

УДК 537.84:621.03

В. Г. БАШТОВОЙ, А. Г. РЕКС, АЛЬ-ДЖАИШ ТАХА МАЛИК МАНСУР

ВЛИЯНИЕ УЛЬТРАЗВУКА НА ДЕФОРМАЦИЮ И УСТОЙЧИВОСТЬ КАПЛИ МАГНИТНОЙ ЖИДКОСТИ

Белорусский национальный технический университет

(Поступила в редакцию 11.04.2014)

Как известно, воздействие магнитных полей на объемы магнитной жидкости со свободной поверхностью вызывает их деформацию и при определенных условиях приводит к топологической неустойчивости и распаду на части [1, 2]. Известно также, что акустическая волна, падающая на свободную поверхность магнитной жидкости и создающая на ней избыточное давление, также приводит к ее деформации [3]. В связи с этим представляет интерес рассмотрение совместного воздействия магнитных и акустических полей на такого рода объемы магнитной жидкости. Кроме академического интереса данная задача привлекает к себе внимание и с прикладной точки зрения, являясь важной при использовании капельных объемов магнитной жидкости в различного рода технических устройствах, например, в магнитожидкостных акустических контактах [4, 5], подвесах и виброзащитных системах [6, 7].

Настоящая работа посвящена выяснению влияния акустического поля на форму и устойчивость полуограниченной капли магнитной жидкости, лежащей на горизонтальной твердой поверхности, а также при одновременном воздействии перпендикулярного к поверхности однородного магнитного поля H и силы тяжести, обеспечивающей ускорение g . Геометрия задачи изображена на рис. 1.

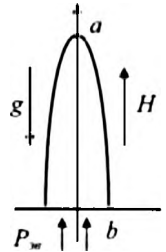


Рис. 1.
Геометрия задачи

В основу теоретического рассмотрения положена методика, использованная в [8].

Принимается, что капля магнитной жидкости имеет форму эллипсоида вращения с большой a и малой b полуосями. Угол смачивания капли твердой поверхности предполагается равным 90° . Магнитное поле внутри капли предполагается, как и внешнее поле, однородным с учетом размагничивающего фактора эллипсоида.

На основание капли магнитной жидкости сфокусирована звуковая волна, создающая локальное давление $P_{зв}$, внешнее давление в окружающем каплю газе P_v .

Определение формы капли магнитной жидкости. На поверхности капли в каждой точке имеют место капиллярный, а также магнитный скачки давления. Последний определяется квадратом нормальной к поверхности компоненты намагниченности жидкости M_n .

Таким образом, давление внутри капли в вершинах полуэллипсоида будет определяться следующим образом:

$$P^a = P_v + \sigma \left(\frac{1}{R_1^a} + \frac{1}{R_2^a} \right) - \frac{1}{2} \mu_0 M^2, \quad P^b = P_v + \sigma \left(\frac{1}{R_1^b} + \frac{1}{R_2^b} \right) + P_{зв}, \quad (1)$$

где σ – коэффициент поверхностного натяжения магнитной жидкости, R_1, R_2 – главные радиусы кривизны капли в соответствующих точках, $M = M(H)$ – намагниченность жидкости, μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

В вершине a магнитное поле направлено перпендикулярно поверхности капли и $M_n = M$, а в вершине b оно – касательно данной поверхности и $M_n = 0$ (рис. 1).

Пренебрегая неоднородностью магнитного поля внутри капли и принимая во внимание действие силы тяжести, давление в капле на уровне ее основания P_0 , с одной стороны, будет равно $P_0 = P^a + \rho ga$, с другой стороны, $P_0 = P^b$, т. е. $P_0 = P^a + \rho ga = P^b$.

Из этого с учетом соотношений (1) получается следующее условие равновесия капли:

$$\sigma \left(\frac{1}{R_1^a} + \frac{1}{R_2^a} \right) - \sigma \left(\frac{1}{R_1^b} + \frac{1}{R_2^b} \right) + \rho ga - \frac{1}{2} \mu_0 M^2 - P_{зв} = 0. \quad (2)$$

Геометрические характеристики полуэллипсоида объема V связаны следующими соотношениями: $R_1^a = R_2^a = b^2 / a$, $R_1^b = a^2 / b$, $R_2^b = b$, $V = (2/3)\pi ab^2$.

С учетом этого условие (2) приобретает вид, определяющий соотношение между геометрическими параметрами капли в магнитном, гравитационном и акустическом полях:

$$\sigma \left(\frac{2a}{b^2} - \frac{b}{a^2} - \frac{1}{b} \right) + \rho ga - \frac{1}{2} \mu_0 M^2 - P_{зв} = 0. \quad (3)$$

При достаточно большом удлинении капли, когда $(a/b) \gg 1$, соотношение (3) дает

$$\sigma \frac{2a}{b^2} + \rho ga - \frac{1}{2} \mu_0 M^2 - P_{зв} = 0. \quad (4)$$

Поскольку в процессе деформации капли ее объем V остается постоянным, в качестве характерного размера можно принять радиус R_0 полусферической капли того же объема. Тогда $V = (2/3)\pi R_0^3$, $ab^2 = R_0^3$ и из формулы (4) получается следующее квадратное уравнение для большой полуоси капли магнитной жидкости:

$$a^2 + \frac{\rho g R_0^3}{2\sigma} a - \frac{\mu_0 M^2 R_0^3}{4\sigma} - \frac{P_{зв} R_0^3}{2\sigma} = 0,$$

решение которого есть

$$\frac{a}{R_0} = -\frac{\rho g R_0^2}{4\sigma} + \sqrt{\left(\frac{\rho g R_0^2}{4\sigma} \right)^2 + \frac{\mu_0 M^2 R_0}{4\sigma} + \frac{P_{зв} R_0}{2\sigma}}.$$

Последнее выражение можно записать с использованием известных безразмерных критериев [1]: магнитного критерия $S = \mu_0 M^2 R_0 / \sigma$ и числа Бонда $Bo = \rho g R_0^2 / \sigma$, а также акустического критерия $Ac = P_{зв} R_0 / \sigma$, представляющего собой отношение звукового давления к капиллярному:

$$\frac{a}{R_0} = -\frac{Bo}{4} + \sqrt{\frac{Bo^2}{16} + \frac{S}{4} + \frac{Ac}{2}}. \quad (5)$$

Из выражения (5) видно, что акустическое поле, описываемое критерием Ac , способствует удлинению капли, увеличивая ее высоту a при неизменных значениях остальных параметров.

В больших магнитных полях, когда $S \gg Bo^2$, а также когда $Ac \gg Bo^2$, получается простое соотношение, определяющее удлинение капли с учетом действия как магнитного, так и гравитационного и акустического полей:

$$\frac{a}{R_0} = \sqrt{\frac{S}{4} + \frac{Ac}{2}} - \frac{Bo}{4}.$$

Топологическая неустойчивость капли магнитной жидкости. Неустойчивость рассмотренной выше капли, приводящая к ее распаду примерно на две одинаковые капли, связана с тем, что при определенных значениях действующих на нее полей величина суммарной энергии двух капель становится меньше значения энергии исходной одиночной капли и это состояние является более энергетически выгодным [9].

Следуя [9], для сильно вытянутого полуэллипсоида вращения ($a \gg b$) площадь боковой поверхности $S = (\pi^2 / 2)ab$, объем $V = (2\pi / 3)b^2a$, координата центра тяжести $a_{цт} = (3 / 8)a$, площадь основания $S_{осн} = \pi b^2$. Соответственно потенциальная энергия полуэллипсоида в поле силы тяжести $E_g = \rho V g a_{цт} = (3 / 8)\rho g V a$, поверхностная энергия $E_{пов} = \sigma S = (\pi^2 / 2)\sigma ab$.

Положим, что сосредоточенная в капле энергия $E_{зв}$ акустического поля, сфокусированного на основании капли, пропорциональна площади основания капли $S_{осн}$, через которое она поступает в каплю: $E_{зв} = q_{зв} S_{осн}$. В этом случае величину $q_{зв}$ (Дж/м²) можно рассматривать как поверхностную плотность акустической энергии.

В результате топологической неустойчивости исходная капля распадается на две капли. Если исходная капля обладает энергией E_1 , имеет объем $V_1 = V$, высоту a_1 , радиус основания b_1 , а каждая из двух капель, образовавшихся в результате топологической неустойчивости, характеризуется соответственно энергией E_2 , объемом $V_2 = V/2$, высотой a_2 , радиусом основания b_2 , то разность соответствующих видов энергии $\Delta E = E_1 - 2E_2$ одной капли и системы двух капель половинного объема будет определяться следующими соотношениями: для гравитационной энергии $\Delta E_g = (3 / 8)\rho g V (a_1 - a_2)$, для поверхностной энергии $\Delta E_\sigma = (\pi^2 / 2)\sigma (b_1 a_1 - 2b_2 a_2)$, для акустической энергии $\Delta E_{зв} = E_1 - 2E_2 = q_{зв} (S_1 - 2S_2) = q_{зв} \pi (b_1^2 - 2b_2^2)$.

Поскольку полуоси капель связаны между собой: $b_1 = \sqrt{3V / (2\pi a_1)}$, $b_2 = \sqrt{3V / (4\pi a_2)}$, то $\Delta E_\sigma = \sqrt{3\pi^3 V \sigma^2 / 8} (\sqrt{a_1} - \sqrt{2a_2})$, $\Delta E_{зв} = (3q_{зв} V / 2) (a_1^{-1} - a_2^{-1})$.

Так как $a_1 > a_2$, видно, что распад капли приводит к увеличению акустической энергии системы ($\Delta E_{зв} < 0$), т. е. акустическое поле повышает устойчивость капли, препятствуя ее распаду.

Условием, определяющим порог наступления топологической неустойчивости, будет равенство нулю суммы изменений данных энергий:

$$\Delta E_g + \Delta E_\sigma + E_{зв} = 0,$$

или

$$\frac{3V}{8} \left(\rho g - \frac{4q_{зв}}{a_1 a_2} \right) (a_1 - a_2) = \sqrt{3\pi^3 V \sigma^2 / 8} (\sqrt{2a_2} - \sqrt{a_1}). \quad (6)$$

При больших значениях магнитного числа S ($S \gg \text{Bo}^2$, $S \gg Ac$) выражение (5) дает следующую зависимость высоты капли от величины напряженности магнитного поля: $a = \sqrt{3V \mu_0 M^2 / (8\pi\sigma)}$. Подставляя ее значение в формулу (6), получаем следующее условие наступления топологической неустойчивости рассматриваемой капли:

$$\rho g^4 \sqrt{\frac{\mu_0 M^2 V^3}{\sigma^5}} \left(1 - \frac{32\sqrt{2}\pi}{3} \frac{q_{зв}\sigma}{\rho g V \mu_0 M^2} \right) = \frac{8\pi^{7/4}}{(1 + \sqrt[4]{2}) 3^{3/4} 2^{1/4}} \approx 10. \quad (7)$$

Выражение (7) отличается от условия устойчивости [9] наличием второго слагаемого в скобках в его левой части, которое описывает влияние на порог устойчивости капли акустического поля.

Обобщая (7), как это сделано в [9], на случай произвольной осесимметричной капли высоты h и радиуса основания R , параметры которой можно описать обобщенными соотношениями (площадь боковой поверхности $S = \alpha ab$, объем $V = \beta b^2 a$, координата центра тяжести $h_{цт} = \gamma a$), получаем

$$\rho g^4 \sqrt{\frac{\mu_0 M^2 V^3}{\sigma^5}} \left(1 - \frac{32\sqrt{2}\pi}{3} \frac{q_{зв}\sigma}{\rho g V \mu_0 M^2} \right) = A, \quad A = \frac{\alpha}{\gamma\beta} \frac{2}{(1 + \sqrt[4]{2})} \sqrt[4]{\frac{2\pi}{3}}. \quad (8)$$

Результаты расчета соответствующих коэффициентов для капель магнитной жидкости классической формы в виде уже рассмотренного полуэллипсоида вращения, а также кругового конуса и цилиндра содержатся в [9].

Наличие в левой части выражений (7), (8) множителя в скобках, определяемого плотностью поверхностной энергии акустического поля $q_{зв}$, значение которого меньше единицы, приводит к тому, что при тех же объемах капли V неустойчивость будет наступать при более высоких

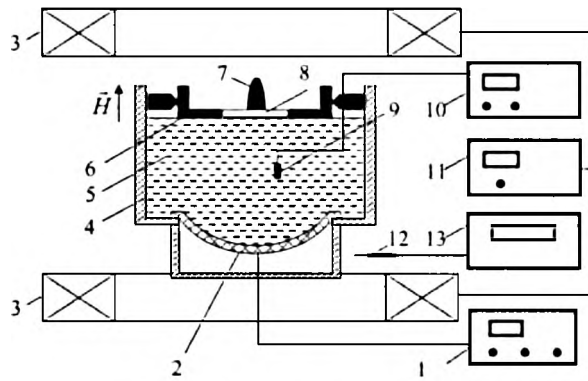


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

значениях намагниченности жидкости M . Следовательно, для жидкости с данной намагниченностью распад капли магнитной жидкости будет иметь место при более высоких значениях объема капель. Это означает, что акустическое поле в рассматриваемом случае будет повышать устойчивость капель магнитной жидкости относительно их распада в однородном магнитном поле.

Экспериментальные исследования формы капли магнитной жидкости и ее устойчивости в магнитном, гравитационном и акустическом полях выполнены на установке, схема которой представлена на рис. 2. Основными ее элементами являются источники магнитного и акустического полей. Акустическое поле создается генератором электрических колебаний 1, генерирующим колебания с частотой 1 МГц, напряжение которого подается на пьезоэлектрический преобразователь 2.

Вертикальное однородное магнитное поле создается катушками Гельмгольца 3. Пьезоэлектрический преобразователь заключен в немагнитный корпус и установлен на дне иммерсионной камеры 4, выполненной из прозрачного пластикового материала. Последняя заполнена дистиллированной водой 5. В камеру 4 частично погружена кювета 6 с плоским дном, где формируется капля магнитной жидкости 7. Стенки кюветы 6 выполнены из прозрачного пластикового материала. Высота положения кюветы относительно поверхности излучения регулируется с помощью смонтированных в две противоположные стенки камеры винтовых подъемных механизмов.

В зависимости от условий эксперимента прохождение ультразвука осуществлялось непосредственно через дно кюветы 6 либо через звукопрозрачное окно 8, выполненное из майларовой пленки и расположенное в окрестности фокальной зоны источника излучения ультразвуковых колебаний.

Контроль интенсивности акустических колебаний, воздействующих на каплю, осуществлялся с помощью пьезокерамического приемника 9 и измерительного прибора 10. Питание катушек Гельмгольца обеспечивалось источником постоянного тока 11. Индукция магнитного поля измерялась датчиком Холла 12 и миллитесламетром 13.

В экспериментах использовались магнитные жидкости на основе керосина и магнетита МК-52 и МК-72 со следующими физическими характеристиками: намагниченность насыщения 52,1 и 72,5 кА/м, плотность 1476 и 1650 кг/м³, коэффициент поверхностного натяжения 0,028 и 0,024 Н/м соответственно.

Объемы капель варьировались в пределах $V = (150-300) \text{ мм}^3$, что соответствовало их характерному радиусу $R_0 = \sqrt[3]{(3V / 2\pi)} = (4,15-5,2) \text{ мм}$. Диапазон изменения напряженности магнитного поля составлял 0–30 кА/м, что отвечало пределу изменения намагниченности жидкости от нуля и практически до намагниченности насыщения.

Для оценки интенсивности звуковой волны измерялась высота a горба, возникающего на поверхности воды только под действием звукового давления $P_{\text{зв}}$. В пренебрежении силами поверхностного натяжения из условия (2) $P_{\text{зв}} = \rho g a$. В экспериментах данная высота достигала 3 мм, что соответствовало звуковому давлению до 30 Па. Если скорость звука в жидкости равна C , то интенсивность звука I (Вт/м²) определяется следующим образом: $I = P_{\text{зв}}^2 / 2\rho C$, или $I = \rho g^2 a^2 / 2C$.

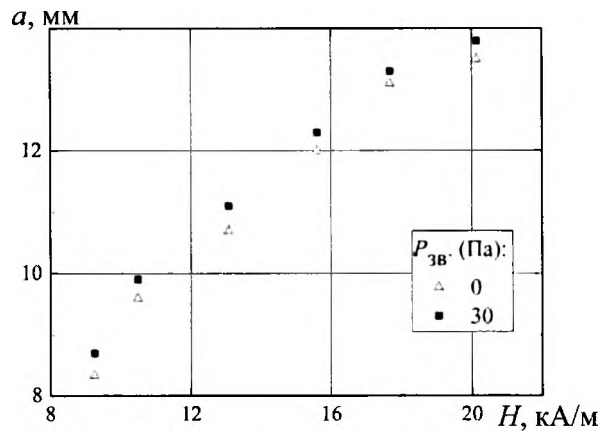


Рис. 3. Зависимость высоты капли магнитной жидкости МК-52 объема 131 мм^3 от напряженности внешнего магнитного поля при воздействии на нее акустической волны (■) и без него (Δ)

Для воды $C = 1500 \text{ м/с}$ и определенная подобным образом интенсивность звука генератора могла варьироваться в пределах от 0 до $3 \cdot 10^{-4} \text{ Вт/м}^2$.

Представленные на рис. 3 результаты подтверждают, что акустическая волна увеличивает удлинение капли и соответствующая зависимость высоты капли от напряженности магнитного поля систематически располагается выше аналогичной зависимости в отсутствие звука.

На рис. 4 точками представлены экспериментальные данные по топологической неустойчивости капли магнитной жидкости при воздействии на нее акустической волны. Области слева от них соответствуют устойчивому состоянию капли заданного объема в магнитном поле соответствующей напряженности, а области справа – ее неустойчивому состоянию и распаду. Точки на нейтральных кривых определяют критические (пороговые) соотношения между объемом капли и напряженностью магнитного поля. Как видно из данных эксперимента, воздействие акустической волны на каплю магнитной жидкости сдвигает нейтральные кривые в области больших объемов и заметно повышает устойчивость капли, что находится в согласии с полученными выше теоретическими результатами. Если, например, в магнитном поле напряженностью 16 кА/м в обычных условиях неустойчивой является капля объема 200 мм^3 , то при воздействии акустической волны со звуковым давлением 60 Па она сохраняет устойчивость вплоть до 270 мм^3 . Эта же звуковая волна обеспечивает повышение критических значений напряженности магнитного поля для капли объема 230 мм^3 от 12 до 22 кА/м .

Экспериментальные данные находятся в качественном соответствии с теоретическими результатами, описываемыми формулой (7), однако, количественное расхождение между ними довольно значительное. В большей степени это связано с тем, что при высоких значениях напряженности магнитного поля (непосредственно перед распадом капли), ее форма значительно

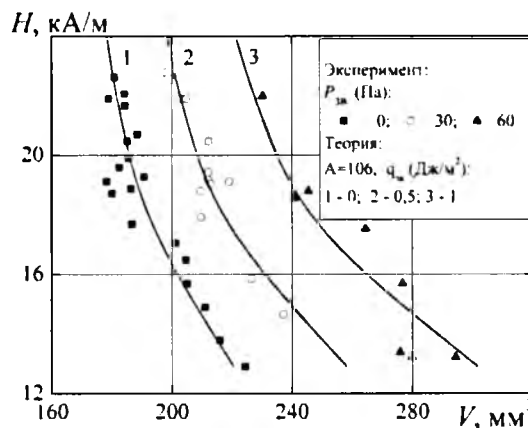


Рис. 4. Нейтральные кривые устойчивости капли магнитной жидкости МК-72 при воздействии на нее акустической волны и без него

отличается от эллипсоидальной и имеет сильно заостренную вершину. Лучшее количественное соответствие этих данных обеспечивает обобщенная формула (8) при определенном выборе значения числа A в ее левой части. На рис. 4 сплошными линиями представлены результаты расчетов по формуле (8) при $A = 106$ для разных значений поверхностной плотности акустической энергии $q_{zv} = 0; 0,5; 1$ Дж/м², которые находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

Работа выполнена при поддержке Фонда фундаментальных исследований Республики Беларусь.

Литература

1. *Bashtovoy V. G., Berkovsky B. M., Vislovich A. N.* An Introduction to Thermomechanics of Magnetic Fluids. Washington, Hemisphere Publ. Corp., 1988.
2. *Berkovsky B., Bashtovoi V.* // IEEE Transactions on Magnetics. 1980. Vol. 16, N 2. P. 288–296.
3. *Баштовой В. Г., Краков М. С., Рекс А. Г.* // Магнитная гидродинамика. 1985. № 1. С. 19–24.
4. *Баев А. Р., Коновалов Г. Е., Майоров А. Л.* Магнитные жидкости в технической акустике и неразрушающем контроле. Мн., 1999.
5. *Баев А. Р., Баштовой В. Г., Коновалов Г. Е.* и др. Способ создания акустического контакта при ультразвуковых измерениях: А. с. СССР 697916, 1979.
6. *Полунин В. М.* Акустические свойства нанодисперсных магнитных жидкостей. М., 2012.
7. *Magnetic Fluids and Applications Handbook.* / B. Berkovsky, V. Bashtovoi, eds. New York: Begell House Inc. Publishers, 1996.
8. *Баштовой В. Г., Погирницкая С. Г., Рекс А. Г.* // Магнитная гидродинамика. 1990. № 2. С. 2–26.
9. *Баштовой В. Г., Рекс А. Г., Аль-Джаиш Таха Малик Мансур* // Весці НАН Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. 2013. № 4. С. 64–69.

V. G. BASHTOVOI, A. G. REKS, AL-JHAISH TAHA MALIK MANSUR

AN EFFECT OF ULTRASOUND ON DEFORMATION AND STABILITY OF MAGNETIC FLUID DROP

Summary

The influence of an ultrasonic wave on the form and topological instability of a magnetic fluid drop placed on a horizontal solid surface in an external homogeneous magnetic field is investigated theoretically and experimentally. It is shown, that ultrasonic influence can lead to lengthening of a drop and raising of its stability.