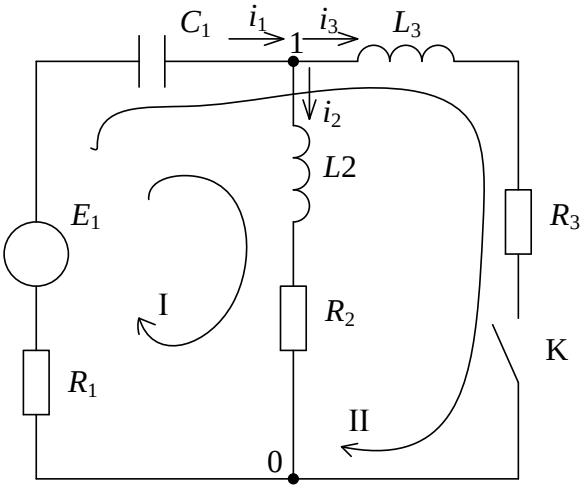
УДК 621.3

Сопоставление результатов расчета переходного процесса, выполненных численными методами на языке высокого уровня, в системе компьютерной алгебры MathCAD и в системе динамического моделирования MatLab Simulimk

Русецкий К. И.
Научный руководитель – к.т.н., доцент НОВАШ И. В.

Поставлена задача построить и реализовать численным методом модель переходного режима, который возникает после замыкания ключа К в схеме, представленной на рисунке 1. Построить осциллограмму токов и напряжений схемы в переходном режиме. Выполнить расчет доаварийного и послеаварийного режимов для расчета начальных условий и проверки результатов моделирования переходного режима.



Исходные данные:
C_1 = 50 мкФ;
L_2 = 0.4 Гн;
L_3 = 0.4 Гн;
R_1 = 20 Ом;
R_2 = 30 Ом;
R_3 = 50 Ом;
$E_1 = E_M \sin(\omega t + \varphi)$;
E_M = 140 В;
ω = 314 рад/с;
φ = 80°.

Рисунок 1 – Расчетная схема переходного процесса

Смоделируем расчетную схему (рисунок 1) в MatLab Simulimk и получим динамическую модель, представленную на рисунке 2.

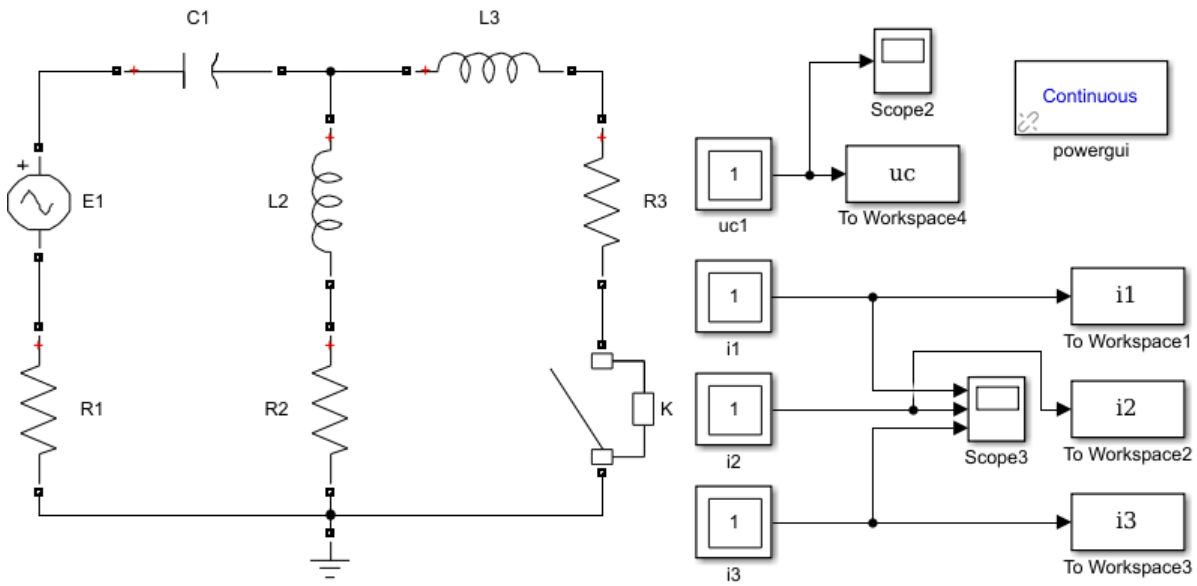


Рисунок 2 – Модель исследуемой схемы в Simulink

Переходный процесс возникает в схеме после замыкания ключа К. После замыкания ключа К в схеме, получается три ветви, два линейно независимых узла и два линейно независимых контура. Первый контур проходит через ветви 1 и 2, а другой – через ветви 2 и 3 в направлении хода часовой стрелки. Запишем систему уравнений по первому и второму законам Кирхгофа для схемы после замыкания ключа. Так как уравнения Кирхгофа записываются относительно неизвестных токов в ветвях схемы, то количество уравнений соответствует числу ветвей схемы и равно трем. По первому закону Кирхгофа запишем одно уравнение, а по второму – два

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0,$$

$$U_{C1} + I_2 R_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} + I_1 R_1 = E_1,$$

$$U_{C1} + I_3 R_3 + L_3 \frac{dI_3}{dt} + I_1 R_1 = E_1.$$

В качестве переменных состояний должны быть выбраны токи I_2, I_3 и напряжение U_{C1}, потому что после замыкания ключа К в схеме имеется три реактивных элемента. Значит, система должна содержать 3 дифференциальных уравнения для переменных I_2, I_3 и U_{C1}. Чтобы система стала замкнутой, дополним ее еще одним уравнением:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0,$$

$$U_{C1} + I_2 R_2 + L_2 \frac{dI_2}{dt} + I_1 R_1 = E_1,$$

$$U_{C1} + I_3 R_3 + L_3 \frac{dI_3}{dt} + I_1 R_1 = E_1,$$

$$I_1 = C_1 \frac{dU_{C1}}{dt}.$$

Приведем уравнения системы к форме Каши:

$$\frac{dI_2}{dt} = \frac{E_1 - U_{C1} - I_2 R_2 - (I_2 + I_3) R_1}{L_2},$$

$$\frac{dI_3}{dt} = \frac{E_1 - U_{C1} - I_3 R_3 - (I_2 + I_3) R_1}{L_3},$$

$$\frac{dU_{C1}}{dt} = \frac{I_2 + I_3}{C_1}.$$

Для определения начальных условий рассмотрим доаварийный режим. Согласно законам коммутации ток в катушке индуктивности и напряжение на конденсаторе не могут изменяться скачком. В доаварийном режиме ветвь 3 отключена, поэтому начальным значением тока I_3 будет ноль. Ток I_2 в доаварийном режиме будет равен току I_1. Для определения I_1 составим уравнение по первому закону Кирхгофа для полной цепи, а напряжение на конденсаторе найдем как произведение тока I_1 и емкостного сопротивления конденсатора C_1.

$$E_1 = I_1 \left[j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1} \right) + R_1 + R_2 \right],$$

$$I_1 = \frac{E_1}{j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_1} \right) + R_1 + R_2} = 1{,}539 + 0{,}849\, j = 1{,}758 e^{j 28{,}884^\circ} \text{ А},$$

$$U_{C1} = I_1 \frac{j}{\omega C_1} = 54{,}05 - 97{,}977\, j = 111{,}897 e^{-j 61{,}116^\circ} \text{ В}.$$

При исследовании схемы в MatLab, используя блок Powergui, получим значения токов и напряжений в докоммутационный период (рисунке 3).

```
STATES:

  1:  'Il L2'  =          1.76 A    28.89 °
  2:  'Il L3'  =          0.00 A   105.45 °
  3:  'Uc C1'  =        111.89 V   -61.10 °

MEASUREMENTS:

  1:  'I I1'  =          1.76 A    28.90°
  2:  'I I3'  =          0.00 A   105.45°
  3:  'I I2'  =          1.76 A    28.89°

SOURCES:

  1:  'U E1'  =        140.00 V    80.00°
```

Рисунок 3 – Значения токов и напряжений в докоммутационный период в MatLab

Согласно положений Теоретических основ электротехники, мгновенным значением векторной величины принято считать проекцию тока на кажущуюся комплексную плоскость в заданный момент времени. Поэтому в качестве начального значений необходимо взять значения реактивных составляющих векторов I_2 и U_{C1} для момента времени $t = 0$.

Зная начальные условия, можно приступать к решению системы дифференциальных уравнений. Для решения системы дифференциальных уравнений воспользуемся компьютерной программой DIFEIL, в которой реализован численный метод Эйлера (лабораторная работа «Методы решения обычных дифференциальных уравнений» дисциплины Математические задачи энергетики). Предварительно необходимо выполнить адаптацию компьютерной программы для расчета решаемой системы, которая заключается в следующем:

– написать новую подпрограмму PRAV для вычисления правых частей системы;

– включить в программу PRAV формулы для расчета нужных токов и напряжений.

Ниже приведен откорректированный код подпрограммы PRAV:

```
 Subroutine PRAV(x, y, f)
 Dimension y(*), f(*)
 f(1)=140.*sin(314.*x+1.369)/0.4-y(3)/0.4-(y(1)
*+y(2))*20./0.4-y(1)*30./0.4
 f(2)=140.*sin(314.*x+1.369)/0.4-y(3)/0.4-(y(1)
*+y(2))*20./0.4-y(2)*50./0.4
 f(3)=(y(1)+y(2))/0.00005
 Return
 End
```

Файл исходных данных имеет вид:

```
3 20 0. 0.1 0.00001
0.849 0. -97.977
```

После проведения расчетов с помощью Fortran-программы, проведем расчет переходного процесса в MatLab Simulink, воспользовавшись в качестве расчетного наиболее распространенный методом ode45. Результаты моделирования выведем в файл для дальнейшего сопоставления способов расчета в MathCAD.

Так же в MathCAD произведем расчет дифференциальных уравнений и соотнесем выведенные значения токов на индуктивностях и напряжении на конденсаторе и временем после начала переходного процесса на соответствующих осциллограммах (рисунок 4–6).

После прекращения переходного режима в электрической схеме устанавливается установившийся послеаварийный режим. Это можно использовать для проверки правильности числового решения дифференциальных уравнений. Для этого необходимо рассчитать одним из методов установившийся послеаварийный режим и сравнить полученные комплексные значения параметров с мгновенными значениями соответствующих параметров, которые получены в результате решения дифференциальных уравнений.

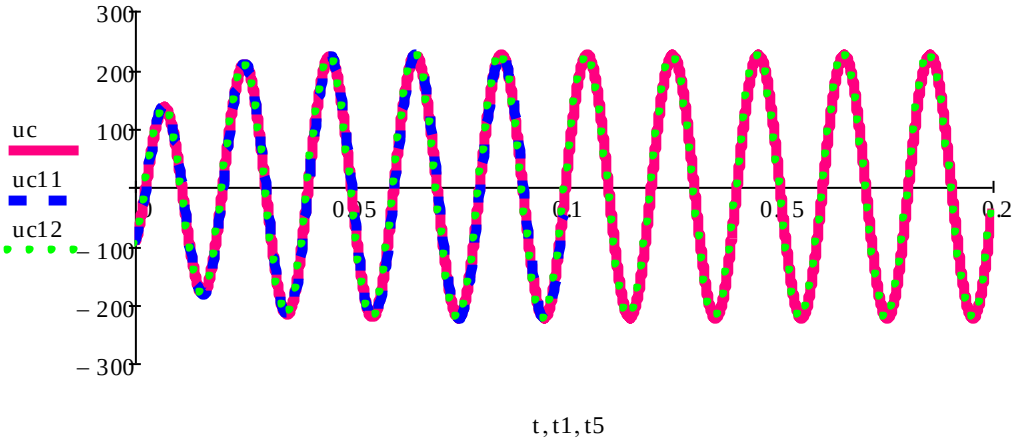


Рисунок 4 – Осциллограмма мгновенных значений напряжения на конденсаторе C_1 в послеаварийном режиме

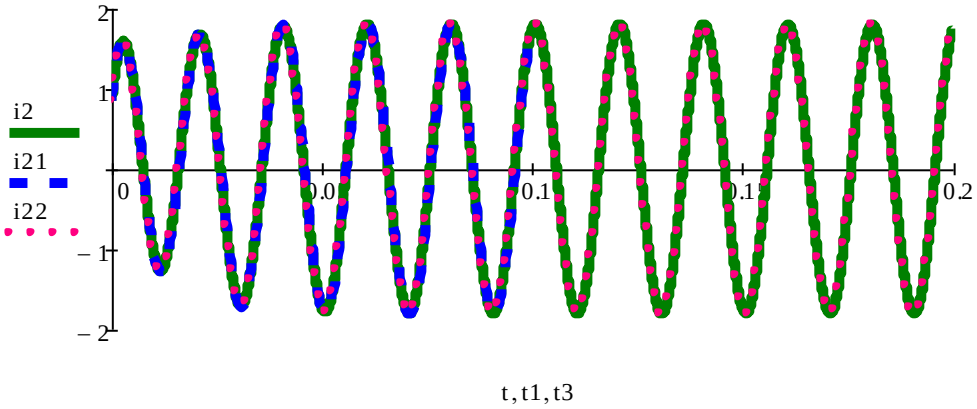


Рисунок 5 – Зависимость мгновенных значений тока на индуктивности L_2 в послеаварийном режиме

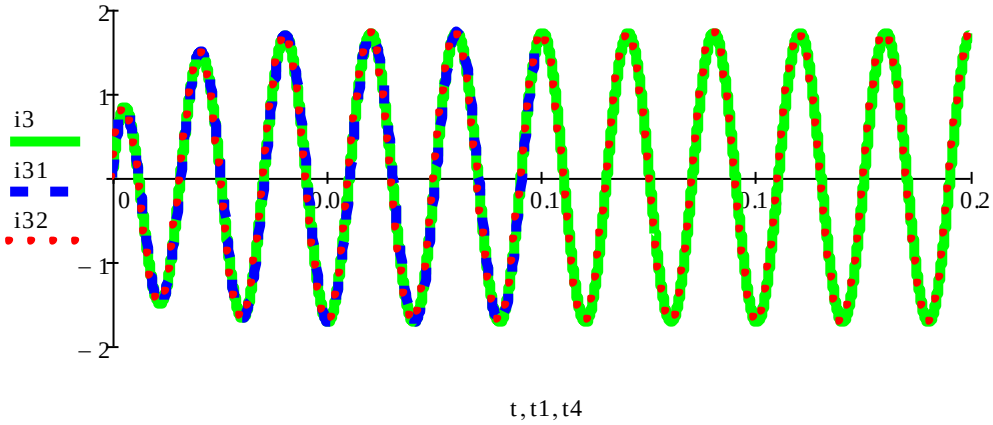


Рисунок 6 – Зависимость мгновенных значений тока на индуктивности L_3 в послеаварийном режиме

Воспользуемся методом узловых потенциалов. В послеаварийном режиме в схеме будет 2 узла, поэтому составляем одно уравнение

$$\left(\frac{1}{R_1 - j\dfrac{1}{\omega C_1}} + \frac{1}{R_2 + j\omega L_2} + \frac{1}{R_3 + j\omega L_3}\right)U_1 = \frac{E_1}{R_1 - j\dfrac{1}{\omega C_1}}.$$

Решением данного уравнения является $U_1 = -207{,}556 + 104{,}816j$.

Определим токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{E_1 - U_1}{R_1 - j\dfrac{1}{\omega C_1}} = 0{,}569 + 3{,}463j = 3{,}51e^{j80{,}673^\circ}\ \text{А},$$

$$I_2 = \frac{U_1}{R_2 + j\omega L_2} = 0{,}416 + 1{,}751j = 1{,}8e^{j76{,}633^\circ}\ \text{А},$$

$$I_3 = \frac{U_1}{R_3 + j\omega L_3} = 0{,}153 + 1{,}712j = 1{,}719e^{j84{,}903^\circ}\ \text{А}.$$

Напряжение на конденсаторе составит:

$$U_{C1} = I_1\frac{j}{\omega C_1} = 220{,}49 - 36{,}211j = 223{,}444e^{-j9{,}327^\circ}\ \text{В}.$$

При исследовании схемы в MatLab, используя блок Powergui, получим значения токов и напряжений в послекоммутационный период (рисунок 7).

```
STATES:

  1:  'Il L2'  =          1.80 A    76.63 °
  2:  'Il L3'  =          1.72 A    84.90 °
  3:  'Uc C1'  =        223.43 V    -9.33 °

MEASUREMENTS:

  1:  'U uC'   =        223.43 V    -9.33°
  2:  'I I1'   =          3.51 A    80.67°
  3:  'I I3'   =          1.72 A    84.90°
  4:  'I I2'   =          1.80 A    76.63°
```

Рисунок 7 – Значения токов и напряжений в послекоммутационный период в MatLab

Сопоставление расчетных осциллограмм переходного процесса, выполненных численными методами на языке высокого уровня, в системе компьютерной алгебры MathCAD и в системе динамического моделирования MatLab Simulimk, демонстрирует высокую степень совпадения результатов, выполненных различными способами моделирования.