющего момент инерции  $I_{п}''$ , равна сумме кинетических энергий звеньев, характеризующихся переменными передаточными функциями:

$$\frac{I_{п}'' \omega_1^2}{2} = \sum \frac{I_{Si} \omega_i^2}{2} + \sum \frac{m_i V_{Si}^2}{2}.$$

Разделив это выражение на  $\omega_1^2$ , с учетом того, что  $V_{Si}^2 = \dot{x}_{Si}^2 + \dot{y}_{Si}^2$ ,

получим

$$I_{\Pi}'' = \Sigma I_{Si} i_{i1}^2 + \Sigma m_i \left[ (x'_{Si})^2 + (y'_{Si})^2 \right]$$

Для звеньев 2, 3 кривошипно-ползунного механизма (рис. 1.8)

$$I_{\Pi}'' = m_2 \left[ (x'_{S2})^2 + (y'_{S2})^2 \right] + I_{S2} i_{21}^2 + m_3 i_{31}^2.$$

Производная  $\frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1}$ , необходимая в последующем для определения закона движения звена приведения, имеет вид

ния закона движения звена приведения, имеет вид

$$\frac{dI_{\Pi}}{d\varphi_1} = 2 \left[ m_2 (x'_{S2} x''_{S2} + y'_{S2} y''_{S2}) + I_{S2} i_{21} i'_{21} + m_3 i_{31} i'_{31} \right] \text{sign}(\omega_1).$$

#### **1.2.4. Определение постоянной составляющей приведенного момента инерции $I'_{\Pi}$ и момента инерции маховика $I_M$**

В основу расчета положен метод Н.И Мерцалова [4]. Для определения изменения кинетической энергии машины  $\Delta T$  предварительно определяем работу движущих сил  $A_{Di}$ . Для  $i$ -го положения

$$A_{Di} = M_{\Pi}'' \varphi_{1i},$$

где

$$\varphi_{1i} = |\Delta\varphi_1| (i-1).$$

Тогда

$$\Delta T_i = A_{Di} + A_{Ci}.$$



Изменение кинетической энергии  $\Delta T_i$  звеньев с постоянным приведенным моментом инерции  $I''_{Pi}$  равно

$$\Delta T_{i1} = \Delta T_i - T_{i1},$$

где  $T_{i1}$  — кинетическая энергия звеньев, создающих переменную составляющую  $I''_{Pi}$ . По методу Н.И. Мерцалова,  $T_{i1}$  определяется приближенно по средней угловой скорости  $\omega_{1cp}$ :

$$T_{i1} \approx \frac{I''_{Pi} \omega_{1cp}^2}{2}.$$

Далее из полученного за цикл массива значений  $\Delta T_i$  (рис. 1.9) находим максимальную  $\Delta T_{i,a}$  и минимальную  $\Delta T_{i,b}$  величины, используя которые, вычисляем максимальный перепад кинетической энергии:

$$\Delta T_{i,ab} = \Delta T_{i,a} - \Delta T_{i,b}.$$

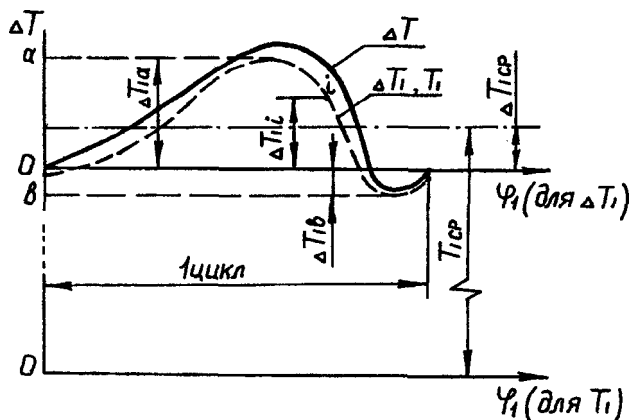


Рис. 1.9

Тогда необходимая величина  $I'_\Pi$ , при которой имеет место вращение звена приведения с заданным коэффициентом неравномерности  $\delta$ , равна

$$I'_\Pi = \frac{\Delta T_{lab}}{\delta \omega_{1cp}^2}, \quad \text{где } \omega_{1cp} = \frac{\pi n_1}{30}. \quad (1.13)$$

Момент инерции маховика определяется как

$$I_M = I'_\Pi - I_\Pi^0,$$

где  $I_\Pi^0$  – приведенный момент инерции всех вращающихся масс машины (ротора двигателя, зубчатых колес, кривошипа).

Иногда величина  $I_\Pi^0$  может оказаться больше полученного значения  $I'_\Pi$ . Это означает, что не требуется установки маховика. Реальный коэффициент неравномерности вращения в этом случае из (1.13) равен

$$\delta = \frac{\Delta T_{lab}}{I_\Pi^0 \omega_{1cp}^2}.$$

### 1.2.5. Определение закона вращения звена приведения

С помощью зависимости  $\Delta T_i(\varphi_1)$ , используемой при определении постоянной составляющей приведенного момента инерции  $I'_\Pi$  по методу Мерцалова, можно получить зависимость угловой скорости звена приведения  $\omega_1(\varphi_1)$ .

Из рис. 1.9 видно, что для любого положения кинетическая энергия звеньев, обладающих постоянным приведенным моментом инерции  $I'_\Pi$ , равна

$$T_{ii} = T_{i,cp} - \Delta T_{i,cp} + \Delta T_{ii},$$

$$\text{где } T_{lcp} = \frac{I_{II}' \omega_{lcp}^2}{2}, \quad \Delta T_{lcp} = \frac{\Delta T_{la} + \Delta T_{lb}}{2}.$$

Так как  $T_{li} = \frac{I_{II}' \omega_{li}^2}{2}$ , то текущее значение угловой скорости

$$\omega_{li} = \sqrt{\frac{2T_{li}}{I_{II}'}} \operatorname{sign}(\omega_1).$$

Угловое ускорение  $\varepsilon_1$  определяется из дифференциального уравнения движения звена приведения:

$$\varepsilon_{li} = \frac{M_{II}'' + M_{II}^c - \frac{\omega_{li}^2}{2} \frac{dI_{IIi}}{d\varphi_1}}{I_{II}' + I_{IIi}''} \operatorname{sign}(\omega_1).$$

### **1.2.6. Схема алгоритма программы исследования динамической нагруженности машинного агрегата**

Рассмотренные в предыдущих параграфах материалы позволяют разработать программу исследования динамической нагруженности машинного агрегата. В качестве объекта исследования взята технологическая машина, в которой основным исполнительным механизмом является кривошипно-ползунный механизм (например, горизонтально-ковочная машина). Примерная схема алгоритма такой программы приведена на рис. 1.10.

Осуществляется ввод исходных данных (блок 1). Пример подготовки исходных данных показан в табл. 1.1. Следует обратить внимание на соответствие направления вращения кривошипа  $\omega_{lcp}$ , знака  $F_{IIc}$  по отношению к положительному направлению соответствующей оси координат, а также на знак величины эксцентриситета  $e$ .

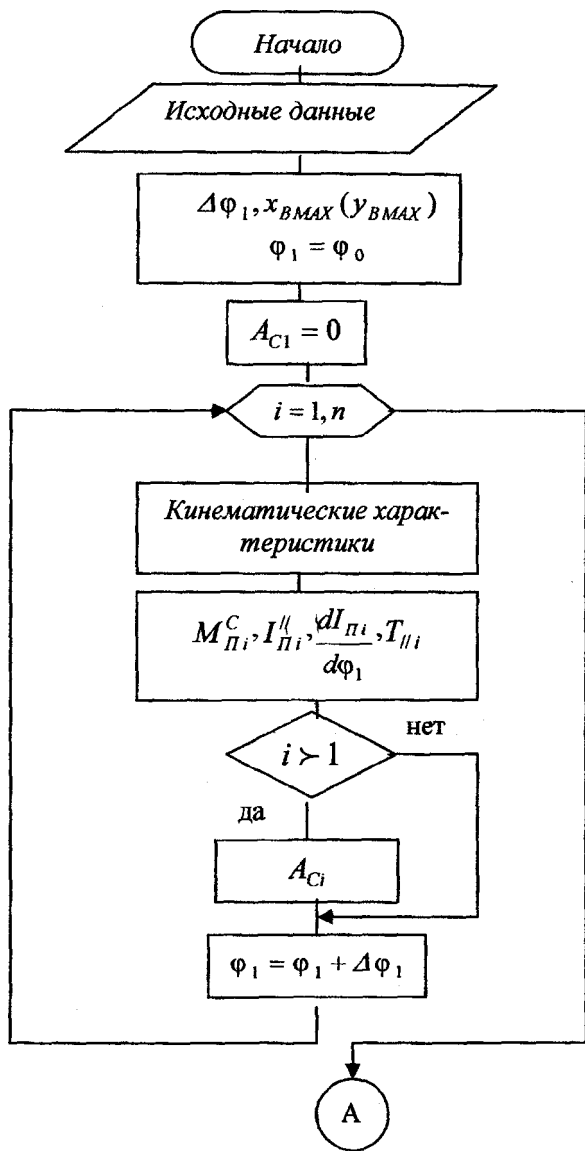
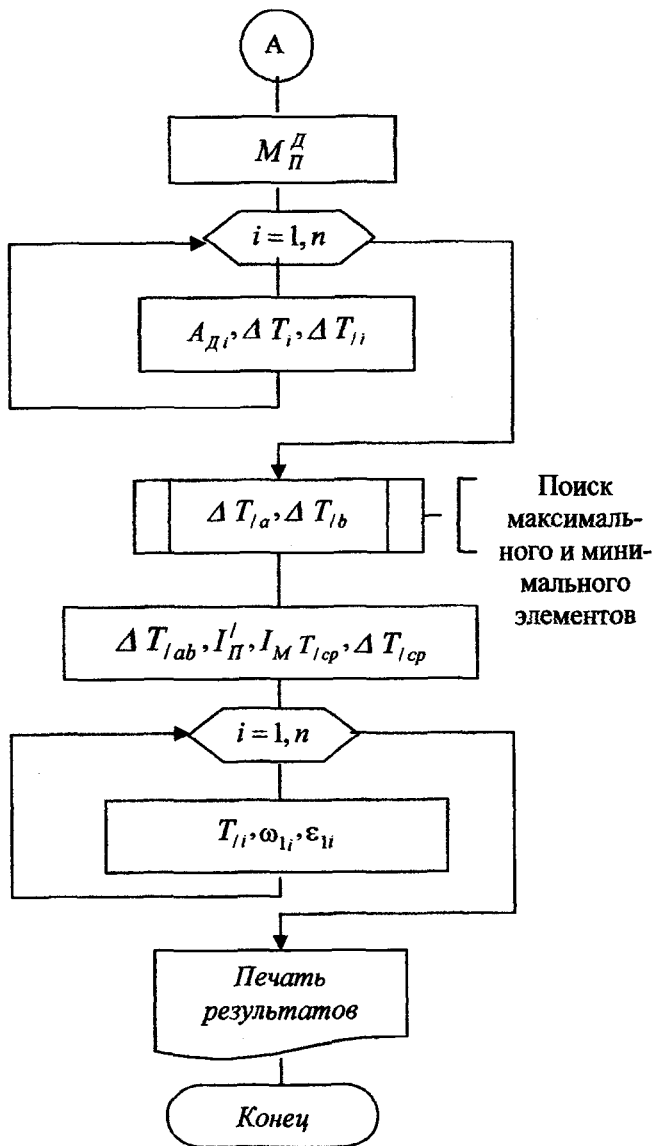
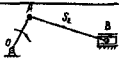


Рис. 1.10



Окончание рис. 1.10

Таблица 1.1

№ пп	Параметр	Условное обозначение	Единица измерений	Величина
1	2	3	4	5
1	Схема кривошипно-ползунного механизма	-	-	
2	Размеры звеньев	$l_1 = l_{OA}$	м	0,0742
		$l_3 = l_{AS2}$	м	0,0741
		$l_2 = l_{AB}$	м	0,2225
3	Начальная обобщенная координата	$e$	м	0,01335
		$\varphi_0$	град	2,58
4	Массы и моменты инерции звеньев			
		$m_2$	кг	400
		$m_3$	кг	500
5	Сила полезного сопротивления $F_{ПС}$	$I_{S2}$	кгм <sup>2</sup>	8,35
		$F_{ПС1}$	Н	0
		$F_{ПС2}$	Н	0
		$F_{ПС3}$	Н	0
		$F_{ПС4}$	Н	0
		$F_{ПС5}$	Н	0
		$F_{ПС6}$	Н	0
		$F_{ПС7}$	Н	0
		$F_{ПС8}$	Н	0
		$F_{ПС9}$	Н	0
		$F_{ПС10}$	Н	0
		$F_{ПС11}$	Н	-12321
		$F_{ПС12}$	Н	-27142
		$F_{ПС13}$	Н	-125000

1	2	3	4	5
6	Средняя угловая скорость кривошипа	$\omega_{1cp}$	рад/с	-10,472
7	Коэффициент неравномерности вращения вала кривошипа	$\delta$		0,0556
8	Приведенный к кривошипу момент инерции всех вращающихся звеньев	$I_{II}^0$	кгм <sup>2</sup>	90,264

В блоке 2 вычисляются угловой шаг  $\Delta\varphi_1$ , максимальная координата ползуна  $x_{BMAX}$  (или  $y_{BMAX}$ ) и присваивается начальное значение обобщенной координате  $\varphi_1 = \varphi_0$ .

Далее в цикле по  $\varphi_1$  (блоки 4-9) вычисляются кинематические характеристики рычажного механизма (см. п. 1.2.1.), динамические характеристики  $M_{II}^C$ ,  $I_{II}''$ ,  $\frac{dI_{II}}{d\varphi_1}$ , кинетическая энергия  $T_{II}$ , работа сил сопротивления  $A_C$ .

По окончании цикла определяется приведенный момент движущих сил  $M_{II}^D$  (блок 10).

В новом цикле (блоки 11-12) производится вычисление  $A_D, \Delta T, \Delta T_I$ .

В подпрограмме (блок 13) из массива  $\Delta T_I$  находят экстремальные значения  $\Delta T_{Ia}$  и  $\Delta T_{Ib}$ , что позволяет в блоке 14 определить величины  $I_{II}^I$ ,  $I_M$ , а также  $T_{Icp}$  и  $\Delta T_{Icp}$  (см. 1.2.4 и 1.2.5).

После вычисления в цикле (блоки 15,16)  $T_I$ ,  $\omega_1$ ,  $\varepsilon_1$  производится печать результатов расчета (блок 17).

Пример листа курсового проекта, выполненного по приведенным в пособии алгоритмам приведен в приложении 1.

## 2. ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ

### 2.1. Задачи динамического анализа рычажных механизмов

Конечной целью динамического анализа рычажного механизма является определение реакций в кинематических парах и уравновешивающего (движущего) момента, действующего на кривошипный вал со стороны привода. Указанные задачи решаются методом кинестатики, основанным на принципе Даламбера. Этот метод предполагает введение в расчет инерционных нагрузок (главных векторов и главных моментов сил инерции), для определения которых требуется знать ускорения центров масс и угловые ускорения звеньев. Поэтому силовому расчету предшествует кинематический анализ механизма по известному уже закону вращения кривошипа ( $\omega_1, \varepsilon_1$ ).

### 2.2. Кинематический анализ

Кинематический анализ рычажного механизма производится после того, как в результате динамического анализа машинного агрегата установлен закон движения звена привода ( $\omega_1(\varphi_1), \varepsilon_1(\varphi_1)$ ). Учитывая, что закон движения кривошипа рычажного механизма такой же, как и звена привода, при кинематическом анализе требуется определить соответствующие этому закону движения линейные скорости и ускорения отдельных точек, а также угловые скорости и ускорения звеньев механизма.

Известно, что угловая скорость  $k$ -го звена равна

$$\omega_k = \frac{d\varphi_k}{dt} = \frac{d\varphi_k}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = i_{k1} \omega_1,$$

т.е. угловая скорость  $k$ -го звена равна произведению аналога угловой скорости этого звена на угловую скорость звена привода 1.

Аналогичные выражения можно получить для проекций скорости какой-либо точки звена (например, точки  $M$ ):



$$\dot{x}_M = \frac{dx_M}{dt} = \frac{dx_M}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = x'_M \omega_1,$$

$$\dot{y}_M = y'_M \omega_1.$$

Угловое ускорение  $\kappa$ -го звена

$$\varepsilon_K = \frac{d\omega_K}{dt} = \frac{d(i_{K1}\omega_1)}{dt} = \frac{di_{K1}}{dt} \omega_1 + i_{K1} \frac{d\omega_1}{dt}.$$

Так как

$$\frac{di_{K1}}{dt} = \frac{di_{K1}}{d\varphi_1} \frac{d\varphi_1}{dt} = i'_{K1} \omega_1,$$

то

$$\varepsilon_K = i'_{K1} \omega_1^2 + i_{K1} \varepsilon_1.$$

Аналогично рассуждая, получим проекции ускорения точки  $M$ :

$$\ddot{x}_M = x''_M \omega_1^2 + x'_M \varepsilon_1, \quad \ddot{y}_M = y''_M \omega_1^2 + y'_M \varepsilon_1.$$

Алгоритм определения скоростей и ускорений для кривошипно-ползунных механизмов (рис. 1.5) имеет вид

1.  $\omega_2 = i_{21} \omega_1.$
2.  $V_B = i_{31} \omega_1.$
3.  $\dot{x}_{S2} = x'_{S2} \omega_1.$
4.  $\dot{y}_{S2} = y'_{S2} \omega_1.$
5.  $\varepsilon_2 = i'_{21} \omega_1^2 + i_{21} \varepsilon_1.$
6.  $a_B = i'_{31} \omega_1^2 + i_{31} \varepsilon_1.$
7.  $\ddot{x}_{S2} = x''_{S2} \omega_1^2 + x'_{S2} \varepsilon_1.$
8.  $\ddot{y}_{S2} = y''_{S2} \omega_1^2 + y'_{S2} \varepsilon_1.$

Модули и направления векторов абсолютной скорости и ускорения точки  $S_2$  определяются на основании выражений:

$$9. \quad V_{S_2} = \sqrt{\dot{x}_{S_2}^2 + \dot{y}_{S_2}^2}; \quad \cos \varphi_{V_{S_2}} = \frac{\dot{x}_{S_2}}{V_{S_2}}; \quad \sin \varphi_{V_{S_2}} = \frac{\dot{y}_{S_2}}{V_{S_2}}.$$

$$10. \quad a_{S_2} = \sqrt{\ddot{x}_{S_2}^2 + \ddot{y}_{S_2}^2}; \quad \cos \varphi_{a_{S_2}} = \frac{\ddot{x}_{S_2}}{a_{S_2}}; \quad \sin \varphi_{a_{S_2}} = \frac{\ddot{y}_{S_2}}{a_{S_2}}.$$

### 2.3. Силовой расчет

При силовом расчете механизма рассматриваются статически определимые кинематические цепи (группы Ассур), причем расчет начинается с группы, наиболее удаленной от начального звена.

Расчетные схемы группы Ассур 2-го вида показаны на рис. 2.1.

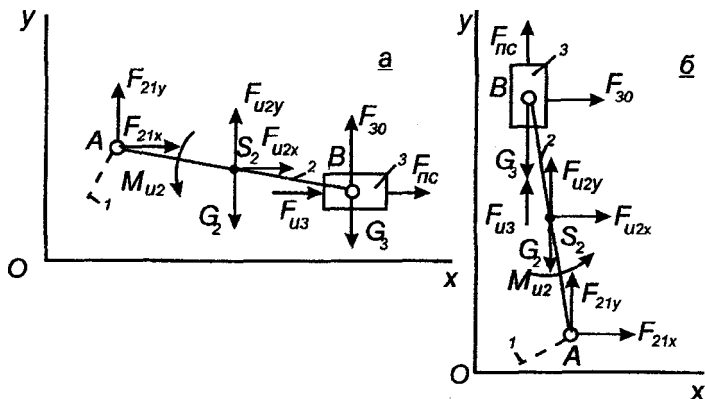


Рис. 2.1

К звеньям (2,3) группы приложим внешнюю нагрузку  $F_{пс}$ , силы тяжести звеньев  $G_2, G_3$ . Реакцию  $F_{21}$  во вращательной кинематической паре A представим в виде проекций  $F_{21x}$  и  $F_{21y}$ . Реакция  $F_{30}$  в поступательной кинематической паре B перпендикулярна направлению перемещения ползуна и в данном случае проходит через точку B.

В соответствии с принципом Даламбера приложим к звеньям (2,3) инерционные нагрузки.

Проекции главного вектора сил инерции звена 2

$$F_{И2X} = -m_2 \ddot{x}_{S2}, \quad F_{И2Y} = -m_2 \ddot{y}_{S2},$$

главный момент сил инерции звена 2

$$M_{И2} = -I_{S2} \varepsilon_2,$$

главный вектор сил инерции звена 3

$$F_{И3} = -m_3 a_B,$$

Силы тяжести звеньев равны

$$G_2 = 9,81m_2, \quad G_3 = 9,81m_3.$$

Реакции в кинематических парах группы с горизонтально расположенным ползуном вычисляются в следующей последовательности (рис. 2.1.а).

1. Из условия, что  $\sum F_X = 0$ , определяются  $F_{21X}$

$$F_{21X} = -F_{И2X} - F_{И3} - F_{ПС}.$$

2. Реакция  $F_{21Y}$  определяется из уравнения равновесия моментов сил для звена 2 относительно точки  $B$ :

$$(x_A - x_B)F_{21Y} - (y_A - y_B)F_{21X} + (x_{S2} - x_B)(F_{И2Y} - G_2) - (y_{S2} - y_B)F_{И2X} + M_{И2} = 0,$$

откуда

$$F_{21Y} = [(y_A - y_B) F_{21X} - (x_{S2} - x_B)(F_{И2Y} - G_2) + (y_{S2} - y_B)F_{И2X} - M_{И2}] / (x_A - x_B).$$

3. Реакция  $F_{30}$  определяется из условия равновесия проекций сил, действующих на группу (2,3), на ось  $Y$ , т.е.

$$F_{30} = G_3 - F_{21Y} - F_{И2Y} + G_2.$$

Для определения проекций  $F_{23X}$  и  $F_{23Y}$  реакции во внутренней кинематической паре  $B$  рассмотрим равновесие звена 2 под действием приложенных сил:

$$\bar{F}_{21X} + \bar{F}_{21Y} + \bar{F}_{И2X} + \bar{F}_{И2Y} + \bar{G}_2 + \bar{F}_{23X} + \bar{F}_{23Y} = 0,$$

откуда, проектируя на оси координат, получим

$$\begin{aligned} F_{23X} &= -F_{21X} - F_{И2X}; \\ F_{23Y} &= -F_{21Y} - F_{И2Y} + G_2. \end{aligned}$$

Модули реакций  $F_{21}$  и  $F_{23}$  определяем по формулам

$$\begin{aligned} F_{21} &= \sqrt{F_{21X}^2 + F_{21Y}^2}, \\ F_{23} &= \sqrt{F_{23X}^2 + F_{23Y}^2}. \end{aligned}$$

Направление реакций  $F_{21}$  и  $F_{23}$  установим, определив углы наклона их к оси  $X$ :

$$\begin{aligned} \cos \varphi_{F_{21}} &= \frac{F_{21X}}{F_{21}}; & \sin \varphi_{F_{21}} &= \frac{F_{21Y}}{F_{21}}; \\ \cos \varphi_{F_{23}} &= \frac{F_{23X}}{F_{23}}; & \sin \varphi_{F_{23}} &= \frac{F_{23Y}}{F_{23}}. \end{aligned}$$

Реакции в кинематических парах группы (2,3) с вертикальным расположением ползуна (рис. 2.1, б) вычисляются в следующей очередности:

1. Из условия, что  $\Sigma F_Y = 0$ , определяется  $F_{21Y}$ :

$$F_{21Y} = -F_{И2Y} - F_{И3} - F_{ПС} + G_2 + G_3.$$

2. Реакция  $F_{21X}$  определяется из уравнения равновесия моментов сил для звена 2 относительно точки  $B$ :

$$F_{21X} = [(x_A - x_B) F_{21Y} + (x_{S2} - x_B)(F_{И2Y} - G_2) - (y_{S2} - y_B) F_{И2X} + M_{И2}] / (y_A - y_B).$$

3. Реакция  $F_{30}$  определяется из условия равновесия проекций сил, действующих на группу (2,3), на ось  $X$ :

$$F_{30} = -F_{21X} - F_{И2X}.$$

Определение реакций  $F_{23X}$  и  $F_{23Y}$ , их модулей и направлений осуществляется по тем же формулам, что и для группы с горизонтальным расположением ползуна.

Далее рассматривается кривошип 1 (рис. 2.2).

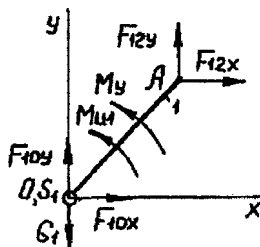


Рис. 2.2

В точке  $A$  приложена известная реакция  $F_{12}$ , проекции которой равны

$$F_{12X} = -F_{21X},$$

$$F_{12Y} = -F_{21Y}.$$

В точке  $O$  расположена сила тяжести  $G_1 = 9,81m_1$  и неизвестная реакция  $F_{10}$ . Кроме того, к звену приложен известный главный момент сил инерции

$$M_{H1} = -I'_H \varepsilon_1.$$

Для того чтобы звено 1 двигалось по заданному закону, к нему приложен уравновешивающий момент сил  $M_y$ , который является реактивным моментом со стороны отсоединенной части машины. Его величина определяется из уравнения моментов сил относительно точки  $O$ :

$$M_y = -x_A F_{12Y} + y_A F_{12X} - M_{H1}.$$

Реакция  $F_{10}$  в проекциях имеет вид:

$$F_{10X} = -F_{12X},$$

$$F_{10Y} = -F_{12Y} + G_1.$$

Модуль

$$F_{10} = \sqrt{F_{10X}^2 + F_{10Y}^2}.$$

Направление  $F_{10}$  определяется углом  $\varphi_{F10}$  по формулам

$$\cos \varphi_{F10} = \frac{F_{10X}}{F_{10}} \quad \text{и} \quad \sin \varphi_{F10} = \frac{F_{10Y}}{F_{10}}.$$

На основании вышеизложенного можно представить алгоритм силового расчета кривошипно-ползунных механизмов:

1.  $G_1 = g m_1$ .
2.  $G_2 = g m_2$ .

$$3. G_3 = g m_3.$$

$$4. M_{H1} = -I_{II}' \varepsilon_1.$$

$$5. F_{H2X} = -m_2 \ddot{x}_{S2}.$$

$$6. F_{H2Y} = -m_2 \ddot{y}_{S2}.$$

$$7. F_{H3} = -m_3 a_B.$$

$$8. M_{H2} = -I_{S2} \varepsilon_2.$$

При горизонтальном расположении ползуна:

$$9. F_{21X} = -(F_{H2X} + F_{H3} + F_{ПС})$$

$$10. F_{21Y} = [(y_A - y_B) F_{21X} - (x_{S2} - x_B)(F_{H2Y} - G_2) + (y_{S2} - y_B) \times \\ \times F_{H2X} - M_{H2}] / (x_A - x_B).$$

$$11. F_{30} = G_3 - F_{21Y} - F_{H2Y} + G_2.$$

При вертикальном расположении ползуна:

$$9. F_{21Y} = -F_{H2Y} - F_{H3} - F_{ПС} + G_2 + G_3.$$

$$10. F_{21X} = [(x_A - x_B) F_{21Y} + (x_{S2} - x_B)(F_{H2Y} - G_2) - (y_{S2} - y_B) \times \\ \times F_{H2X} + M_{H2}] / (y_A - y_B).$$

$$11. F_{30} = -F_{21X} - F_{H2X}.$$

Далее для обеих схем:

$$12. F_{12X} = -F_{21X}.$$

$$13. F_{12Y} = -F_{21Y}.$$

$$14. F_{23X} = -F_{21X} - F_{H2X}.$$

$$15. F_{23Y} = -F_{21Y} - F_{H2Y} + G_2.$$

$$16. M_Y = -x_A F_{12Y} + y_A F_{12X} - M_{H1}.$$

$$17. F_{10X} = -F_{12X}.$$

$$18. F_{10Y} = -F_{12Y} + G_1.$$

$$19. F_{10} = \sqrt{F_{10X}^2 + F_{10Y}^2}.$$

$$20. F_{21} = \sqrt{F_{21X}^2 + F_{21Y}^2}.$$

$$21. F_{23} = \sqrt{F_{23X}^2 + F_{23Y}^2}.$$

Алгоритм динамического анализа реализуется с помощью программы «Динамический анализ кривошипно-ползунных механизмов» [2]. В табл. 2.1 и 2.2 приведены исходные данные, необходимые для работы с программой.

Видно, что параметры  $I_{II}^I$ ,  $\omega_1$  и  $\varepsilon_1$ , берутся из результатов исследования динамики машинного агрегата.

Таблица 2.1

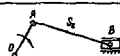
№	Параметр	Условное обозначение	Единица измерений	Величина
1	Схема кривошипно-ползунного механизма	-	-	
2	Размеры звеньев	$l_1 = l_{OA}$	м	0,0742
		$l_3 = l_{AS2}$	м	0,0741
		$l_2 = l_{AB}$	м	0,2225
		$e$	м	0,01335
3	Начальная обобщенная координата Массы и моменты инерции звеньев	$\varphi_0$	град	2,58
		$m_1$	кг	30
		$m_2$	кг	400
		$m_3$	кг	500
		$I_{S2}$	кг м <sup>2</sup>	8,35
5	Постоянная составляющая приведенного момента инерции	$I_{II}^I$	кг м <sup>2</sup>	84,327



Таблица 2.2

№ положения кривошипа	Угловая скорость $\omega_1$ , рад с <sup>-1</sup>	Угловое ускорение $\epsilon_1$ , рад с <sup>-2</sup>	Сила полезного сопротивления $F_{ДС}$ , Н
1	9,1631	1,6165	0
2	9,2337	0,9562	0
3	9,2864	1,1061	0
4	9,3660	1,6733	0
5	9,4682	1,8654	0
6	9,5653	1,6277	0
7	9,6441	1,2586	0
8	9,7000	0,4781	0
9	9,7000	-2,4470	0
10	9,5000	-3,9791	0
11	9,3000	-3,0910	-12321
12	9,1000	-0,9313	-27142
13	9,1631	1,6165	-125000

Результаты определения реакций в кинематических парах дают возможность выполнять прочностные расчеты звеньев, правильно подойти к конструктивному оформлению подвижных соединений (выбор подшипников, условий смазки и т.д.), количественно оценить трение и износ, а также коэффициенты полезного действия.

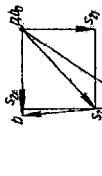
Пример листа курсового проекта, выполненного по приведенным в пособии алгоритмам приведен в приложении 2.

## Литература

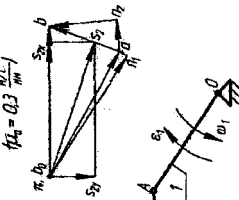
1. Методическое пособие по курсовому проектированию по дисциплине «Теория механизмов и машин» для студентов инженерно-технических специальностей / Анципорович П. П. [и др.]. – Минск : БГПА, 1994. – 86 с.
2. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин / И. И. Артоболевский. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
3. Попов, С. А. Курсовое проектирование по теории механизмов и механике машин / С. А. Попов, Г. А. Тимофеев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1998. – 351 с.
4. Теория механизмов и механика машин / К. В. Фролов [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1998. – 496 с.
5. Теория механизмов, машин и манипуляторов / И. П. Филонов [и др.]. – Минск : Дизайн ПРО, 1998. – 656 с.
6. Программа «Динамический анализ кривошипно-ползунных механизмов» Методические указания к курсовому проектированию по курсу «Теория механизмов и машин» для студентов инженерно-технических специальностей / П. П. Анципорович [и др.]. – Минск : БГПА, 1998. – 18 с.
7. Динамика машин и механизмов в установившемся режиме движения / П. П. Анципорович [и др.]. – 7-е изд. – Минск : БНТУ, 2011. – 42 с.



1. План скоростей ( $\mu_1 = 0.02 \frac{m}{m}$ )



2. План ускорений ( $\mu_2 = 0.3 \frac{m}{m^2}$ )

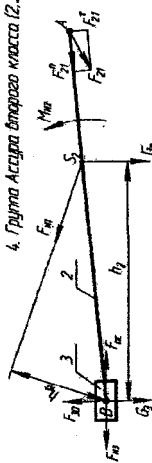


3. План положений МПЗ

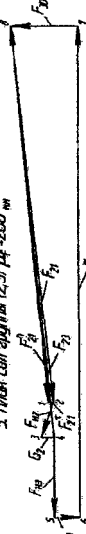


$\mu_3 = 0.0075 \frac{m}{m}$

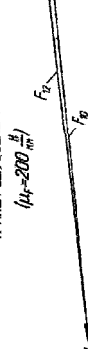
4. Группа Ассур второго класса (2,3)



5. План сил звена 1 ( $\mu_4 = 200 \frac{H}{m}$ )



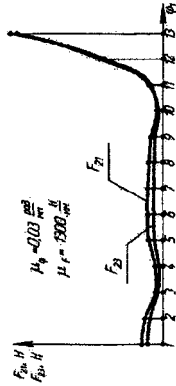
7. План сил звена 1 ( $\mu_4 = 200 \frac{H}{m}$ )



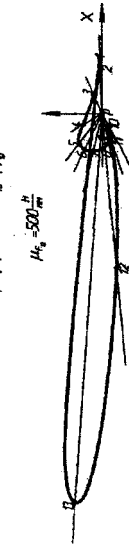
6. Внутреннее звено 1



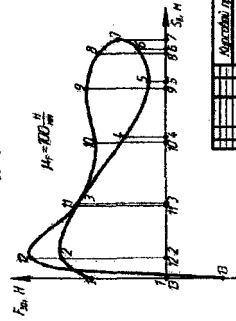
8. Реакции  $F_{21}(\varphi_1)$ ,  $F_{23}(\varphi_1)$ , действующие на звено 2



9. График реакции  $F_{21}(\varphi_1)$



10. Реакция  $F_{30}(S_{30})$  в направляющих ползуна



Масштаб: 1:1	Масштаб: 1:1	Масштаб: 1:1	Масштаб: 1:1
Длина: 100 мм	Длина: 100 мм	Длина: 100 мм	Длина: 100 мм
Ширина: 50 мм	Ширина: 50 мм	Ширина: 50 мм	Ширина: 50 мм
Высота: 20 мм	Высота: 20 мм	Высота: 20 мм	Высота: 20 мм
Толщина: 2 мм	Толщина: 2 мм	Толщина: 2 мм	Толщина: 2 мм
Материал: сталь	Материал: сталь	Материал: сталь	Материал: сталь
Обработка: шлифовка	Обработка: шлифовка	Обработка: шлифовка	Обработка: шлифовка
Состояние: готово	Состояние: готово	Состояние: готово	Состояние: готово
Дата: 10.10.2023	Дата: 10.10.2023	Дата: 10.10.2023	Дата: 10.10.2023