МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный
технический университет

Кафедра «Высшая математика № 1»

СБОРНИК ТЕСТОВ
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

Минск
БНТУ
2013

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Высшая математика № 1»

СБОРНИК ТЕСТОВ ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

для студентов II курса
инженерно-технических специальностей вузов

Минск
БНТУ
2013

УДК 51(075.8)
ББК 22.1я7
С23

Составители:
А. Н. Андриянчик, *Е. А. Бричикова*, *О. Р. Габасова, Е. А. Герасимова*,
О. Л. Зубко, *И. Н. Катковская*, *И. М. Мартыненко*

Рецензенты:
А. Д. Корзников, *В. Н. Русак*

Издание содержит тестовые задания по высшей математике, которая излагается студентам второго курса инженерно-технических специальностей вузов. Может быть использовано преподавателями для проведения тематических контролей на практических занятиях, итоговых контрольных работ.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

В технических вузах наблюдается тенденция уменьшения количества учебных часов, отведенных на изучение и контроль знаний по фундаментальным дисциплинам, к которым в первую очередь относится математика. В сложившейся ситуации целесообразно уменьшить время и трудозатраты преподавателя и студента на организацию самостоятельной работы обучаемых, которая протекает в процессе обучения как под руководством преподавателя, так и без его непосредственного участия.

Настоящее издание предназначено для организации самостоятельной работы студентов и оперативного контроля усвоения изучаемого материала. Сборник содержит варианты тестовых заданий по всем разделам математики, изучаемым студентами второго курса инженерно-технических специальностей вузов. Наличие подробного решения одного из вариантов теста каждой темы окажет незаменимую помощь студентам в организации самостоятельного изучения материала.

Использование тестовой системы повышает возможности преподавателя оперативно оценить правильность решения заданий, так как имеется таблица правильных ответов, объективно оценить успехи каждого студента, выявить пробелы в знаниях отдельных студентов и принять конкретные меры по устранению этих пробелов.

ТЕСТ «РЯДЫ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Исследовать ряд на сходимость, используя определение суммы ряда. Найти, если возможно, сумму ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n(n+3)}$.	1) сходится, $S=\frac{11}{18}$; 2) сходится, $S=1$; 3) расходится, $S=\frac{11}{18}$; 4) расходится, $S=1$.
2	Установить, сходится ли ряд, используя необходимый признак сходимости ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+4)n}{2n-1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Установить, сходится ли ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+4}{n^3-1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Установить, сходится ли ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n^3}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Установить, сходится ли ряд: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{7^{2n}}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Установить, сходится ли ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2(2n+4)}{2n+4}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
7	Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующий ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2+5)}{n^4-6}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится абсолютно; 4) другой ответ.
8	Найти область сходимости функционального ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(2-x^2\right)^n$.	1) $\left[-\sqrt{3};-1\right)\cup\left(1;\sqrt{3}\right]$; 2) $\left(-\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$; 3) $\left[-\sqrt{3};-1\right]\cup\left[1;\sqrt{3}\right]$; 4) $\left(-\sqrt{3};-1\right)\cup\left(1;\sqrt{3}\right)$; 5) $\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.
9	Найти область сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^2 4^n(x-1)^n$.	1) $\left[\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$; 2) $(3;5)$; 3) $\left[\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right]$; 4) $\left(\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$; 5) $\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$.
10	Используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить указанный определенный интеграл с точностью до 0,0001: $\int\limits_0^{0,1}xe^{-2x}\mathrm{d}x$.	1) 0,0003; 2) 0,004; 3) 0,0043; 4) 0,005; 5) 0,0004.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Исследовать ряд на сходимость, используя определение суммы ряда. Найти, если возможно, сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{2^n}+\frac{1}{7^n}\right)$.	1) сходится, $S=\frac{1}{6}$; 2) сходится, $S=\frac{7}{6}$; 3) расходится, $S=1$; 4) расходится, $S=1$.
2	Установить, сходится ли ряд, используя необходимый признак сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^8+4n^4-4}{4n^2+n-5}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{\sqrt{n}(n^3-1)}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n-1}{3^n(n+1)!}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3n}{3n+1}\right)^{n^2}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{\ln^2(2n+4)}}{2n+4}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
7	Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующий ряд: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(n^2+5)}{n^2-6}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится абсолютно; 4) другой ответ.
8	Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n-1}\left(\frac{1-2x}{1+2x}\right)^n$.	1) $(-\infty;\,0)$; 2) $(-\infty;\,1)$; 3) $(0;+\infty)$; 4) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(-\frac{1}{2};0\right)$; 5) $(-\infty;\,1)$.
9	Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}4^n(x-1)^n$.	1) $\left[\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$; 2) $(3;5)$; 3) $\left[\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right]$; 4) $\left(\frac{1}{4};\frac{3}{4}\right)$; 5) $\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$.
10	Используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить указанный определенный интеграл с точностью до 0,0001: $\int_0^{0,2} xe^{-x^2}\,dx$.	1) 0,0004; 2) 0,004; 3) 0,0043; 4) 0,0196; 5) 0,02.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Исследовать ряд на сходимость, используя определение суммы ряда. Найти, если возможно, сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+2)(n+3)}$.	1) расходится, $S=\frac{1}{6}$; 2) сходится, $S=\frac{7}{6}$; 3) сходится, $S=\frac{1}{3}$; 4) расходится, $S=1$.
2	Установить, сходится ли ряд, используя необходимый признак сходимости ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+2}{n+1}\right)^{n}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+4}{n\sqrt{n}-1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^{n}}{4n!}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{5^{2n}}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+4)\ln^{2}(3n+4)}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
7	Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующий ряд: $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3^{n}}\right)$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится абсолютно; 4) другой ответ.
8	Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^{x}}{e^{nx}}$.	1) $(-\infty;0)$; 2) $(-\infty;1)$; 3) $(\ln 2;+\infty)$; 4) $(0;+\infty)$; 5) $(-\infty;1)$.
9	Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(x+2)^{n}}{n\cdot 2^{n}}$.	1) $\left[\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$; 2) $(-4;0)$; 3) $(-4;0]$; 4) $[-4;0]$; 5) $[-4;0)$.
10	Используя разложение подынтегральной функции в степенной ряд, вычислить указанный определенный интеграл с точностью до 0,01: $\int_{0}^{1}\left(\frac{1}{x}\sin(2x)\right)dx$.	1) 0,0004; 2) 0,004; 3) 1,0609; 4) 1,609; 5) –1,609.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Исследовать ряд на сходимость, используя определение суммы ряда. Найти, если возможно, сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{9^{n-1}}$.	1) расходится, $S=\frac{1}{6}$; 2) сходится, $S=-\frac{9}{8}$; 3) сходится, $S=-\frac{9}{10}$; 4) расходится.
2	Установить, сходится ли ряд, используя необходимый признак сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{4}{n-1}\right)^{n-1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5-4n}{n^8+2n-1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}n^4\operatorname{arctg}\frac{2}{3^n}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{7^n}\left(\frac{2n-4}{2n}\right)^{n^2}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(n+4)\ln^2(n+4)}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
7	Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующий ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 5^n}{(2n-1)^n}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится абсолютно; 4) другой ответ.
8	Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(6-x^2\right)^n$.	1) $\left\lfloor\sqrt{5};\sqrt{7}\right\rfloor$; 2) $\left(-\infty;-\sqrt{7}\right)$; 3) $\left(\sqrt{5};\sqrt{7}\right]$; 4) $\left(-\sqrt{7};-\sqrt{5}\right)\cup\left(\sqrt{5};\sqrt{7}\right)$; 5) $\left[-\sqrt{7};-\sqrt{5}\right)$.
9	Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(x-5)^n}{(n-1)\cdot 3^n}$.	1) $[-3;3)$; 2) $(2;8]$; 3) $(2;8]$; 4) $[2;8]$; 5) $[2;8)$
10	Разложить функцию $f(x)=\frac{3x}{3x+1}$ в ряд по степеням $x-x_0$, если $x_0=2$.	

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Исследовать ряд на сходимость, используя определение суммы ряда. Найти, если возможно, сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{11^{n-1}}$.	1) расходится, $S=\frac{1}{6}$; 2) сходится, $S=-\frac{10}{9}$; 3) сходится, $S=-\frac{11}{12}$; 4) расходится.
2	Установить, сходится ли ряд, используя необходимый признак сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1+\frac{4}{n+1}\right)^n$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\sqrt{n}}{n^2-1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}n^4\operatorname{tg}\frac{2}{3^n}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{10^n}\left(\frac{n-4}{n}\right)^{n^2}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Установить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+4)\sqrt[3]{\ln(3n+4)}}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
7	Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующий ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n 3^n}{(2n-1)^n}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится абсолютно; 4) другой ответ.
8	Найти область сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\left(\ln(1-x)\right)^n$.	1) $\lfloor 1-e;1-e^{-1}\rfloor$; 2) $(-\infty;1-e)$; 3) $\left(1-e;1-e^{-1}\right]$; 4) $\left(1-e;1-e^{-1}\right)$; 5) $\left[e^{-1};e\right)$.
9.	Найти область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(x-4)^n}{(n-1)\cdot 3^n}$.	1) $[-3;3)$; 2) $(1;7)$; 3) $(1;7]$; 4) $[1;7]$; 5) $[1;7)$.
10	Разложить функцию $f(x)=\frac{2x}{2x+5}$ в ряд по степеням $x-x_0$, если $x_0=-2$. Указать область сходимости.	

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{1}{(2n)^2}$.	
2	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2-4n}{n^3\sqrt{n}}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n!}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\left(\frac{3n-5}{3n}\right)^{n^2}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 n}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{2^{n-1}}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится; 4) абсолютно сходится.
7	Найти области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}n5^n(x-3)^n$.	1) $(2,8;3,2]$; 2) $[2,8;3,2]$; 3) $(2,8;3,2)$; 4) $(-\infty;\infty)$; 5) $\varnothing$.
8	Разложить функцию $f(x)=\sin^2 x$ в ряд Тейлора по степеням x, используя разложения основных элементарных функций. Указать область сходимости.	
9	С помощью рядов вычислить приближенно определенный интеграл с точностью $\varepsilon=0,001$: $\int_0^{0,1}\frac{\ln(1+x)}{x}dx.$	1) 0,0004; 2) 0,004; 3) 0,00975; 4) 0,975; 5) 0,0975.
10	Найти 4 первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения $y''+y=0,\ y(0)=1,\ y'(0)=0$.	

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt[n]{0,01}$.	
2	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^2}{n^3+n-1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^{n/2}}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\frac{4n^2-3n+1}{8n^2+5n}\right)^n$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{e^{1/n}}{n^2}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{2n-1}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится; 4) абсолютно сходится.
7	Найти области сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(x-2)^n}{n\sqrt{n+1}}$.	1) $[1;3]$; 2) $[1;3)$; 3) $(1;3)$; 4) $(1;3]$; 5) $\varnothing$.
8	Разложить функцию $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$ в ряд по степеням $x-x_0$, если $x_0=-2$.	
9	С помощью рядов вычислить приближенно определенный интеграл с указанной точностью $\int\limits_0^{0,5}x^5\sin x dx,\ \varepsilon=0,0001$.	1) 0,000446; 2) 0,004; 3) 0,00446; 4) 0,0446; 5) –1,609.
10	Найти 4 первых, отличных от нуля, члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения $y''=e^{xy},\ y(0)=1,\ y'(0)=0$.	

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\frac{n+2}{n+1}}$.	
2	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin\frac{1}{\sqrt{n}}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n^{10}}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{7}\right)^n\cdot\left(\frac{2n-3}{2n}\right)^n$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(3n+1)\ln(3n+1)}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n^6}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится; 4) абсолютно сходится.
7	Найти области сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n^2}{n!}(x+2)^n$.	1) $x=-2$; 2) $[-2;2]$; 3) $(-2;2)$; 4) $(-\infty;\infty)$; 5) $x=0$
8	Разложить функцию $f(x)=\frac{x^5}{1+x}$ в ряд Тейлора по степеням x, используя разложения основных элементарных функций. Указать область сходимости.	
9	С помощью рядов вычислить приближенно определенный интеграл с указанной точностью: $\int_0^1\frac{\sin x}{x}dx,\ \varepsilon=0{,}001$.	1) 0,009457; 2) 0,0092; 3) 0,09457; 4) 0,9457; 5) –1,609.
10	Найти 4 первых члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения $y'+y=x+1, y(0)=1$.	

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{\dfrac{1}{2n}}$.	
2	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^{1/2}}{n+1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(\dfrac{2n+3}{n+1}\right)^{n}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{tg}\dfrac{1}{2^{n}}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\operatorname{arctg} n}{n^{2}+1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n}\left(\dfrac{2n+1}{n-1}\right)^{n}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится; 4) абсолютно сходится.
7	Найти области сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{10^{n}}{n!}(x+2)^{n}$.	1) $x=-2$; 2) $[-2;2]$; 3) $\varnothing$; 4) $(-\infty;\infty)$; 5) $x = 0$
8	Разложить функцию $f(x)=e^{x^{2}-5}$ в ряд Тейлора, используя разложения основных элементарных функций. Указать область сходимости.	
9	С помощью рядов вычислить приближенно определенный интеграл с указанной точностью: $\int\limits_{0}^{0,5}\cos\dfrac{x^{2}}{4}\,dx,\ \varepsilon=0,001$.	1) 0,0004; 2) 0,004; 3) 0,5; 4) 0,005; 5) 0,002.
10	Найти 4 первых члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения $4x^{2}y''+y=0,\ y(1)=1,\ y'(1)=0,5$.	

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Проверить, выполняется ли необходимое условие сходимости ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n^3}{n^2+1}$.	
2	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{n}}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
3	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)^2}{(3n)!}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
4	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{7^n}\left(\frac{n+3}{n}\right)^n$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
5	Исследовать на сходимость ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\operatorname{arcctg}^2 n}{n^2+1}$.	1) сходится; 2) расходится; 3) другой ответ.
6	Исследовать на абсолютную и условную сходимости ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n!}{(2n+1)}$.	1) сходится условно; 2) расходится; 3) сходится; 4) абсолютно сходится.
7	Найти области сходимости степенного ряда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n3^n x^n$.	1) $x=3$; 2) $\left[-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right]$; 3) $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$; 4) $(-\infty;\infty)$; 5) $x=0$.
8	Разложить функцию $f(x)=\frac{2}{x^2-4x+3}$ в ряд Тейлора по степеням x, используя разложения основных элементарных функций. Указать область сходимости.	
9	С помощью рядов вычислить приближенно определенный интеграл с точностью $\varepsilon=0,001$ $\int\limits_{0,1}^{0,2}\frac{e^{-x^2}}{x^2}dx$.	1) 4,9; 2) –4,901; 3) 1,0609; 4) 4,901; 5) 0,4901.
10	Найти 4 первых члена разложения в степенной ряд решения дифференциального уравнения $y'=e^y+xy,\ y(0)=0$.	

ТЕСТ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО № 1»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сформулировать условия Коши-Римана для функции $f(z)=u(x;y)+iv(x;y)$.	
2	Дать определение функции, аналитической в конечной точке z.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{3+i\sqrt{3}}{i}\right)^6$.	1) 12^6; 2) -12^6; 3) 12^3; 4) -12^3; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $\lvert z+2i\rvert>3$.	1) круг с центром в точке $2i$ и радиусом 3; 2) внешность круга с центром в точке $-2i$ и радиусом 3; 3) внутренность круга с центром в точке $-2i$ и радиусом 3; 4) внешность круга с центром в точке $2i$ и радиусом $\sqrt{3}$; 5) все точки, лежащие правее точки $-2i$ на расстоянии, большем трех.
5	Какие из следующих множеств вляяются областями? а) $\lvert z\rvert\geq 1$; б) $\lvert z-2i\rvert<2$; в) $\operatorname{Im} z\cdot\operatorname{Re} z<0$; г) $1<\lvert z+3\rvert<2$; д) $\lvert z-2i\rvert=2$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\cos(5-i)$.	1) $\frac{1}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)\cos 5-\frac{i}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)\sin 5$; 2) $\frac{1}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)\sin 5+\frac{i}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)\cos 5$; 3) $\frac{1}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)\cos 5-\frac{i}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)\sin 5$;. 4) $\frac{1}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)\cos 5+\frac{i}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)\sin 5$; 5) $\frac{1}{2}\left(e-\frac{1}{e}\right)\sin 5+\frac{i}{2}\left(e+\frac{1}{e}\right)\cos 5$.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=z\cdot e^z$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=e^x(x\cos y+y\sin y)$; 2) $\operatorname{Re} f(z)=e^x(x\cos y-y\sin y)$; 3) $\operatorname{Im} f(z)=e^x(x\sin y-y\cos y)$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=e^x(x\sin y+y\cos y)$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z) = -4xy + 5 + 2i(x^2 - y^2 - 3)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z) = -4x - 4iy$; 3) $f'(z) = 4y + 4ix$; 4) $f'(z) = -4y + 4ix$; 5) $f'(z) = 4x - 4iy$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w = 2z^2 + 4iz$ в точке $z = 1$.	1) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $k = 4$; 2) $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $k = 4$; 3) $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $k = 4\sqrt{2}$; 4) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $k = 4\sqrt{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $\operatorname{Re} f(z) = x^2 y - 2x - \frac{y^3}{3}$ и заданному значению $f(0) = 2i$.	

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение гармонической функции.	
2	Пояснить геометрический смысл $\arg f'(z_0)$.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{-3+i\sqrt{3}}{2i}\right)^6$.	1) –9; 2) 27; 3) $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}-i\dfrac{27}{2}$; 4) $-\dfrac{9\sqrt{3}}{4}+i\dfrac{9}{4}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $\lvert z-i\rvert<2$.	1) окружность с центром в точке i и радиусом 2; 2) все точки, лежащие между точками i и 2; 3) внутренность круга с центром в точке i и радиусом 2; 4) внешность круга с центром в точке i и радиусом 2; 5) все точки, отстоящие от точки i на расстоянии не более чем 2.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\lvert z\rvert<3$; б) $\lvert z+1\rvert\ge 2$; в) $\operatorname{Im} z\cdot\operatorname{Re} z>0$; г) $2<\lvert z-i\rvert<4$; д) $\lvert z-3\rvert=2$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\operatorname{Ln}(1-i)$.	1) $\sqrt{2}+i\left(2\pi k-\dfrac{\pi}{4}\right)$; 2) $\ln 2+2\pi ki$; 3) $\dfrac{1}{2}\ln 2-\dfrac{\pi}{4}i$; 4) $\dfrac{1}{2}\ln 2+i\left(2\pi k-\dfrac{\pi}{4}\right)$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=\cos z$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=\cos x\operatorname{ch} y$; 2) $\operatorname{Re} f(z)=\cos x\operatorname{sh} y$; 3) $\operatorname{Im} f(z)=\sin x\operatorname{sh} y$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=-\sin x\operatorname{sh} y$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z)=-6xy-2y+i(3x^2-3y^2+2x+1)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z)=-6x-2-6iy$; 3) $f'(z)=6y-i(6x+2)$; 4) $f'(z)=6x+2+6iy$; 5) $f'(z)=-6y+i(6x+2)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w=e^z+z$ в точке $z=\pi i$.	1) $\alpha=0,\ k=1$; 2) $\alpha=\pi,\ k=1$; 3) $\alpha=0,\ k=0$; 4) $\alpha=\pi,\ k=\dfrac{1}{2}$; 5) $\alpha=\pi,\ k=0$.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $\operatorname{Re} f(z)=6(x^2+1)-6(y^2-1)$ и заданному значению $f(0)=12$.	

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение конформного отображения.	
2	Пояснить геометрический смысл модуля производной функции в точке.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{2+2i}{i}\right)^8$.	1) -8^6; 2) 8^4; 3) $8^2 i$; 4) $-8^4 i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $1<\lvert z+i\rvert<2$.	1) внутренность круга с центром в точке i и радиусом 2; 2) внешность круга с центром в точке $-i$ и радиусом 1; 3) кольцо с центром в точке i большого радиуса 2 и малого радиуса 1; 4) все точки, лежащие между точками 1 и 2; 5) кольцо с центром в точке $-i$ большого радиуса 2 и малого радиуса 1.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\operatorname{Im} z \le 0$; б) $\lvert z+i\rvert > 4$; в) $1 \le \lvert z+1\rvert < 2$; г) $\lvert z+2i\rvert < 3$; д) $\lvert z-2i\rvert = 1$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\cos(1+5i)$.	1) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}-e^{5}\right)\cos 1+\frac{i}{2}\left(e^{-5}-e^{5}\right)\sin 1$; 2) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}+e^{5}\right)\cos 1-\frac{i}{2}\left(e^{-5}-e^{5}\right)\sin 1$; 3) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}+e^{5}\right)\cos 1+\frac{i}{2}\left(e^{-5}-e^{5}\right)\sin 1$;. 4) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}-e^{5}\right)\cos 1+\frac{i}{2}\left(e^{-5}+e^{5}\right)\sin 1$; 5) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}-e^{5}\right)\cos 1-\frac{i}{2}\left(e^{-5}+e^{5}\right)\sin 1$.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=e^{\overline{z}}+z$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=e^x\cos y+x$; 2) $\operatorname{Re} f(z)=e^x\sin y+x$; 3) $\operatorname{Im} f(z)=e^x\sin y+y$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=-e^x\sin y+y$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z)=\left(x^2y-2x-\dfrac{y^3}{3}\right)+i\left(xy^2-2y-\dfrac{x^3}{3}\right)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z)=x^2-y^2+i(2xy-2)$; 3) $f'(z)=2xy-2+i(y^2-x^2)$; 4) $f'(z)=-x^2+y^2+i(-2xy+2)$; 5) $f'(z)=-2xy+2+i(x^2-y^2)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w=2z-z^2+3$ в точке $z=i$.	1) $\alpha=-\dfrac{\pi}{2}$, $k=2$; 2) $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$, $k=2\sqrt{2}$; 3) $\alpha=\dfrac{\pi}{2}$, $k=-2$; 4) $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$, $k=\sqrt{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной мнимой части $\operatorname{Im} f(z)=xy-7x^2+7y^2+1$ и заданному значению $f(0)=1+i$.	

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение правильных и особых точек функции $f(z)$.	
2	Пусть $f(z)=u(x;y)+iv(x;y)$ дифференцируема в точке $z=x+iy$. Записать формулу для производной $f'(z)$ в этой точке.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{-3+\sqrt{3}i}{2i}\right)^4$.	1) $-\frac{27}{2}+i\frac{9}{2}\sqrt{3}$; 2) 27; 3) $-\frac{9}{2}-i\frac{9}{2}\sqrt{3}$; 4) $-\frac{81}{16}+\frac{9}{16}i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $\operatorname{Im} z>0$.	1) правая полуплоскость; 2) верхняя полуплоскость; 3) положительная полуось x; 4) положительная полуось y; 5) первая четверть.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\lvert z\rvert\le 4$; б) $\lvert z+3i\rvert>5$; в) $\lvert z-4\rvert=6$; г) $\operatorname{Re} z\cdot\operatorname{Im} z\le 0$; д) $1<\lvert z+i\rvert<4$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\ln(-4i)$.	1) $-\ln 4+i\left(2\pi k-\frac{\pi}{2}\right)$; 2) $-\ln 4+i$; 3) $\ln 4+2\pi ki$; 4) $\ln 4-\frac{\pi}{2}i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=z^2+2i\bar{z}$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=x^2+y^2-2y$; 2) $\operatorname{Re} f(z)=x^2-y^2+2y$; 3) $\operatorname{Im} f(z)=i(2xy+2x)$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=2xy+2x$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z)=6(x^2+1)-6(y^2-1)+i(12xy+3)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z)=-12y+12xi$; 3) $f'(z)=12x+12yi$; 4) $f'(z)=12y+12xi$; 5) $f'(z)=12x-12yi$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w=\frac{z^2}{2\pi}-e^z$ в точке $z=-\pi i$.	1) $\alpha=-\frac{\pi}{4}$, $k=\sqrt{2}$; 2) $\alpha=-\frac{3\pi}{4}$, $k=2$; 3) $\alpha=-\frac{3\pi}{4}$, $k=\sqrt{2}$; 4) $\alpha=-\frac{\pi}{4}$, $k=2\sqrt{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $\operatorname{Re} f(z)=x+y+2xy-x^2+y^2$ и заданному значению $f(0)=3i$.	

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение функции, дифференцируемой в точке z.	
2	Пояснить геометрический смысл $\arg f'(z_0)$.	
3	Вычислить $\left(\frac{1+i}{2-2i}\right)^5$.	1) $-\frac{1}{16}$; 2) $-\frac{i}{64}$; 3) $\frac{1}{32}$; 4) $\frac{i}{32}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $0 < \operatorname{Re} z < 2$.	1) интервал оси Ox с концами в точках 0 и 2; 2) круг с выколотым центром в точке 0 и радиусом 2; 3) полоса, ограниченная прямыми $y = 0$ и $y = = 2$; 4) полоса, ограниченная прямыми $x = 0$ и $x = = 2$; 5) интервал оси Oy с концами в точках 0 и $2i$.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\lvert z\rvert > 5$; б) $\operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Im} z \geq 0$; в) $\lvert z-6i\rvert \leq 7$; г) $1 < \lvert z+7\rvert < 2$; д) $\lvert z+5i\rvert = 4$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\sin(1-5i)$.	1) $\frac{1}{2}\left(e^5-e^{-5}\right)\sin 1-\frac{i}{2}\left(e^{-5}+e^5\right)\cos 1$; 2) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}+e^5\right)\sin 1-\frac{i}{2}\left(e^5-e^{-5}\right)\cos 1$; 3) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}+e^5\right)\sin 1+\frac{i}{2}\left(e^5-e^{-5}\right)\cos 1$;. 4) $\frac{1}{2}\left(e^5-e^{-5}\right)\cos 1+\frac{i}{2}\left(e^{-5}+e^5\right)\sin 1$; 5) $\frac{1}{2}\left(e^{-5}+e^5\right)\cos 1-\frac{i}{2}\left(e^5-e^{-5}\right)\sin 1$.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z) = z^2(8i+1)-4i\bar{z}$.	1) $\operatorname{Re} f(z) = x^2-16xy-y^2-4y$; 2) $\operatorname{Re} f(z) = x^2-16xy+y^2+4y$; 3) $\operatorname{Im} f(z) = 8x^2+2xy-4x-8y^2$; 4) $\operatorname{Im} f(z) = 8x^2+2xy+4x+8y^2$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z)=\frac{x^2}{2}+14xy-\frac{y^2}{2}+$ $+3+i(xy-7x^2+7y^2+1)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z)=14x-y+i(x+14y)$; 3) $f'(z)=x+14y+i(14x-y)$; 4) $f'(z)=-14x+y+i(x+14y)$; 5) $f'(z)=x+14y+i(y-14x)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w=z^4-2$ в точке $z=i$.	1) $\alpha=-\pi$, $k=4$; 2) $\alpha=-\frac{\pi}{4}$, $k=-4$; 3) $\alpha=-\frac{\pi}{2}$, $k=4$; 4) $\alpha=\frac{\pi}{2}$, $k=4$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной мнимой части $\operatorname{Im} f(z)=2xy+8x^2-8y^2+4x$ и заданному значению $f(0)=-2$.	

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сформулировать условия Коши-Римана для функции $f(z)=u(x;y)+iv(x;y)$.	
2	Дать определение конформного отображения.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{-3+i\sqrt{3}}{2}\right)^5$.	1) $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}-i\dfrac{27}{2}$; 2) $-3\sqrt{3}$; 3) $3\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right)$; 4) $9\sqrt{3}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $\lvert z-3i\rvert<4$.	1) окружность с центром в точке $-i$ и радиусом 4; 2) отрезок, соединяющий точки $3i$ и 4; 3) внутренность круга с центром в точке $3i$ и радиусом 4; 4) внутренность круга с центром в точке $-3i$ и радиусом 4; 5) внешность круга с центром в точке $-3i$ и радиусом 4.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\lvert z\rvert\ge\dfrac{1}{2}$; б) $\lvert z-i\rvert<3$; в) $7<\lvert z+i\rvert<9$; г) $\operatorname{Re} z>5$; д) $\lvert z-4\rvert\le 1$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\ln(-3)$.	1) $-\ln 3$; 2) $\ln 3+i$; 3) $\ln 3+2\pi ki$;. 4) $\ln 3+\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=\operatorname{sh}2z-2i$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=\cos y\operatorname{sh}x$; 2) $\operatorname{Re} f(z)=\cos y\operatorname{ch}x$; 3) $\operatorname{Im} f(z)=\sin y\operatorname{ch}x-2i$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=\sin y\operatorname{ch}x-2$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z)=x+y+2xy-x^2-y^2+$ $+i(y+y^2-2xy-x^2-x+5)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z)=1+2x+2y+i(2y-2x+1)$; 3) $f'(z)=1-2x+2y+i(2y+2x+1)$; 4) $f'(z)=1+2x+2y-i(2y-2x+1)$; 5) $f'(z)=1-2x+2y+i(-2y-2x-1)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w=\cos z+e^{iz}$ в точке $z=\dfrac{\pi}{2}$.	1) $\alpha=0,\ k=-2$; 2) $\alpha=\pi,\ k=2$; 3) $\alpha=\dfrac{\pi}{2},\ k=2$; 4) $\alpha=\pi,\ k=\dfrac{1}{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной действительной части $\operatorname{Re} f(z)=x^2+4xy-y^2-8y$ и заданному значению $f(0)=-i$.	

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Пусть $f(z)=u(x;y)+iv(x;y)$ дифференцируема в точке $z=x+iy$. Записать формулу для производной $f'(z)$ в этой точке.	
2	Дать определение функции, аналитической в конечной точке z.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{1+i}{2-2i}\right)^6$.	1) $\dfrac{i}{16}$; 2) $\dfrac{1}{32}$; 3) $-\dfrac{1}{64}$; 4) $-\dfrac{i}{32}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $-1<\operatorname{Im} z<1$.	1) интервал оси Ox с концами в точках –1 и 1; 2) интервал оси Oy с концами в точках $-i$ и i; 3) верхний полукруг с центром в точке 0 и радиусом 1; 4) полоса, ограниченная прямыми $x=-1$ и $x=1$; 5) полоса, ограниченная прямыми $y=-1$ и $y=1$.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\lvert z\rvert<4$; б) $\lvert z+1\rvert=6$; в) $\operatorname{Re}\bar{z}>0$; г) $2<\lvert z+3i\rvert<4$; д) $1<\lvert z-2i\rvert\le 4$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\operatorname{sh}(-3+i)$.	1) $\frac{1}{2}\left(e^{-3}+e^3\right)\cos 1+\frac{i}{2}\left(e^{-3}-e^3\right)\sin 1$; 2) $\frac{1}{2}\left(e^{-3}-e^3\right)\cos 1+\frac{i}{2}\left(e^{-3}+e^3\right)\sin 1$; 3) $\frac{1}{2}\left(e^{-3}-e^3\right)\cos 1-\frac{i}{2}\left(e^{-3}+e^3\right)\sin 1$; 4) $\frac{1}{2}\left(e^{-3}-e^3\right)\sin 1+\frac{i}{2}\left(e^{-3}+e^3\right)\cos 1$; 5) $\frac{1}{2}\left(e^{-3}+e^3\right)\sin 1-\frac{i}{2}\left(e^{-3}-e^3\right)\cos 1$.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=\dfrac{\bar{z}^2+3z}{i}$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=2xy-3y$; 2) $\operatorname{Re} f(z)=3y-2xy$; 3) $\operatorname{Im} f(z)=-x^2+y^2-3x$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=x^2-y^2+3x$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z) = x^2 - 16xy - y^2 - 4y - 7 + $ $+ i(2xy - 8y^2 + 8x^2 + 4x)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z) = -(16x + 2y + 4) + i(2x - 16y)$; 3) $f'(z) = 16x + 2y + 4 + i(2x - 16y)$; 4) $f'(z) = 2x - 16y + i(2y + 16x + 4)$; 5) $f'(z) = 2x - 16y - i(2y + 16x + 4)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w = 2z^2 + z$ в точке $z = -\frac{1}{4} + i$.	1) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $k = 4$; 2) $\alpha = 0$, $k = \frac{1}{4}$; 3) $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $k = -1$; 4) $\alpha = \pi$, $k = -\frac{1}{4}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной мнимой части $\operatorname{Im} f(z) = x^2 + 2x + 1 - (2y + y^2 + 1)$ и заданному значению $f(0) = 4$.	

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение гармонической функции.	
2	Пояснить геометрический смысл модуля производной функции в точке.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{3+i}{2-i}\right)^4$.	1) 2; 2) 4; 3) $\sqrt{2}+i\sqrt{2}$; 4) –4; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $2<\lvert z+i\rvert<3$.	1) кольцо с центром в точке i большого радиуса 3 и малого радиуса 2; 2) кольцо с центром в точке $-i$ большого радиуса 3 и малого радиуса 2; 3) все точки, лежащие между точками 2 и 3; 4) внутренность круга с центром в точке i и радиусом 3; 5) внешность круга с центром в точке $-i$ и радиусом 2.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\operatorname{Im}\bar{z}<0$; б) $\lvert z\rvert>5$; в) $\lvert z+i\rvert=4$; г) $3<\lvert z-5i\rvert\le 8$; д) $\lvert z+3\rvert<1$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\operatorname{Ln}(-3+4i)$.	1) $-\ln 3+4i$; 2) $\ln 3+i\left(\ln 4+2\pi k\right)$; 3) $\ln 5-i\cdot\operatorname{arctg}\dfrac{4}{3}$; 4) $\ln 5+i(2\pi k-\operatorname{arctg}\dfrac{4}{3})$; 5) $\ln 5+i(\pi(2k+1)-\operatorname{arctg}\dfrac{4}{3})$.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=\cos\bar{z}$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=\cos x\operatorname{sh} y$; 2) $\operatorname{Im} f(z)=\sin x\operatorname{ch} y$; 3) $\operatorname{Re} f(z)=\cos x\operatorname{ch} y$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=\sin x\operatorname{sh} y$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z)=x^2+4xy-y^2-8y+$ $+i(2xy+2y^2-2x^2+8x-1)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z)=2x+4y-i(2y-4x+8)$; 3) $f'(z)=2x+4y+i(2y-4x+8)$; 4) $f'(z)=4x-2y-8+i(2x+4y)$; 5) $f'(z)=4x-2y-8-i(2x+4y)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w=2z^3-z^2+4z-3$ в точке $z=i$.	1) $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$, $k=2$; 2) $\alpha=-\dfrac{3\pi}{4}$, $k=2\sqrt{2}$; 3) $\alpha=\dfrac{\pi}{4}$, $k=-2$; 4) $\alpha=-\dfrac{\pi}{2}$, $k=\sqrt{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной мнимой части $\operatorname{Im} f(z)=y^2x-2y-\dfrac{x^3}{3}$ и заданному значению $f(0)=2$.	

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение конформного отображения.	
2	Сформулировать условия Коши-Римана для функции $f(z)=u(x;y)+iv(x;y)$.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{i}\right)^5$.	1) $16-i16\sqrt{3}$; 2) $16+i16\sqrt{3}$; 3) $32+i32\sqrt{3}$; 4) $32-i32\sqrt{3}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $\lvert z-2i\rvert>1$.	1) круг с центром в точке $-2i$ и радиусом 1; 2) внешность круга с центром в точке $-2i$ и радиусом 1; 3) внешность круга с центром в точке $2i$ и радиусом 1; 4) окружность с центром в точке $2i$ и радиусом 1; 5) все точки, лежащие правее точки $2i$ на расстоянии, большем 1.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\operatorname{Re}\bar{z}+3>0$; б) $\lvert z-i\rvert=2$; в) $\lvert z+4i\rvert<5$; г) $2\le\lvert z+5\rvert<3$; д) $\lvert z\rvert\ge7$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\sin(3-i)$.	1) $\frac{1}{2}\left(e+e^{-1}\right)\sin3+\frac{i}{2}\left(e-e^{-1}\right)\cos3$; 2) $\frac{1}{2}\left(e^{-1}+e\right)\sin3+\frac{i}{2}\left(e^{-1}-e\right)\cos3$; 3) $\frac{1}{2}\left(e^{-1}+e\right)\sin3-\frac{i}{2}\left(e^{-1}+e\right)\cos3$;. 4) $\frac{1}{2}\left(e-e^{-1}\right)\cos3+\frac{i}{2}\left(e^{-1}+e\right)\sin3$; 5) $\frac{1}{2}\left(e^{-1}+e\right)\cos3+\frac{i}{2}\left(e^{-1}-e\right)\sin3$.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=e^{\bar{z}}-\dfrac{z}{i}$.	1) $\operatorname{Re}f(z)=e^x\cos y-y$; 2) $\operatorname{Im}f(z)=-e^x\cos y+y$; 3) $\operatorname{Re}f(z)=e^x\sin y-x$; 4) $\operatorname{Im}f(z)=-e^x\sin y+x$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z) = 6 - 2y - 2xy - 2x +$ $+ i(2x - y^2 + x^2 - 2y)$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z) = -2 - 2x - i(2y+2)$; 3) $f'(z) = 2 + 2x + i(2y+2)$; 4) $f'(z) = 2y + 2 + i(2x+2)$; 5) $f'(z) = -2y - 2 + i(2x+2)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w = e^{iz} - \sin z$ в точке $z = \pi$.	1) $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $k = 2$; 2) $\alpha = \frac{\pi}{2}$, $k = -1$; 3) $\alpha = -\frac{\pi}{2}$, $k = \sqrt{2}$; 4) $\alpha = -\frac{\pi}{4}$, $k = \sqrt{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной мнимой части $\operatorname{Im} f(z) = 2x^2 - 2y^2$ и заданному значению $f(1+i) = -4$.	

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение функции, аналитической в конечной точке z.	
2	Пусть $f(z)=u(x;y)+iv(x;y)$ дифференцируема в точке $z=x+iy$. Записать формулу для производной $f'(z)$ в этой точке.	
3	Вычислить $\left(\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2i}\right)^6$	1) i; 2) 1; 3) $\dfrac{1}{2}+i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; 4) –1; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Описать множество точек плоскости, заданное соотношением $\operatorname{Re} z<0$.	1) отрицательная полуось *x*; 2) отрицательная полуось *y*; 3) левая полуплоскость; 4) нижняя полуплоскость; 5) третья четверть.
5	Какие из следующих множеств являются областями? а) $\lvert z+4\rvert=2$; б) $\lvert z\rvert<\sqrt{7}$; в) $\operatorname{Im}\bar{z}-2<0$; г) $5\le\lvert z-3i\rvert<9$; д) $\lvert z+6i\rvert>3$.	1) а; 2) б; 3) в; 4) г; 5) д.
6	Вычислить $\operatorname{Ln}(-1+i)$.	1) $\ln 2+i\left(\dfrac{3\pi}{4}+2\pi k\right)$; 2) $\dfrac{1}{2}\ln 2+i\left(\dfrac{3\pi}{4}+2\pi k\right)$; 3) $-\ln 1+i\left(\dfrac{3\pi}{4}+2\pi k\right)$; 4) $2\ln 2+i\left(\dfrac{3\pi}{4}+2\pi k\right)$; 5) $\dfrac{1}{2}\ln 2+i\dfrac{3\pi}{4}$.
7	Найти действительную и мнимую части функции $f(z)=\operatorname{sh}\bar{z}$.	1) $\operatorname{Re} f(z)=\cos y\operatorname{sh}x$; 2) $\operatorname{Im} f(z)=\sin y\operatorname{ch}x$; 3) $\operatorname{Re} f(z)=-\cos y\operatorname{sh}x$; 4) $\operatorname{Im} f(z)=-\sin y\operatorname{ch}x$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Для данной функции $f(z)$ проверить, выполняются ли условия Коши-Римана, и, если да, найти $f'(z)$: $f(z)=x^2y-2x-\dfrac{y^3}{3}+2++i(y^2x-2y-\dfrac{x^3}{3})$.	1) условия Коши-Римана не выполняются; 2) $f'(z)=x^2-y^2+i(2xy-2)$; 3) $f'(z)=2xy-2+i(y^2-x^2)$; 4) $f'(z)=x^2-y^2-i(2xy-2)$; 5) $f'(z)=2xy-2-i(y^2-x^2)$.
9	Найти угол поворота α и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w=3z^4-4z^3+5$ в точке $z=i$.	1) $\alpha=-\dfrac{\pi}{2}$, $k=12$; 2) $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$, $k=12\sqrt{2}$; 3) $\alpha=-\dfrac{\pi}{4}$, $k=12$; 4) $\alpha=-\dfrac{\pi}{2}$, $k=12\sqrt{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Найти аналитическую функцию $f(z)$ по заданной мнимой части $\operatorname{Im} f(z)=3x^2+2x+1-3y^2$ и заданному значению $f(0)=i$.	

ТЕСТ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО № 2»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Для функции $f(z)$ дать определение полюса m-го порядка.	
2	Сформулировать теорему Коши для односвязной области.	
3	Вычислить $\int\limits_L \operatorname{Re} z dz$, где L – отрезок, соединяющий начало координат и точку $2+i$.	1) $2-i$; 2) $2+i$; 3) $2+2i$; 4) $2-2i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\lvert z\rvert=4} \frac{z^2}{z+2i} dz$.	1) 0; 2) $8\pi i$; 3) $4\pi i$; 4) $-8\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\lvert z-2\rvert=2} \frac{e^z}{(z^2+4)(z-i)} dz$.	1) 0; 2) $\frac{1}{3}e^i$; 3) $-ie^{2i}$; 4) $\frac{i}{3}e^{-2i}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z)=e^{z^2}-(z^2+1)$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z)=\frac{\cos z}{z^3}$ и определить их характер.	1) $z=0$ – устранимая особая точка; 2) $z=0$ – существенно особая точка; 3) $z=0$ – простой полюс; 4) $z=0$ – полюс второго порядка; 5) $z=0$ – полюс третьего порядка.
8	Найти вычеты функции $f(z)=\frac{z-i}{(z+2)(z-2i)}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(-2)=\frac{1}{4}(3-i)$; $\operatorname{Res} f(2i)=-\frac{1}{4}(1+i)$; 2) $\operatorname{Res} f(-2)=\frac{1}{4}(3-i)$; $\operatorname{Res} f(2i)=\frac{1}{4}(1+i)$; 3) $\operatorname{Res} f(-2)=-\frac{1}{4}(3-i)$; $\operatorname{Res} f(2i)=\frac{1}{4}(1+i)$; 4) $\operatorname{Res} f(-2)=-\frac{1}{4}(3-i)$; $\operatorname{Res} f(2i)=-\frac{1}{4}(1+i)$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\lvert z-i\rvert=2} \frac{z-i}{(z+2)(z-2i)} dz$.	1) $-\frac{1}{4}(1+i)$; 2) $-\frac{\pi}{2}(1-i)$; 3) 0; 4) $-\frac{3}{4}\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{z(z-2)}$ в ряд Лорана по степеням $z-2$ в кольце $0<\lvert z-2\rvert<1$.	

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Записать интегральную формулу Коши.	
2	Сформулировать связь между нулями и полюсами функции комплексного переменного.	
3	Вычислить $\int\limits_L \bar{z}dz$, где L – дуга параболы $y = x^2$, соединяющая начало координат и точку $-1+i$.	1) $\frac{1}{3} - i$; 2) $1 - \frac{i}{3}$; 3) $\frac{i}{3}$; 4) $-\frac{i}{3}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\lvert z-1\rvert=1} \frac{z^2-1}{z^2+1}dz$.	1) 0; 2) $2\pi i$; 3) $\frac{i}{2}+1$; 4) $-1+i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\lvert z\rvert=4} \frac{\sin z dz}{(z-\pi)^2}$.	1) 0; 2) $-6\pi i$; 3) $1+i$; 4) $2\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z) = z^2 - 1 + \cos^2 z$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z - \sin z}{z^3}$ и определить их характер.	1) $z=0$ – устранимая особая точка; 2) $z=0$ – существенно особая точка; 3) $z=0$ – простой полюс; 4) $z=0$ – полюс второго порядка; 5) $z=0$ – полюс третьего порядка.
8	Найти вычеты функции $f(z) = \frac{z}{(z-3)(z+1)}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(3) = -\frac{1}{64}$; $\operatorname{Res} f(-1) = \frac{1}{64}$; 2) $\operatorname{Res} f(3) = -\frac{3}{4}$; $\operatorname{Res} f(-1) = \frac{1}{16}$; 3) $\operatorname{Res} f(3) = \frac{3}{4}$; $\operatorname{Res} f(-1) = \frac{1}{4}$; 4) $\operatorname{Res} f(3) = -\frac{1}{16}$; $\operatorname{Res} f(-1) = \frac{1}{4}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\lvert z+i\rvert=3} \frac{zdz}{(z-3)(z+1)}$.	1) $\frac{1}{4}$; 2) $-\frac{\pi i}{4}$; 3) $\frac{i}{2}$; 4) $\frac{1}{2}\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z) = z^2 \cos\frac{1}{z}$ в ряд Лорана по степеням z.	

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сформулировать основную теорему о вычетах.	
2	Описать поведение функции комплексного переменного в окрестности существенно особой точки.	
3	Вычислить $\int\limits_L \operatorname{Im} z dz$, где L – дуга параболы $y = 2x^2$, соединяющая начало координат и точку $1+2i$.	1) $\frac{1}{3}+i$; 2) $\frac{2}{3}-i$; 3) $\frac{2}{3}+2i$; 4) $\frac{1}{3}-\frac{2i}{3}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\lvert z+3\rvert=2} \frac{e^{zi}}{z+\pi} dz$.	1) 0; 2) –1; 3) πi; 4) $-2\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\lvert z+1\rvert=1} \frac{\cos 2z dz}{(z^2+1)(z^2-9)}$.	1) 0; 2) 1; 3) $2\pi i$; 4) $1-i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z) = 4^z - 1$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z) = \cos\frac{1}{z+i}$ и определить их характер.	1) $z=-i$ – устранимая особая точка; 2) $z=-i$ – существенно особая точка; 3) $z=-i$ – простой полюс; 4) $z=-i$ – полюс второго порядка; 5) $z=-i$ – полюс третьего порядка.
8	Найти вычеты функции $f(z) = \frac{z}{(z+2i)(z-i)}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(-2i) = \frac{1}{3}$; $\operatorname{Res} f(i) = \frac{2}{3}$; 2) $\operatorname{Res} f(-2i) = -\frac{1}{3}$; $\operatorname{Res} f(i) = \frac{1}{3}$; 3) $\operatorname{Res} f(-2i) = \frac{2}{3}$; $\operatorname{Res} f(i) = \frac{1}{3}$; 4) $\operatorname{Res} f(-2i) = \frac{2}{3}$; $\operatorname{Res} f(i) = -\frac{1}{3}$; 5) $\operatorname{Res} f(-2i) = -\frac{2}{3}$; $\operatorname{Res} f(i) = \frac{1}{3}$.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\lvert z-1\rvert=4} \frac{zdz}{(z+2i)(z-i)}$.	1) 0; 2) $-\frac{2\pi i}{3}$; 3) $2\pi i$ 4) $\frac{2\pi i}{3}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{(z+3)(z-2)}$ в ряд Лорана по степеням $z+3$ в области $\lvert z+3\rvert > 5$.	

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Записать обобщенную формулу Коши.	
2	Описать поведение функции комплексного переменного в окрестности устранимой особой точки.	
3	Вычислить $\int\limits_L z\bar{z}dz$, где L – дуга окружности $\|z\|=1,\ 0\le\arg z\le\pi$.	1) i; 2) $-1+i$; 3) πi; 4) -1; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\|z-i\|=2}\frac{\sin z}{z-2i}dz$.	1) 0; 2) 1; 3) $2\pi i$; 4) $-2\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\|z+i\|=3}\frac{e^{2z}dz}{(z+\pi i)^2}$.	1) 0; 2) $2\pi i$; 3) $-\pi i$; 4) $4\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z)=\sin 2z-2z+\frac{8z^3}{6}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z)=(z-1)^3\sin\frac{\pi}{z-1}$ и определить их характер.	1) $z=1$ – устранимая особая точка; 2) $z=1$ – существенно особая точка; 3) $z=1$ – простой полюс; 4) $z=1$ – полюс второго порядка; 5) $z=1$ – полюс третьего порядка.
8	Найти вычеты функции $f(z)=\frac{\cos z}{(z-\pi)^2}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(\pi)=0$; 2) $\operatorname{Res} f(\pi)=-1$; 3) $\operatorname{Res} f(\pi)=1$; 4) $\operatorname{Res} f(\pi)=\frac{1}{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\|z-3+i\|=3}\frac{\cos z dz}{(z-\pi)^2}$.	1) 0; 2) $-2\pi i$ 3) $2\pi i$ 4) πi 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z)=z\sin\frac{1}{z^2}$ в ряд Лорана по степеням z.	

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сформулировать теорему Коши для многосвязной области.	
2	Описать поведение функции комплексного переменного в окрестности полюса.	
3	Вычислить $\int\limits_L \operatorname{Re} z dz$, где L – дуга параболы $y = x^2$, соединяющая начало координат и точку $2+4i$.	1) $\frac{2}{3}+4i$; 2) $2-16i$; 3) $2+\frac{16}{3}i$; 4) $\frac{8}{3}+2i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\lvert z-2i\rvert=2} \frac{dz}{(z-i)(z^2-1)}$.	1) 0; 2) $2\pi i$; 3) $-2\pi i$; 4) $-\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\lvert z-3\rvert=2} \frac{z\sin z dz}{(z^2+4)(z+1)}$.	1) 0; 2) $4\pi i$; 3) $-6\pi i$; 4) $2\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z) = z^2 - \frac{z^6}{6} - \sin(z^2)$.	1) 2; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 10.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z-i}{z^2-3iz+4}$ и определить их характер.	1) $z=i$, $z=4i$ – простые полюсы; 2) $z=-i$, $z=-4i$ – простые полюсы; 3) $z=i$, $z=-4i$ – простые полюсы; 4) $z=-i$, $z=4i$ – простые полюсы; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
8	Найти вычеты функции $f(z) = \frac{\sin z}{(z-1)^3}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(1) = \sin 1$; 2) $\operatorname{Res} f(1) = -\frac{\sin 1}{2}$; 3) $\operatorname{Res} f(1) = \frac{\sin 1}{3}$; 4) $\operatorname{Res} f(1) = -2\sin 1$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\lvert z-1+i\rvert=2} \frac{\sin z dz}{(z-1)^3}$.	1) 0; 2) $2\pi i\sin 1$; 3) $-\pi i\sin 1$; 4) $-2\pi i\sin 1$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{z^2+1}$ в ряд Лорана по степеням $z-2$ в кольце $1<\lvert z+i\rvert<2$.	

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение вычета функции комплексного переменного в конечной изолированной особой точке $z=a$.	
2	Записать интегральную формулу Коши.	
3	Вычислить $\int\limits_L z^2 \lvert z\rvert dz$, где L – полуокружность $\lvert z\rvert=3$ от точки –3 до точки 3, лежащая в верхней полуплоскости.	1) 27; 2) -18; 3) 54; 4) -27; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\lvert z+\pi\rvert=1} \frac{\cos z dz}{\pi - z}$.	1) 0; 2) -1; 3) $2\pi i$; 4) $-\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\lvert z+2i\rvert=3} \frac{z^2 dz}{(z+i)^3}$.	1) 0; 2) 1; 3) $2\pi i$; 4) $-\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z)=z^2-\sin^2 z$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z)=\frac{z^2+2z}{(z-i)^2(z+7i)^3}$ и определить их характер.	1) $z=i$ – устранимая особая точка, $z=-7i$ – полюс третьего порядка; 2) $z=-i$ – полюс второго порядка, $z=7i$ – полюс третьего порядка; 3) $z=-i$ – полюс пятого порядка, $z=7i$ – полюс пятого порядка; 4) $z=i$ – полюс второго порядка, $z=-7i$ – полюс третьего порядка; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
8	Найти вычеты функции $f(z)=\frac{1}{z^2-z^4}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(0)=0$; $\operatorname{Res} f(1)=-\frac{1}{2}$; $\operatorname{Res} f(-1)=-\frac{1}{2}$; 2) $\operatorname{Res} f(0)=0$; $\operatorname{Res} f(1)=-\frac{1}{2}$; $\operatorname{Res} f(-1)=\frac{1}{2}$; 3) $\operatorname{Res} f(0)=1$; $\operatorname{Res} f(1)=-\frac{1}{2}$; $\operatorname{Res} f(-1)=0$; 4) $\operatorname{Res} f(0)=1$; $\operatorname{Res} f(1)=0$; $\operatorname{Res} f(-1)=-\frac{1}{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\lvert 2z-1\rvert=2} \frac{dz}{z^2-z^4}$.	1) 0; 2) $2\pi i$ 3) $-\pi i$ 4) 1; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{z^3}\ln(3+z)$ в ряд Лорана по степеням z.	

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Записать формулы для вычисления вычета функции $f(z)$ в простом полюсе $z=a$.	
2	Сформулировать теорему Абеля.	
3	Вычислить $\int_L \operatorname{Im} z dz$, где L – отрезок, соединяющий точки $z=1$ и $z=3+2i$.	1) $1-i$; 2) $2+2i$; 3) $2+i$; 4) $1+2i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4.	Вычислить $\int_{\|z+2i\|=1} \frac{dz}{z^2+4}$.	1) 0; 2) $-\pi i$; 3) $2\pi i$; 4) $-\frac{\pi}{2}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int_{\|z-2\|=1} \frac{ze^z dz}{(z-i)^2(z^2+4)}$.	1) 0; 2) $-\pi i$; 3) $2\pi i$; 4) $-\frac{\pi}{2}i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z)=\cos\frac{z}{3}-1+\frac{z^2}{18}$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z)=\frac{3z^3+3z^2}{(z+i)(z-i)^2}$ и определить их характер.	1) $z=i$ и $z=-i$ – полюсы третьего порядка; 2) $z=i$ – устранимая особая точка, $z=-i$ – существенно особая точка; 3) $z=-i$ – простой полюс, $z=i$ – полюс второго порядка; 4) $z=-i$ и $z=i$ – устранимые особые точки; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
8	Найти вычеты функции $f(z)=\frac{\cos\pi z}{(z-1)^3}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(1)=-\pi$; 2) $\operatorname{Res} f(1)=0$; 3) $\operatorname{Res} f(1)=\frac{\pi^2}{2}$; 4) $\operatorname{Res} f(1)=3\pi$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int_{\|z-i\|=2} \frac{\cos\pi z dz}{(z-1)^3}$.	1) 0; 2) $-\pi^2 i$; 3) $\pi^3 i$; 4) $6\pi^2 i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{z^2-4}$ в ряд Лорана по степеням $z-2$ в кольце $2<\|z-2\|<4$.	

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение ряда Тейлора функции $f(z)$ в окрестности точки $z=a$.	
2	Дать определение нуля функции $f(z)$ порядка m.	
3	Вычислить $\int\limits_L \bar{z}dz$, где L – отрезок, соединяющий начало координат и точку $1+i$.	1) 0; 2) 1; 3) $2+i$; 4) $1-i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\|z-2i\|=1} \frac{ze^{\frac{1}{z}}dz}{z^2-5}$.	1) 0; 2) 1; 3) $2\pi i$; 4) πi; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\|z-1\|=3} \frac{\cos z dz}{(z-\pi)^3}$.	1) 0; 2) 1; 3) $2\pi i$; 4) πi; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z)=\frac{1}{1-z}-(z+1)$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z)=e^{\frac{1}{z+i}}$ и определить их характер.	1) $z=-i$ – устранимая особая точка; 2) $z=-i$ – существенно особая точка; 3) $z=-i$ – простой полюс; 4) $z=-i$ – полюс второго порядка; 5) $z=-i$ – полюс третьего порядка.
8	Найти вычеты функции $f(z)=z^2\sin\frac{1}{z}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(0)=0$; 2) $\operatorname{Res} f(0)=\frac{1}{2}$; 3) $\operatorname{Res} f(0)=-\frac{1}{6}$; 4) $\operatorname{Res} f(0)=-\frac{1}{4}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\|z+i+1\|=2} z^2\sin\frac{1}{z}dz$.	1) 0; 2) πi 3) $-\frac{\pi}{3}i$; 4) $-\frac{\pi}{2}i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z)=\frac{1}{z}\ln(4-z^2)$ в ряд Лорана по степеням z.	

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение ряда Лорана функции $f(z)$ в окрестности точки $z = a$.	
2	Записать интегральную формулу Коши.	
3	Вычислить $\int\limits_L \frac{z}{\bar{z}}dz$, где L – дуга окружности $\lvert z\rvert = 2$ от точки $-i$ до точки i.	1) 1; 2) $4i$; 3) $8i$; 4) $16i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\lvert z-3i\rvert=2} \frac{e^z dz}{z^2+\pi^2}$.	1) 0; 2) –1; 3) $2\pi i$; 4) $-\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\lvert z-3\rvert=3} \frac{z\cos z dz}{(z^2+4)(z+4)}$.	1) 0; 2) –1; 3) $2\pi i$; 4) $-4\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z) = z - \sin z$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z) = \frac{z^2+1}{z-i}$ и определить их характер.	1) $z = -1$ – простой полюс; 2) $z = i$ – простой полюс; 3) $z = i$ – существенно особая точка; 4) $z = i$ – устранимая особая точка; 5) $z = -1$ – устранимая особая точка.
8	Найти вычеты функции $f(z) = z^3 e^{\frac{1}{z^2}}$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(0) = 0$; 2) $\operatorname{Res} f(0) = 1$; 3) $\operatorname{Res} f(0) = \frac{1}{2}$; 4) $\operatorname{Res} f(0) = \frac{1}{6}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\lvert z+2i-1\rvert=1} z^3 e^{\frac{1}{z^2}} dz$.	1) 0; 2) $2\pi i$ 3) πi; 4) $\frac{\pi}{3} i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z) = z\cos\frac{1}{z^2}$ в ряд Лорана по степеням z.	

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Дать определение главной части ряда Лорана функции $f(z)$ в окрестности точки $z=a$.	
2	Сформулировать основную теорему о вычетах.	
3	Вычислить $\int\limits_L 2\operatorname{Re} z dz$, где L – отрезок, соединяющий точки $z=1$ и $z=2i$.	1) 1; 2) $-1+i$; 3) $2+i$; 4) $-1+2i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
4	Вычислить $\int\limits_{\lvert z-1\rvert=1} \frac{\sin z dz}{(z+\pi)(z-i)}$.	1) 0; 2) 2π; 3) $2\pi i$; 4) $-4\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
5	Вычислить $\int\limits_{\lvert z\rvert=3} \frac{(z^2+1)dz}{(z-2i)^2}$.	1) 0; 2) 4π; 3) -8π; 4) $12\pi i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
6	Определить порядок нуля функции $f(z)=z-\ln(1+z)$.	1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4; 5) 5.
7	Указать все конечные особые точки функции $f(z)=\frac{e^z-1}{z}$ и определить их характер.	1) $z=0$ – устранимая особая точка; 2) $z=0$ – существенно особая точка; 3) $z=0$ – простой полюс; 4) $z=0$ – полюс второго порядка; 5) $z=0$ – полюс третьего порядка.
8	Найти вычеты функции $f(z)=\frac{1}{z}\cos z$ в изолированных особых точках.	1) $\operatorname{Res} f(0)=0$; 2) $\operatorname{Res} f(0)=1$; 3) $\operatorname{Res} f(0)=-\frac{1}{2}$; 4) $\operatorname{Res} f(0)=\frac{1}{24}$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
9	С помощью вычетов вычислить $\int\limits_{\lvert z+1-i\rvert=2} \frac{1}{z}\cos z dz$.	1) 0; 2) $2\pi i$ 3) $-\pi i$; 4) $\frac{\pi}{6}i$; 5) среди ответов 1–4 верного нет.
10	Разложить функцию $f(z)=\frac{z}{z-4}$ в ряд Лорана по степеням $z-2$ в кольце $1<\lvert z-2\rvert<2$.	

ТЕСТ «ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ. ПРИЛОЖЕНИЕ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Если $F_k(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0^{(k)}, k=\overline{1,n}$ – изображения по Лапласу функций $f_k(t)$, где $s_0^{(k)}$ – показатель роста функций $f_k(t)$, $k=\overline{1,n}$, и c_k – действительные или комплексные постоянные, то $F(p)$ функции $f(t)=\sum\limits_{k=1}^{n} c_k f_k(t)$ равно...	
2	Является ли функция $f(t)=a^t$ $(a>0, a\neq 1)$ оригиналом? Если да, то указать показатель роста.	1) нет; 2) да, 0; 3) да, $\ln a$; 4) да, $\ln 2$; 5) да, a.
3.	Функция $f(t)=\cos t$ имеет изображение	1) $\frac{1}{1+p^2}$; 2) $\frac{p}{1+p^2}$; 3) $\frac{1}{p^2-1}$; 4) $\frac{p}{p^2-1}$; 5) $\frac{1}{p-1}$.
4	Найти изображение функции $f(t)=\begin{cases}1, & 0\le t<2;\\ -1, & 2\le t<3;\\ 0, & t\ge 3.\end{cases}$	1) $-\frac{2}{p}e^{-2p}+\frac{1}{p}+\frac{e^{-3p}}{p}$; 2) $\frac{2}{p}e^{-2p}+\frac{1}{p}-\frac{e^{-3p}}{p}$; 3) $\frac{e^{-3p}}{3p}+\frac{2e^{-2p}}{p}$; 4) $\frac{1}{p}e^{-2p}+\frac{2}{p^2}-\frac{2e^{-3p}}{p}$; 5) $\frac{e^{-p}}{p}+\frac{e^{-2p}}{p}-\frac{e^{-3p}}{p}$.
5	Найти изображение функции $f(t)=\sin^4 t$.	1) $\frac{1}{p(2+p^2)(p^2+4)}$; 2) $\frac{p}{(4+p^2)(p^2+16)}$; 3) $\frac{2}{(2+p^2)(p^2+16)}$; 4) $\frac{4!}{p(16+p^2)(p^2+4)}$; 5) $\frac{3!}{(2+p^2)(p^2+4)}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t)=1$, $f_2(t)=\sin t$.	1) $1-\sin t$; 2) $\sin t-1$; 3) $\sin t-\cos t$; 4) $\cos t-1$; 5) $1-\cos t$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\frac{p}{1+p^2}$; 2) $\frac{1}{p(p^2-1)}$; 3) $\frac{1}{p(p^2+1)}$; 4) $\frac{p}{p^2-1}$; 5) $\frac{1}{p^2(p^2+1)}$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{1}{p^2+4p+5}$.	1) $e^t \sin 2t$; 2) $e^{-2t}\sin t$; 3) $e^{2t}\cos t$; 4) $e^{-2t}\cos t$; 5) $e^{-2t}\cos 2t$.
9	Дифференциальному уравнению $x''+x=2\cos t$ с начальными условиями $x(0)=0,\ x'(0)=-1$ соответствует операторное	1) $p^2X(p)+1+X(p)=\dfrac{2p}{p^2+1}$; 2) $p^2X(p)+p+X(p)=\dfrac{1}{p^2+1}$; 3) $p^2X(p)-1+X(p)=\dfrac{p}{p^2+1}$; 4) $p^2X(p)-p+X(p)=\dfrac{2}{p^2+1}$; 5) $p^2X(p)+1+X(p)=\dfrac{p}{p^2+1}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $t\sin t$; 2) $(1-t)\sin t$; 3) $(t-1)\cos t$; 4) $(t-1)\sin t$; 5) $t\cos t$.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Если $F(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0$ – изображение по Лапласу функции $f(t)$, то $f(\alpha t)$, где α – любое положительное число, имеет изображение...	
2	Является ли функция $f(t)=\dfrac{1}{t^3+1}$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) нет; 2) да, 0; 3) да, $\ln 2$; 4) да, 1; 5) да, 2.
3	Функция $f(t)=1$ имеет изображение	1) $\dfrac{1}{p}$; 2) $\dfrac{1}{p^2}$; 3) $\dfrac{1}{p-1}$; 4) $\dfrac{1}{p+1}$; 5) $\dfrac{1}{p^2+1}$.
4	Найти изображение функции $f(t)=\begin{cases} t, & 0\le t<1; \\ 1, & 1\le t<2; \\ 0, & t\ge 2. \end{cases}$	1) $\dfrac{1}{p}+\dfrac{e^{-p}}{p}-\dfrac{e^{-2p}}{p}$; 2) $\dfrac{e^{-p}}{p}+\dfrac{1}{p^2}+\dfrac{e^{-2p}}{p}$; 3) $\dfrac{e^{-p}}{p^2}-\dfrac{e^{-2p}}{p^2}$; 4) $\dfrac{1}{p^2}-\dfrac{e^{-p}}{p^2}-\dfrac{e^{-2p}}{p}$; 5) $\dfrac{1}{p^2}+\dfrac{e^{-2p}}{p^2}+\dfrac{e^{-p}}{p^2}$.
5	Найти изображение функции $f(t)=\cos 5t \sin 3t$.	1) $\dfrac{p}{64+p^2}-\dfrac{p}{4+p^2}$; 2) $\dfrac{4}{36+p^2}-\dfrac{2}{4+p^2}$; 3) $\dfrac{4}{64+p^2}-\dfrac{1}{4+p^2}$; 4) $\dfrac{p}{64+p^2}-\dfrac{1}{4+p^2}$; 5) $\dfrac{2}{4+p^2}-\dfrac{4}{36+p^2}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t)=t$, $f_2(t)=\cos t$.	1) $\cos t$; 2) $1-\sin t$; 3) $1-\cos t$; 4) $\cos t-1$; 5) $\sin t$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\dfrac{p}{1+p^2}$; 2) $\dfrac{1}{p(p^2+1)}$; 3) $\dfrac{1}{p(p^2-1)}$; 4) $\dfrac{p}{p^2-1}$; 5) $\dfrac{1}{p^2(p^2+1)}$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{1}{p^2+4p+3}$.	1) $\dfrac{1}{2}(e^t-e^{3t})$; 2) $\dfrac{1}{2}(e^{3t}-e^t)$; 3) $e^{-t}-e^{-3t}$; 4) $e^{-3t}-e^{-t}$; 5) $\dfrac{1}{2}(e^{-t}-e^{-3t})$.
9	Дифференциальному уравнению $x''+3x'=e^t$ с начальными условиями $x(0)=0,\ x'(0)=-1$ соответствует операторное	1) $p^2X(p)-1+3pX(p)=\dfrac{1}{p-1}$; 2) $p^2X(p)+1+3X(p)=\dfrac{1}{p+1}$; 3) $p^2X(p)+1+X(p)=\dfrac{1}{p-1}$; 4) $p^2X(p)+p+3X(p)=\dfrac{1}{p^2-1}$; 5) $p^2X(p)-p+3pX(p)=\dfrac{1}{p+1}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $\dfrac{1}{4}e^t+\dfrac{5}{12}e^{-3t}-\dfrac{2}{3}$; 2) $\dfrac{1}{2}e^{-t}+\dfrac{5}{6}e^{-3t}+\dfrac{4}{5}$; 3) $\dfrac{1}{2}e^{-t}+\dfrac{6}{7}e^{-2t}-\dfrac{2}{3}$; 4) $\dfrac{1}{4}e^{-t}+\dfrac{5}{12}e^{3t}-\dfrac{2}{3}$; 5) $\dfrac{1}{2}e^t+\dfrac{5}{12}e^{-3t}-\dfrac{4}{3}$.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Если $f'(t)$ – оригинал с показателем роста s_0, тогда $f(t)$ – оригинал с показателем роста s_0 и $F(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0$ – изображение по Лапласу $f(t)$, то $f'(t)$ имеет изображение...	
2	Является ли функция $f(t) = t^{2t}$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) да, $\ln 2$; 2) да, 1; 3) да, 2; 4) нет; 5) да, 0.
3	Функция $f(t) = e^t$ имеет изображение	1) $\frac{1}{p}$; 2) $\frac{1}{p^2-1}$; 3) $\frac{1}{p-1}$; 4) $\frac{1}{p+1}$; 5) $\frac{1}{p^2+1}$.
4	Найти изображение функции $f(t) = \begin{cases} 2-t, & 0 \le t < 2; \\ 0, & 2 \le t < \infty. \end{cases}$	1) $\frac{1}{p} + \frac{e^{-2p}}{p} + \frac{1}{p^2}$; 2) $\frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} + \frac{e^{-2p}}{p^2}$; 3) $\frac{2}{p^2} - \frac{2}{p} - \frac{e^{-p}}{p^2}$; 4) $\frac{1}{p^2} - \frac{e^{-2p}}{p^2} + \frac{e^{-2p}}{p}$; 5) $\frac{e^{-p}}{p} - \frac{e^{-2p}}{p} - \frac{1}{p^2}$.
5	Найти изображение функции $f(t) = e^{\lambda t} \sin^2 t$.	1) $\frac{e^{-\lambda p}}{(p-\lambda)^2+4}$; 2) $\frac{e^{\lambda p}}{(p-\lambda)^2+4}$; 3) $\frac{2}{(p-\lambda)^2+4}$; 4) $\frac{p-\lambda}{(p-\lambda)^2+4}$; 5) $\frac{2}{(p-\lambda)((p-\lambda)^2+4)}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t) = t$, $f_2(t) = e^t$.	1) $e^t - t - 1$; 2) $e^{-t} + t + 1$; 3) $e^t + t + 1$; 4) $e^{-t} - t + 1$; 5) $e^{2t} + t - 1$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\frac{1}{p(p-1)}$; 2) $\frac{1}{p(p+1)}$; 3) $\frac{1}{p(p^2+1)}$; 4) $\frac{1}{p^2(p+1)}$; 5) $\frac{1}{p^2(p-1)}$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{p}{(1+p)^2}$.	1) e^t+te^t; 2) e^t-te^t; 3) $e^{-t}-te^{-t}$; 4) $e^{-t}+te^{-t}$; 5) $te^{-t}-e^{-t}$.
9	Дифференциальному уравнению $x''-2x'=e^{2t}$ с начальными условиями $x(0)=0,\ x'(0)=0$ соответствует операторное	1) $p^2X(p)+2pX(p)=\dfrac{1}{p+2}$; 2) $p^2X(p)-2pX(p)=\dfrac{1}{p-2}$; 3) $p^2X(p)-2X(p)=\dfrac{1}{p+2}$; 4) $p^2X(p)-2X(p)=\dfrac{1}{p-2}$; 5) $p^2X(p)-X(p)=\dfrac{1}{p+2}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $\dfrac{1}{4}(1-e^{2t}+2te^{2t})$; 2) $\dfrac{1}{2}(1+e^{2t}-2te^{2t})$; 3) $\dfrac{1}{4}(1+e^{2t}-2te^{2t})$; 4) $\dfrac{1}{2}(1-e^{2t}+te^{2t})$; 5) $\dfrac{1}{4}(1-e^{-2t}+2te^{-2t})$.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Если $F(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0$ – изображение по Лапласу функции $f(t)$, то функция $\varphi(t) = (-1)^n t^n f(t)$ имеет изображение…	
2	Является ли функция $f(t) = e^{4t+3}$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) нет; 2) да, 0; 3) да, 4; 4) да, 3; 5) да, 1.
3	Функция $f(t) = \operatorname{sh} t$ имеет изображение	1) $\frac{1}{p^2+1}$; 2) $\frac{p}{p^2+1}$; 3) $\frac{1}{p-1}$; 4) $\frac{1}{p^2-1}$; 5) $\frac{p}{p^2-1}$.
4	Найти изображение функции $f(t) = \begin{cases} 2, & 0 \le t < 4; \\ -2, & 4 \le t < 5; \\ 0, & t \ge 5. \end{cases}$	1) $\frac{1}{p} + \frac{e^{-4p}}{p} - \frac{e^{-5p}}{p}$; 2) $\frac{1}{p^2} - \frac{2e^{-4p}}{p^2} + \frac{e^{-5p}}{p^2}$; 3) $\frac{1}{p} + \frac{e^{-4p}}{p^2} + \frac{2e^{-5p}}{p^2}$; 4) $\frac{2}{p^2} + \frac{e^{-4p}}{p} - \frac{e^{-5p}}{p}$; 5) $\frac{2}{p} + \frac{2e^{-5p}}{p} - \frac{4e^{-4p}}{p}$.
5	Найти изображение функции $f(t) = (t-2)^3 \eta(t-2)$.	1) $\frac{6e^{-2p}}{p^4}$; 2) $\frac{2e^{-2p}}{p^3}$; 3) $\frac{3e^{-3p}}{p^3}$; 4) $\frac{6e^{2p}}{p^4}$; 5) $\frac{4e^{2p}}{p^4}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t) = \cos t$, $f_2(t) = \sin t$.	1) $t \sin t$; 2) $t \cos t$; 3) $\frac{1}{2} t \sin t$; 4) $\frac{1}{2} t \cos t$; 5) $\frac{1}{2}(t - \sin t)$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\frac{p}{(p^2+1)^2}$; 2) $\frac{2p}{(p^2+1)^2}$; 3) $\frac{1}{2}\frac{p}{(p^2+1)^2}$; 4) $\frac{2}{(p^2+1)^2}$; 5) $\frac{1}{2(p^2+1)^2}$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{1}{p^3+2p^2+p}$.	1) $1+e^{-t}+te^{-t}$; 2) $1-te^{-t}$; 3) $1-e^{-t}+te^{-t}$; 4) $1+e^{-t}-te^{-t}$; 5) $1+te^{-t}$.
9	Дифференциальному уравнению $x''+2x'-3x=e^{-t}$ с начальными условиями $x(0)=0,\ x'(0)=1$ соответствует операторное	1) $p^2X(p)+p+2pX(p)-3X(p)=\dfrac{1}{p+1}$; 2) $p^2X(p)+1+2pX(p)-3X(p)=\dfrac{1}{p-1}$; 3) $p^2X(p)-1+2pX(p)-3X(p)=\dfrac{1}{p-1}$; 4) $p^2X(p)-1+2pX(p)-3X(p)=\dfrac{1}{p+1}$; 5) $p^2X(p)-p+2pX(p)-3X(p)=\dfrac{1}{p+1}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $\dfrac{1}{4}(3e^{t}+e^{-3t}-2e^{-t})$; 2) $\dfrac{1}{8}(3e^{t}-e^{-3t}-2e^{-t})$; 3) $\dfrac{1}{8}(e^{t}+3e^{-3t}-e^{-t})$; 4) $\dfrac{1}{2}(3e^{t}+2e^{-2t}-e^{-t})$; 5) $\dfrac{1}{8}(3e^{-3t}-e^{-t}+2e^{2t})$.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Если $F(p)$, $\mathrm{Re}\,p > s_0$ – изображение по Лапласу функции $f(t)$, тогда функция $\varphi(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau$ имеет изображение...	
2	Является ли функция $f(t) = \frac{1}{t^3 - 8}$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) да, 0; 2) да, $\ln 2$; 3) да, 2; 4) да, 1; 5) нет.
3	Функция $f(t) = \frac{1}{2}\cos t$ имеет изображение	1) $\frac{1/2}{\frac{p^2}{4}+1}$; 2) $\frac{1}{2}\frac{p}{p^2+1}$; 3) $\frac{p}{\frac{p^2}{4}+1}$; 4) $\frac{1}{\frac{p^2}{4}+1}$; 5) $\frac{p}{p^2+1}$.
4	Найти изображение функции $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \le t < 2; \\ 2, & 2 \le t < 4; \\ 0, & t \ge 4. \end{cases}$	1) $\frac{2}{p^2} - \frac{2e^{-4p}}{p} + \frac{e^{-2p}}{p}$; 2) $\frac{1}{p^2} + \frac{2e^{-2p}}{p^2} - \frac{e^{-4p}}{p^2}$; 3) $\frac{1}{p^2} - \frac{e^{-2p}}{p^2} - \frac{2e^{-4p}}{p}$; 4) $\frac{1}{p^2} + \frac{2e^{-4p}}{p} - \frac{e^{-2p}}{p}$; 5) $\frac{1}{p} + \frac{e^{-4p}}{p^2} + \frac{e^{-2p}}{p}$.
5	Найти изображение функции $f(t) = t^2 \mathrm{ch} 2t$.	1) $\frac{p(p^2+12)}{(p^2-2)^3}$; 2) $\frac{p^2+12}{(p^2-2)^2}$; 3) $\frac{p^2}{(p^2+4)^2}$; 4) $\frac{2p(p^2+12)}{(p^2-4)^3}$; 5) $\frac{p(p^2-12)}{(p^2+4)^3}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t) = e^{2t}$, $f_2(t) = \sin 3t$.	1) $\frac{1}{11}(e^t - 3\cos t - 2\sin t)$; 2) $\frac{1}{13}(e^{2t} - 3\cos 3t - 2\sin 3t)$; 3) $\frac{1}{12}(e^t + 3\cos 3t - 2\sin 3t)$; 4) $\frac{1}{11}(e^{2t} + 3\cos t - 2\sin t)$; 5) $\frac{1}{13}(e^{-t} - 3\cos 2t + 2\sin 2t)$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\dfrac{13}{(p-2)(p^2+9)}$; 2) $\dfrac{p}{(p-1)(p^2+9)}$; 3) $\dfrac{5}{(p+1)(p^2+4)}$; 4) $\dfrac{3}{(p-2)(p^2+9)}$; 5) $\dfrac{11}{(p-2)(p^2+1)}$.
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{p}{(p^2+1)^2}$.	1) $\frac{1}{2}t\sin t$; 2) $\frac{1}{2}t\cos t$; 3) $t\sin t$; 4) $t\cos t$; 5) $t-\sin t$.
9	Дифференциальному уравнению $x'''+x'=1$ с начальными условиями $x(0)=x'(0)=x''(0)=0$ соответствует операторное	1) $pX(p)+X(p)=\dfrac{1}{p}$; 2) $p^3X(p)+X(p)=\dfrac{1}{p-1}$; 3) $p^2X(p)+pX(p)=\dfrac{1}{p}$; 4) $pX(p)-X(p)=\dfrac{1}{p-1}$; 5) $p^3X(p)+pX(p)=\dfrac{1}{p}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $t\sin t$; 2) $t\cos t$; 3) $t-\sin t$; 4) $t-\cos t$; 5) $\sin t-\cos t$.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Если $\dfrac{f(t)}{t}$ – оригинал с показателем роста s_0, то $f(t)$ – оригинал с показателем роста s_0 и $F(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0$ – его изображение по Лапласу, тогда $\dfrac{f(t)}{t}$ имеет изображение...	
2	Является ли функция $f(t) = \operatorname{ctg} t$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) нет; 2) да, 1; 3) да, 2; 4) да, $\ln 2$; 5) да, $\ln 1$.
3	Функция $f(t) = e^{-t}$ имеет изображение	1) $\dfrac{1}{p-1}$; 2) $\dfrac{1}{p^2-1}$; 3) $\dfrac{1}{p}$; 4) $\dfrac{1}{p^2+1}$; 5) $\dfrac{1}{p+1}$.
4	Найти изображение функции $f(t) = \begin{cases} 3-t, & 0 \le t < 3; \\ 0, & 3 \le t < \infty. \end{cases}$	1) $\dfrac{2}{p} - \dfrac{e^{-3p}}{p^2} + \dfrac{1}{p^2}$; 2) $\dfrac{3}{p} + \dfrac{e^{-3p}}{p^2} - \dfrac{1}{p^2}$; 3) $\dfrac{3}{p^2} + \dfrac{e^{-3p}}{p} - \dfrac{1}{p}$; 4) $\dfrac{2}{p} - \dfrac{e^{-3p}}{p} - \dfrac{1}{p^2}$; 5) $\dfrac{1}{p^2} + \dfrac{3e^{-3p}}{p} - \dfrac{3}{p}$.
5	Найти изображение функции $f(t) = \int\limits_0^t \dfrac{\operatorname{sh}\tau}{\tau} d\tau.$	1) $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{p-1}{p+1}$; 2) $p\ln\dfrac{p-1}{p+1}$; 3) $\dfrac{1}{2p}\ln\dfrac{p+1}{p-1}$; 4) $\dfrac{1}{2p}\ln\dfrac{p-1}{p+1}$; 5) $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{p+1}{p-1}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t) = \cos t$, $f_2(t) = \cos t$.	1) $\dfrac{1}{2}(\sin t - t\cos t)$; 2) $\dfrac{1}{2}(t\sin t + \cos t)$; 3) $\dfrac{1}{4}(\sin t + t\cos t)$; 4) $\dfrac{1}{2}(\sin t + t\cos t)$; 5) $\dfrac{1}{2}(\cos t - t\sin t)$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\dfrac{p}{(p^2+1)^2}$; 2) $\dfrac{2p}{(p^2+1)^2}$; 3) $\dfrac{p^2}{(p^2+1)^2}$; 4) $\dfrac{2p^2}{(p^2+1)^2}$; 5) $\dfrac{1}{2}\dfrac{p^2}{(p^2+1)^2}$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{1}{p^2-2p-3}$.	1) $\frac{1}{2}(e^{3t}-e^{t})$; 2) $\frac{1}{4}(e^{3t}-e^{-t})$; 3) $\frac{1}{2}(e^{-3t}-e^{-t})$; 4) $\frac{1}{4}(e^{3t}+e^{t})$; 5) $\frac{1}{2}(e^{-3t}+e^{-t})$.
9	Дифференциальному уравнению $x''+4x=t$ с начальными условиями $x(0)=1,\ x'(0)=0$ соответствует операторное	1) $p^2X(p)-p+4X(p)=\frac{1}{p^2}$; 2) $p^2X(p)-1+4X(p)=\frac{1}{p^2}$; 3) $p^2X(p)+p-4X(p)=\frac{1}{p}$; 4) $p^2X(p)+1+4X(p)=\frac{1}{p}$; 5) $p^2X(p)-p+4X(p)=\frac{1}{p}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $t-\cos t+\frac{1}{4}\sin t$; 2) $\frac{1}{2}t+\cos 2t-\frac{1}{4}\sin 2t$; 3) $\frac{1}{2}t-\frac{1}{2}\cos 2t+\frac{1}{4}\sin t$; 4) $\frac{1}{4}t+\frac{1}{4}\cos t-\frac{1}{4}\sin t$; 5) $\frac{1}{4}t+\cos 2t-\frac{1}{8}\sin 2t$.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Пусть $F(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0$ – изображение по Лапласу функции $f(t)$, тогда функция $f(t-\tau)$, где τ – любое положительное число, имеет изображение…	
2	Является ли функция $f(t)=t^3$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) нет; 2) да, 1; 3) да, 2; 4) да, 0; 5) да, 5.
3	Функция $f(t)=t$ имеет изображение	1) $\frac{1}{p^2}$; 2) $\frac{1}{p}$; 3) $\frac{1}{p^2-1}$; 4) $\frac{1}{p^2+1}$; 5) $\frac{2}{p^3}$.
4	Найти изображение функции $f(t)=\begin{cases}3, & 0\le t<3;\\ -3, & 3\le t<6;\\ 0, & t\ge 6.\end{cases}$	1) $\frac{6}{p}+\frac{6e^{-6p}}{p^2}-\frac{6e^{-3p}}{p^2}$; 2) $\frac{12}{p}+\frac{6e^{-6p}}{p^2}-\frac{3e^{-3p}}{p^2}$; 3) $\frac{1}{p^2}+\frac{3e^{-6p}}{p^2}-\frac{e^{-3p}}{p^2}$; 4) $\frac{3}{p^2}+\frac{3e^{-6p}}{p^2}-\frac{6e^{-3p}}{p^2}$; 5) $\frac{3}{p}+\frac{3e^{-6p}}{p}-\frac{6e^{-3p}}{p}$.
5	Найти изображение функции: $f(t)=\operatorname{ch}t\sin t$.	1) $\frac{p+1}{p^4+2}$; 2) $\frac{p^2+2}{p^4+4}$; 3) $\frac{p^2+1}{(p-1)^2+2}$; 4) $\frac{p^2-2}{(p+1)^2+4}$; 5) $\frac{p+2}{p^4+4}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t)=e^t$, $f_2(t)=e^{-t}$.	1) $t\operatorname{sh}t$; 2) $2t\operatorname{ch}t$; 3) $\operatorname{sh}t$; 4) $\operatorname{ch}t$; 5) $\operatorname{ch}t+\operatorname{sh}t$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\frac{1}{p^2-1}$; 2) $\frac{p}{p^2-1}$; 3) $\frac{2p}{(p^2-1)^2}$; 4) $\frac{p^2+1}{(p^2-1)^2}$; 5) $\frac{1}{p-1}$.
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\frac{1}{(p-1)^2}$.	1) te^{-t}; 2) $\operatorname{sh}t$; 3) $\operatorname{ch}t$; 4) e^t; 5) te^t.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
9	Дифференциальному уравнению $x'' + 2x' + x = \sin t$ с начальными условиями $x(0) = 0,\ x'(0) = -1$ соответствует операторное	1) $p^2 X(p) + p + 2pX(p) + X(p) = \frac{1}{p^2+1}$; 2) $p^2 X(p) + 1 + 2pX(p) + X(p) = \frac{1}{p^2+1}$; 3) $p^2 X(p) - 1 + 2pX(p) + X(p) = \frac{p}{p^2+1}$; 4) $p^2 X(p) - p + 2pX(p) + X(p) = \frac{p}{p^2+1}$; 5) $p^2 X(p) + 1 + pX(p) + 2X(p) = \frac{1}{p^2+1}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $te^{-t} + e^t + \cos t$; 2) $\frac{1}{2}(e^{-t} + te^t - \cos t)$; 3) $\frac{1}{2}(e^{-t} + te^t + \sin t)$; 4) $\frac{1}{2}(e^{-t} - te^{-t} - \cos t)$; 5) $\frac{1}{2}(-e^{-t} + te^t + \sin t)$.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Пусть $F(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0$ – изображение по Лапласу функции $f(t)$, тогда функция $e^{\lambda t} f(t)$, имеет изображение...	
2	Является ли функция $f(t) = 2^t$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) да, 2; 2) да, $\ln 2$; 3) да, 1; 4) да, $\ln 1$; 5) нет.
3	Функция $f(t) = \sin t$ имеет изображение	1) $\frac{p}{p^2-1}$; 2) $\frac{1}{p^2-1}$; 3) $\frac{p}{p^2+1}$; 4) $\frac{1}{p^2+1}$; 5) $\frac{p}{1-p^2}$.
4	Найти изображение функции $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \le t < 3; \\ 3, & 3 \le t < 4; \\ 0, & t \ge 4. \end{cases}$	1) $\frac{1}{p^2} - \frac{e^{-3p}}{p^2} - \frac{3e^{-4p}}{p}$; 2) $\frac{1}{p^2} + \frac{e^{-3p}}{p^2} - \frac{2e^{-4p}}{p^2}$; 3) $\frac{1}{p} - \frac{e^{-3p}}{p} - \frac{3e^{-4p}}{p^2}$; 4) $\frac{3}{p^2} - \frac{e^{-3p}}{p} - \frac{6e^{-4p}}{p}$; 5) $\frac{1}{p} - \frac{e^{-4p}}{p} + \frac{e^{-3p}}{2p}$.
5	Найти изображение функции $f(t) = t^3 e^{2t}$.	1) $\frac{4}{(p+2)^3}$; 2) $\frac{6}{(p+2)^4}$; 3) $\frac{4}{(p-2)^3}$; 4) $\frac{2}{(p-2)^3}$; 5) $\frac{6}{(p-2)^4}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t) = t$, $f_2(t) = \sin t$.	1) $t - \sin t$; 2) $t + \sin t$; 3) $t - \cos t$; 4) $t + \cos t$; 5) $\cos t - \sin t$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\frac{1}{p(p^2+1)}$; 2) $\frac{1}{p^2(p^2+1)}$; 3) $\frac{1-p^2}{p(p^2+1)}$; 4) $\frac{1+p^2}{p(p^2+1)^2}$; 5) $\frac{1-p^2}{p^2(p^2+1)}$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{2p+3}{p^3+4p^2+5p}$.	1) $\frac{2}{5}(1+e^{2t}\cos t)+\frac{1}{5}\sin 2t$; 2) $\frac{4}{5}(1+e^{2t}\sin t)+\frac{2}{5}e^{2t}\cos t$; 3) $\frac{3}{5}(1-e^{-2t}\cos t)+\frac{4}{5}e^{-2t}\sin t$; 4) $\frac{1}{5}+e^{-2t}\cos t-\frac{2}{5}e^{-2t}\sin t$; 5) $\frac{3}{5}t-e^{-2t}\cos t+\frac{4}{5}e^{-2t}\sin t$.
9	Дифференциальному уравнению $x''-2x'+x=e^t$ с начальными условиями $x(0)=0,\ x'(0)=1$ соответствует операторное	1) $p^2X(p)+1+2pX(p)+X(p)=\frac{1}{p-1}$; 2) $p^2X(p)+p-2pX(p)+X(p)=\frac{1}{p+1}$; 3) $p^2X(p)-1-2pX(p)+X(p)=\frac{1}{p+1}$; 4) $p^2X(p)-1-2pX(p)+X(p)=\frac{1}{p-1}$; 5) $p^2X(p)-1-pX(p)+2X(p)=\frac{1}{p-1}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) te^t+e^t; 2) te^t-e^t; 3) $t^2e^{-t}-te^{-t}$; 4) $\frac{1}{2}(te^{-t}-e^{-t})$; 5) $\frac{1}{2}t^2e^t+te^t$.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Если $f(t)$ – периодический оригинал с периодом $T>0$, то его изображение...	
2	Является ли функция $f(t)=\ln(t+1)$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) да, 0; 2) да, 1; 3) да, $\ln 1$; 4) да, $\ln 2$; 5) нет.
3	Функция $f(t)=\operatorname{ch}t$ имеет изображение	1) $\dfrac{p}{p^2+1}$; 2) $\dfrac{1}{p^2+1}$; 3) $\dfrac{1}{p-1}$; 4) $\dfrac{1}{p^2-1}$; 5) $\dfrac{p}{p^2-1}$.
4	Найти изображение функции $f(t)=\begin{cases}4-t, & 0\le t<4;\\ 0, & t\ge 4.\end{cases}$	1) $\dfrac{1}{p}+\dfrac{e^{-3p}}{p}+\dfrac{e^{-4p}}{p^2}$; 2) $\dfrac{1}{p^2}-\dfrac{3e^{-3p}}{p^2}-\dfrac{4e^{-4p}}{p}$; 3) $\dfrac{4}{p}+\dfrac{e^{-4p}}{p^2}-\dfrac{1}{p^2}$; 4) $\dfrac{1}{p^2}-\dfrac{4e^{-3p}}{p^2}-\dfrac{e^{-4p}}{p^2}$; 5) $\dfrac{1}{p}+\dfrac{3e^{-4p}}{p}-\dfrac{4e^{-4p}}{p^2}$.
5	Найти изображение функции $f(t)=\int\limits_0^t\dfrac{1-e^{\tau}}{\tau}d\tau$.	1) $\dfrac{1}{p}\ln\left(1+\dfrac{1}{p}\right)$; 2) $\dfrac{1}{p}\ln\left(1-\dfrac{1}{p}\right)$; 3) $\dfrac{1}{p^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{p}\right)$; 4) $\dfrac{1}{p^2}\ln\left(1-\dfrac{1}{p}\right)$; 5) $\ln\left(1-\dfrac{1}{p}\right)$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t)=\sin t,\ f_2(t)=\sin t$.	1) $\dfrac{1}{2}(t\cos t-\sin t)$; 2) $\dfrac{1}{2}(t\sin t-\cos t)$; 3) $\cos t-t\sin t$; 4) $\sin t-t\cos t$; 5) $\dfrac{1}{2}(\sin t-t\cos t)$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\dfrac{p^2}{(p^2+1)^2}$; 2) $\dfrac{p^2-1}{(p^2+1)^2}$; 3) $\dfrac{1}{p^2+1}$; 4) $\dfrac{1-p^2}{(p^2+1)^2}$; 5) $\dfrac{1}{(p^2+1)^2}$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p)=\dfrac{1}{p^2-p+7}$.	1) $\dfrac{2}{7}e^{\frac{t}{2}}\sin\dfrac{3}{2}t$; 2) $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}e^{\frac{t}{2}}\cos\sqrt{3}t$; 3) $\dfrac{3}{7}e^{\frac{t}{3}}\sin 2t$; 4) $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}e^{\frac{t}{2}}\sin\dfrac{3\sqrt{3}}{2}t$; 5) $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}e^{\frac{t}{3}}\cos\dfrac{3\sqrt{3}}{2}t$.
9	Дифференциальному уравнению $x''-2x'+2x=1$ с начальными условиями $x(0)=x'(0)=0$ соответствует операторное	1) $p^2X(p)+1-2pX(p)+2X(p)=\dfrac{1}{p}$; 2) $p^2X(p)+p-2X(p)+2pX(p)=\dfrac{1}{p}$; 3) $p^2X(p)-2pX(p)+2X(p)=\dfrac{1}{p}$; 4) $p^2X(p)-1+2pX(p)-2X(p)=\dfrac{1}{p}$; 5) $p^2X(p)-p+2pX(p)-2X(p)=\dfrac{1}{p}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $\dfrac{1}{2}(e^{-t}\sin t+e^{-t}\cos t)$; 2) $\dfrac{1}{2}(1-e^{t}\cos t+e^{t}\sin t)$; 3) $\dfrac{1}{2}(e^{t}\cos t+e^{t}\sin t)$; 4) $\dfrac{1}{4}(1+e^{t}\cos t-e^{t}\sin t)$; 5) $\dfrac{1}{2}(e^{t}\sin t-e^{t}\cos t)$.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Пусть $F_1(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0^{(1)}$ – изображение по Лапласу функции $f_1(t)$ и $F_2(p)$, $\operatorname{Re} p > s_0^{(2)}$ – изображение по Лапласу функции $f_2(t)$, тогда функция $\varphi(t) = \int_0^t f_1(t) f_2(t-\tau) d\tau$ имеет изображение...	
2	Является ли функция $f(t) = e^{t^4}$ оригиналом? Если является, то указать показатель роста.	1) да, 4; 2) да, $\ln 4$; 3) да, 1; 4) да, $\ln 1$; 5) нет.
3	Функция $f(t) = t^2$ имеет изображение	1) $\frac{1}{p}$; 2) $\frac{p}{p^2+1}$; 3) $\frac{2}{p^3}$; 4) $\frac{1}{p^2}$; 5) $\frac{1}{p^2-1}$.
4	Найти изображение функции $f(t) = \begin{cases} 4, & 0 \le t < 4; \\ -4, & 4 \le t < 6; \\ 0, & t \ge 6. \end{cases}$	1) $\frac{1}{p} + \frac{e^{-4p}}{p} - \frac{4e^{-6p}}{p}$; 2) $\frac{4}{p^2} + \frac{e^{-4p}}{p} + \frac{e^{-6p}}{p}$; 3) $\frac{1}{p^2} - \frac{e^{-4p}}{p} - \frac{e^{-6p}}{p^2}$; 4) $\frac{4}{p} + \frac{4e^{-6p}}{p} - \frac{8e^{-4p}}{p}$; 5) $\frac{4}{p^2} + \frac{4e^{-6p}}{p} - \frac{2e^{-4p}}{p^2}$.
5	Найти изображение функции $f(t) = \sin t - t\cos t$.	1) $\frac{p}{(p^2+1)^2}$; 2) $\frac{2}{(p^2+1)^2}$; 3) $\frac{2p}{(p^2+1)^2}$; 4) $\frac{1}{(p^2+1)^2}$; 5) $\frac{p+1}{(p^2+1)^2}$.
6	Найти свертку двух функций: $f_1(t) = 1$, $f_2(t) = \cos t$.	1) $\cos t$; 2) $t\sin t$; 3) $t\cos t$; 4) $t - \sin t$; 5) $\sin t$.
7	Найти изображение свертки двух функций $f_1(t)$ и $f_2(t)$ из № 6.	1) $\frac{p}{(p^2+1)^2}$; 2) $\frac{1}{p(p^2+1)}$; 3) $\frac{p}{p^2+1}$; 4) $\frac{1}{p^2+1}$; 5) $\frac{1}{(p^2+1)^2}$.
8	Найти оригинал по заданному изображению $F(p) = \frac{1}{(p-1)^2(p+2)}$.	1) $\frac{1}{9}(e^{-2t} - e^t + 3te^t)$; 2) $\frac{1}{3}(e^{2t} - e^{-t} + 3te^{-t})$; 3) $\frac{1}{6}(e^{-2t} + e^t - 3te^t)$; 4) $\frac{1}{3}(e^t - e^{-2t} + 3te^{-2t})$; 5) $\frac{1}{9}(e^t - e^{-2t} + 3te^{-2t})$.

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
9	Дифференциальному уравнению $x''' + x' = \cos t$ с начальными условиями $x(0) = 0$, $x'(0) = -2$, $x''(0) = 0$ соответствует операторное	1) $p^2 X(p) + 2 + pX(p) = \frac{1}{p^2+1}$; 2) $p^3 X(p) - 2 - pX(p) = \frac{p}{p^2+1}$; 3) $p^3 X(p) - 2p - X(p) = \frac{1}{p^2+1}$; 4) $p^3 X(p) - 2p - pX(p) = \frac{p}{p^2+1}$; 5) $p^3 X(p) + 2p + pX(p) = \frac{p}{p^2+1}$.
10	Решить задачу Коши из № 9 методом операционного исчисления.	1) $\frac{1}{2}(\cos t + \sin t)$; 2) $\frac{3}{4}\sin t + \frac{1}{4} t\cos t$; 3) $-\frac{3}{2}\sin t - \frac{1}{2} t\cos t$; 4) $\frac{3}{2}\sin t + \frac{1}{2} t\cos t$; 5) $-\frac{3}{2}\cos t - \frac{1}{2} t\sin t$.

ТЕСТ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

Вариант 1

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сколько различных трехзначных чисел можно записать с помощью цифр 2, 3, 4, 7, 8, из которых ни одна не повторяется?	1) 10; 2) 20; 3) 60; 4) 25; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
2	Компьютерная программа требует авторизации. Известно, что пароль состоит из четырех цифр и двух букв, ни цифры, ни буквы не повторяются. Сколько различных вариантов пароля можно составить из 10 различных букв и 10 различных цифр?	1) 28 350; 2) 453 600; 3) 5130; 4) 675; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
3	Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов (от 1 до 5)?	1) $1/60$; 2) $1/30$; 3) $1/25$; 4) $1/120$; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	В вазе 3 банана, 2 киви и 5 апельсинов. Из вазы взяли 4 фрукта. Вычислить вероятность того, что из вазы взяли 1 банан, 1 киви и 2 апельсина.	1) $2/7$; 2) $1/14$; 3) $1/28$; 4) $1/112$; 5) другой ответ.
5	Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 50 % – первого класса риска, 30 % – второго и 20 % – третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,03, третьего – 0,08. Какова вероятность того, что застрахованный получит денежное вознаграждение за период страхования?	1) 0,035; 2) 0,03; 3) 0,012; 4) 0,024; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Какова вероятность того, что застрахованный из задачи № 5, получивший денежное вознаграждение, относится к группе малого риска?	1) $1/3$; 2) $8/15$; 3) $3/10$; 4) $1/6$; 5) другой ответ.
7	В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене не будут проданы 5 пакетов.	1) 0,096; 2) 0,066; 3) 0,036; 4) 0,086; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
8	В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб. Составить закон распределения случайной величины – размера выигрыша при пяти сделанных покупках. Найти математическое ожидание этой случайной величины.	1) $M(X) = 500$; 2) $M(X) = 450$; 3) $M(X) = 400$; 4) $M(X) = 398$; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
9	Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина X, распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней.	1) $e^{3/4}$; 2) e^{-300}; 3) $e^{-4/3}$; 4) $e^{-3/4}$; 5) другой ответ.
10	Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $a = 25$. Вероятность попадания X в интервал (10; 15) равна 0,09. Чему равна вероятность попадания X в интервал (35; 40)?	1) 0,09; 2) 0,01; 3) 0,099; 4) 0,081; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 2

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сколько различных четырехзначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 3, 4, 7, 8, из которых ни одна не повторяется?	1) 5; 2) 120; 3) 60; 4) 24; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
2	Компьютерная программа требует авторизации. Известно, что пароль состоит из трех цифр и двух букв, ни цифры, ни буквы не повторяются. Сколько различных вариантов пароля можно составить из 10 различных букв и 10 различных цифр?	1) 810; 2) 165; 3) 64 800; 4) 5400; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
3	Пятитомное собрание сочинений расположено на полке в случайном порядке. Какова вероятность того, что книги стоят слева направо в порядке нумерации томов (от 5 до 1)?	1) $1/120$; 2) $1/30$; 3) $1/25$; 4) $1/60$; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	В вазе 4 банана, 4 киви и 6 апельсинов. Из вазы взяли 5 фруктов. Вычислить вероятность того, что из вазы взяли 2 банана, 1 киви и 2 апельсина.	1) 0,001; 2) 0,28; 3) 0,012; 4) 0,18; 5) другой ответ.
5	В данный район изделия поставляются тремя фирмами в соотношении 5:8:7. Среди продукции первой фирмы стандартные изделия составляют 90 %, второй – 85 %, третьей – 75 %. Найти вероятность того, что приобретенное изделие окажется нестандартным.	1) 0,1725; 2) 0,8275; 3) 0,1735; 4) 0,8265; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Приобретенное изделие из задания № 5 оказалось нестандартным. Найти вероятность того, что оно было поставлено третьей фирмой.	1) 0,493; 2) 0,507; 3) 0,607; 4) 0,393; 5) другой ответ.
7	В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будет продано менее 2 пакетов.	1) 0,664; 2) 0,564; 3) 0,436; 4) 0,456; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
8	В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб. Составить закон распределения случайной величины – размера выигрыша при четырех сделанных покупках. Найти математическое ожидание этой случайной величины.	1) $M(X) = 350$; 2) $M(X) = 450$; 3) $M(X) = 300$; 4) $M(X) = 400$; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
9	Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина X, распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 30 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней.	1) $1-e^{-2}$; 2) e^{-2}; 3) $e^{-1/2}$; 4) e^{-450}; 5) другой ответ.
10	Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $a = 25$. Вероятность попадания X в интервал (10; 15) равна 0,09. Чему равна вероятность попадания X в интервал (40; 45)?	1) 0,099; 2) 0,01; 3) 0,09; 4) 0,081; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 3

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сколько различных четырехзначных чисел (цифры в числе могут повторяться) можно записать с помощью цифр 1, 3, 4, 7, 8?	1) 625; 2) 125; 3) 3125; 4) 120; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
2	Сколько существует способов рассадить в ряд 7 человек так, чтобы два определенных человека сидели рядом?	1) 5040; 2) 1440; 3) 64 800; 4) 2520; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
3	Слово составлено из семи карточек, на каждой из которых написана одна буква. Карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что карточки с буквами вынимаются в порядке следования букв заданного слова *событие*?	1) $1/120$; 2) $1/5!$; 3) $1/6!$; 4) $1/7!$; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются четыре билета, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся три юноши и одна девушка?	1) 0,01; 2) 0,162; 3) 0,142; 3) 0,568; 5) другой ответ.
5	Вероятность изготовления изделия с браком на данном предприятии равна 0,04. Перед выпуском изделие подвергается упрощенной проверке, которая в случае бездефектного изделия пропускает его с вероятностью 0,96, а в случае изделия с дефектом – с вероятностью 0,05. Определить, какая часть изготовленных изделий выходит с предприятия.	1) 0,09; 2) 0,048; 3) 0,0782; 4) 0,9218; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Какова вероятность того, что изделие из задания № 5, выдержавшее упрощенную проверку, бракованное?	1) 0,0022; 2) 0,9998; 3) 0,0002; 4) 0,9978; 5) другой ответ.
7	В среднем 20 % пакетов акций на аукционах продаются по первоначально заявленной цене. Найти вероятность того, что из 9 пакетов акций в результате торгов по первоначально заявленной цене будет продано более 2 пакетов.	1) 0,7382; 2) 0,2618; 3) 0,436; 4) 0,4562; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
8	В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб. Составить закон распределения случайной величины – размера выигрыша при четырех сделанных покупках. Найти дисперсию этой случайной величины.	1) $D(X) = 0,4$; 2) $D(X) = 3,6$; 3) $D(X) = 0,36$; 4) $D(X) = 0,09$; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
9	Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина X, распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не более 30 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней.	1) $1-e^{-2}$; 2) e^{-2}; 3) $e^{-1/2}$; 4) e^{-450}; 5) другой ответ.
10	Случайная величина X имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $a = 45$. Вероятность попадания X в интервал (30; 35) равна 0,09. Чему равна вероятность попадания X в интервал (55; 60)?	1) 0,099; 2) 0,01; 3) 0,09; 4) 0,081; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 4

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сколько различных четырехзначных чисел (цифры в числе могут повторяться) можно записать с помощью цифр 1, 3, 4, 7, 0?	1) 500; 2) 125; 3) 625; 4) 120; 5) другой ответ.
2	Сколько существует способов рассадить в ряд 7 человек так, чтобы три определенных человека сидели рядом?	1) 120; 2) 5040; 3) 720; 4) 840; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
3	Теща Кисы Воробьянинова зашила фамильные бриллианты в один из двенадцати одинаковых стульев. Два из них впоследствии остались в Старгороде, а десять стульев отправились в Москву. Какова вероятность отыскать бриллианты в одном из двух стульев, оставшихся в Старгороде?	1) $1/2$; 2) $1/6$; 3) $1/12$; 4) $1/10$; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются четыре билета, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся два юноши и две девушки?	1) 0,0119; 2) 0,9881; 3) 0,6265; 4) 0,3735; 5) другой ответ.
5	По статистике 70 % курильщиков выкуривают более 10 сигарет в день. Для них вероятность умереть от рака легких составляет 0,4, а для остальных курильщиков она равна 0,2. Какова вероятность того, что курильщик умер от рака легких?	1) 0,34; 2) 0,66; 3) 0,6; 4) 0,06; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Какова вероятность того, что умерший из задачи № 5 выкуривал более 10 сигарет в день?	1) 0,0022; 2) 0,824; 3) 0,176; 4) 0,9978; 5) другой ответ.
7	В вопросах к зачету имеются 75 % вопросов, на которые студент знает ответ. Преподаватель выбирает из всех вопросов два и задает их студенту. Определить вероятность того, что среди полученных студентом вопросов есть хотя бы один, на который он знает ответ.	1) 0,7382; 2) 0,2618; 3) 0,0625; 4) 0,9375; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
8	В рекламных целях торговая фирма вкладывает в каждую десятую единицу товара денежный приз размером 1 тыс. руб. Составить закон распределения случайной величины – размера выигрыша при трех сделанных покупках. Найти математическое ожидание этой случайной величины.	1) $M(X)$ = 0,4; 2) $M(X)$ = 0,09; 3) $M(X)$ = 0,3; 4) $M(X)$ = 2,7; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
9	Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина X, распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не более 20 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней.	1) $1-e^{3/4}$; 2) e^{-300}; 3) $1-e^{-4/3}$; 4) $e^{-4/3}$; 5) другой ответ.
10	Полагая, что рост мужчин определенной возрастной группы есть нормально распределенная случайная величинах X с параметрами a = 173 и σ^2 = 36, найти доли костюмов 4-го роста (176–182 см), которые нужно предусмотреть в общем объеме производства для данной возрастной группы.	1) 21,47 %; 2) 19,15 %; 3) 43,32 %; 4) 78,53 %; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 5

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сколько различных четырехзначных чисел (цифры в числе не повторяются) можно записать с помощью цифр 1, 3, 4, 6, 0?	1) 500; 2) 96; 3) 625; 4) 120; 5) другой ответ.
2	Сколько существует способов рассадить в ряд 6 человек так, чтобы два определенных человека сидели рядом?	1) 720; 2) 1440; 3) 240; 4) 840; 5) другой ответ.
3	В городе работают 20 офисов различных банков. Бабуля выбирает один из этих банков наугад и открывает в нем вклад на 100 000 рублей. Известно, что во время кризиса 6 банков разорились, и вкладчики этих банков потеряли все свои деньги. Какова вероятность того, что бабуля не потеряет свой вклад?	1) 0,7; 2) 0,3; 3) 0,0006; 4) 0,007; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	При включении зажигания двигатель начнет работать с вероятностью 0,6. Найти вероятность того, что двигатель начнет работать при третьем включении зажигания.	1) 0,144; 2) 0,096; 3) 0,856; 4) 0,904; 5) другой ответ.
5	В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами-изготовителями. На складе имеются электродвигатели этих заводов соответственно в количестве M_1 = 13, M_2 = 12 и M_3 = 17 штук, которые могут безотказно работать до конца гарантийного срока с вероятностями соответственно 0,91, 0,82 и 0,77. Рабочий берет случайно один электродвигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятность того, что смонтированный электродвигатель проработает безотказно до конца гарантийного срока.	1) 0,34; 2) 0,66; 3) 0,172; 4) 0,828; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Смонтированный электродвигатель из задачи № 5 проработал безотказно до конца гарантийного срока. Найти вероятность того, что он изготовлен на третьем заводе.	1) 0,283; 2) 0,341; 3) 0,376; 4) 0,624; 5) другой ответ.
7	В вопросах к зачету имеются 75 % вопросов, на которые студент знает ответ. Преподаватель выбирает из всех вопросов три и задает их студенту. Определить вероятность того, что среди полученных студентом вопросов есть хотя бы один, на который он знает ответ.	1) 0,7382; 2) 0,984; 3) 0,016; 4) 0,624; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
8	По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины X – числа мальчиков в семье из 4 детей. Найти математическое ожидание этой случайной величины.	1) $M(X)$ = 2,06; 2) $M(X)$ = 1,94; 3) $M(X)$ = 0,9991; 4) $M(X)$ = 2,7; 5) другой ответ.
9	Среднее число заказов на такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за две минуты поступит 4 вызова.	1) $\frac{2}{3}e^{-3}$; 2) $\frac{2}{3}e^{-6}$; 3) $54e^{-3}$; 4) $54e^{-6}$; 5) другой ответ.
10	Полагая, что рост мужчин определенной возрастной группы есть нормально распределенная случайная величинах X с параметрами a = 173 и σ^2 = 36, найти доли костюмов 3-го роста (170–176 см), которые нужно предусмотреть в общем объеме производства для данной возрастной группы.	1) 21,47 %; 2) 19,15 %; 3) 43,32 %; 4) 80,85 %; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 6

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	В розыгрыше кубка страны по футболу принимают участие 17 команд. Сколько существует способов распределить золотую, серебряную и бронзовую медали?	1) 680; 2) 4080; 3) 625; 4) 120; 5) другой ответ.
2	Сколько существует способов рассадить в ряд 6 человек так, чтобы три определенных человека сидели рядом?	1) 24; 2) 720; 3) 144; 4) 840; 5) другой ответ.
3	За одну 12-часовую смену рабочий изготавливает на станке с числовым программным управлением 600 деталей. Из-за дефекта режущего инструмента на станке получено 9 бракованных деталей. В конце рабочего дня мастер цеха берет одну деталь наугад и проверяет ее. Какова вероятность, что ему попадется именно бракованная деталь?	1) 0,0017; 2) 0,985; 3) 0,005; 4) 0,015; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	В вазе с цветами 15 гвоздик: 5 белых и 10 красных. Из вазы наугад вынимают сразу 2 цветка. Какова вероятность того, что эти цветки белые?	1) 2/3; 2) 1/3; 3) 2/21; 4) 19/21; 5) другой ответ.
5	В монтажном цехе к устройству присоединяется электродвигатель. Электродвигатели поставляются тремя заводами-изготовителями. На складе имеются электродвигатели этих заводов соответственно в количестве $M_1 = 13$, $M_2 = 12$ и $M_3 = 17$ штук, которые могут безотказно работать до конца гарантийного срока с вероятностями соответственно 0,91, 0,82 и 0,77. Рабочий берет случайно один электродвигатель и монтирует его к устройству. Найти вероятность того, что смонтированный электродвигатель не проработает безотказно до конца гарантийного срока.	1) 0,17; 2) 0,83; 3) 0,172; 4) 0,828; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Смонтированный электродвигатель из задачи № 5 не проработал безотказно до конца гарантийного срока. Найти вероятность того, что он изготовлен на третьем заводе.	1) 0,163; 2) 0,46; 3) 0,3; 4) 0,54; 5) другой ответ.
7	Вероятность появления события A по крайней мере один раз в пяти независимых испытаниях равна 0,9. Какова вероятность появления события A в одном испытании, если при каждом испытании она одинаковая?	1) 0,7382; 2) 0,984; 3) 0,37; 4) 0,71; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
8	По многолетним статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика равна 0,515. Составить закон распределения случайной величины X – числа мальчиков в семье из 4 детей. Найти дисперсию этой случайной величины.	1) $D(X) = 2{,}06$; 2) $D(X) = 0{,}9991$; 3) $D(X) = 1{,}94$; 4) $D(X) = 2{,}7$; 5) другой ответ.
9	Среднее число заказов на такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за две минуты не поступит ни одного вызова.	1) e^{-6}; 2) e^{-3}; 3) $54e^{-3}$; 4) $54e^{-6}$; 5) другой ответ.
10	Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции не выше 15,3 ден. ед.	1) 0,5; 2) 1; 3) 0,4332; 4) 0,9332; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 7

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Маша на свой день рождения пригласила в гости трех лучших подруг – Дашу, Глашу и Наташу. Когда все собрались, то по случаю дня рождения Маши решили обняться – каждая пара по одному разу. Сколько получилось разных пар?	1) 6; 2) 24; 3) 36; 4) 4; 5) другой ответ.
2	В ларьке продаются 15 роз и 18 тюльпанов. Студент 1-го курса хочет купить 3 цветка для своей одногруппницы, причем все цветы должны быть одинаковыми. Сколькими способами он может составить такой букет?	1) 33; 2) 816; 3) 455; 4) 1271; 5) другой ответ.
3	В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 2 красных, 9 желтых и 4 зеленых. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшихся ближе всего к заказчице. Найти вероятность того, что к ней приедет желтое такси.	1) 0,4; 2) 0,3; 3) 0,6; 4) 0,15; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	В вазе с цветами 15 гвоздик: 5 белых и 10 красных. Из вазы наугад вынимают сразу 2 цветка. Какова вероятность того, что эти цветки разного цвета?	1) 5/21; 2) 10/21; 3) 1/7; 4) 4/21; 5) другой ответ.
5	Страховая компания разделяет застрахованных по классам риска: I класс – малый риск, II класс – средний, III класс – большой риск. Среди этих клиентов 50 % – первого класса риска, 30 % – второго и 20 % – третьего. Вероятность необходимости выплачивать страховое вознаграждение для первого класса риска равна 0,01, второго – 0,03, третьего – 0,08. Какова вероятность того, что застрахованный не получит денежное вознаграждение за период страхования?	1) 0,17; 2) 0,83; 3) 0,03; 4) 0,97; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Застрахованный из задачи № 5 не получил денежное вознаграждение. Найти вероятность того, что он относится к группе большого риска.	1) 0,016; 2) 0,46; 3) 0,19; 4) 0,81; 5) другой ответ.
7	Вероятность присутствия студента на лекции равна 0,8. Найти вероятность того, что из 100 студентов на лекции будут присутствовать не меньше 75 и не больше 90.	1) 0,8882; 2) 0,4938; 3) 0,3944; 4) 0,71; 5) другой ответ.
8	В магазин поступила обувь с двух фабрик в соотношении 2:3. Куплено 4 пары обуви. Найти закон распределения числа купленных пар обуви, изготовленной первой фабрикой. Найти математическое ожидание этой случайной величины.	1) $M(X) = 2{,}06$; 2) $M(X) = 0{,}96$; 3) $M(X) = 2{,}4$; 4) $M(X) = 1{,}6$; 5) другой ответ.
9	Среднее число заказов на такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за две минуты поступит более четырех вызовов.	1) $18e^{-6}$; 2) $18e^{-3}$; 3) $54e^{-3}$; 4) $54e^{-6}$; 5) другой ответ.
10	Цена некой ценной бумаги нормально распределена. В течение последнего года 20 % рабочих дней она была ниже 88 ден. ед., а 75 % – выше 90 ден. ед. Найти математическое ожидание цены ценной бумаги.	1) 80; 2) 80,9351; 3) 81,2; 4) 83,45; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 8

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Сколькими способами можно покрасить пять елок в серебристый, зеленый и синий цвета, если количество краски не ограничено, а каждую елку красим только в один цвет?	1) 10; 2) 24; 3) 60; 4) 243; 5) другой ответ.
2	В группе из 20 студентов, среди которых 2 отличника, надо выбрать 4 человека для участия в конференции. Сколькими способами можно выбрать этих четверых, если отличники обязательно должны попасть на конференцию?	1) 306; 2) 153; 3) 455; 4) 1271; 5) другой ответ.
3	В сборнике билетов по биологии всего 25 билетов, в двух из них встречается вопрос о грибах. На экзамене школьнику достается один случайно выбранный билет. Найти вероятность того, что в этом билете не будет вопроса о грибах.	1) 0,92; 2) 0,08; 3) 0,6; 4) 0,15; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	В вазе с цветами 15 гвоздик: 5 белых и 10 красных. Из вазы наугад вынимают сразу 2 цветка. Какова вероятность того, что эти цветки одного цвета?	1) 5/21; 2) 11/21; 3) 1/7; 4) 4/21; 5) другой ответ.
5	По статистике 70 % курильщиков выкуривают более 10 сигарет в день. Для них вероятность умереть от рака легких составляет 0,4, а для остальных курильщиков она равна 0,2. Какова вероятность того, что курильщик умер не от рака легких?	1) 0,17; 2) 0,83; 3) 0,66; 4) 0,34; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Какова вероятность того, что умерший из задачи № 5 выкуривал менее 10 сигарет в день?	1) 1/11; 2) 10/11; 3) 3/17; 4) 14/17; 5) другой ответ.
7	Предполагается, что 10 % открывающихся новых малых предприятий прекращают свою деятельность в течение года. Какова вероятность того, что из шести малых предприятий не более двух в течение года прекратят свою деятельность?	1) 0,531; 2) 0,354; 3) 0,02; 4) 0,98; 5) другой ответ.
8	В магазин поступила обувь с двух фабрик в соотношении 2:3. Куплено 4 пары обуви. Найти закон распределения числа купленных пар обуви, изготовленной первой фабрикой. Найти среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.	1) $\sigma(X) = 2{,}06$; 2) $\sigma(X) = 0{,}98$; 3) $\sigma(X) = 0{,}96$; 4) $\sigma(X) = 1{,}6$; 5) другой ответ.
9	Среднее число заказов на такси, поступающих на диспетчерский пункт в одну минуту, равно 3. Найти вероятность того, что за две минуты поступит менее четырех вызовов.	1) $18e^{-6}$; 2) $18e^{-3}$; 3) $64{,}8e^{-6}$; 4) $64{,}8e^{-3}$; 5) другой ответ.
10	Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции не ниже 15,4 ден. ед.	1) 0,228; 2) 0,097; 3) 0,9772; 4) 0,0228; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 9

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	У бармена есть 6 сортов зеленого чая. Для проведения чайной церемонии требуется подать зеленый чай ровно трех различных сортов. Сколькими способами бармен может выполнить заказ?	1) 20; 2) 24; 3) 60; 4) 243; 5) другой ответ.
2	Сколько пятибуквенных слов, каждое из которых состоит из трех согласных и двух гласных (буквы в слове не повторяются), можно образовать из букв слова *уравнение*?	1) 306; 2) 153; 3) 72; 4) 6; 5) другой ответ.
3	Родительский комитет закупил 30 пазлов для подарков детям на окончание учебного года, из них 12 с картинами известных художников и 18 с изображениями животных. Подарки распределяются случайным образом. Найти вероятность того, что Вовочке достанется пазл с животным.	1) 0,92; 2) 0,08; 3) 0,6; 4) 0,15; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	В вазе с цветами 15 гвоздик: 5 белых и 10 красных. Из вазы наугад вынимают 2 цветка. Какова вероятность того, что эти цветки красные?	1) 3/7; 2) 6/7; 3) 1/7; 4) 4/7; 5) другой ответ.
5	В пирамиде стоят 11 винтовок, их них 3 с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовки с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью 87/100, а стреляя из винтовки без оптического прицела – с вероятностью 52/100. Найти вероятность того, что стрелок поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.	1) 0,17; 2) 0,83; 3) 0,385; 4) 0,615; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Стрелок из задания № 5 поразил мишень. Найти вероятность того, что он стрелял из винтовки с оптическим прицелом.	1) 0,614; 2) 0,386; 3) 0,2; 4) 0,8; 5) другой ответ.
7	Строительная фирма, занимающаяся установкой летних коттеджей, раскладывает рекламные листки по почтовым ящикам. Прежний опыт работы компании показывает, что примерно в одном случае из двух тысяч следует заказ. Найти вероятность того, что при размещении 100 тыс. листков число заказов будет равно 48.	1) 0,3683; 2) 0,4; 3) 0,054; 4) 0,07366; 5) другой ответ.
8	Вероятность поражения вирусным заболеванием куста земляники равна 0,2. Составить закон распределения числа кустов земляники, зараженных вирусом, из четырех посаженных кустов. Найти математическое ожидание этой случайной величины.	1) $M(X) = 0{,}8$; 2) $M(X) = 0{,}2$; 3) $M(X) = 0{,}64$; 4) $M(X) = 3{,}2$; 5) другой ответ.
9	Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 мин. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше полминуты?	1) 0,75; 2) 0,5; 3) 0,25; 4) 1; 5) другой ответ.
10	Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. Найти вероятность того, что цена акции находится в пределах от 14,9 до 15,3 ден. ед.	1) 0,4332; 2) 0,6247; 3) 0,1915; 4) 0,2417; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

Вариант 10

№	ЗАДАНИЯ	ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ
1	Имеется набор из 5 ручек разных цветов. Сколькими способами можно выбрать 3 ручки для обводки чертежа?	1) 20; 2) 24; 3) 60; 4) 10; 5) другой ответ.
2	Сколько различных перестановок можно образовать изо всех букв слова *перестановка* при условии, что слова начинаются с буквы *п* и оканчиваются буквой *а*?	1) $1/2 \cdot 10!$; 2) $10!$; 3) $3 \cdot 11!$; 4) $12!$; 5) другой ответ.
3	В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 – из России, 7 – из США, остальные – из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найти вероятность того, что спортсменка, выступающая последней, окажется из Китая.	1) 2/5; 2) 1/4; 3) 7/20; 4) 3/4; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
4	В вазе с цветами 15 гвоздик: 5 белых и 10 красных. Из вазы наугад вынимают сразу 3 цветка. Какова вероятность того, что эти цветки красные?	1) 48/91; 2) 43/91; 3) 24/91; 4) 67/91; 5) другой ответ.
5	В пирамиде стоят 11 винтовок, их них 3 с оптическим прицелом. Стрелок, стреляя из винтовки с оптическим прицелом, может поразить мишень с вероятностью 87/100, а стреляя из винтовки без оптического прицела – с вероятностью 52/100. Найти вероятность того, что стрелок не поразит мишень, стреляя из случайно взятой винтовки.	1) 0,385; 2) 0,615; 3) 0,035; 4) 0,349; 5) среди ответов 1–4 правильного нет.
6	Стрелок из задания № 5 не поразил мишень. Найти вероятность того, что он стрелял из винтовки без оптического прицела.	1) 0,89; 2) 0,11; 3) 0,092; 4) 0,908; 5) другой ответ.
7	В вузе обучаются 3650 студентов. Вероятность того, что день рождения студента приходится на определенный день года, равна 1/365. Найти наиболее вероятное число студентов, родившихся 1 мая.	1) 9; 2) 10; 3) 100; 4) 90; 5) другой ответ.
8	Клиенты банка, не связанные друг с другом, не возвращают кредиты в срок с вероятностью 0,1. Составить закон распределения числа возвращенных в срок кредитов из пяти выданных. Найти математическое ожидание этой случайной величины.	1) $M(X) = 0{,}45$; 2) $M(X) = 4{,}5$; 3) $M(X) = 0{,}5$; 4) $M(X) = 0{,}95$; 5) другой ответ.
9	Поезда метрополитена идут регулярно с интервалом 2 мин. Пассажир выходит на платформу в случайный момент времени. Какова вероятность того, что ждать пассажиру придется не больше минуты?	1) 0,5; 2) 0,75; 3) 0,25; 4) 1; 5) другой ответ.
10	Текущая цена акции может быть смоделирована с помощью нормального закона распределения с математическим ожиданием 15 ден. ед. и средним квадратическим отклонением 0,2 ден. ед. С помощью правила трех сигм найти границы, в которых будет находиться текущая цена акции.	1) (14,2; 15,8); 2) (14,9; 15,1); 3) (14,8; 15,2); 4) (14,4; 15,6); 5) среди ответов 1–4 правильного нет.

ОБРАЗЦЫ РЕШЕНИЯ ВАРИАНТОВ ТЕСТОВ

ТЕСТ «РЯДЫ»

Вариант 1

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n(n+3)}$. Зная, что сумма ряда равна $S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n$, где $S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}a_i$ – n-я частичная сумма ряда, вычислим n-ю частичную сумму заданного ряда.

$$S_n=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i(i+3)}=\frac{1}{1\cdot4}+\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{3\cdot6}+\frac{1}{4\cdot7}+\frac{1}{5\cdot8}+\frac{1}{6\cdot9}\ldots+\frac{1}{(n-2)(n+1)}+\frac{1}{(n-1)(n+2)}+\frac{1}{n(n+3)}=$$

$$=\left(\frac{1}{1\cdot4}+\frac{1}{4\cdot7}+\ldots+\frac{1}{(n-2)(n+1)}\right)+\left(\frac{1}{2\cdot5}+\frac{1}{5\cdot8}+\ldots+\frac{1}{(n-1)(n+2)}\right)+\left(\frac{1}{3\cdot6}+\frac{1}{6\cdot9}+\ldots+\frac{1}{n(n+3)}\right)=$$

$$=\left(\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{7}\right)+\ldots+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n+1}\right)\right)+\left(\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{5}-\frac{1}{8}\right)+\ldots+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+2}\right)\right)+$$

$$+\left(\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{6}-\frac{1}{9}\right)+\ldots+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3}\right)\right)=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{7}+\ldots+\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n+1}\right)+$$

$$+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{5}+\frac{1}{5}-\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n+2}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{n}-\frac{1}{n+3}\right)=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{n+1}\right)+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n+2}\right)+$$

$$+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{n+3}\right).$$

Тогда $S=\lim\limits_{n\to\infty}S_n=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{1}{n+1}\right)+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{n+2}\right)+\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{n+3}\right)\right)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{9}=\dfrac{11}{18}.$

Ответ: 1.

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(n+4)n}{2n-1}$. Согласно необходимому признаку сходимости ряда имеем, что если ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty}a_n$ сходится, то $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=0$. В нашем случае

$$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+4)n}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2+4n}{2n-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{1+\frac{4}{n}}{\frac{2}{n}-\frac{1}{n^2}}=\left(\frac{1}{0}\right)=\infty\neq0,$$ значит, ряд расходится.

Ответ: 2.

3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2+4}{n^3-1}$. Используем предельный признак сходимости ряда:

$$a_n=\frac{n^2+4}{n^3-1}\sim\frac{n^2}{n^3}=\frac{1}{n}=b_n.$$

Известно, что $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$ – расходящийся гармонический ряд. Тогда

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{b_n}=\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+4}{n^3-1}:\dfrac{1}{n}\right)=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3+4n}{n^3-1}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+\dfrac{4}{n^2}}{1-\dfrac{1}{n^3}}=1\neq 0\neq\infty$. На основании предельного признака сходимости ряда делаем вывод, что ряды $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2+4}{n^3-1}$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$ ведут себя одинаково. Значит, исходный ряд расходится.

Ответ: 2.

4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^n}{n^3}$. Исследуем на сходимость данный ряд с помощью признака Даламбера:

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=l$, если 1) $l<1$ – ряд сходится;

2) $l>1$ – ряд расходится;

3) $l=1$ – признак не работает.

В нашем случае

$$a_n=\frac{5^n}{n^3},\quad a_{n+1}=\frac{5^{n+1}}{(n+1)^3}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5^{n+1}}{(n+1)^3}:\frac{5^n}{n^3}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5\cdot5^n}{(n+1)^3}\cdot\frac{n^3}{5^n}\right)=5\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{n^3}{(n+1)^3}=5\cdot\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^3}=5>1,$$

значит, ряд расходится.

Ответ: 2.

5. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{7^{2n}}\left(\dfrac{n-1}{n}\right)^{n^2}$. Исследуем на сходимость данный ряд с помощью радикального признака Коши:

$\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=l$, если 1) $l<1$ – ряд сходится;

2) $l>1$ – ряд расходится;

3) $l=1$ – признак не работает.

В нашем случае

$$a_n=\frac{1}{7^{2n}}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}.$$

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{a_n}=\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\frac{1}{7^{2n}}\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{7^2}\cdot\left(\frac{n-1}{n}\right)^{n}=\frac{1}{49}\cdot\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{n}=$$

$$=\frac{1}{49}\cdot\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^{-n\cdot(-1)}=\left[\begin{array}{l}\text{второй замечательный}\\ \text{предел}\end{array}\right]=\frac{1}{49}\cdot e^{-1}<1,$$

значит, ряд сходится.

Ответ: 1.

6. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\ln^2(2n+4)}{2n+4}$. Исследуем на сходимость данный ряд с помощью интегрального признака Коши.

$$\int\limits_1^{\infty} \frac{\ln^2(2n+4)}{2n+4}\,\mathrm{d}n = \frac{1}{2}\int\limits_1^{\infty} \ln^2(2n+4)\,\mathrm{d}(2n+4) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\ln^3(2n+4)\Big|_1^{\infty} = \frac{1}{6}\lim_{A\to\infty} \ln^3(2n+4)\Big|_1^{A} =$$

$$= \frac{1}{6}\lim_{A\to\infty}\left(\ln^3(2A+4) - \ln^3 6\right) = \infty.$$

Значит, интеграл расходится и, согласно интегральному признаку сходимости, ряд расходится.
Ответ: 2.

7. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2+5)}{n^4-6}$. Рассмотрим ряд из абсолютных величин $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{n^4-6}$. Используем предельный признак сходимости:

$$a_n = \frac{n^2+5}{n^4-6} \sim \frac{n^2}{n^4} = \frac{1}{n^2} = b_n.$$

Известно, что $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ – сходящийся обобщенный гармонический ряд ($p = 2 > 1$). Тогда

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+5}{n^4-6} : \frac{1}{n^2}\right) = \lim_{n\to\infty} \frac{n^4+5n^2}{n^4-6} = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\frac{5}{n^2}}{1-\frac{6}{n^4}} = 1 \neq 0 \neq \infty.$$ На основании предельного признака сходимости ряда делаем вывод, что ряды $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{n^4-6}$, $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ ведут себя одинаково. Значит, ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+5}{n^4-6}$ сходится, тогда исходный ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^2+5)}{n^4-6}$ сходится абсолютно.

Ответ: 3.

8. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(2-x^2\right)^n$. Данный ряд является функциональным. Пусть x – фиксированное число. Тогда используем радикальный признак Коши:

$\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|} = \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\left|2-x^2\right|^n} = \left|2-x^2\right|$. Для того чтобы ряд сходился, необходимо, чтобы

$$\left|2-x^2\right| < 1 \Rightarrow \begin{cases} 2-x^2 < 1, \\ 2-x^2 > -1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x^2 < -1, \\ -x^2 > -3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 > 1, \\ x^2 < 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 1, \\ x < -1, \end{array}\right. \\ -\sqrt{3} < x < \sqrt{3}; \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\sqrt{3}; -1\right) \cup \left(1; \sqrt{3}\right).$$

Исследуем поведение ряда в точках $\pm\sqrt{3},\ \pm 1$.

Пусть $x = \pm\sqrt{3}$. Тогда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(2-x^2\right)^n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}(2-3)^n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n$ – ряд расходится.

Пусть $x = \pm 1$. Тогда $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left(2-x^2\right)^n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}(2-1)^n = \sum\limits_{n=1}^{\infty}(1)^n$ – ряд расходится.

Значит, область сходимости данного ряда $x \in \left(-\sqrt{3}; -1\right) \cup \left(1; \sqrt{3}\right)$.

Ответ: 4.

9. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n (x-1)^n$. Найдем радиус сходимости данного степенного ряда с помощью формулы $R=\lim\limits_{n\to\infty}\left|\dfrac{a_n}{a_{n+1}}\right|$. В нашем случае $a_n = n^2 4^n$, $a_{n+1}=(n+1)^2 4^{n+1}$.

Получаем

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{n^2 4^n}{(n+1)^2 4^{n+1}}\right|=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{n^2 4^n}{(n+1)^2 4^n\cdot 4}\right|=\frac{1}{4}\lim_{n\to\infty}\left|\frac{n^2}{(n+1)^2}\right|=\frac{1}{4}\lim_{n\to\infty}\left|\frac{1}{\left(1+{}^1\!/_n\right)^2}\right|=\frac{1}{4}.$$

Известно, что областью сходимости степенного ряда является множество $-R<x-x_0<R$. В нашем случае $R=\frac{1}{4}$, $x_0=1$, тогда $-\frac{1}{4}<x-1<\frac{1}{4}\Rightarrow -\frac{1}{4}+1<x<1+\frac{1}{4}\Rightarrow \frac{3}{4}<x<\frac{5}{4}$. Исследуем поведение ряда в точках $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$.

При $x=\frac{3}{4}\Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n (x-1)^n=\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n\left(\frac{3}{4}-1\right)^n=\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n\left(-\frac{1}{4}\right)^n=\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n\frac{(-1)^n}{4^n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n n^2$ – ряд расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}|a_n|=\lim\limits_{n\to\infty}\left|(-1)^n n^2\right|=\infty\neq 0$.

При $x=\frac{5}{4}\Rightarrow \sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n (x-1)^n=\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n\left(\frac{5}{4}-1\right)^n=\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n\left(\frac{1}{4}\right)^n=\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2 4^n\frac{1}{4^n}=\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^2$ – ряд расходится, так как $\lim\limits_{n\to\infty}|a_n|=\lim\limits_{n\to\infty}\left|n^2\right|=\infty\neq 0$.

Значит, область сходимости $x\in\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$.

Ответ: 5.

10. $\int\limits_0^{0,1} xe^{-2x}dx$. Известно, что при $x\in R$ функция $y=e^x$ имеет разложение в ряд

$e^x=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^2}{2!}+\frac{x^3}{3!}+\frac{x^4}{4!}+\ldots+\frac{x^n}{n!}+\ldots$, тогда

$$e^{-2x}=1+\frac{-2x}{1!}+\frac{(-2x)^2}{2!}+\frac{(-2x)^3}{3!}+\frac{(-2x)^4}{4!}+\ldots+\frac{(-2x)^n}{n!}+\ldots=$$

$$=1-\frac{2x}{1!}+\frac{2^2x^2}{2!}-\frac{2^3x^3}{3!}+\frac{2^4x^4}{4!}+\ldots+\frac{(-1)^n 2^n x^n}{n!}+\ldots\ .$$

Значит,

$$xe^{-2x}=x\left(1-\frac{2x}{1!}+\frac{2^2x^2}{2!}-\frac{2^3x^3}{3!}+\frac{2^4x^4}{4!}+\ldots+\frac{(-1)^n 2^n x^n}{n!}+\ldots\right)=$$

$$=x-\frac{2x^2}{1!}+\frac{2^2x^3}{2!}-\frac{2^3x^4}{3!}+\frac{2^4x^5}{4!}+\ldots+\frac{(-1)^n 2^n x^{n+1}}{n!}+\ldots\ .$$

Таким образом,

$$\int\limits_0^{0,1} xe^{-2x}\mathrm{d}x = \int\limits_0^{0,1}\left(x - \frac{2x^2}{1!} + \frac{2^2x^3}{2!} - \frac{2^3x^4}{3!} + \frac{2^4x^5}{4!} + \ldots + \frac{(-1)^n 2^n x^{n+1}}{n!} + \ldots \right)\mathrm{d}x =$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} - \frac{2x^3}{3\cdot 1!} + \frac{2^2x^4}{4\cdot 2!} - \frac{2^3x^5}{5\cdot 3!} + \frac{2^4x^6}{6\cdot 4!} + \ldots + \frac{(-1)^n 2^n x^{n+2}}{(n+2)\cdot n!} + \ldots \right)\Bigg|_0^{0,1} = \frac{1}{200} - \frac{3}{300} + \frac{1}{20000} - \ldots \approx 0,0043.$$

Третий и последующие элементы числового ряда отбрасываем, так как уже $\frac{1}{20000} = 0,00005 < 0,0001$, где 0,0001 – заданная точность.

Ответ: 3.

ТЕСТ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО № 1»

Вариант 1

3. Комплексное число удобнее всего возводить в степень в показательной форме, поэтому представим число $\left(\frac{3+i\sqrt{3}}{i}\right)^6$ именно в такой форме:

$$\frac{3+i\sqrt{3}}{i} = \frac{3}{i} + \sqrt{3} = \frac{3i}{i^2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - 3i = \sqrt{\left(\sqrt{3}\right)^2 + (-3)^2}\cdot e^{i\cdot\mathrm{arctg}\left(\frac{-3}{\sqrt{3}}\right)} = \sqrt{12}\cdot e^{-i\cdot\mathrm{arctg}\sqrt{3}} = \sqrt{12}\cdot e^{-i\cdot\frac{\pi}{3}}.$$

Тогда $\left(\frac{3+i\sqrt{3}}{i}\right)^6 = \left(\sqrt{12}\cdot e^{-i\cdot\frac{\pi}{3}}\right)^6 = \left(\sqrt{12}\right)^6 \cdot \left(e^{-i\cdot\frac{\pi}{3}}\right)^6 = 12^3\cdot e^{-2i\pi} = 12^3(\cos(-2\pi) + i\sin(-2\pi)) = 12^3$.

Ответ: 3.

4. Равенство $|z - z_0| = R$ задает множество точек, удаленных от точки z_0 на расстояние, равное R, т. е. окружность с центром в точке z_0 и радиусом R. Соответственно, неравенство $|z - z_0| < R$ задает множество точек, удаленных от точки z_0 на расстояние, меньшее R, т. е. внутренность круга с центром в точке z_0 радиусом R. И, наконец, неравенство $|z - z_0| > R$ задает внешность круга с центром в точке z_0 радиусом R.

Тогда неравенство $|z + 2i| > 3$ задает внешность круга с центром в точке $-2i$ и радиусом 3.

Ответ: 2.

5. Областью называется открытое связанное множество. Открытое множество содержит каждую свою точку с некоторой окрестностью. Таковым из данных множеств являются $|z - 2i| < 2$; $\mathrm{Im}\,z\cdot\mathrm{Re}\,z < 0$; $1 < |z+3| < 2$. Но при этом множество $\mathrm{Im}\,z\cdot\mathrm{Re}\,z < 0$ не является связанным, так как не для любых двух точек из этого множества можно «проложить путь», соединяющий их. Например, между точками $-1+i$ и $1-i$. Связанность в данном случае нарушается в точке 0, которая не принадлежит множеству (рис. 1).

Таким образом, областями являются множества $|z - 2i| < 2$ (внутренность круга с центром в точке $2i$ и радиусом 2) и $1 < |z+3| < 2$ (кольцо с центром в точке –3, малым радиусом 1 и большим радиусом 2.

Ответ: 2, 4.

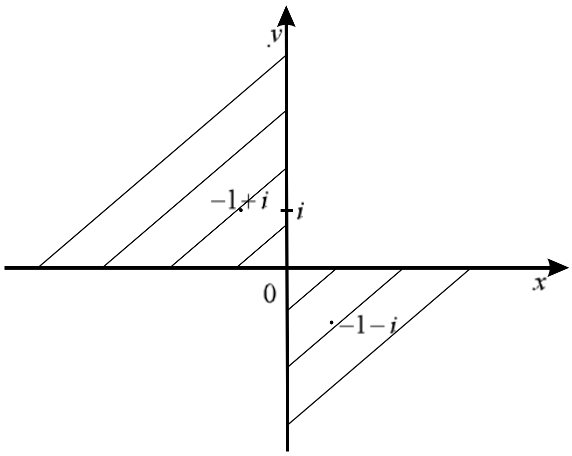

Рис. 1

6. Воспользуемся формулой $\cos z = \dfrac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$.

$$\cos(5-i) = \frac{e^{i(5-i)} + e^{-i(5-i)}}{2} = \frac{e^{5i+1} + e^{-5i-1}}{2} = \frac{1}{2}\left(e \cdot e^{5i} + e^{-1} \cdot e^{-5i}\right) = (*).$$

Для дальнейшего вычисления используем формулу Эйлера: $e^{i\varphi} = \cos\varphi + i\sin\varphi$.

$$(*) = \frac{1}{2}\Big(e(\cos 5 + i\sin 5) + e^{-1}(\cos(-5) + i\sin(-5))\Big) = \frac{1}{2}\Big(e(\cos 5 + i\sin 5) + e^{-1}(\cos 5 - i\sin 5)\Big) =$$

$$= \frac{1}{2}\Big((e + e^{-1})\cos 5 + i(e - e^{-1})\sin 5\Big) = \frac{e + e^{-1}}{2}\cos 5 + i\,\frac{e - e^{-1}}{2}\sin 5 = \mathrm{ch}1\cos 5 + i\,\mathrm{sh}1\sin 5.$$

Ответ: 4.

7. Представим переменную z в алгебраической форме $z = x + iy$. Тогда

$$f(z) = z \cdot e^{z} = (x+iy)\cdot e^{x+iy} = (x+iy)\cdot e^{x}\cdot e^{iy} = (x+iy)\cdot e^{x}(\cos y + i\sin y) =$$

$$= xe^{x}\cos y + ixe^{x}\sin y + iye^{x}\cos y + i^{2}ye^{x}\sin y = e^{x}(x\cos y - y\sin y) + ie^{x}(x\sin y + y\cos y).$$

Таким образом, $\mathrm{Re}\, f(z) = e^{x}(x\cos y - y\sin y)$,

$$\mathrm{Im}\, f(z) = e^{x}(x\sin y + y\cos y).$$

Ответ: 2, 4.

8. Условия Коши-Римана для функции $f(z) = u(x;y) + iv(x;y)$ имеют вид:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \text{ и } \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}.$$

В данной задаче $u(x,y) = -4xy + 5;\ v(x,y) = 2(x^{2} - y^{2} - 3)$.

Найдем частные производные:

$\dfrac{\partial u}{\partial x} = \left(-4xy+5\right)'_{x} - 4y;\ \dfrac{\partial v}{\partial y} = \left(2(x^{2}-y^{2}-3)\right)'_{y} = -4y$. Значит, $\dfrac{\partial u}{\partial x} = \dfrac{\partial v}{\partial y}$ – и первое условие выполняется.

$\dfrac{\partial u}{\partial y} = \left(-4xy+5\right)'_{y} = -4x;\ \dfrac{\partial v}{\partial x} = \left(2(x^{2}-y^{2}-3)\right)'_{x} = 4x$. Значит, $\dfrac{\partial u}{\partial y} = -\dfrac{\partial v}{\partial x}$ – и второе условие тоже выполняется. Следовательно, функция дифференцируема. Найдем производную данной функции по формуле $f'(z) = \dfrac{\partial u}{\partial x} + i\dfrac{\partial v}{\partial x} = -4y + 4xi$.

Ответ: 4.

9. Найдем угол поворота α в точке $z = 1$ и коэффициент растяжения k при отображении с помощью аналитической функции $w = f(z) = 2z^2 + 4iz$, используя геометрический смысл модуля и аргумента производной в точке z_0: $k = |f'(z_0)|$, $\alpha = \arg f'(z_0)$. В данном случае $k = |f'(1)|$, $\alpha = \arg f'(1)$. Найдем производную функции $f'(z) = 4z + 4i$. Тогда $f'(1) = 4 + 4i$. Следовательно,

$$k = |f'(1)| = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2},$$

$$\text{tg}\alpha = \frac{4}{4} = 1 \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z.$$

Учитывая, что $-\frac{\pi}{2} < \arg f'(z_0) < \frac{\pi}{2}$, получаем $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

Ответ: 3.

10. Для аналитической функции $f(z) = u(x; y) + iv(x; y)$ выполняются условия Коши-Римана: $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y}$ и $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$.

В данной задаче $u(x, y) = \text{Re}\, f(z) = x^2 y - 2x - \frac{y^3}{3}$, тогда $\frac{\partial u}{\partial x} = 2xy - 2$.

Учитывая, что $\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial u}{\partial x} = 2xy - 2$, получаем:

$v = \int (2xy - 2)\text{d}y = xy^2 - 2y + \varphi(x)$, где $\varphi(x)$ – некоторая функция переменной x.

Найдем $\varphi(x)$, используя равенство $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x}$. Тогда $\frac{\partial u}{\partial y} = x^2 - y^2$, $\frac{\partial v}{\partial x} = y^2 + \varphi'(x)$.

Значит,

$$x^2 - y^2 = -(y^2 + \varphi'(x)),$$

$$x^2 = -\varphi'(x),$$

$$\varphi'(x) = -x^2,$$

$$\varphi(x) = \int (-x^2)\text{d}x = -\frac{x^3}{3} + C.$$

Тогда $v = xy^2 - 2y - \frac{x^3}{3} + C$, где C – константа.

Следовательно, $f(z) = x^2 y - 2x - \frac{y^3}{3} + i\left(xy^2 - 2y - \frac{x^3}{3} + C \right)$.

Найдем C из условия $f(0) = 2i$. $f(0) = 0 + Ci$, тогда $Ci = 2i \Rightarrow C = 2$.

Значит, $f(z) = x^2 y - 2x - \frac{y^3}{3} + i\left(xy^2 - 2y - \frac{x^3}{3} + 2 \right)$.

Ответ: $f(z) = x^2 y - 2x - \frac{y^3}{3} + i\left(xy^2 - 2y - \frac{x^3}{3} + 2 \right)$.

ТЕСТ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО № 2»

Вариант 1

3. Так как L – отрезок прямой, соединяющий начало координат и точку $2+i$, тогда L – отрезок прямой, соединяющий 2 точки с координатами (0; 0) и (2; 1). Составим уравнение прямой, проходящей через две заданные точки:

$\dfrac{x-0}{2-0}=\dfrac{y-0}{1-0}\Rightarrow\dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{1}\Rightarrow y=\dfrac{x}{2}$, при этом $0\le x\le 2$ (*).

Учитывая алгебраическую запись комплексного числа $z=x+iy$ и то, что $\operatorname{Re}z=x$, а

$\mathrm{d}z=\mathrm{d}x+i\mathrm{d}y=\left|\begin{array}{l}\mathrm{d}y\ \text{í àõî äèì èç}\ (*)\\ \mathrm{d}y=\mathrm{d}\left(\dfrac{x}{2}\right)=\dfrac{1}{2}\mathrm{d}x\end{array}\right|=\mathrm{d}x+i\dfrac{1}{2}\mathrm{d}x=\left(1+\dfrac{i}{2}\right)\mathrm{d}x$, получаем

$$\int\limits_L \operatorname{Re}z\mathrm{d}z=\int\limits_0^2 x\left(1+\frac{i}{2}\right)\mathrm{d}x=\left(1+\frac{i}{2}\right)\int\limits_0^2 x\mathrm{d}x=\left(1+\frac{i}{2}\right)\frac{x^2}{2}\Bigg|_0^2=\left(1+\frac{i}{2}\right)\frac{4}{2}=2+i.$$

Ответ: 2.

4. Для вычисления интеграла $\displaystyle\int\limits_{|z|=4}\frac{z^2}{z+2i}\mathrm{d}z$ воспользуемся интегральной формулой Коши.

Пусть L – граница области D, $f(z)$ аналитична в области D и точка $a\in D$, тогда

$f(a)=\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\oint\limits_L\frac{f(z)\mathrm{d}z}{z-a}$, где L обходится в положительном направлении.

Таким образом, для вычисления заданного интеграла перепишем эту формулу в виде

$\displaystyle\oint\limits_L\frac{f(z)\mathrm{d}z}{z-a}=2\pi i f(a)$.

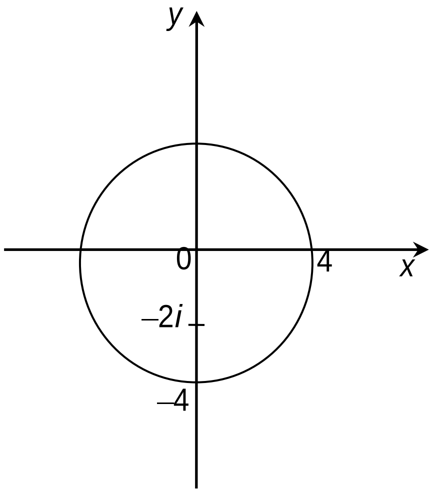

Рис. 2

В нашей задаче L является окружностью $|z|=4$ с центром в точке (0; 0) и радиусом 4, D – кругом $|z|\le 4$, точка $a=-2i$ лежит внутри данного круга (см. рис. 2), поэтому

$$\int\limits_{|z|=4}\frac{z^2}{z+2i}\mathrm{d}z=2\pi i(-2i)^2=2\pi i\cdot 4i^2=-8\pi i.$$

Ответ: 4.

5. Для вычисления интеграла $\int\limits_{|z-2|=2} \frac{e^z}{(z^2+4)(z-i)}\mathrm{d}z$ воспользуемся теоремой Коши. Если L – граница области D, $f(z)$ аналитична в области $\overline{D}$, то $\int\limits_L f(z)\,\mathrm{d}z = 0$.

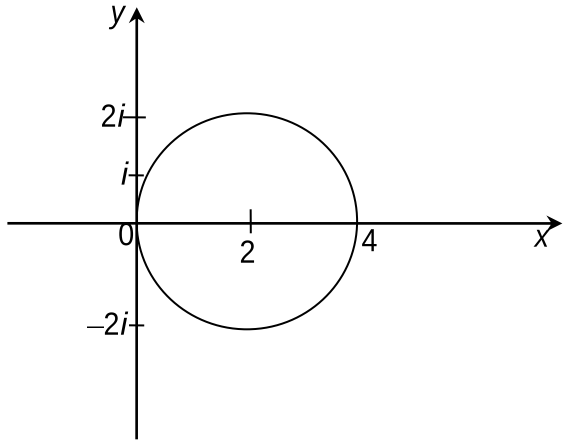

Рис. 3

В данной задаче D является кругом с центром в точке (2; 0) и радиусом 2 (см. рис. 3). Функция $f(z) = \frac{e^z}{(z^2+4)(z-i)}$ не является аналитичной только в точках $\pm 2i$, i, которые обращают ее знаменатель в нуль. Но данные точки лежат вне области $\overline{D}$, поэтому внутри круга функция $f(z) = \frac{e^z}{(z^2+4)(z-i)}$ аналитична и $\int\limits_{|z-2|=2} \frac{e^z}{(z^2+4)(z-i)}\mathrm{d}z = 0$.

Ответ: 1.

6. Так как $f(z) = e^{z^2} - (z^2+1) = 0$ при $z = 0$. Разложим $f(z)$ в ряд Тейлора в окрестности нуля. Для этого воспользуемся разложением

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \frac{z^4}{4!} + \ldots + \frac{z^n}{n!} + \ldots .$$

Тогда

$$f(z) = e^{z^2} - (z^2+1) = 1 + z^2 + \frac{(z^2)^2}{2!} + \frac{(z^2)^3}{3!} + \frac{(z^2)^4}{4!} + \ldots + \frac{(z^2)^n}{n!} + \ldots - (z^2+1) =$$

$$= 1 + z^2 + \frac{z^4}{2!} + \frac{z^6}{3!} + \frac{z^8}{4!} + \ldots + \frac{z^{2n}}{n!} + \ldots - (z^2+1) = \frac{z^4}{2!} + \frac{z^6}{3!} + \frac{z^8}{4!} + \ldots + \frac{z^{2n}}{n!} + \ldots .$$

Младший ненулевой коэффициент в этом разложении стоит при z^4, тогда точка $z = 0$ – нуль четвертого порядка.

Ответ: 4.

7. Функция $f(z)$ представляет собой частное двух аналитических на всей комплексной плоскости функций, поэтому особыми являются те точки, которые обращают знаменатель в нуль.

В данном случае это точка $z = 0$, которая является нулем третьего порядка для знаменателя и не является нулем числителя, значит, точка $z = 0$ – полюс 3-го порядка для $f(z) = \frac{\cos z}{z^3}$.

Ответ: 5.

8. Особыми точками функции $f(z)=\dfrac{z-i}{(z+2)(z-2i)}$ являются точки $z=-2$ и $z=2i$. Обе эти точки – простые полюсы для $f(z)$.

Вычислим вычеты в этих точках, воспользовавшись формулой

$\operatorname{Res} f(a)=\lim\limits_{z\to a}\{(z-a)f(z)\}$, где a – простой полюс.

$$\operatorname{Res} f(-2)=\lim_{z\to-2}\left\{(z+2)\frac{z-i}{(z+2)(z-2i)}\right\}=\lim_{z\to-2}\frac{z-i}{z-2i}=\frac{-2-i}{-2-2i}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2+i}{1+i}=\frac{1}{2}\frac{(2+i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{2-2i+i-i^2}{1-i^2}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3-i}{2}=\frac{1}{4}(3-i).$$

$$\operatorname{Res} f(2i)=\lim_{z\to2i}\left\{(z-2i)\frac{z-i}{(z+2)(z-2i)}\right\}=\lim_{z\to2i}\frac{z-i}{z+2}=\frac{2i-i}{2i+2}=\frac{i}{2(1+i)}=\frac{i(1-i)}{2(1+i)(1-i)}=$$

$$=\frac{i-i^2}{2(1-i^2)}=\frac{i+1}{2\cdot2}=\frac{1}{4}(1+i).$$

Ответ: 2.

9. Для вычисления интеграла $\displaystyle\int_{|z-i|=2}\frac{z-i}{(z+2)(z-2i)}dz$ используем формулу

$\displaystyle\oint_L f(z)dz=2\pi i\sum_{i=1}^{n}\operatorname{Res} f(a_i)$, где $f(z)$ – функция, аналитическая в области D, ограниченной контуром L, всюду, кроме конечного числа особых точек $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$. Для функции $f(z)=\dfrac{z-i}{(z+2)(z-2i)}$ особыми точками являются $z=-2$ и $z=2i$.

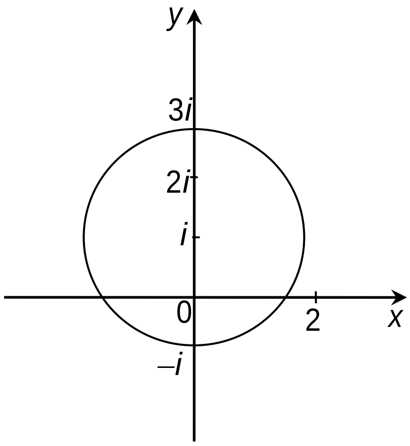

Рис. 4

В область $|z-i|<2$ – круг с центром в точке (0, 1) и радиусом 2 (см. рис. 4) – попадает только точка $z=2i$, являющаяся простым полюсом, значит,

$$\int_{|z-i|=2}\frac{z-i}{(z+2)(z-2i)}dz=2\pi i\cdot\operatorname{Res} f(2i)=2\pi i\cdot\frac{1}{4}(1+i)=\frac{\pi}{2}(i-1)=-\frac{\pi}{2}(1-i)$$ (см. задание 8).

Ответ: 2.

10. Для разложения в ряд Лорана функции $f(z)=\dfrac{1}{z(z-2)}$ по степеням $z-2$ в кольце $0<|z-2|<1$ преобразуем дробь:

$$\frac{1}{z(z-2)}=\frac{1}{z-2}\cdot\frac{1}{z}=\frac{1}{z-2}\cdot\frac{1}{z-2+2}=\frac{1}{z-2}\cdot\frac{1}{2\left(\frac{z-2}{2}+1\right)}.$$

Так как $0<|z-2|<1$, то $\left|\frac{z-2}{2}\right|<\frac{1}{2}<1$. Воспользуемся формулой суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии: $\frac{1}{z+1}=1-z+z^2-z^3+...+(-1)^n z^n$, $|z|<1$. Получим

$$\frac{1}{z-2}\cdot\frac{1}{2\left(\frac{z-2}{2}+1\right)}=\frac{1}{2(z-2)}\cdot\left(1-\frac{z-2}{2}+\left(\frac{z-2}{2}\right)^2-\left(\frac{z-2}{2}\right)^3+...(-1)^n\left(\frac{z-2}{2}\right)^n\right)=$$

$$=\frac{1}{2(z-2)}-\frac{1}{2^2}+\frac{z-2}{2^3}-\frac{(z-2)^2}{2^4}+...+(-1)^n\frac{(z-2)^{n-1}}{2^{n+1}}.$$

Значит, $f(z)=\frac{1}{z(z-2)}=\frac{1}{2(z-2)}-\frac{1}{2^2}+\frac{z-2}{2^3}-\frac{(z-2)^2}{2^4}+...+(-1)^n\frac{(z-2)^{n-1}}{2^{n+1}}$ – искомое разложение.

ТЕСТ «ОПЕРАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ. ПРИЛОЖЕНИЕ ОПЕРАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ»

Вариант 1

1. Если $F_k(p)$, $\operatorname{Re} p>s_0^{(k)}, k=\overline{1,n}$ – изображения по Лапласу функций $f_k(t)$, где $s_0^{(k)}$ – показатель роста функций $f_k(t)$, $k=\overline{1,n}$, и c_k – действительные или комплексные постоянные, то $F(p)$ функции $f(t)=\sum_{k=1}^{n}c_k f_k(t)$ выражается формулой $F(p)=\sum_{k=1}^{n}c_k F_k(p)$ – свойство линейности изображения.

2. $f(t)=a^t$ $(a>0, a\neq 1)$: 1) непрерывна; 2) $f(t)\eta(t)=\begin{cases}a^t, & t\geq 0,\\ 0, & t<0;\end{cases}$ 3) $\left|a^t\right|\leq Me^{s_0 t}$, так как

$$\lim_{t\to\infty}\frac{a^t}{e^{s_0 t}}=\lim_{t\to\infty}\left(\frac{a}{e^{s_0}}\right)^t=0,$$ где $a>e^{s_0}\Rightarrow \ln a=s_0$.

Ответ: 3.

3. <u>1 способ</u>. По определению ни как нельзя

$$F(p)=\int_0^\infty \cos t\cdot e^{-pt}dt=\begin{vmatrix}u=e^{-pt} & dv=\cos tdt\\ du=-pe^{-pt}dt & v=\sin t\end{vmatrix}=e^{-pt}\sin t\Big|_0^\infty+p\int_0^\infty e^{-pt}\sin tdt=$$

$$=\lim_{t\to\infty}e^{-pt}\sin t+p\int_0^\infty e^{-pt}\sin tdt=\begin{bmatrix}u=e^{-pt} & dv=\sin tdt\\ du=-pe^{-pt}dt & v=-\cos t\end{bmatrix}=$$

$$=0+p\left(-e^{-pt}\cos t\Big|_0^\infty-p\int_0^\infty e^{-pt}\cos tdt\right)=p\left(\lim_{t\to\infty}(e^{-pt}\cos t)+1\right)-p^2\int_0^\infty e^{-pt}\cos tdt=$$

$$=p(0+1)-p^2\int_0^\infty e^{-pt}\cos tdt\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\int_0^\infty e^{-pt}\cos tdt+p^2\int_0^\infty e^{-pt}\cos tdt=p\Rightarrow F(p)+p^2F(p)=p\Rightarrow F(p)=\frac{p}{1+p^2}.$$

2 способ. По таблице $F(p)=\dfrac{p}{1+p^2}$ – изображение по Лапласу функции $f(t)=\cos t$.

Ответ: 2.

4. $f(t)=\begin{cases}1, & 0\le t<2;\\ -1, & 2\le t<3;\\ 0, & t\ge 3.\end{cases}$

По определению

$$F(p)=\int_0^2 1\cdot e^{-pt}\mathrm{d}t+\int_2^3(-1)\cdot e^{-pt}\mathrm{d}t+\int_3^\infty 0\cdot e^{-pt}\mathrm{d}t=-\frac{1}{p}e^{-pt}\Big|_0^2+\frac{1}{p}e^{-pt}\Big|_2^3+0=$$

$$=-\frac{e^{-2p}}{p}+\frac{1}{p}+\frac{e^{-3p}}{p}-\frac{e^{-2p}}{p}=\frac{1}{p}+\frac{e^{-3p}}{p}-\frac{2e^{-2p}}{p}.$$

Ответ: 1.

5. $f(t)=\sin^4 t=\left(\dfrac{1-\cos 2t}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}(1-2\cos 2t+\cos^2 2t)=\dfrac{1}{4}\left(1-2\cos 2t+\dfrac{1+\cos 4t}{2}\right)=$

$$=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}\cos 2t+\frac{1}{8}+\frac{1}{8}\cos 4t=\frac{3}{8}-\frac{1}{2}\cos 2t+\frac{1}{8}\cos 4t.$$

По таблице основных изображений $\cos t \fallingdotseq \dfrac{p}{1+p^2}$, $1\fallingdotseq \dfrac{1}{p}$.

По теореме подобия $\cos 2t \fallingdotseq \dfrac{1}{2}\dfrac{\frac{p}{2}}{1+\frac{p^2}{4}}=\dfrac{p}{4+p^2}$, $\cos 4t \fallingdotseq \dfrac{1}{4}\dfrac{\frac{p}{4}}{1+\frac{p^2}{16}}=\dfrac{p}{16+p^2}$.

Тогда

$$f(t)=\sin^4 t\fallingdotseq \frac{3}{8p}-\frac{1}{2}\frac{p}{4+p^2}+\frac{1}{8}\frac{p}{16+p^2}=\frac{3(4+p^2)(16+p^2)-4p^2(16+p^2)+p^2(4+p^2)}{8p(4+p^2)(16+p^2)}=$$

$$=\frac{3(p^4+4p^2+16p^2+64)-4p^4-64p^2+4p^2+p^4}{8p(4+p^2)(16+p^2)}=\frac{192}{8p(4+p^2)(16+p^2)}=$$

$$=\frac{24}{p(4+p^2)(16+p^2)}=\frac{4!}{p(4+p^2)(16+p^2)}.$$

Ответ: 4.

6. $f_1(t)=1,\ f_2(t)=\sin t$.

$$f_1(t)*f_2(t)=\int_0^t f_1(\tau)\cdot f_2(t-\tau)\mathrm{d}\tau=\int_0^t\sin(t-\tau)\mathrm{d}\tau=-\int_0^t\sin(t-\tau)\mathrm{d}(t-\tau)=$$

$$=\cos(t-\tau)\Big|_0^t=\cos 0-\cos t=1-\cos t.$$

Ответ: 5.

7. $F(p)\fallingdotseq f_1(t)*f_2(t)$, $\sin t\fallingdotseq \dfrac{1}{1+p^2}$, $1\fallingdotseq \dfrac{1}{p}$.

По теореме Бореля $F(p)=\dfrac{1}{p}\cdot\dfrac{1}{1+p^2}$.

Ответ: 3.

8. $F(p)=\dfrac{1}{p^2+4p+5}=\dfrac{1}{p^2+4p+4+1}=\dfrac{1}{p^2+2\cdot 2p+2^2+1}=\dfrac{1}{(p+2)^2+1}$.

По таблице основных изображений $\sin t \fallingdotseq \dfrac{1}{1+p^2}$ и по теореме смещения $\dfrac{1}{(p+2)^2+1} \fallingdotseq e^{-2t}\sin t$.

Ответ: 2.

9. $x''+x=2\cos t$, $x(0)=0$, $x'(0)=-1$.

По теореме дифференцирования оригинала, если $x(t) \fallingdotseq X(p)$, тогда $x''(t) \fallingdotseq p^2X(p)-px(0)-x'(0) \Rightarrow x''(t) \fallingdotseq p^2X(p)+1$.

По таблице основных изображений $\cos t \fallingdotseq \dfrac{p}{1+p^2}$, по теореме линейности $2\cos t \fallingdotseq \dfrac{2p}{1+p^2}$.

Запишем соответствующее операторное уравнение:

$$p^2X(p)+1+X(p)=\frac{2p}{1+p^2}.$$

Ответ: 1.

10. Решим уравнение из № 9.

$$p^2X(p)+1+X(p)=\frac{2p}{1+p^2};$$

$$(p^2+1)X(p)=\frac{2p}{1+p^2}-1;$$

$$X(p)=\frac{2p}{(1+p^2)^2}-\frac{1}{1+p^2}.$$

По таблице основных изображений $\dfrac{1}{1+p^2} \fallingdotseq \sin t$.

По теореме дифференцирования изображений

$$\left(\frac{1}{1+p^2}\right)'=\frac{-2p}{(1+p^2)^2} \Rightarrow \frac{-2p}{(1+p^2)^2} \fallingdotseq -t\sin t \Rightarrow \frac{2p}{(1+p^2)^2} \fallingdotseq t\sin t.$$

Получаем $x(t)=t\sin t-\sin t=(t-1)\sin t$.

Ответ: 4.

ТЕСТ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

Вариант 1

1. Одна комбинация чисел отличается от другой либо цифрой, либо позицией в числе. Так как из пяти цифр, представленных для составления чисел, нет нуля и по условию ни одна цифра не повторяется, то количество трехзначных чисел равно числу размещений из пяти по три, т. е.

$$A_n^m=\frac{n!}{(n-m)!} \Rightarrow A_5^3=\frac{5!}{(5-3)!}=\frac{5!}{2!}=3\cdot 4\cdot 5=60.$$

Ответ: 3.

2. Поскольку ни цифры, ни буквы в пароле не повторяются и мы имеем 10 неповторяющихся цифр и 10 неповторяющихся букв, то количество комбинаций составления пароля будем искать из следующих соображений:

событие A = {выбор двух букв из десяти данных для составления пароля}. Количество различных способов наступления данного события $n_1 = A_{10}^2$ (количество размещений без повторений двух элементов из десяти);

событие B = {выбор четырех цифр из десяти данных для составления пароля}. Количество различных способов наступления данного события $n_2 = A_{10}^4$ (количество размещений без повторений двух элементов из десяти).

В данном случае мы имеем дело с произведением событий, тогда количество различных вариантов пароля будет

$n = n_1 \cdot n_2 = A_{10}^2 \cdot A_{10}^4 = \frac{10!}{8!} \cdot \frac{10!}{6!} = 9 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 453\,600$.

Ответ: 2.

3. Пусть событие A = {книги стоят слева направо в порядке нумерации томов}. Тогда вероятность наступления события A равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех возможных исходов:

$$p(A) = \frac{k}{n}.$$

Количество все возможных исходов n равно числу перестановок всех книг, т. е. $n = 5!$. Количество благоприятных исходов в данном случае равно $k = 1$, так как существует только один способ расстановки книг так, чтобы расстановка удовлетворяла условию задачи. Значит, $p(A) = \frac{1}{5!} = \frac{1}{120}$.

Ответ: 4.

4. Пусть событие A = {из вазы взяли 1 банан, 1 киви, 2 апельсина}. Тогда вероятность наступления события A равна отношению числа благоприятных исходов к числу всех возможных исходов:

$$p(A) = \frac{k}{n}.$$

Подсчитаем количество все возможных исходов n. Всего в вазе $3 + 2 + 5 = 10$ фруктов. Так как неважно в каком порядке будут извлечены фрукты из вазы, то количество способов вытащить 4 фрукта из 10 имеющихся будет равно

$n = C_m^k = \frac{m!}{(m-k)! \cdot k!} \Rightarrow n = C_{10}^4 = \frac{10!}{(10-4)! \cdot 4!} = \frac{10!}{6! \cdot 4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$ (количество сочетаний 4 элементов из 10).

Подсчитаем число m благоприятных исходов:

$k_1 = C_3^1 = \frac{3!}{(3-1)! \cdot 1!} = \frac{3!}{2! \cdot 1!} = 3$ – количество способов выбрать 1 банан из 3 бананов, находящихся в вазе (количество сочетаний 1 элемента из 3).

$k_2 = C_2^1 = \frac{2!}{(2-1)! \cdot 1!} = \frac{2!}{1! \cdot 1!} = 2$ – количество способов выбрать 1 киви из 2 киви, находящихся в вазе (количество сочетаний 1 элемента из 2).

$k_3 = C_5^2 = \frac{5!}{(5-2)! \cdot 2!} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$ – количество способов выбрать 2 апельсина из 5 апельсинов, находящихся в вазе (количество сочетаний 1 элемента из 3).

Так как в данном случае мы имеем дело с произведением событий, то окончательно количество благоприятных исходов будет равно: $k = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 3 \cdot 2 \cdot 10 = 60$.

Значит, вероятность наступления события $p(A) = \frac{k}{n} = \frac{60}{210} = \frac{2}{7}$.

Ответ: 1.

5. Пусть событие A = {застрахованный получит денежное вознаграждение}. Данное событие может произойти совместно с одной из гипотез:

H_1 = {застрахованный находится в I классе риска};

H_2 = {застрахованный находится во II классе риска};

H_3 = {застрахованный находится в III классе риска}.

Вероятности наступления гипотез согласно условию:

$P(H_1) = 0{,}5$; $P(H_2) = 0{,}3$; $P(H_3) = 0{,}2$.

Пусть события

A / H_1 = {застрахованный, получивший денежное вознаграждение, находится в I классе риска};

A / H_2 = {застрахованный, получивший денежное вознаграждение, находится во II классе риска};

A / H_3 = {застрахованный, получивший денежное вознаграждение, находится в III классе риска}.

Из условия $P(A / H_1) = 0{,}01$; $P(A / H_2) = 0{,}03$; $P(A / H_3) = 0{,}08$.

Используя формулу полной вероятности, получаем

$$P(A) = \sum_{i=1}^{3} P(H_i)\cdot P(A/H_i) = P(H_1)\cdot P(A/H_1) + P(H_2)\cdot P(A/H_2) + P(H_3)\cdot P(A/H_3) =$$

$$= 0{,}5\cdot 0{,}01 + 0{,}3\cdot 0{,}03 + 0{,}2\cdot 0{,}08 = 0{,}005 + 0{,}009 + 0{,}016 = 0{,}03.$$

Ответ: 2.

6. Пусть событие A = {застрахованный получит денежное вознаграждение}. Найдем вероятность наступления гипотезы H_1 (см. задание 5) при условии, что событие A уже произошло, используя формулу Байеса:

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1)\cdot P(A/H_1)}{P(A)} = \frac{0{,}5\cdot 0{,}01}{0{,}03} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Ответ: 4.

7. Вероятность того, что не будут проданы 5 пакетов акций по первоначально заявленной цене равна вероятности того, что будут проданы 9 – 5 = 4 пакета акций. Тогда:

$p = 0{,}2$ – вероятность продажи одного пакета акций по первоначально заявленной цене;

$q = 1 - p = 0{,}8$ – вероятность не продажи одного пакета акций по первоначально заявленной цене;

$n = 9$ – количество всех пакетов;

$k = 4$ – количество проданных пакетов.

Значит, вероятность $P_n(k)$ того, что из n пакетов акций будет продано по первоначально заявленной цене k пакетов, определяется с помощью формулы Бернулли:

$$P_n(k) = C_n^k \cdot p^k \cdot q^{n-k}.$$

В нашем случае

$$P_9(4) = C_9^4 \cdot (0{,}2)^4 \cdot (0{,}8)^{9-4} = \frac{9!}{(9-4)!\cdot 4!}\cdot\frac{2^4}{10^4}\cdot\frac{8^5}{10^5} = 0{,}066.$$

Ответ: 2.

8. Пусть случайная величина X (СВX) – размер выигрыша при 5 сделанных покупках.

$p = \frac{1}{10} = 0{,}1$ – вероятность выигрыша при 1 сделанной покупке;

$q = 1 - p = 0{,}9$ – вероятность проигрыша при 1 сделанной покупке.

При 5 сделанных покупках возможны следующие результаты:

1) ни одно выигрыша, и вероятность такого события равна

$$P_5(0) = C_5^0 \cdot p^0 \cdot q^5 = \frac{5!}{5!\cdot 0!}\cdot(0{,}1)^0\cdot(0{,}9)^5 = [0! = 1] = (0{,}9)^5 = 0{,}59049;$$

2) 1 выигрыш, и вероятность такого события равна

$$P_5(1) = C_5^1 \cdot p^1 \cdot q^4 = \frac{5!}{4! \cdot 1!} \cdot (0,1)^1 \cdot (0,9)^4 = 5 \cdot 0,1 \cdot (0,9)^4 = 0,32805;$$

3) 2 выигрыша, и вероятность такого события равна

$$P_5(2) = C_5^2 \cdot p^2 \cdot q^3 = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot (0,1)^2 \cdot (0,9)^3 = 10 \cdot (0,1)^2 \cdot (0,9)^3 = 0,0729;$$

4) 3 выигрыша, и вероятность такого события равна

$$P_5(3) = C_5^3 \cdot p^3 \cdot q^2 = \frac{5!}{2! \cdot 3!} \cdot (0,1)^3 \cdot (0,9)^2 = 10 \cdot (0,1)^3 \cdot (0,9)^2 = 0,0081;$$

5) 4 выигрыша, и вероятность такого события равна

$$P_5(4) = C_5^4 \cdot p^4 \cdot q^1 = \frac{5!}{1! \cdot 4!} \cdot (0,1)^4 \cdot (0,9)^1 = 5 \cdot (0,1)^4 \cdot (0,9)^1 = 0,00045;$$

6) 5 выигрышей, и вероятность такого события равна

$$P_5(5) = C_5^5 \cdot p^5 \cdot q^0 = \frac{5!}{0! \cdot 5!} \cdot (0,1)^5 \cdot (0,9)^0 = (0,1)^5 = 0,00001.$$

Получаем закон распределения в виде следующей таблицы:

x_i	0	1000	2000	3000	4000	5000
p_i	0,59049	0,32805	0,0729	0,0081	0,00045	0,00001

Находим математическое ожидание

$$M(X) = \sum_{i=1}^{6} x_i \cdot p_i = 0 \cdot 0,59049 + 1000 \cdot 0,32805 + 2000 \cdot 0,0729 + 3000 \cdot 0,0081 +$$

$$+ 4000 \cdot 0,00045 + 5000 \cdot 0,00001 = 500.$$

Ответ: 1.

9. Время ремонта телевизора подчиняется показательному закону распределения. Напомним, что показательное распределение имеет плотность распределения

$$p(x) = \begin{cases} \alpha \cdot e^{-\alpha x}, & x \le 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

α – параметр распределения, причем математическое ожидание $M(X) = \dfrac{1}{\alpha}$. Функция распределения имеет вид

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\alpha x}, & x > 0, \\ 0, & x \le 0. \end{cases}$$

В условии задачи дано среднее время ремонта телевизора, равное 15 дням, т. е. задано математическое ожидание, тогда $M(x) = 15 \Rightarrow \dfrac{1}{\alpha} = 15 \Rightarrow \alpha = \dfrac{1}{15}$. Тогда вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней будет равна

$$P(X \ge 20) = 1 - P(0 \le X < 20) = 1 - \left(F(20) - F(0)\right) = 1 - \left(1 - e^{-\frac{1}{15}\cdot 20} - 1 + e^{-\frac{1}{15}\cdot 0}\right) = e^{-\frac{1}{15}\cdot 20} = e^{-4/3}.$$

Ответ: 3.

10. Известно, что для нормального закона распределения верно равенство

$$P(\alpha \le X \le \beta) = \hat{O}\left(\frac{\beta - \alpha}{\sigma}\right) - \hat{O}\left(\frac{\alpha - a}{\sigma}\right).$$

В нашем случае $a = 25$, тогда

$$P(10 \le X \le 15) = \Phi\left(\frac{15-25}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{10-25}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{-10}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{-15}{\sigma}\right) = \left[\Phi(-x) = -\Phi(x)\right] =$$

$$= -\Phi\left(\frac{10}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{15}{\sigma}\right) = 0,09.$$

$$P(35 \le X \le 40) = \Phi\left(\frac{40-25}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{35-25}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{15}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{10}{\sigma}\right) = -\Phi\left(\frac{10}{\sigma}\right) + \Phi\left(\frac{15}{\sigma}\right).$$

Очевидно, что вероятность попадания СВX в интервал (10; 15) равна вероятности попадания в интервал (35; 40), тогда $P(35 \le X \le 40) = 0,09$.

Ответ: 1.

Учебное издание

СБОРНИК ТЕСТОВ
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

для студентов II курса
инженерно-технических специальностей вузов

Составители:
АНДРИЯНЧИК Анатолий Николаевич
БРИЧИКОВА Елена Алексеевна
ГАБАСОВА Ольга Рафаиловна и др.

Редактор *В. О. Кутас*
Компьютерная верстка *А. Г. Занкевич*

Подписано в печать 12.03.2013. Формат 60×84 $^{1}/_{8}$. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 10,23. Уч.-изд. л. 4,0. Тираж 400. Заказ 785.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. ЛИ № 02330/0494349 от 16.03.2009. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.