



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный  
технический университет

---

Кафедра «Инженерная графика строительного профиля»

Е. А. Телеш  
И. М. Шуберт  
М. К. Протасова

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА

Учебно-методическое пособие



Минск  
БНТУ  
2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ  
Белорусский национальный технический университет

---

Кафедра «Инженерная графика строительного профиля»

Е. А. Телеш  
И. М. Шуберт  
М. К. Протасова

# ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА

Учебно-методическое пособие для студентов  
строительных специальностей

*Рекомендовано учебно-методическим объединением  
по образованию в области строительства и архитектуры*

Минск  
БНТУ  
2018

УДК 514.18(075.8)  
ББК 22.151.3я7  
Т31

**Р е ц е н з е н т ы:**

зав. кафедрой «Инженерная графика» УО «Белорусский государственный  
технологический университет», канд. техн. наук *Г. И. Касперов*;  
зав. кафедрой «Промышленная безопасность» УГЗ МЧС РБ,  
канд. техн. наук *В. А. Бирюк*

**Телеш, Е. А.**

Т31 Геометрические тела : учебно-методическое пособие для студентов строи-  
тельных специальностей / Е. А. Телеш, И. М. Шуберт, М. К. Протасова – Минск:  
БНТУ, 2018. – 39 с.  
ISBN 978-985-583-186-1.

Учебно-методическое пособие предназначено для самостоятельной работы студентов  
строительных специальностей при изучении курсов начертательной геометрии и проекционно-  
го черчения. Выполнение предлагаемых расчетно-графических работ позволит студентам де-  
тально разобраться в построении проекций различных геометрических фигур и более каче-  
ственно подготовиться к итоговому контролю знаний по изучаемым дисциплинам.

**УДК 514.18(075.8)**  
**ББК 22.151.3я7**

**ISBN 978-985-583-186-1**

© Телеш Е. А., Шуберт И. М.,  
Протасова М. К., 2018  
© Белорусский национальный  
технический университет, 2018

## ВВЕДЕНИЕ

Учебно-методическое пособие содержит методические указания и условия к расчетно-графическим работам (РГР) для самостоятельной работы студентов.

Пособие включает:

- требования к оформлению расчетно-графических работ;
- методические указания по построению проекций различных геометрических тел;
- примеры построения проекций различных геометрических тел с вырезами (призма, пирамида, цилиндр, конус, сфера);
- условия к расчетно-графическим работам по построению проекций различных геометрических тел с вырезами;
- примеры оформления индивидуальных заданий;
- список рекомендованной литературы.

## 1. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

### 1.1. Форматы, основные надписи

Графическое оформление РГР должно соответствовать требованиям стандартов ЕСКД и СПДС. Работы выполняют на чертежной бумаге формата А3 (420 × 297 мм) с помощью чертежных инструментов с соблюдением всех требований, предъявляемых к оформлению чертежей по ГОСТам ЕСКД в части «Общие правила оформления выполнения чертежей» [1–5].

На формате А3 наносят рамку поля чертежа на расстоянии 20 мм от края слева и по 5 мм справа, сверху и снизу (рис. 1.1) [2].



Рис. 1.1. Рамка поля чертежа

В правом нижнем углу вычерчивают основную надпись по образцу (рис. 1.2).

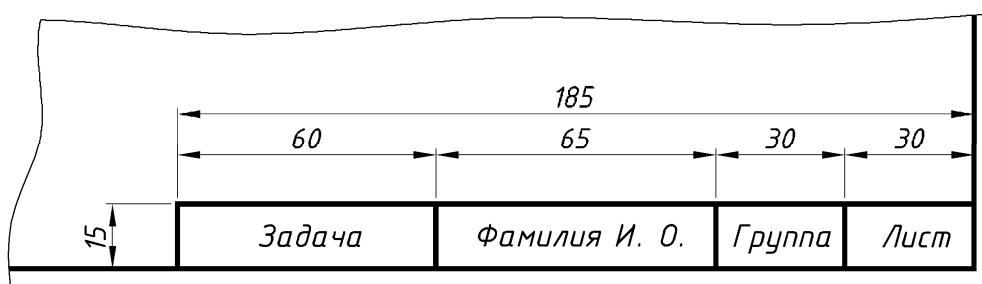


Рис. 1.2. Основная надпись

## 1.2. Типы линий

При выполнении чертежей применяют линии различного начертания и толщины, предусмотренные ГОСТ 2.303-68 «Единая система конструкторской документации. Линии» [4].

Задания выполняются карандашом с помощью чертежных инструментов вначале тонкими линиями, которые после окончательной проверки решения задачи преподавателем обводятся в соответствии с требованиями. При оформлении чертежа нужно стремиться к тому, чтобы все линии и надписи на чертеже были одной яркости.

Рекомендуется использовать:

- линии видимого контура – **основная сплошная** (толщиной  $S/3 = 0,8-1$  мм);
- линии невидимого контура – **штриховая** ( $S/3 = 0,3$  мм);
- осевые, центровые – **штрихпунктирная** ( $S/3 = 0,3$  мм);
- линии вспомогательных построений и линии связи, размерные, выносные, линии штриховки – **сплошная тонкая** ( $S/3 = 0,3$  мм);
- линии разграничения вида и разреза – **сплошная волнистая, сплошная тонкая с изломом** ( $S/3 = 0,3$  мм);
- линии сечений – **разомкнутая** ( $1,5S = 1,5$  мм).

## 1.3. Шрифты чертежные

Все надписи на чертежах следует выполнять шрифтом по ГОСТ 2.304-81 «Единая система конструкторской документации. Шрифты чертежные» [5] с соблюдением наклона и размеров букв, цифр и знаков. Основным параметром чертежного шрифта является его размер  $h$  – высота прописных букв в миллиметрах, измеренная по перпендикуляру к основанию строки. Ширина букв  $g$  определяется отношением к размеру шрифта  $h$ , например,  $g = 6 / 10h$ . Толщина линии шрифта  $d$  определяется в зависимости от типа и размера шрифта, например,  $d = (1 / 10)h$  (рис. 1.3).

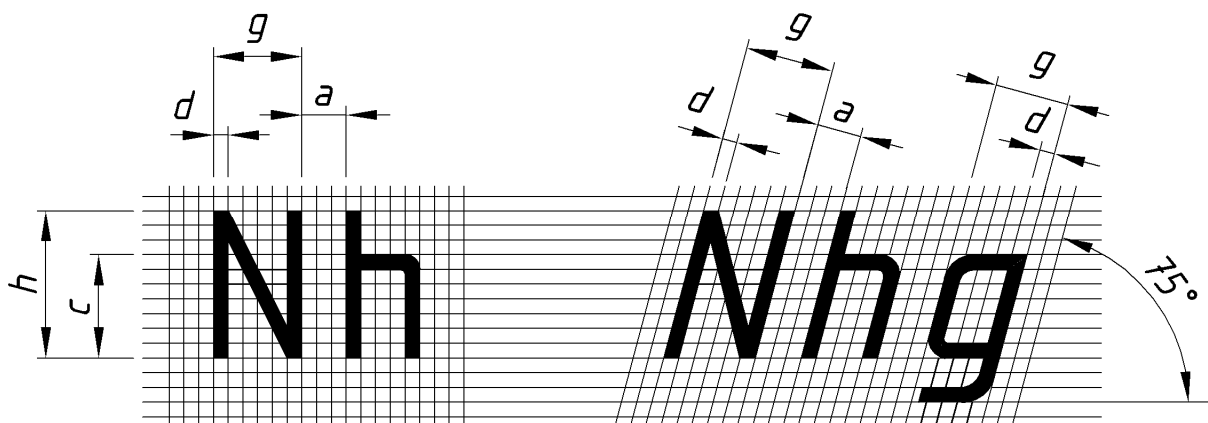


Рис. 1.3. Фрагмент чертежного шрифта

В зависимости от отношения толщины линии шрифта  $d$  к размеру  $h$  установлены типы шрифта: тип А – при  $d = (1 / 14)h$  (с наклоном и без наклона); тип Б – при  $d = (1 / 10)h$  (с наклоном и без наклона). Для шрифта с наклоном принимают наклон линий вправо под углом  $75^\circ$  к строке. При выполнении РГР рекомендуется использовать наклонный тип Б.

#### 1.4. Масштабы изображений. Компановка изображений на чертеже

Индивидуальные задания (РГР) выполняются в масштабе 1:1.

Задачи компануются так, чтобы изображения равномерно располагались на формате и вычерчиваются в проекционной связи. Изображения выполняются по методу прямоугольного проецирования. На одном листе формата А3 может быть размещена одна задача. Примеры выполнения заданий приведены в прил. 2.

#### 1.5. Обозначения и символы

##### 1.5.1. Обозначения геометрических фигур и их проекций

Декартова система координат –  $x, y, z$ , начало координат –  $O$ .

Плоскости проекций обозначаются:

$\Pi_1$  – горизонтальная плоскость проекций;

$\Pi_2$  – фронтальная плоскость проекций;

$\Pi_3$  – профильная плоскость проекций.

Точки, расположенные в пространстве, обозначаются прописными буквами латинского алфавита:  $A, B, C, D, \dots, L, M, N\dots$

Прямые общего положения обозначаются строчными буквами латинского алфавита:  $a, b, c, d, \dots, l, m, n\dots$

Линии уровня  $h$  – горизонталь;  $f$  – фронталь.

Поверхности и заданные плоскости обозначаются прописными буквами греческого алфавита:  $A, B, \Gamma, \Delta, \dots, P, \Sigma, Y\dots$

Проекции точек, прямых, заданных плоскостей и поверхностей обозначаются теми же буквами, что и оригинал с добавлением индекса плоскости проекций:

$A_1, B_1 \dots; a_1, b_1 \dots; \Delta_1, \Sigma_1 \dots$  – горизонтальные проекции;  
 $A_2, B_2 \dots; a_2, b_2 \dots; \Delta_2, \Sigma_2 \dots$  – фронтальные проекции;  
 $A_3, B_3 \dots; a_3, b_3 \dots; \Delta_3, \Sigma_3 \dots$  – профильные проекции.

### 1.5.2. Символы, обозначающие отношения между геометрическими фигурами

1.  $\equiv$  – совпадают.

$(AB) \equiv (CD)$  – прямая, проходящая через точки  $A$  и  $B$ , совпадает с прямой, проходящей через точки  $C$  и  $D$ .

2.  $\cong$  – конгруэнтны.

$B_1C_1 \cong BC$  – горизонтальная проекция отрезка конгруэнтна его натуральной длине.

3.  $//$  – параллельны.

$a // b$  – прямая  $a$  параллельна прямой  $b$ .

4.  $\perp$  – перпендикулярны.

$m \perp n$  – прямая  $m$  перпендикулярна прямой  $n$ .

5.  $\overset{\circ}{\cap}$  – скрещиваются.

$a \overset{\circ}{\cap} b$  – прямые  $a$  и  $b$  скрещиваются.

### 1.5.3. Обозначения теоретико-множественных логических операций

1.  $\in$  – принадлежит, является элементом.

$A \in m$  – точка  $A$  принадлежит прямой  $m$  (т.  $A$  лежит на прямой  $m$ );

$n \ni B$  – прямая  $n$  проходит через точку  $B$ .

2.  $\subset$  – включает, содержит.

$a \subset \Gamma$  – прямая  $a$  принадлежит плоскости  $\Gamma$ .

$\Delta \supset b$  – плоскость  $\Delta$  проходит через прямую  $b$ .

3.  $\cup$  – объединение множеств.

$ABC = [AB] \cup [BC]$  – ломаная линия  $ABC$  есть объединение отрезков  $[AB]$  и  $[BC]$ .

4.  $\cap$  – пересечение множеств.

$K = a \cap b$  – точка  $K$  есть результат пересечения прямых  $a$  и  $b$ .

5.  $\wedge$  – конъюнкция предложений (соответствует союзу «и»).

6.  $\vee$  – дизъюнкция предложений (соответствует союзу «или»).

7.  $\Rightarrow$  – импликация – логическое следствие.

$a // b \Rightarrow a_1 // b_1 \wedge a_2 // b_2$  – если прямые  $a$  и  $b$  параллельны, то их одноименные проекции так же параллельны.

## 2. ПРОЕКЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ

Геометрическое тело – часть пространства, ограниченная гранными, линейчатыми или криволинейными поверхностями.

Основными геометрическими телами являются: гранные (призма, пирамида), линейчатые (цилиндр, конус), криволинейные (шар, тор).

Геометрические тела могут быть ограничены как проецирующими поверхностями (призмой, цилиндром), так и поверхностями общего положения (пирамидой, конусом, шаром, тором).

Так как любой объект состоит из комбинации простейших геометрических тел, то при решении задач по начертательной геометрии и инженерной графике необходимо уметь изображать геометрические тела и строить проекции точек и линий на их поверхности.

### 2.1. Построение проекций призмы с вырезом, образованным плоскостями частного положения

На рис. 2.1 приведен пример построения проекций прямой (горизонтально-проецирующей) треугольной призмы с вырезом, образованным тремя плоскостями частного положения: –  $\Gamma$  ( $\Gamma_2^*$ ) – фронтально-проецирующей,  $\Theta$  ( $\Theta_2^*$ ,  $\Theta_1^*$ ) – профильной и  $\Delta$  ( $\Delta_2^*$ ,  $\Delta_3^*$ ) – горизонтальной.

Фронтальная проекция линии выреза принадлежит фронтальным проекциям  $\Gamma_2$ ,  $\Theta_2$  и  $\Delta_2$ .

Боковые грани призмы – горизонтально-проецирующие плоскости, поэтому их горизонтальные проекции вырождаются в отрезки (стороны) треугольника, обладающие собирательным свойством. Следовательно, горизонтальная проекция линий пересечения призматической поверхности с плоскостями выреза принадлежит линии контура горизонтальной проекции призмы (см. проекции точек  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ).

Обозначим ребра призмы отрезками  $AF$ ,  $BM$  и  $CN$ .

**Примечание.** \* – вырожденная проекция.

На фронтальной проекции призмы отметим характерные точки пересечения плоскостей выреза с ребрами (точки 1, 1', 4, 4') и гранями (точки 2, 2', 3, 3') призмы, которые лежат на ребрах  $AF$  и  $BM$  и на гранях  $AFNC$  и  $BMNC$  соответственно и определим вырожденные в точки проекции линий пересечения плоскостей  $\Gamma$  и  $\Theta$  (22'),  $\Theta$  и  $\Delta$  (33').

Фронтально-проецирующая плоскость  $\Gamma$ , перпендикулярная плоскости  $\Pi_2$ , проецируется на плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  замкнутым контуром 11'2'2 в виде четырехугольника.

Точки 2 и 2' строятся на плоскости  $\Pi_3$  по координатам  $y_2, y_2'$ .



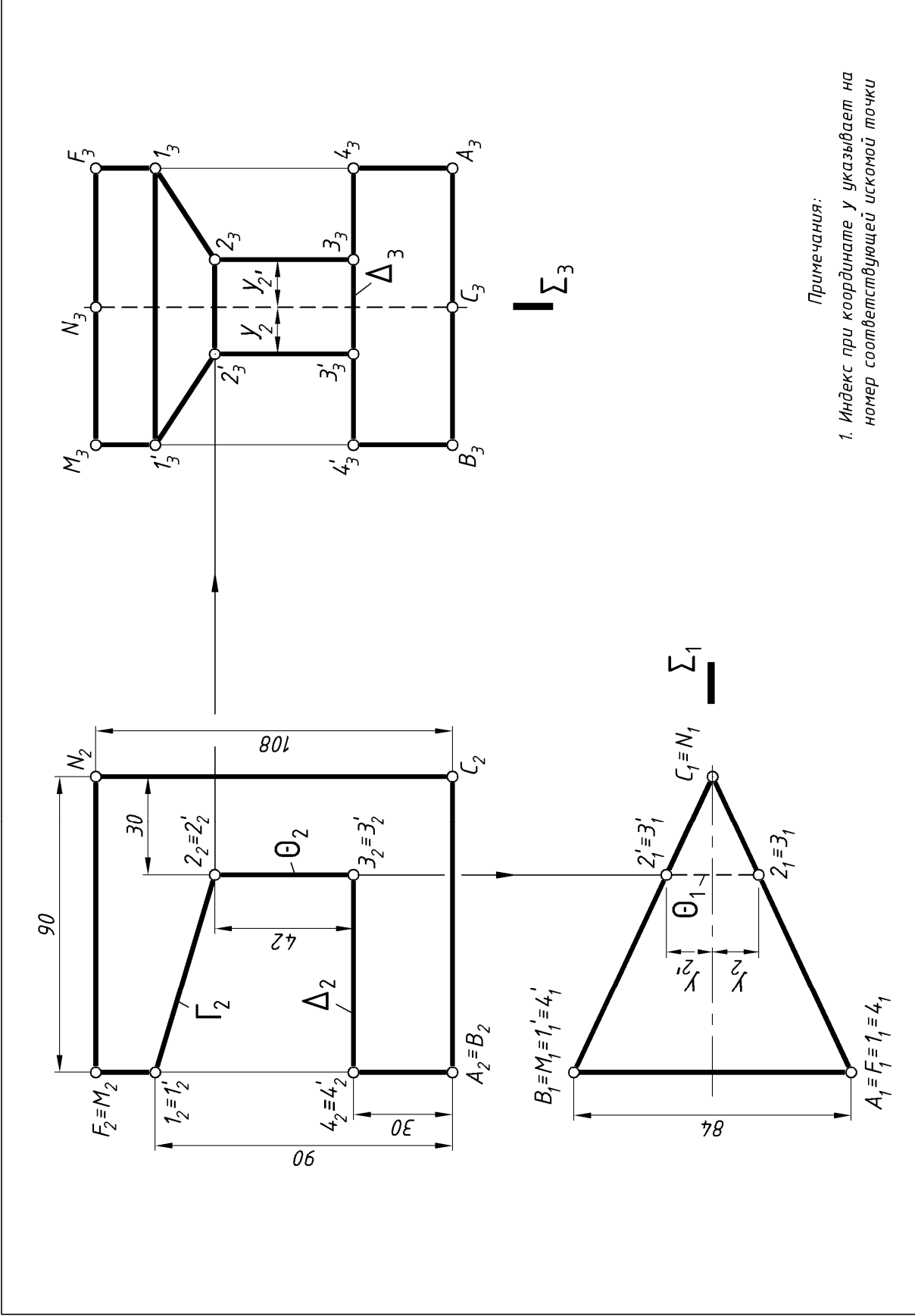


Рис. 2.1. Пример построения проекций прямой треугольной призмы с вырезом

За базовую плоскость отсчета измерений в направлении оси  $y$  берем фронтальную плоскость  $\Sigma (\Sigma_1^*, \Sigma_3^*)$ , проходящую через плоскость симметрии призмы. На чертеже горизонтальная проекция этой плоскости  $\Sigma_1$  – вырожденная, совпадает с осью симметрии горизонтальной проекции призмы, профильная проекция  $\Sigma_3$  – с осью симметрии профильной проекции призмы. Профильная проекция призмы строится на произвольном расстоянии от фронтальной проекции исходя из рациональной компоновки чертежа.

Профильные проекции точек соединяем между собой линиями в таком же порядке, как это выполнено на горизонтальной плоскости проекций.

Плоскость  $\Theta$  – профильная. Ее профильную проекцию определяет прямоугольник  $2_3 3_3 3'_3 2'_3$  – натуральная величина плоскости  $\Theta$ .

Плоскость  $\Delta$  – горизонтальная. Ее фронтальная проекция – отрезок прямой линии  $4_2 6_2$ , профильная проекция – отрезок  $4_3 4'_3$ . Без искажения эта плоскость проецируется на горизонтальную плоскость  $4_1 3_1 4'_1 3'_1$ .

## 2.2. Построение проекций пирамиды с вырезом плоскостями частного положения

На рис. 2.2 изображена правильная четырехугольная пирамида с вырезом, образованным тремя плоскостями: фронтально-проецирующей  $\Gamma (\Gamma_2^*)$ , профильной  $\Theta (\Theta_2^*, \Theta_1^*)$  и горизонтальной  $\Delta (\Delta_2^*, \Delta_3^*)$ . Фронтальная проекция линии выреза задана фронтальными проекциями  $\Delta$ ,  $\Theta$ ,  $\Gamma$ , на которых проекции точек 1 ( $1_2$ ), 2 ( $2_2$ ), 5 ( $5_2$ ), 6 ( $6_2$ ) находятся на ребрах пирамиды, проекции точек 3 ( $3_2$ ) и 4 ( $4_2$ ) – на линиях пересечения вырожденных проекций плоскостей выреза.

При заданной фронтальной проекции пирамиды следует достроить горизонтальную проекцию и построить профильную.

Плоскость  $\Delta$  пересекает поверхность пирамиды по фигуре, подобной основанию, так как она параллельна основанию. В вырезе ее часть ограничена контуром  $6544'5'$ , где отрезок  $44'$  является линией пересечения плоскостей  $\Delta$  и  $\Theta$ . Горизонтальная проекция точки 6 определяется непосредственным проецированием ее на горизонтальную проекцию ребра  $SA$ . Базовая плоскость измерений  $\Sigma (\Sigma_1^*, \Sigma_3^*)$  совпадает с осью симметрии горизонтальной и профильной проекций пирамиды.

Горизонтальные проекции точек 5 и 5' находим по их профильным проекциям из условия принадлежности их ребрам  $SD$  и  $SB$ , используя значения  $y_5, y'_5$ . При построении профильных проекций точек 4, 4' по заданным фронтальной и горизонтальной проекциям необходимо использовать параметры  $y_4$  и  $y'_4$ .

Плоскость  $\Theta$  пересекает поверхность пирамиды по четырехугольнику  $33'4'4$ . Отрезок  $33'$  является линией пересечения плоскостей  $\Theta$  и  $\Gamma$ .

Боковые грани пирамиды являются плоскостями общего положения. Точка 3 построена на грани  $SCD$  с помощью прямой  $t$ , которая проведена через точку 3 и параллельна стороне основания  $DC$  этой грани. По фронтальной и горизонтальной проекциям точки 3 построена ее профильная проекция, для чего использована координата  $y_3$ , отмеренная от базовой плоскости  $\Sigma$ .

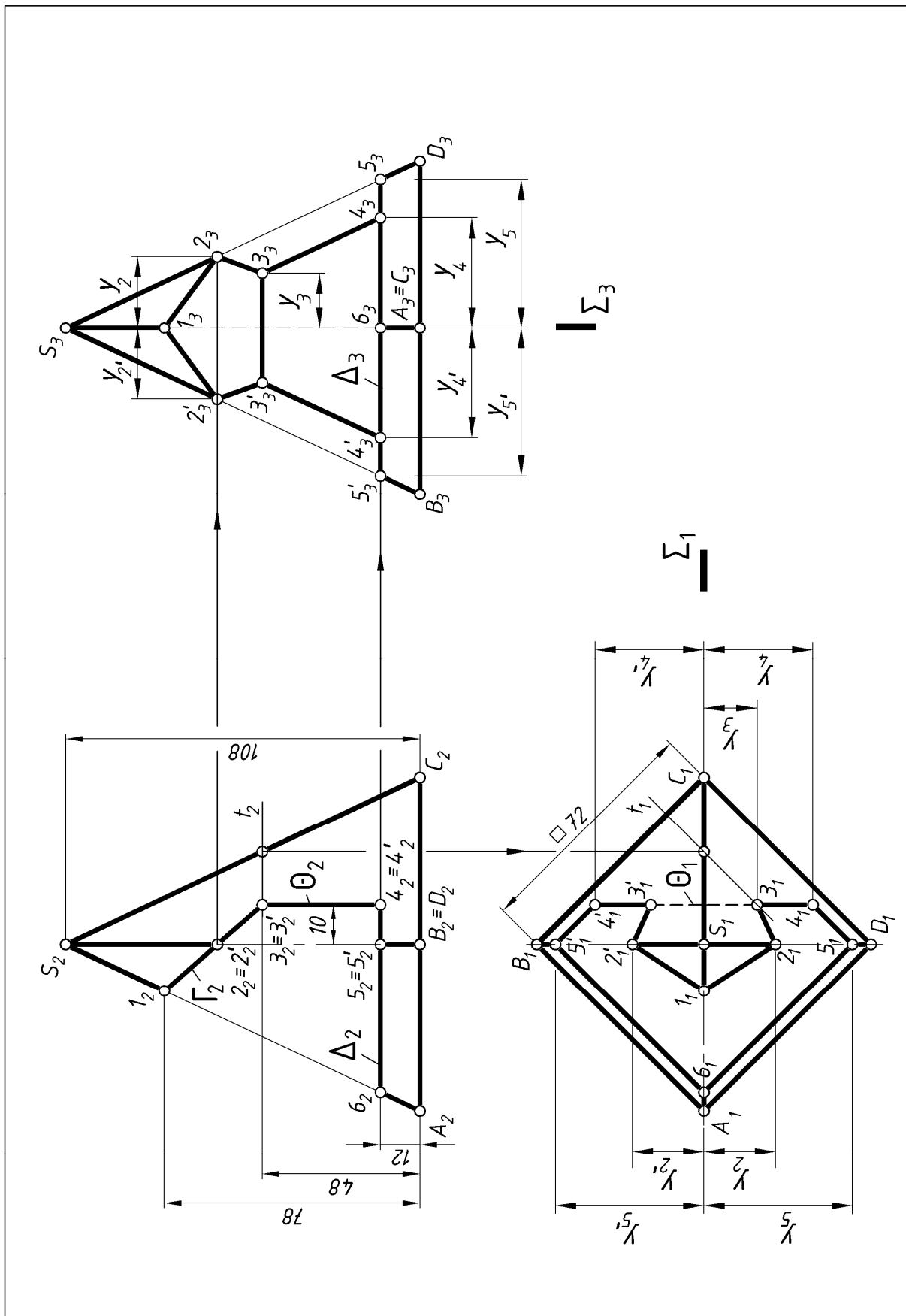


Рис. 2.2. Пример построения проекции пирамиды с вырезом

Фронтально-проецирующая плоскость  $\Gamma$  пересекает поверхность пирамиды по пятиугольнику  $1233'2'$ . Горизонтальная проекция точки 1 построена непосредственным проецированием ее на горизонтальную проекцию ребра  $SA$ . Профильная проекция точки 1 принадлежит профильной проекции ребра  $SA$ . Горизонтальные проекции точек 2 и 2', принадлежащих ребрам  $SD$  и  $S'D'$ , найдем по профильной проекции, для чего используются координаты  $y_2$  и  $y_2'$  точек 2 и 2'.

Последовательно соединяя горизонтальные и профильные проекции точек, получаем проекции плоскости выреза  $\Gamma(1233'2'1)$ .

### 2.3. Построение проекций цилиндра с вырезом плоскостями частного положения

На рис. 2.3 приведен пример построения проекций прямого кругового (горизонтально-проецирующего) цилиндра с вырезом, выполненным тремя плоскостями.

Фронтально-проецирующая плоскость  $\Gamma$  ( $\Gamma_2^*$ ) пересекает цилиндр по части эллипса, на которой отмечены характерные точки (4, 5, 8) и случайные (6, 7). Профильная плоскость  $\Theta$  ( $\Theta_2^*$ ,  $\Theta_1^*$ ) пересекает цилиндрическую поверхность по прямоугольнику  $344'3'$ . Горизонтальная плоскость  $\Delta$  ( $\Delta_2^*$ ,  $\Delta_3^*$ ) перпендикулярна оси цилиндра и пересекает цилиндрическую поверхность по части окружности  $3212'3'$ . Фронтальная проекция линии сечения плоскостями  $\Delta$ ,  $\Theta$  и  $\Gamma$  с обозначенными характерными точками принадлежит вырожденным фронтальным проекциям этих плоскостей, а горизонтальные проекции характерных точек этой линии принадлежат вырожденной проекции цилиндра – окружности.

Напомним, что боковая поверхность прямого кругового цилиндра в данном случае горизонтально-проецирующая и ее вырожденная проекция (окружность) обладает собирательным свойством. Следовательно, горизонтальная проекция точек и линий, принадлежащих боковой поверхности, совпадает с горизонтальной проекцией боковой поверхности цилиндра – окружностью.

Линия  $2_32'_3$  представляет собой профильную (вырожденную) проекцию плоскости  $\Delta$ . За базовую плоскость для отсчета координаты  $y$  выбрана фронтальная плоскость  $\Sigma$  ( $\Sigma_1^*$ ,  $\Sigma_3^*$ ), проходящая через ось вращения цилиндра.

По двум проекциям точек линии выреза строят ее профильную проекцию. Полученные точки соединяют в последовательности, определяемой фронтальной проекцией. Так как в цилиндре выполнен вырез, то на профильной проекции цилиндра отсутствуют части очерковых образующих между проекциями точек  $2_3$ ,  $5_3$  и  $2'_3$ ,  $5'_3$ .

Кроме того, на профильной проекции необходимо провести линии пересечения плоскостей  $\Theta$  и  $\Gamma$  – прямую  $4_34'_3$  и плоскостей  $\Delta$  и  $\Theta$  – прямую  $3_33'_3$ . Обводим чертеж соответствующими линиями, оставляя необходимые линии построений.

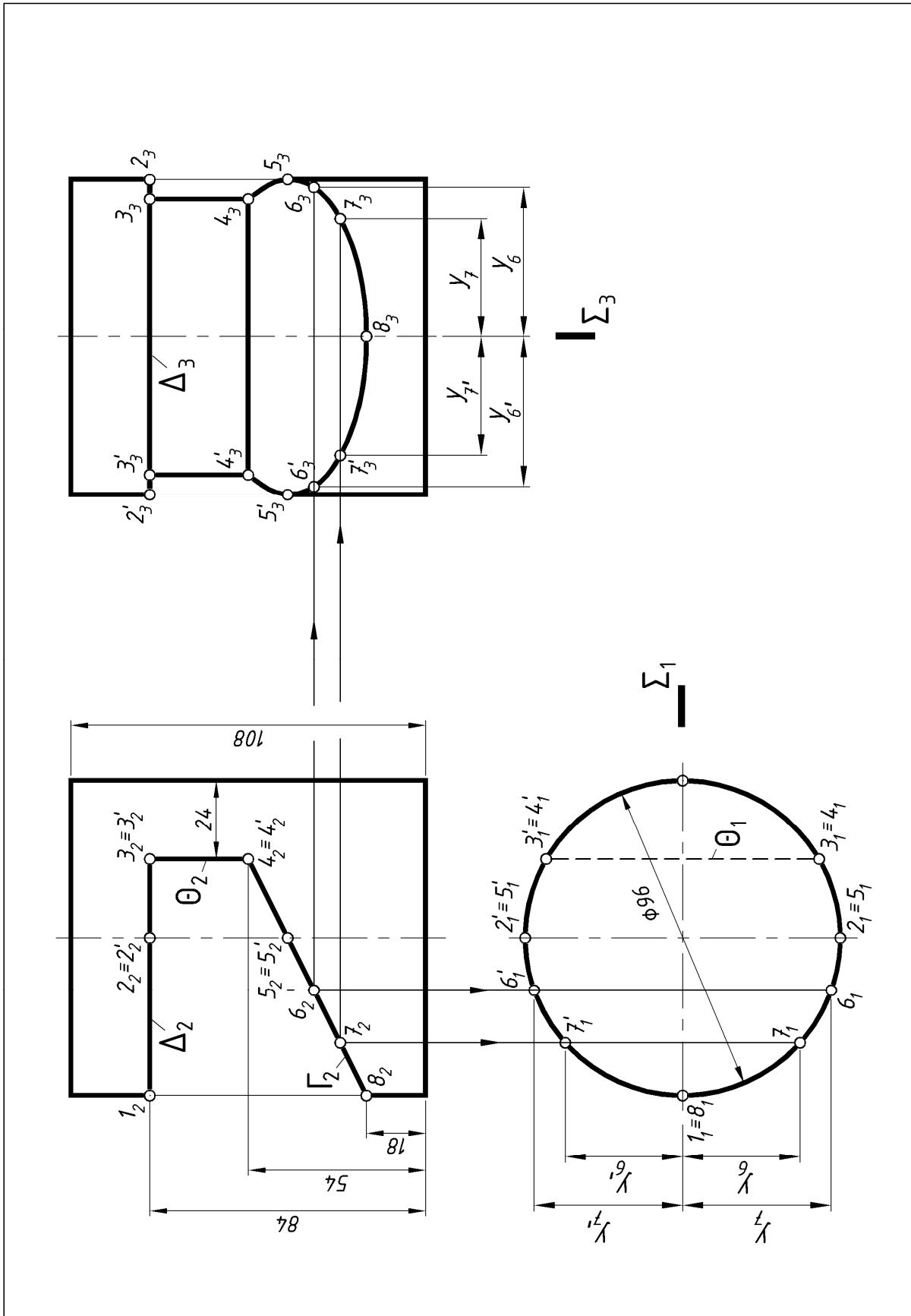


Рис. 2.3. Пример построения проекций прямого цилиндра с вырезом

## 2.4. Построение проекций прямого кругового конуса с вырезом, выполненным плоскостями частного положения

На рис. 2.4 приведен пример построения проекций прямого кругового конуса, поверхность которого – поверхность общего положения. Вырез выполнен тремя секущими плоскостями. Плоскость  $\Gamma$  ( $\Gamma_2^*$ ), параллельная одной образующей конуса, пересекает его поверхность по параболе с вершиной в точке 1; плоскость  $\Delta$  ( $\Delta_2^*$ ,  $\Delta_3^*$ ), перпендикулярная к оси конуса, – по части окружности; плоскость  $\Theta$  ( $\Theta_2^*$ ,  $\Theta_1^*$ ), параллельная двум образующим конуса, пересекает поверхность конуса по гиперболе с вершиной в точке 8.

Фронтальная проекция линии выреза принадлежит фронтальным проекциям  $\Gamma_2$ ,  $\Delta_2$ ,  $\Theta_2$  данных плоскостей, на которых намечены проекции точек  $1_2$ – $8_2$  линии выреза. Горизонтальные проекции этих точек  $1_1$ – $8_1$  построены по их фронтальным проекциям из условия их принадлежности конической поверхности, для чего использованы параллель-окружности поверхности, проводимые через эти точки на конической поверхности. Плоскости выреза пересекаются между собой по отрезкам прямых линий, перпендикулярных плоскости  $\Pi_2$  и проецирующихся на ней в проекции точек  $6_2 6'_2$  и  $4_2 4'_2$ , а на плоскость  $\Pi_1$  в отрезки  $6_1 6'_1$  – видимый и  $4_1 4'_1$  – невидимый.

Плоскость  $\Gamma$  – фронтально-проецирующая, параллельная одной образующей, поэтому на горизонтальную и профильную плоскость проекций проецируется в виде одинакового по форме, но разного по размерам контура, который ограничен отрезком прямой линии 44 пересечения плоскостей  $\Gamma$  и  $\Delta$  и параболы. Для построения линии пересечения поверхности конуса плоскостью  $\Gamma$  на поверхности конуса, на ее заданной проекции, намечают ряд точек, количество которых обеспечивает необходимую точность и определяет характер линии.

Фронтальные проекции случайных точек  $A$  и  $A'$  выбраны произвольно, но ближе к вершине параболы (точка 1). Горизонтальные проекции точек  $A_1$  и  $A'_1$  построены с помощью параллель-окружности радиуса  $R_A$ , проведенной через эти точки на конической поверхности. Профильные проекции  $A_3$   $A'_3$  определены по горизонтальной проекции при помощи значений  $y_A$  и  $y_{A'}$ . Горизонтальные проекции случайной точки  $B$  определены с помощью параллель-окружности радиуса  $R_B$  (см. рис. 2.4)

Фронтальная проекция характерной точки 1 ( $1_2$ ) принадлежит фронтальной очерковой конуса. Ее горизонтальная и профильная проекция – горизонтальная и профильная проекции фронтальной очерковой. Профильные проекции характерных точек 2 и  $2'$  ( $2_3$  и  $2'_3$ ) лежат на профильной проекции очерковых образующих конуса. По профильным проекциям этих точек находим их горизонтальные проекции, используя координаты  $y_2$  и  $y'_2$

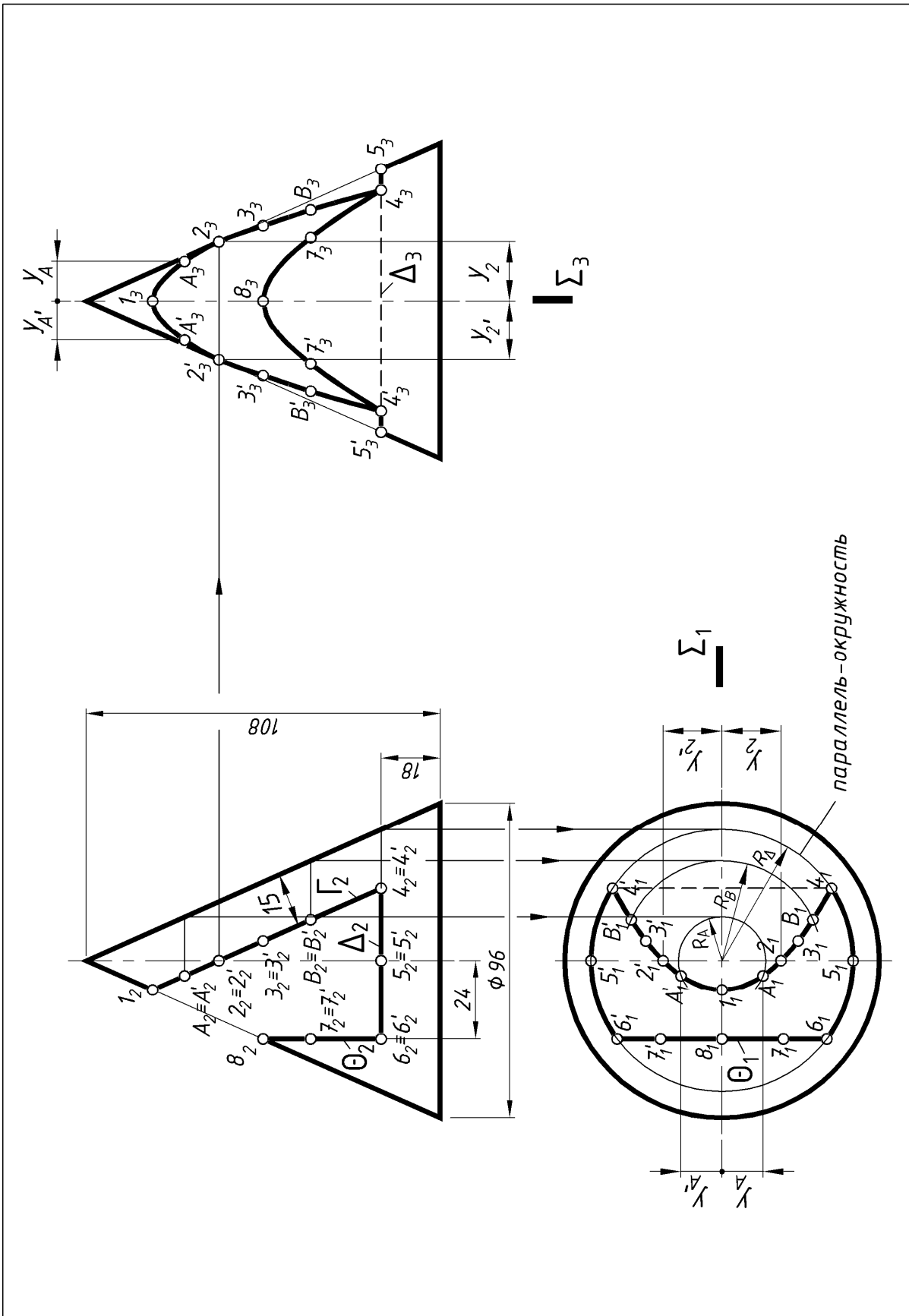


Рис. 2.4. Пример построения проекций прямого кругового конуса с вырезом

Горизонтальная плоскость выреза  $\Delta$  пересекает поверхность конуса по двум дугам окружности радиусом  $R_\Delta$  и отрезкам прямых  $44'$  и  $66'$  линий пересечения плоскостей  $\Gamma$  и  $\Delta$ ,  $\Delta$  и  $\Theta$ . Таким образом, горизонтальная проекция плоскости  $\Delta$  представляет собой неискаженный контур, ограниченный двумя дугами окружности и двумя отрезками прямых линий. Профильная проекция этой плоскости выреза – отрезок прямой линии  $5_35_3'$ , заключенный между крайними (очерковыми) профильными образующими конуса.

## 2.5. Проекция шара

Ортогональная проекция шара – круг. Любая плоскость пересекает поверхность шара по окружности. В зависимости от положения секущей плоскости относительно плоскостей проекций  $\Pi_1$ ,  $\Pi_2$ ,  $\Pi_3$  окружность сечения может проецироваться в отрезок прямой линии, окружность или эллипс.

На рис. 2.5 изображен шар в ортогональных проекциях, в которых выполнен вырез плоскостями  $\Delta$  ( $\Delta_2^*$ ,  $\Delta_3^*$ ),  $\Theta$  ( $\Theta_2^*$ ,  $\Theta_1^*$ ),  $\Gamma$  ( $\Gamma_2^*$ ).

Горизонтальная плоскость  $\Delta$  пересекает поверхность шара по части окружности  $123$  радиусом  $O'_2,1_2$ , которая на горизонтальную плоскость проекций проецируется в натуральную величину, то есть в замкнутый контур, ограниченный дугой окружности  $3_12_11_12'_13'_1$  и отрезком прямой линии  $3_13'_1$  пересечения плоскостей выреза  $\Delta$  и  $\Theta$ .

На профильную плоскость проекций эта плоскость проецируется (вырождается) в отрезок прямой линии  $2_32'_3$ .

Профильная плоскость  $\Theta$  пересекает поверхность шара по части окружности  $345$  радиусом  $R_\Theta$ , которая проецируется на плоскость  $\Pi_3$  в виде замкнутого контура, ограниченного двумя дугами окружности  $3_34_35_3$  и  $3'_34'_35'_3$ , а также двумя отрезками прямых  $3_33'_3$  и  $5_35'_3$  пересечения плоскостей  $\Delta$  и  $\Theta$ ,  $\Theta$  и  $\Gamma$ . На горизонтальную плоскость проекций  $\Pi_1$  линия пересечения этой плоскости с поверхностью шара проецируется в отрезок прямой линии  $4_14'_1$ .

Линией пересечения поверхности шара с плоскостью  $\Gamma$  является окружность, радиус которой – отрезок  $0''_29_2$ . Центр этой окружности  $0''(0''_20''_1)$  определяется в пересечении перпендикуляра, опущенного из центра сферы на данную плоскость. Горизонтальная и профильная проекции этой окружности – эллипсы. Большие полуоси эллипсов  $0''_16_1$  и  $0''_36_3$  равны радиусу окружности  $0''_29_2$ . Построение проекций эллипсов сводится к построению необходимого количества случайных точек, которые в горизонтальных и профильных проекциях строятся исходя из принадлежности их поверхности шара, то есть с помощью параллель-окружностей, проходящих через эти точки, однако, в первую очередь, необходимо найти характерные (опорные) точки.



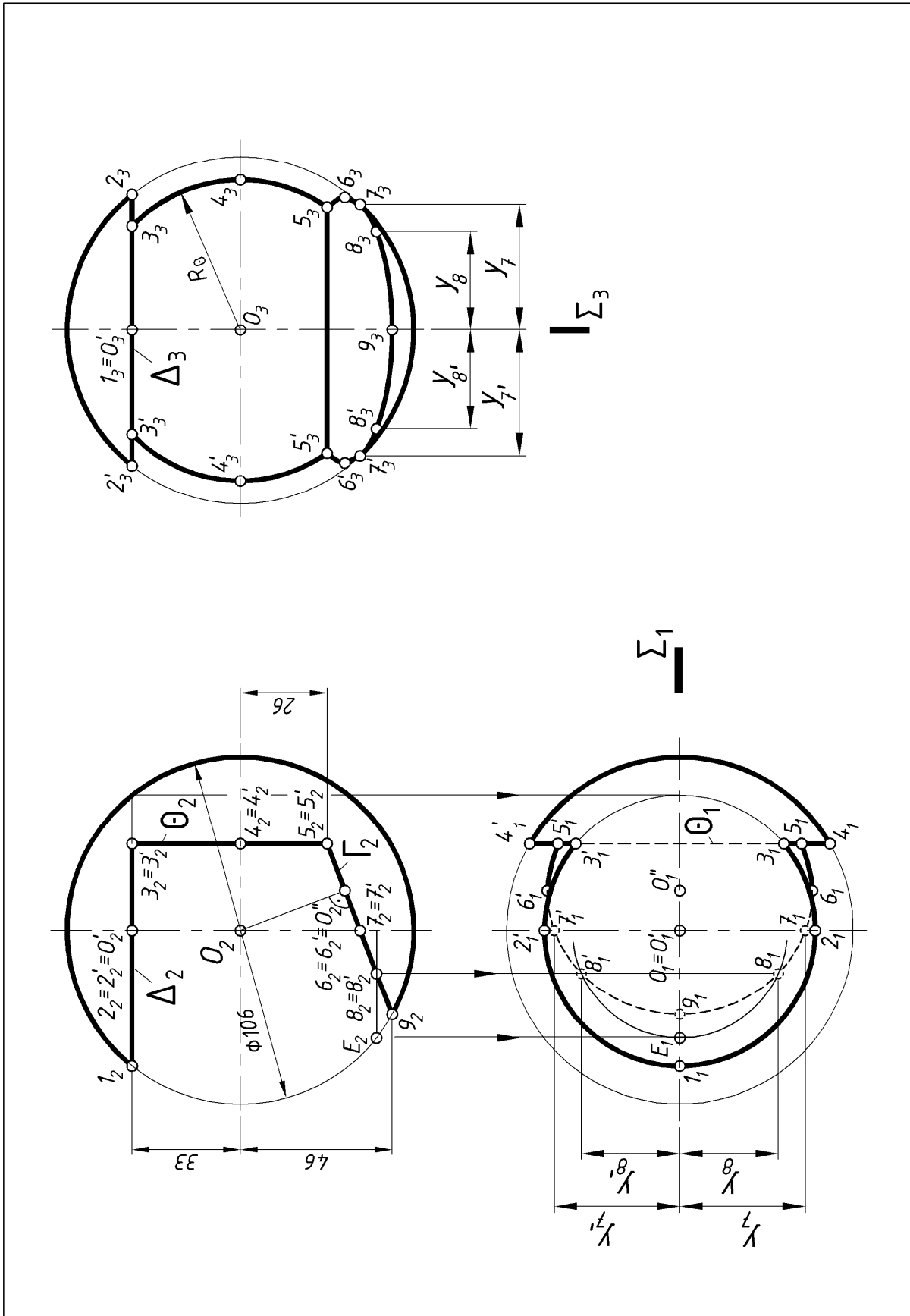


Рис. 2.5. Пример построения проекции шара с вырезом

Точки 9 и 1 являются характерными, так как лежат на очерковых образующих шара. В данном примере характерная точка 9 принадлежит фронтальной очерковой. Профильные проекции точек 7 и 7' ( $7_3$  и  $7'_3$ ) лежат на профильной очерковой шара – окружности. По профильным проекциям этих точек находим (измерив) их горизонтальные проекции  $7_1, 7'_1$ , используя координаты  $y_7$  и  $y'_7$ .

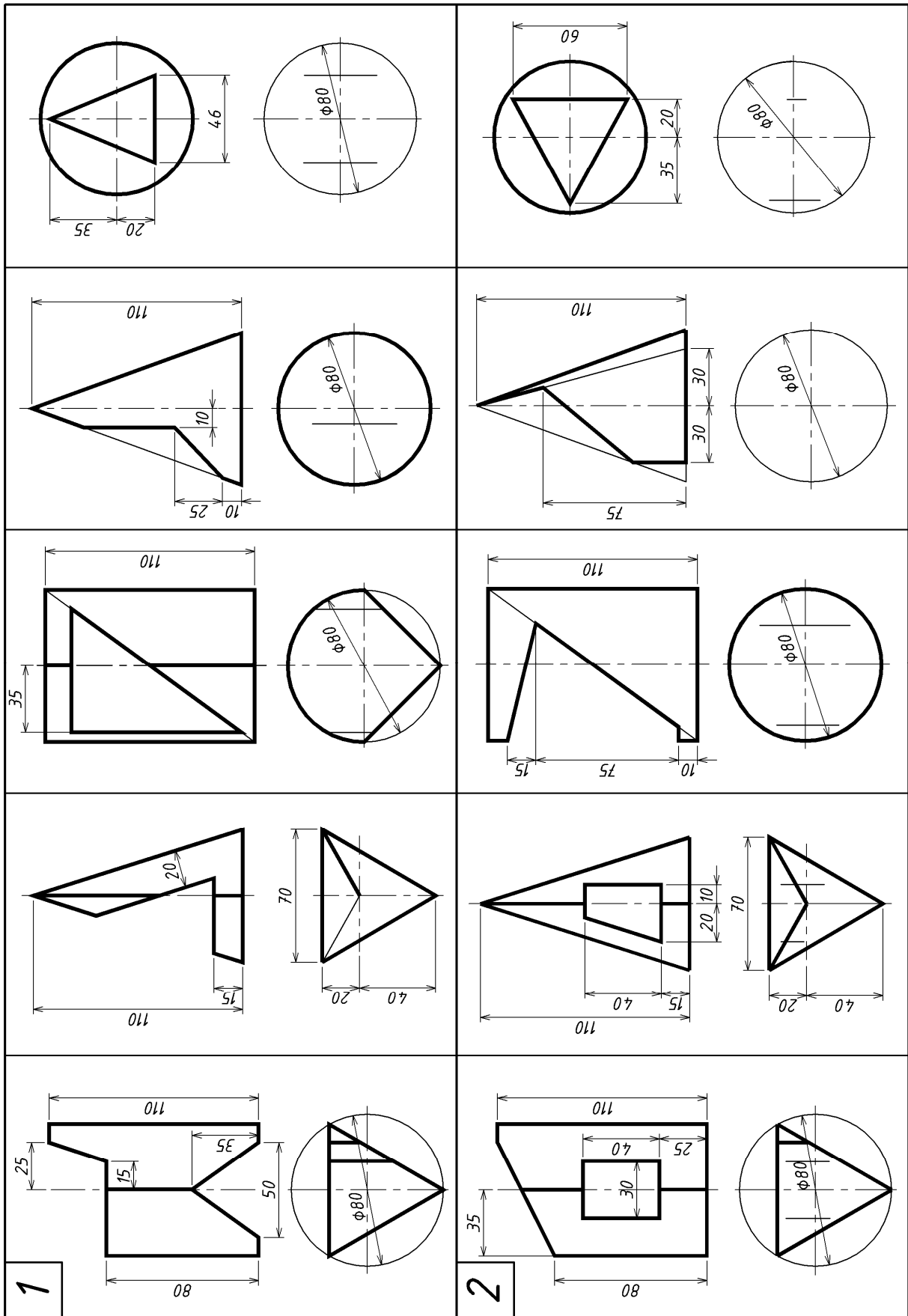
Для построения горизонтальных проекций случайных точек 8 и 8' через них проведена параллель-окружность, радиус которой определится точкой  $E$  ( $E_2, E_1$ ), принадлежащей фронтальной очерковой шара. Для построения профильных проекций точек 8 и 8' ( $8_3$  и  $8'_3$ ) использованы значения  $y_8$  и  $y'_8$ . Определив на плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  достаточное количество точек, соединяем их на каждой плоскости плавной кривой (с помощью лекала) с учетом видимости.

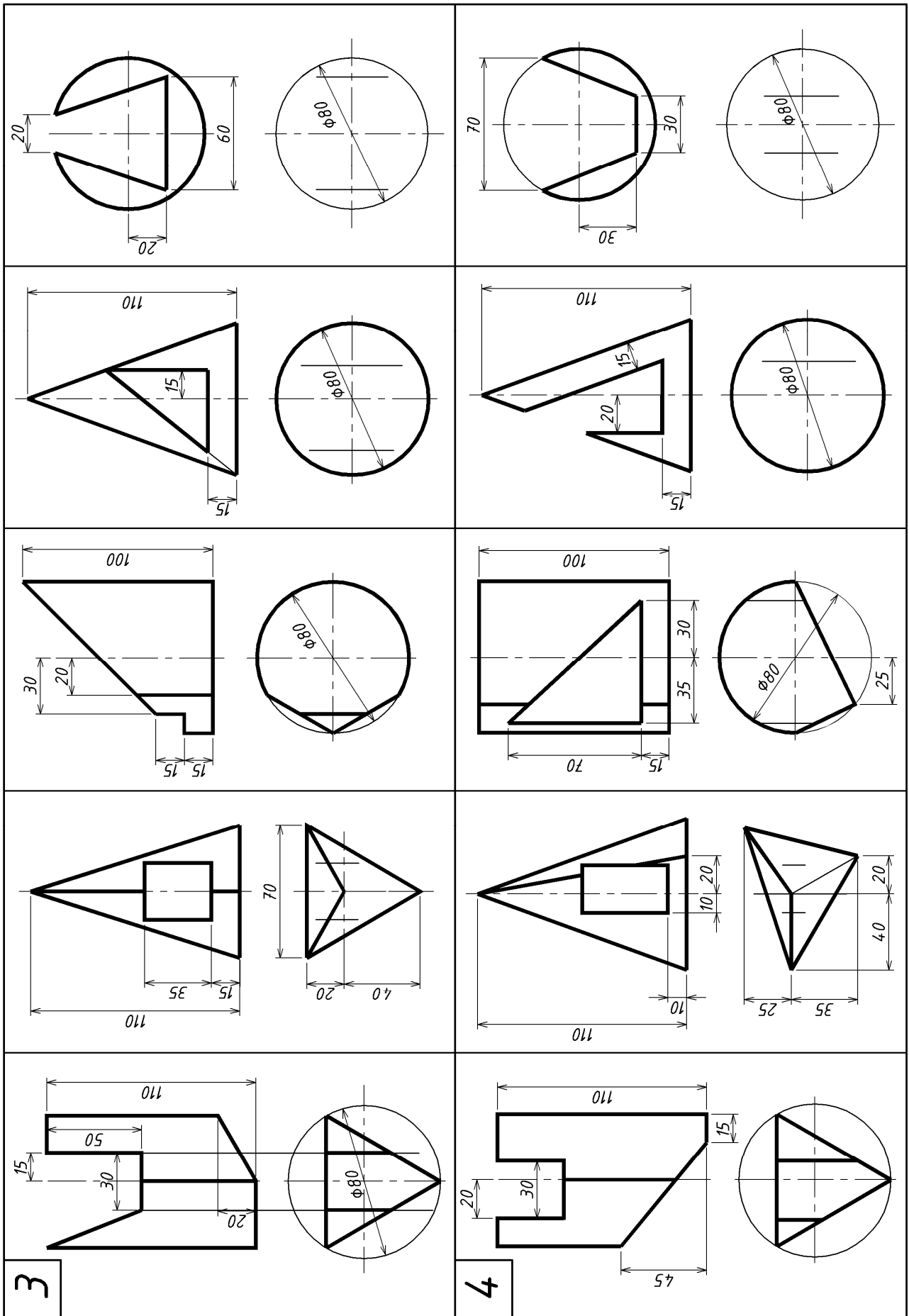
Заметим, что плоскость  $\Gamma$  проецируется на плоскость  $\Pi_2$  отрезком прямой линии, а на плоскости  $\Pi_1$  и  $\Pi_3$  – с искажением, в виде замкнутого контура, ограниченного дугой эллипса и отрезком прямой линии  $55'(5_15'_1$  и  $5_35'_3)$  пересечения плоскостей  $\Gamma$  и  $\Theta$ . На профильной проекции шара между точками  $2_3$  и  $7_3, 2'_3$  и  $7'_3$  отсутствует профильная очерковая шара.

## СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ЕСКД. Основные надписи: ГОСТ 2.104-2006.
2. ЕСКД. Форматы: ГОСТ 2.301-68.
3. ЕСКД. Масштабы: ГОСТ 2.302-68.
4. ЕСКД. Линии: ГОСТ 2.303-68.
5. ЕСКД. Шрифты чертежные: ГОСТ 2.304-81.
6. ЕСКД. Изображения – виды, разрезы, сечения: ГОСТ 2.305-2008.
7. ЕСКД. Нанесение размеров и предельных отклонений: ГОСТ 2.307-2011.
8. Крылов, Н. Н. Начертательная геометрия / Н. Н. Крылов, Г. С. Иконников, В. Л. Николаев. – М.: Высшая школа, 2002. – 224 с
9. Виноградов, В. Н. Начертательная геометрия / В. Н. Виноградов. – Минск: Амалфея, 2001. – 368 с.
10. Георгиевский, О. В. Начертательная геометрия : сборник задач с решениями типовых примеров / О. В. Георгиевский. М.: Астрель-АСТ, 2002. – 278 с.
11. Фролов, С. А. Начертательная геометрия / С. А. Фролов. – М., 2002. – 240 с.
12. Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение / А. А. Чекмарев. – М., 2005. – 200 с.
13. Начертательная геометрия: конспект лекций: в 2 ч. / Ю. И. Садовский [и др.]; под ред. В. В. Тарасова. – Минск: БНТУ, 2010. – Ч.1: Метод Монжа. Позиционные задачи. – 88 с.
14. Методическое пособие с элементами программированного обучения по курсу «Начертательная геометрия» для студентов строительных специальностей / З. И. Александрович [и др.]; под общ. ред. З. И. Александрович. – Минск: БГПА, 1994. – 66 с. – Часть 1: Позиционные задачи.
15. Уласевич, З. Н. Начертательная геометрия / З. Н. Уласевич. – М., 2009. – 180 с.
16. Шуберт, И. М. Индивидуальные задания по начертательной геометрии и методические указания по решению и оформлению расчетно-графических работ : учебно-методическое пособие / И. М. Шуберт, О. Н. Касаткина, Ю. И. Садовский. – Минск: БНТУ, 2014. – 78 с.

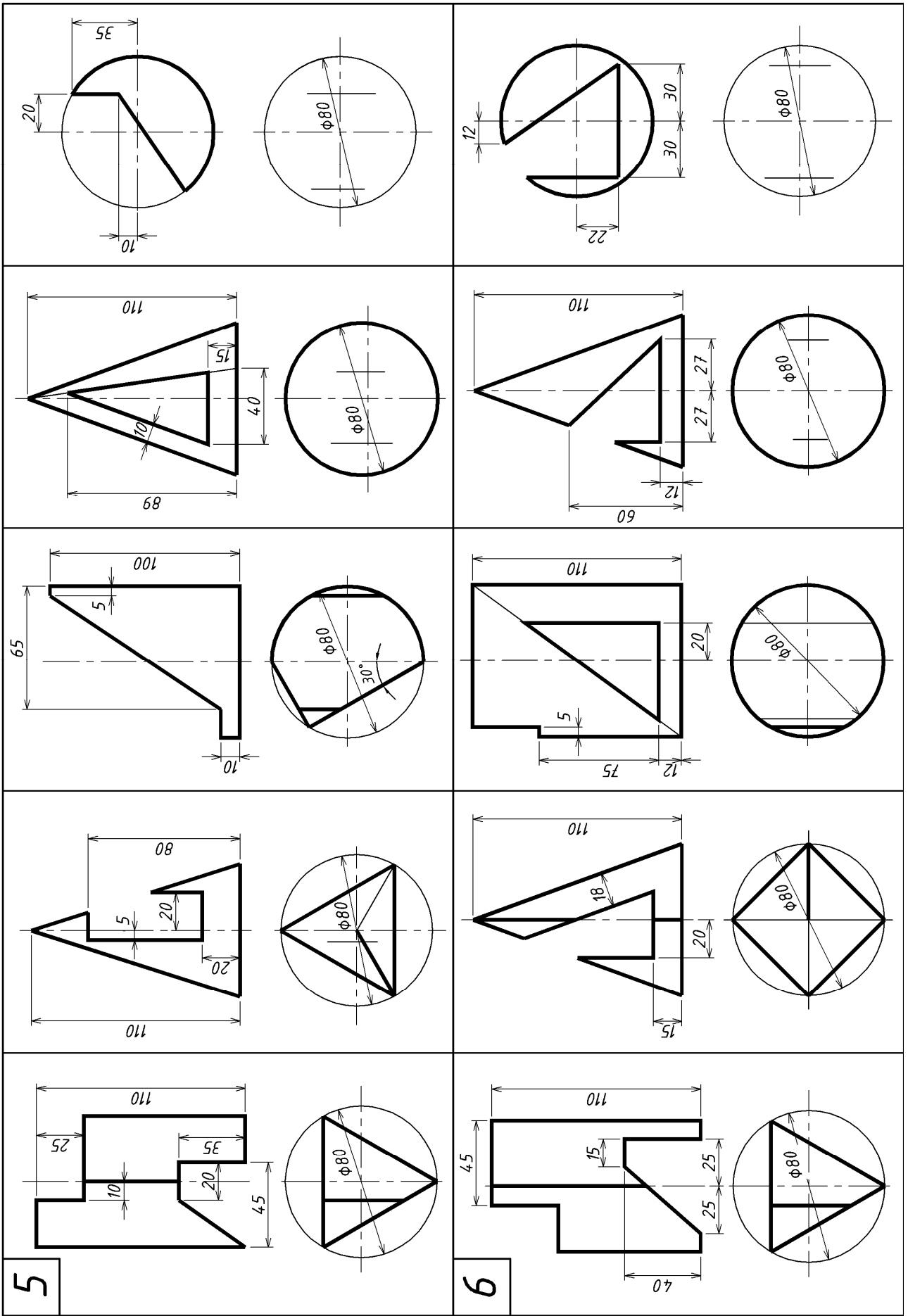
Варианты заданий





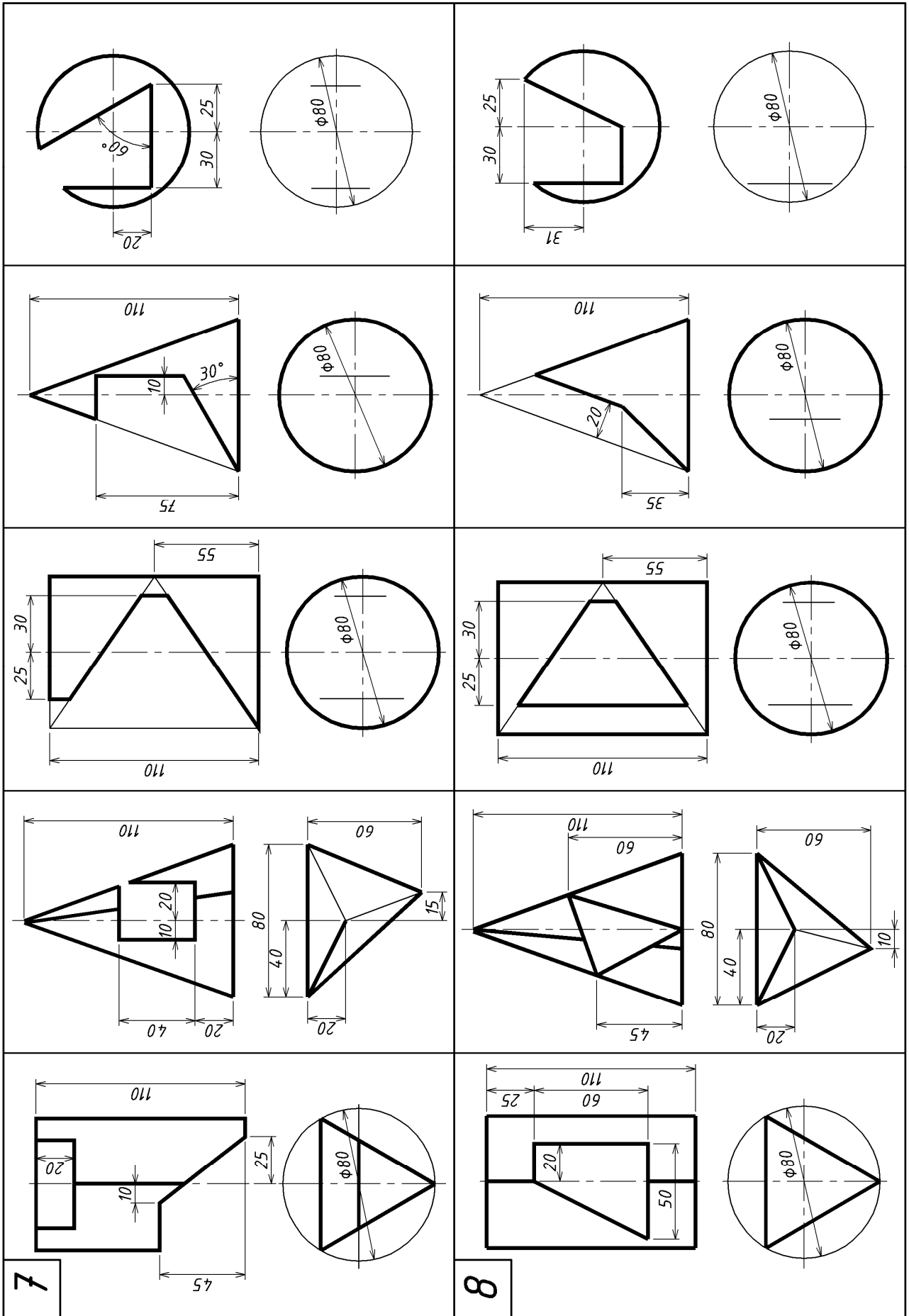
3

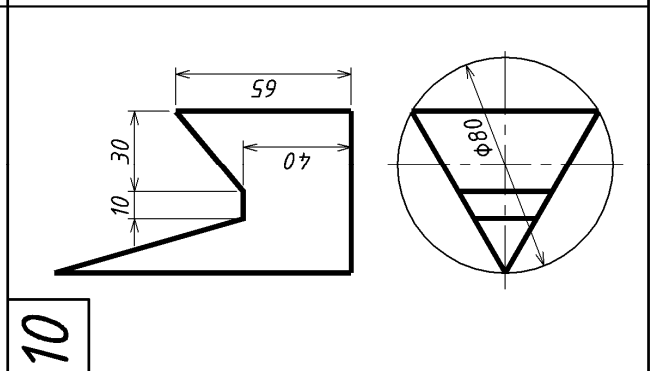
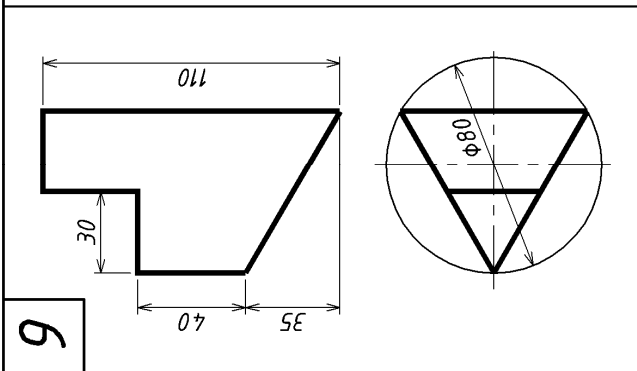
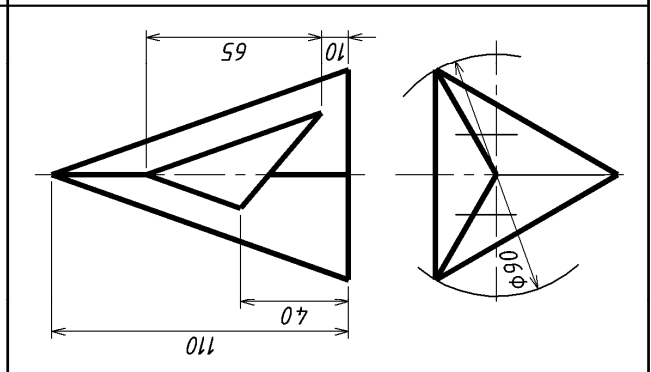
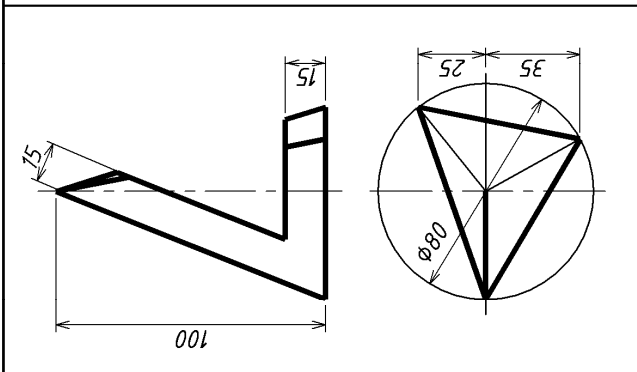
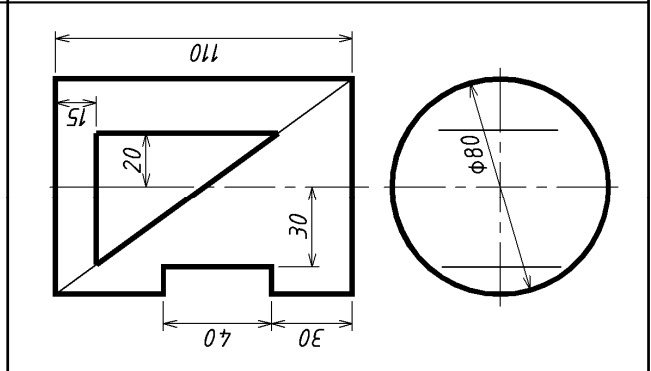
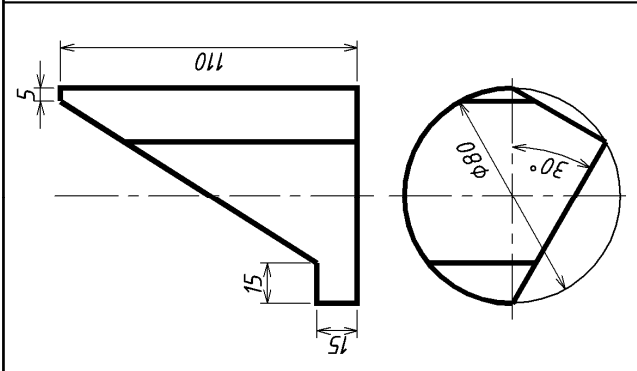
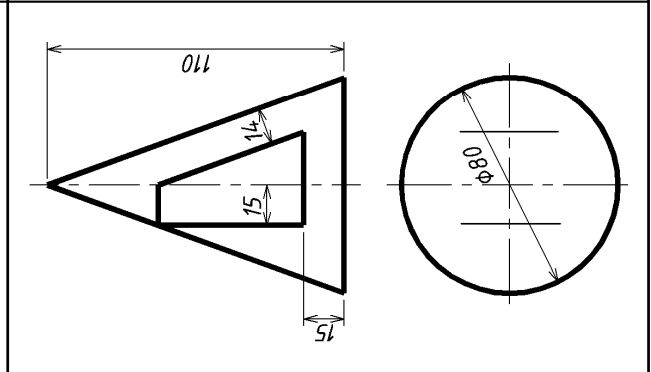
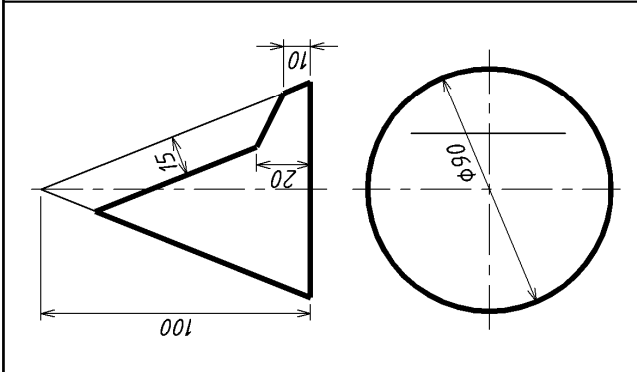
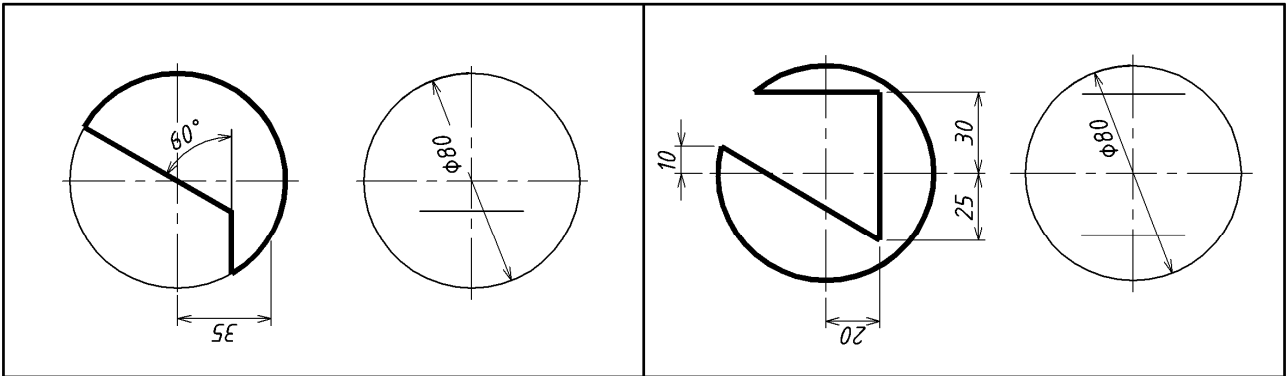
4



5

6

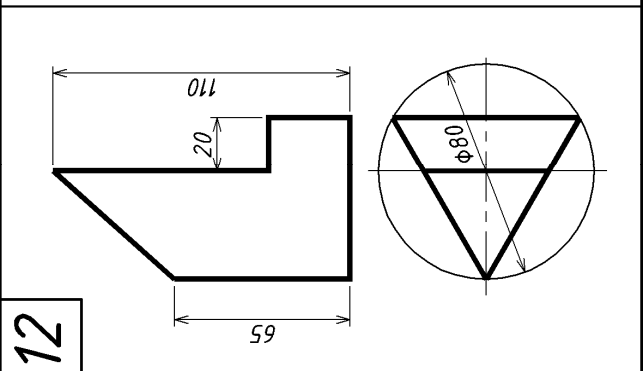
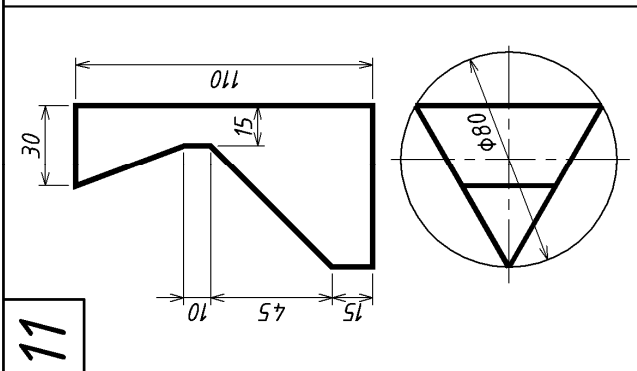
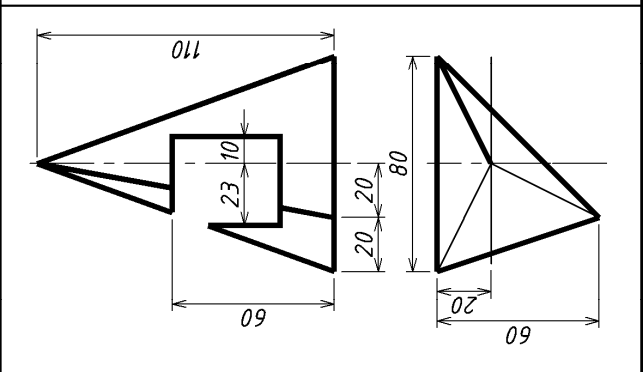
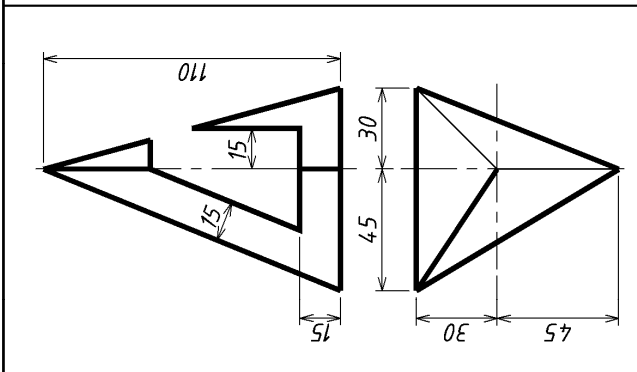
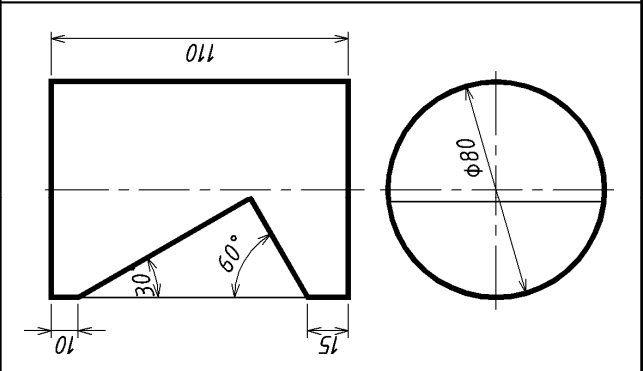
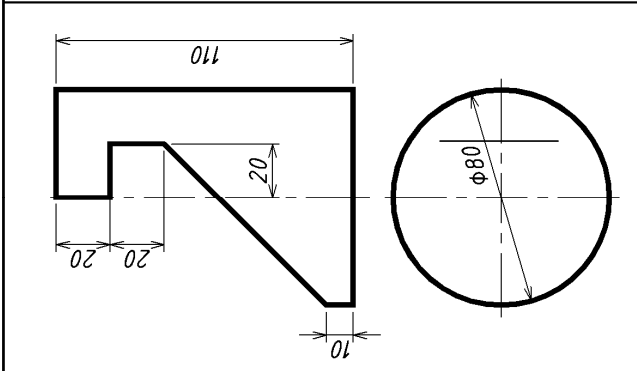
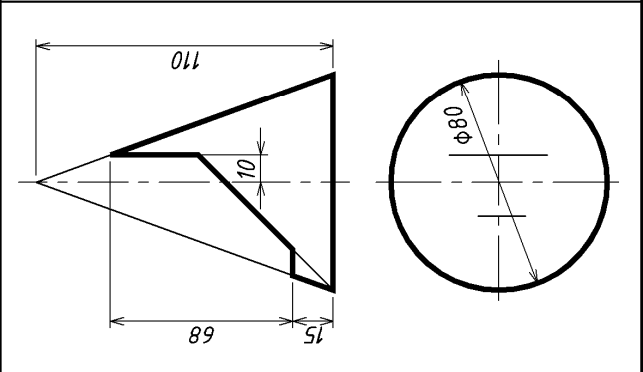
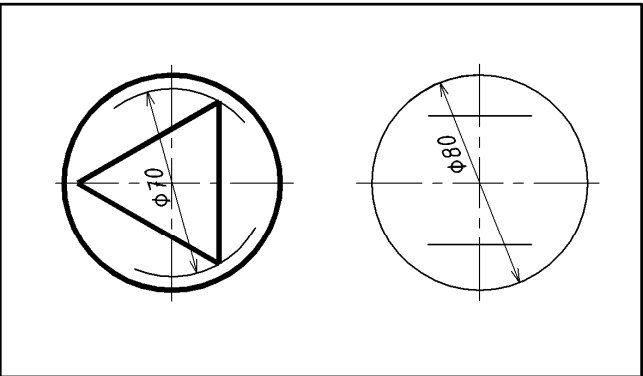
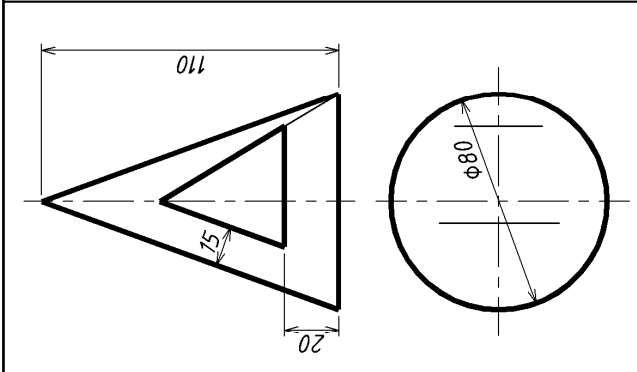
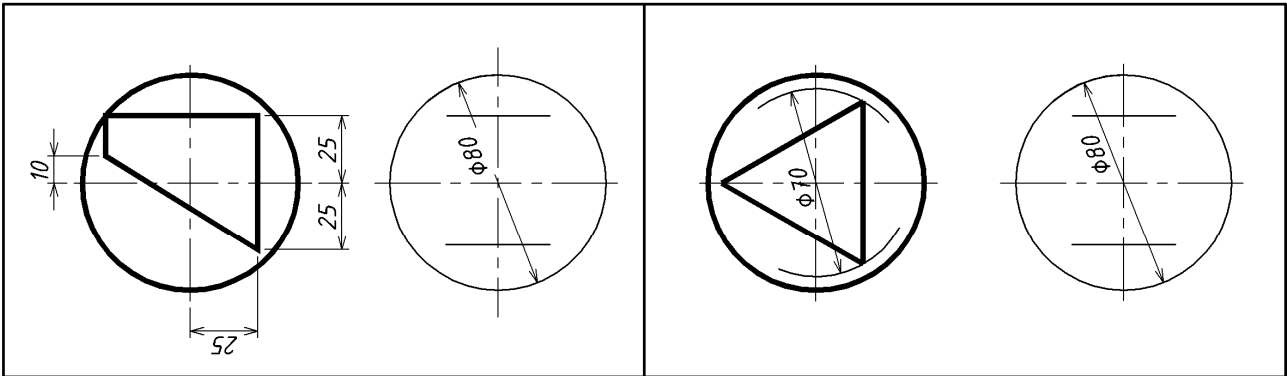




9

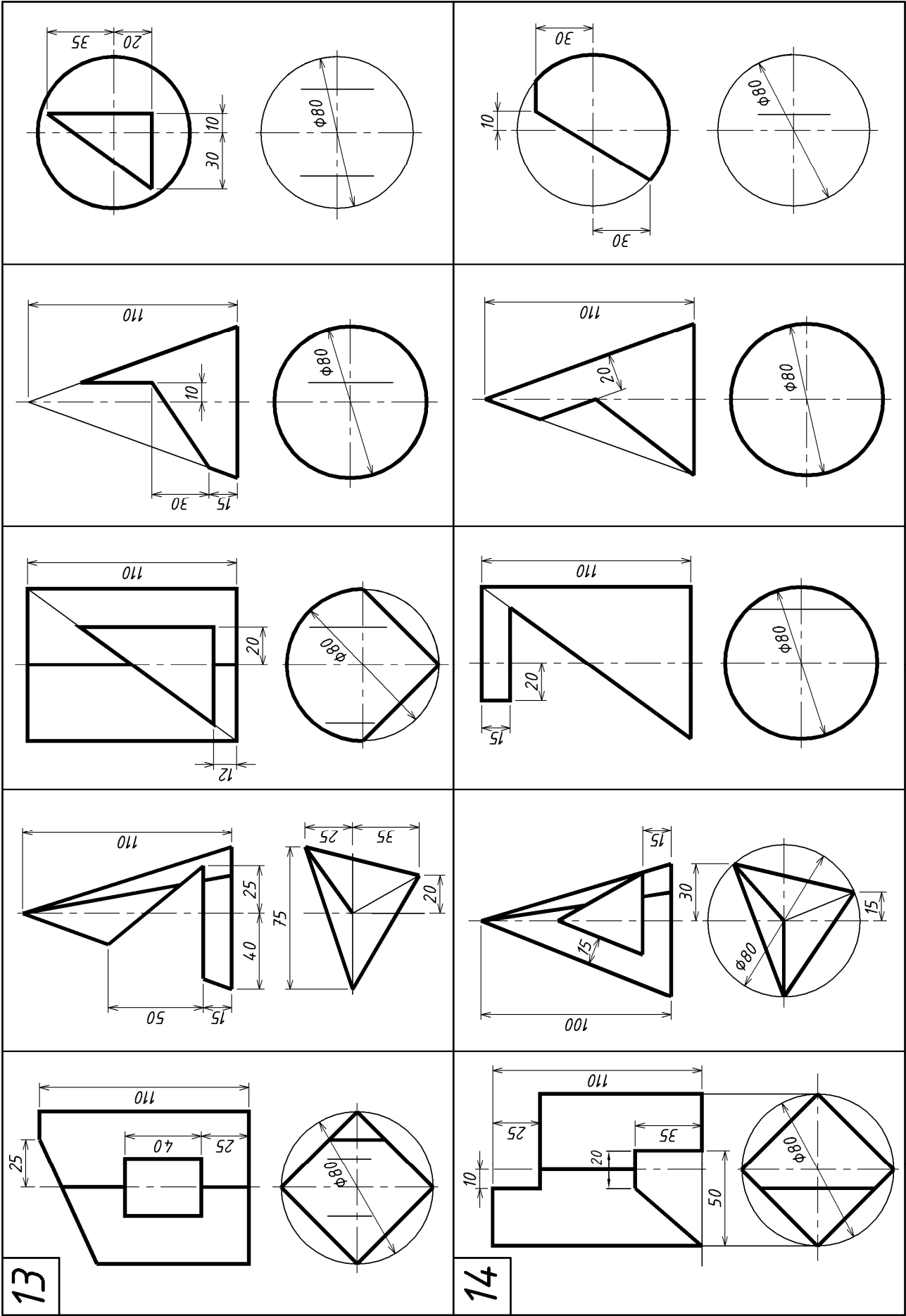
10

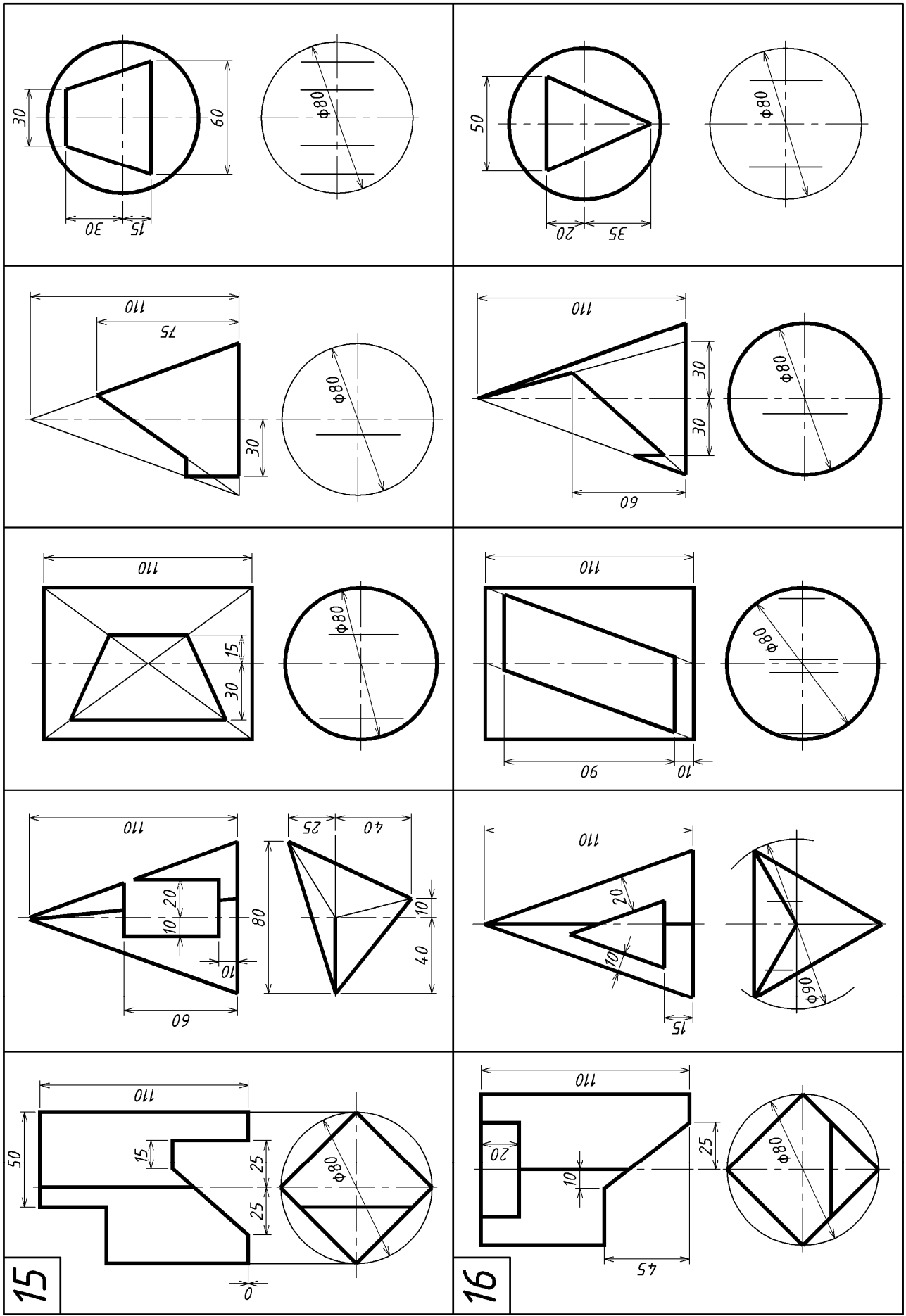




11

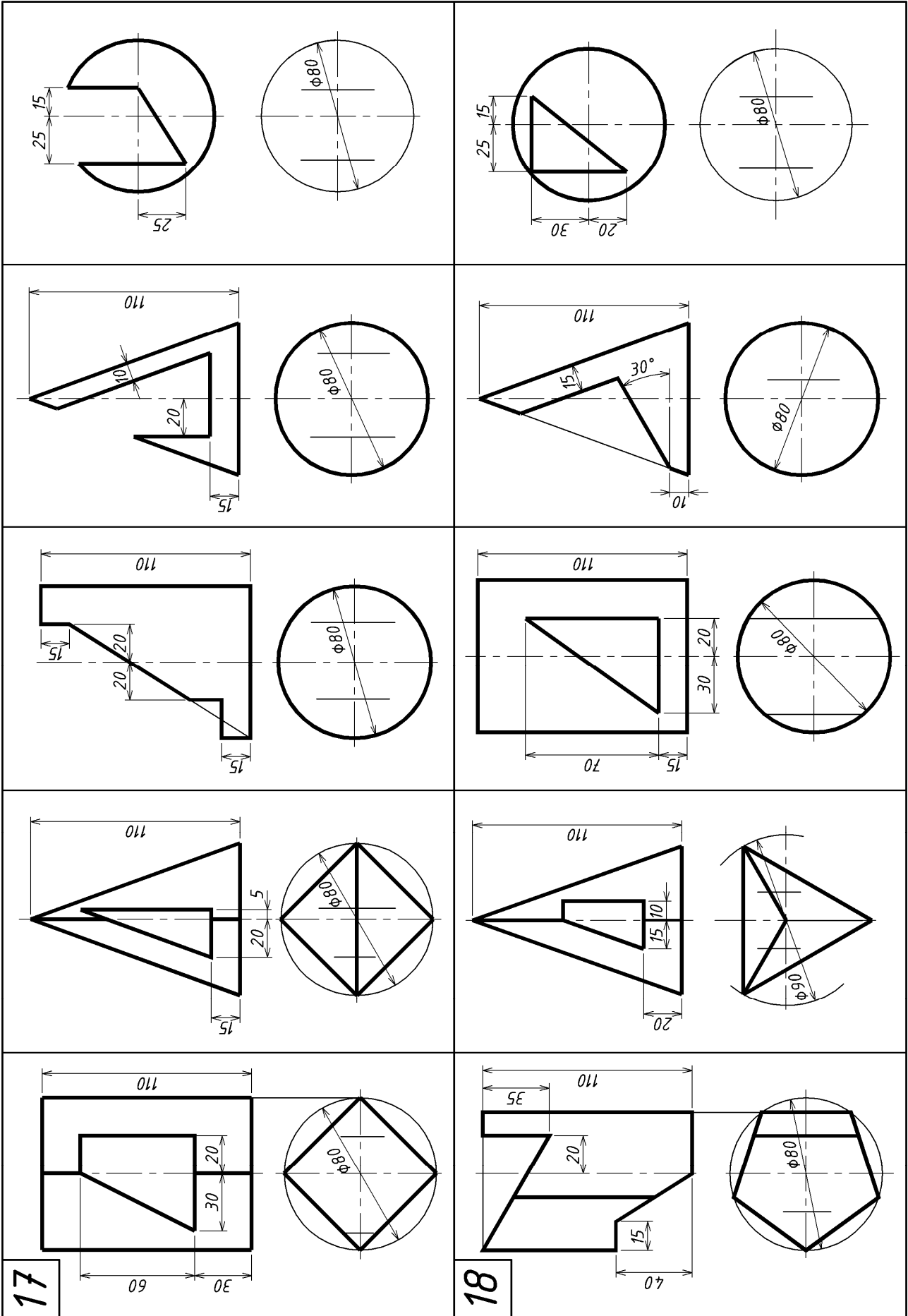
12





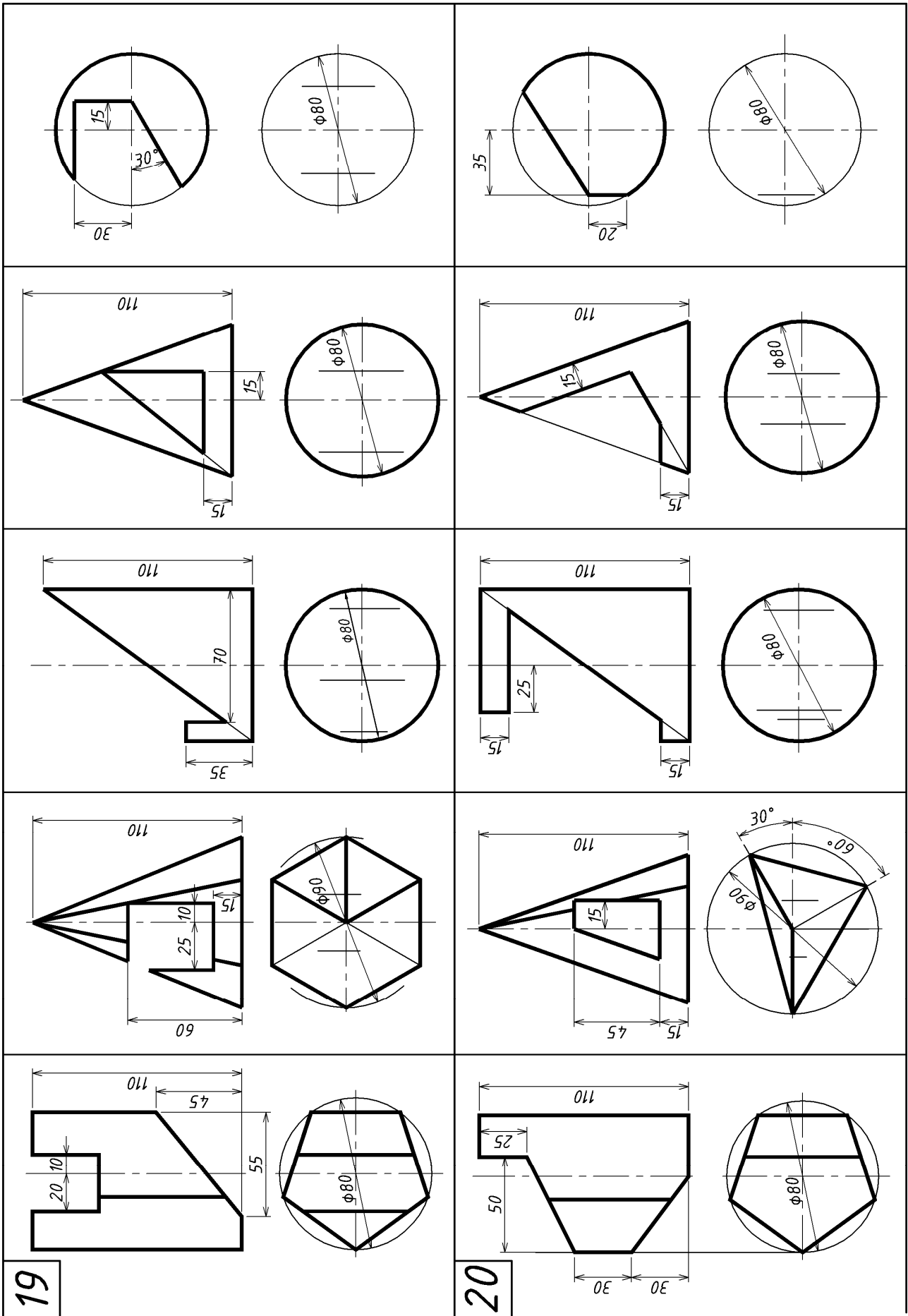
15

16



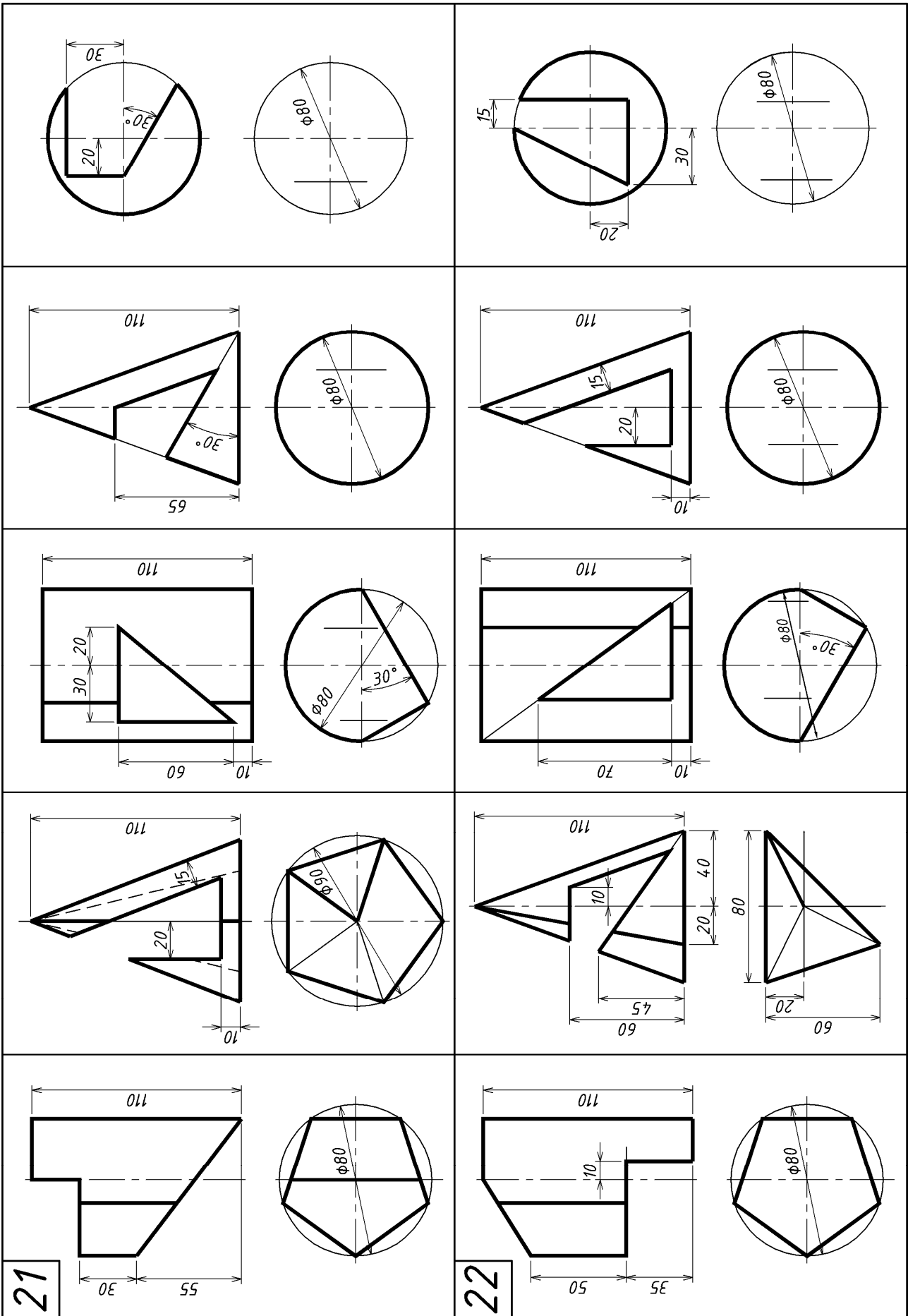
17

18



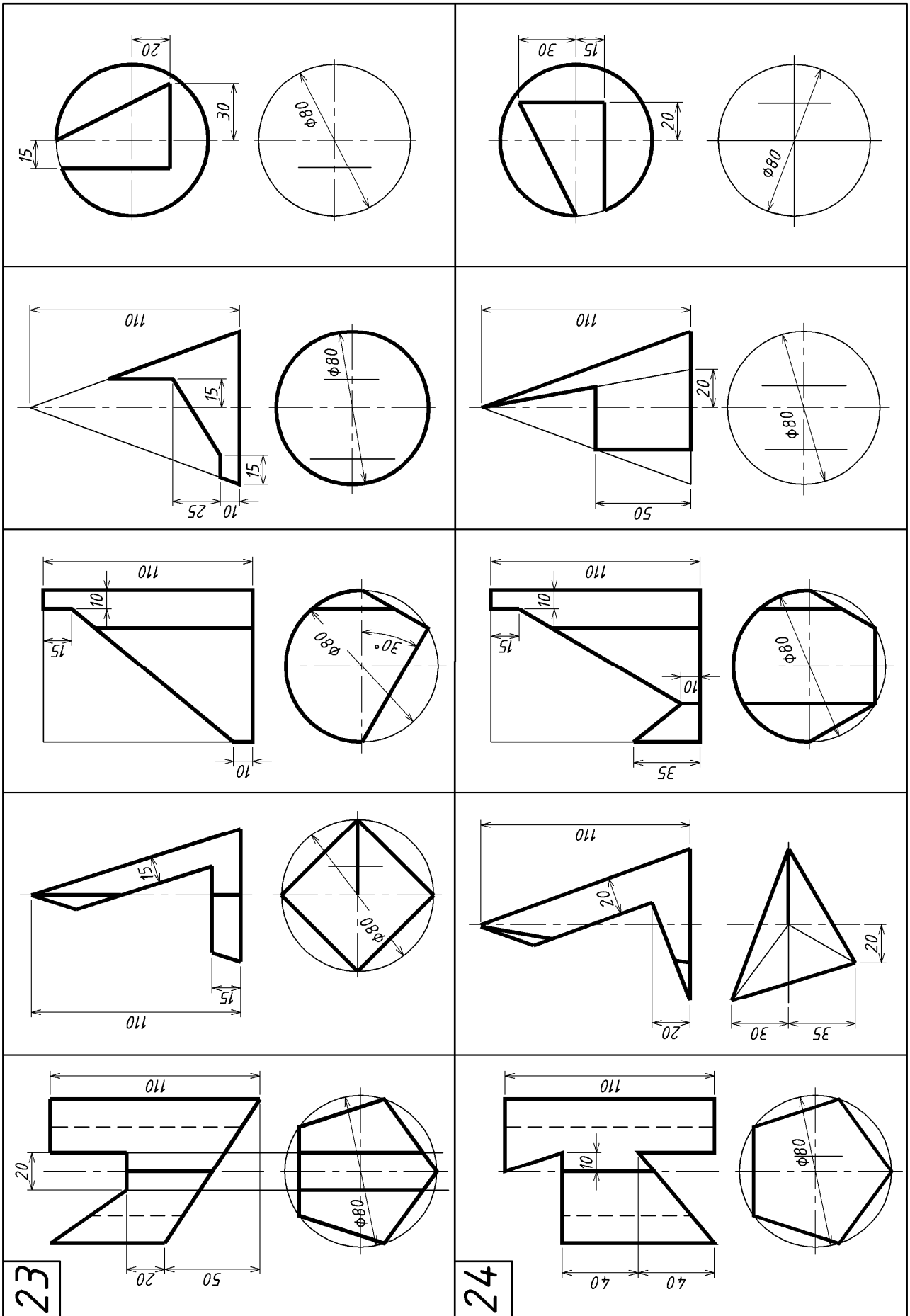
19

20



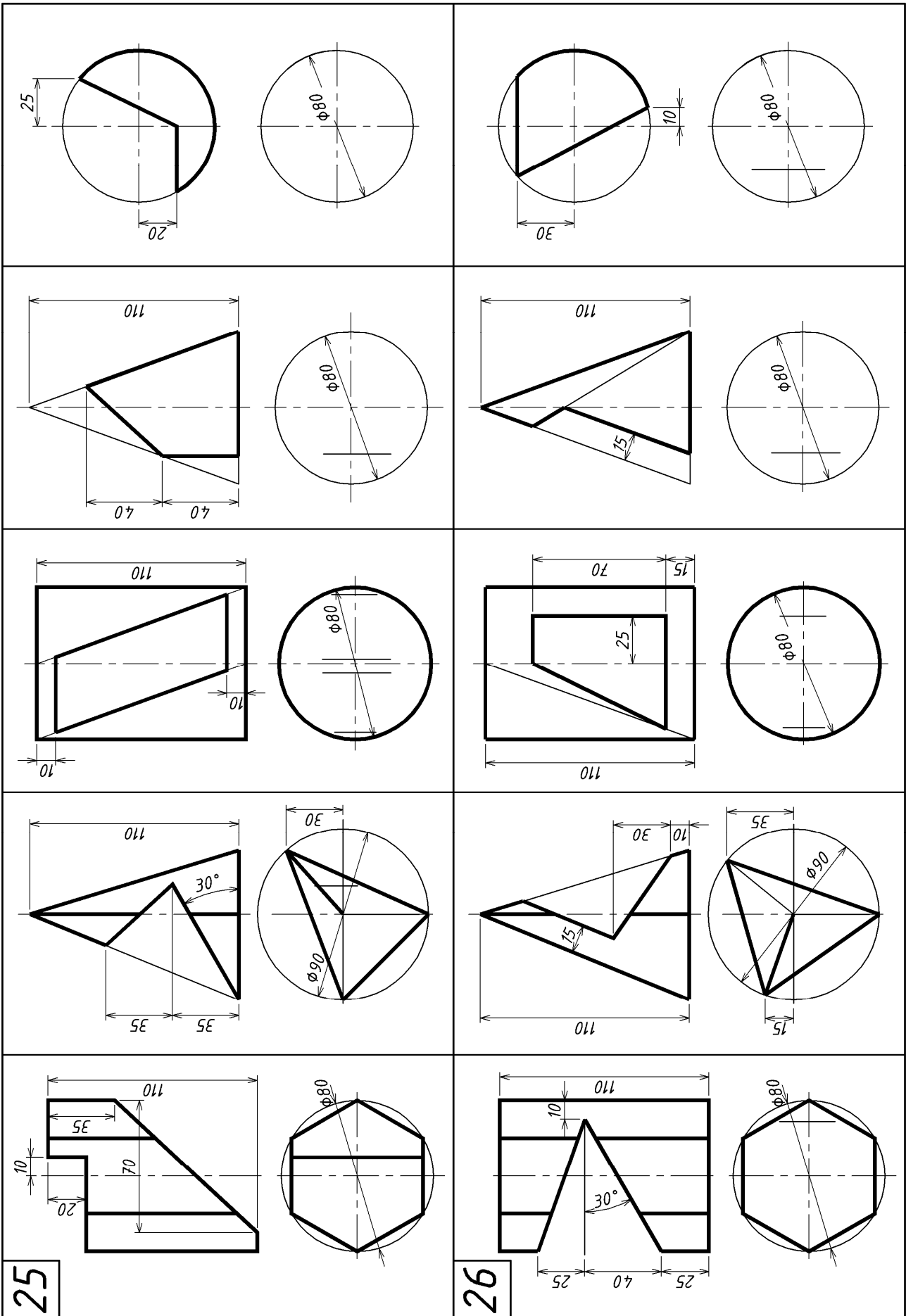
21

22



23

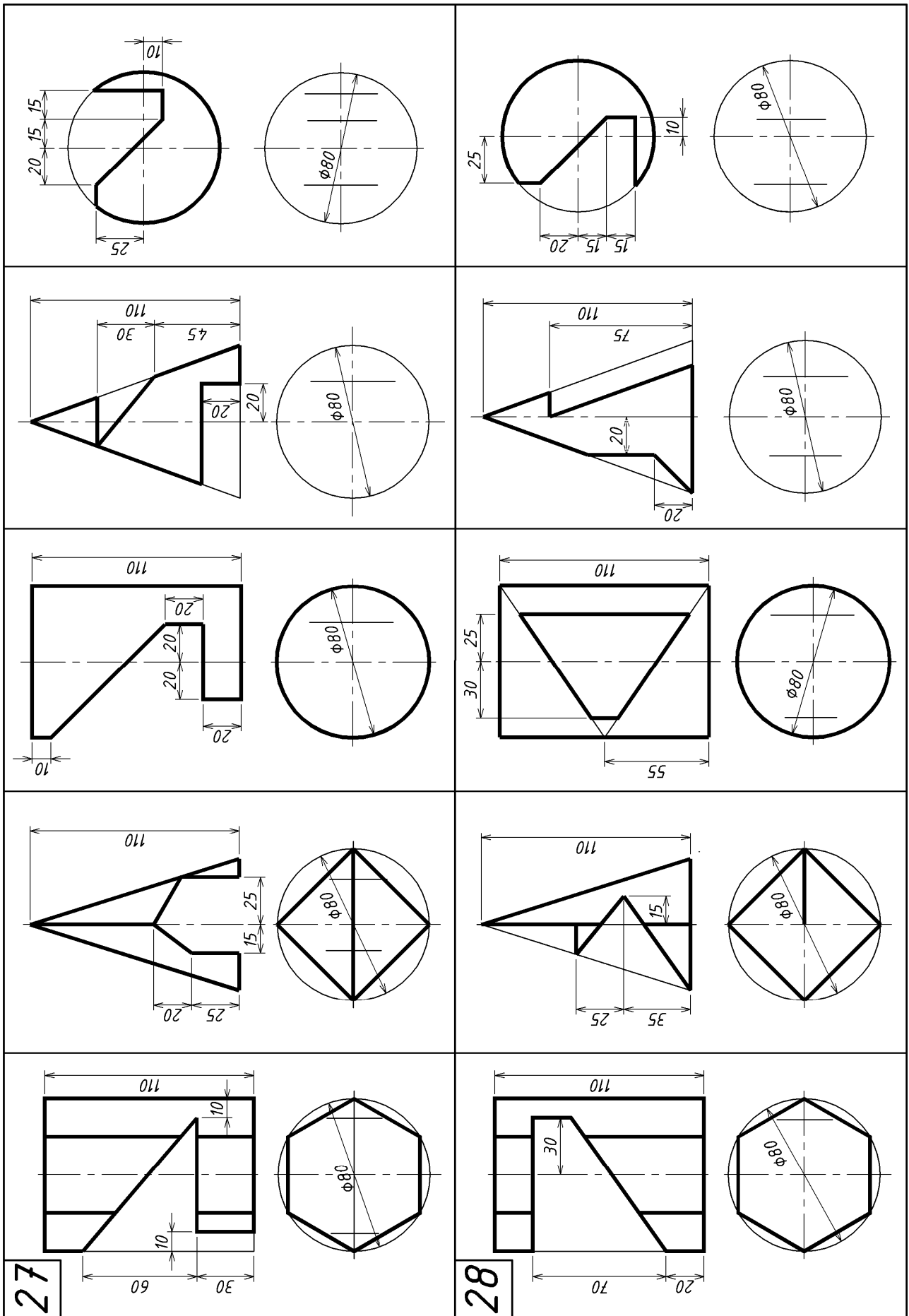
24

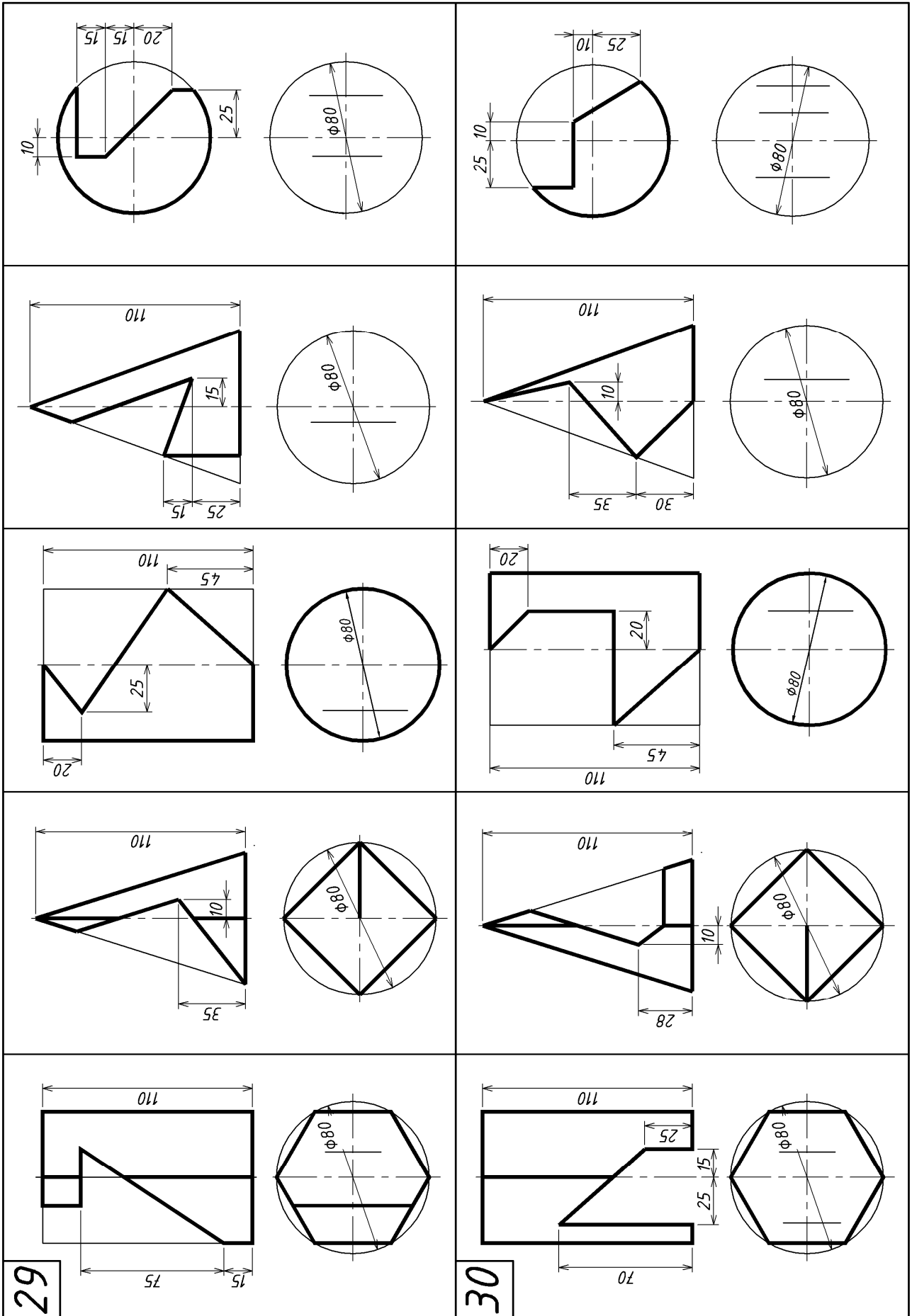


25

26



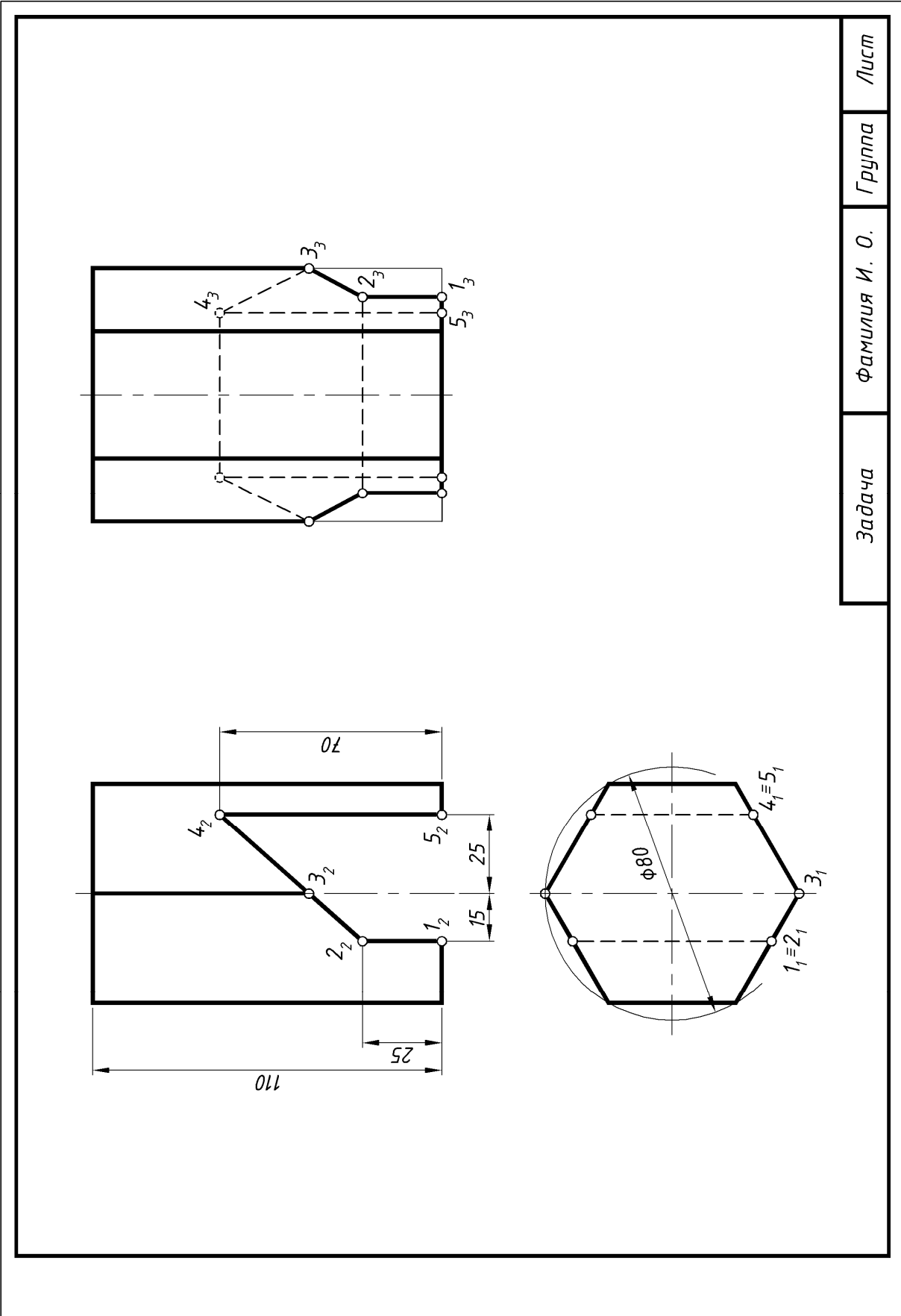




29

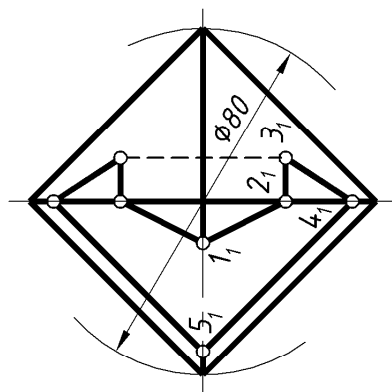
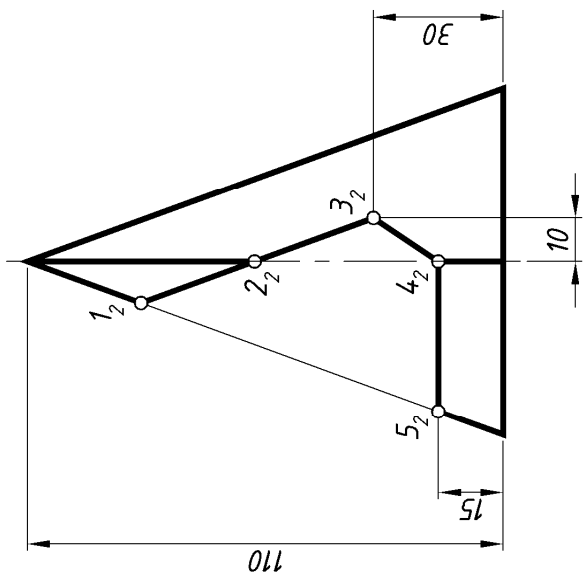
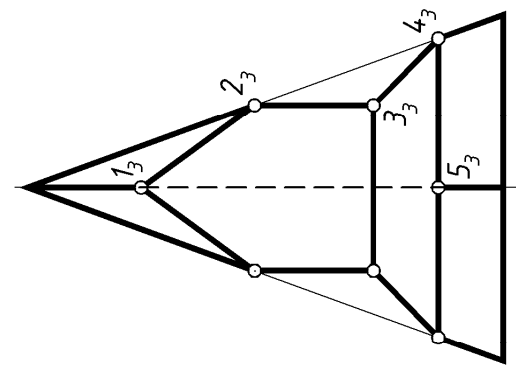
30

Примеры выполнения заданий



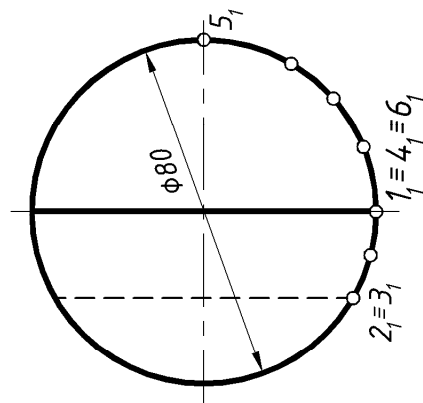
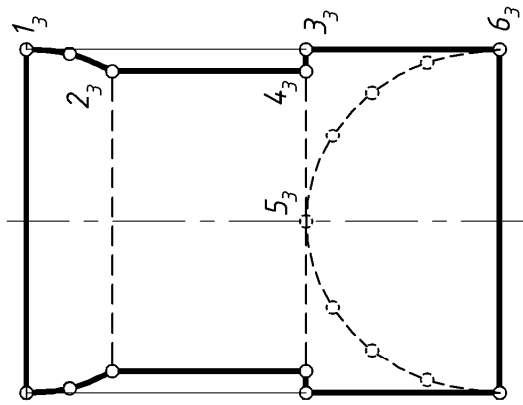
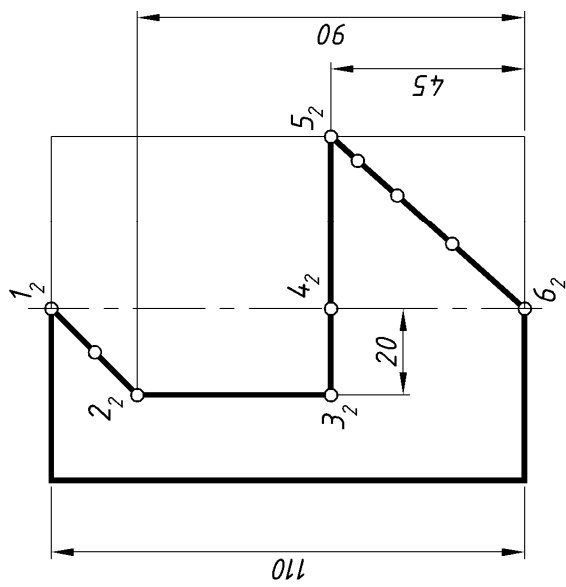
Лист	Группа	Фамилия И. О.	Задача
------	--------	---------------	--------

Рис. П2.1



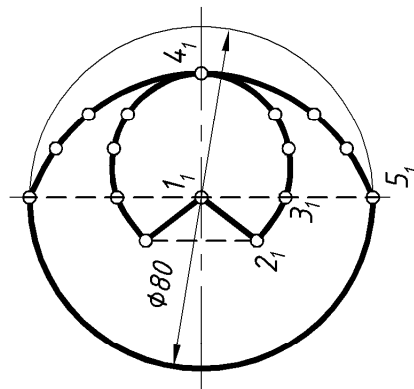
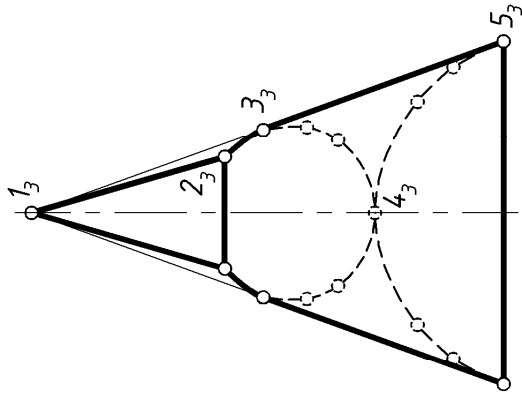
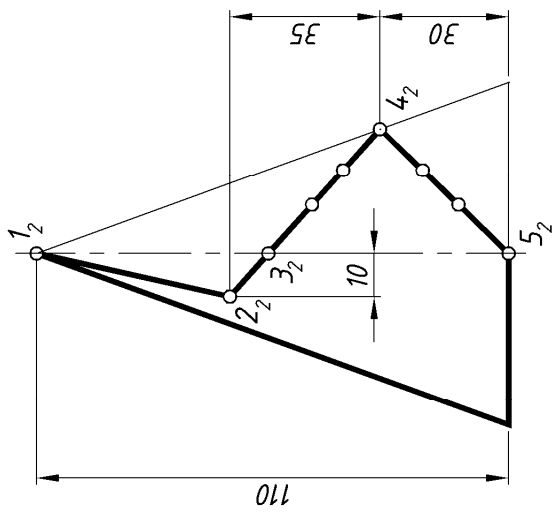
Задача	Фамилия И. О.	Группа	Лист
--------	---------------	--------	------

Рис. П2.2



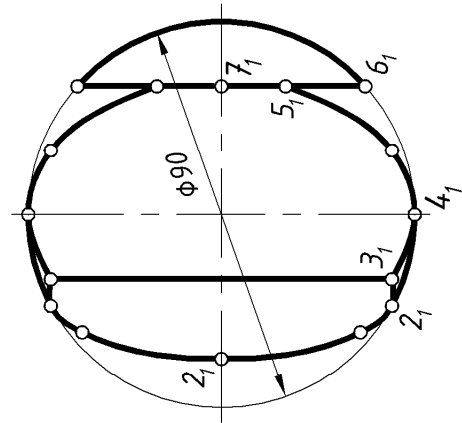
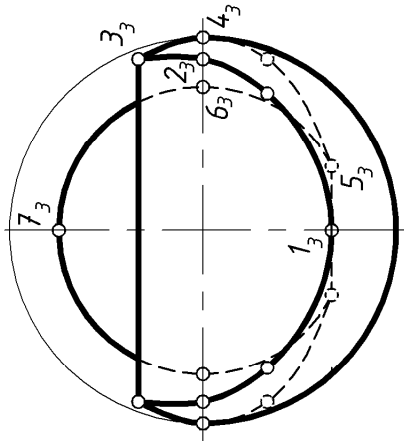
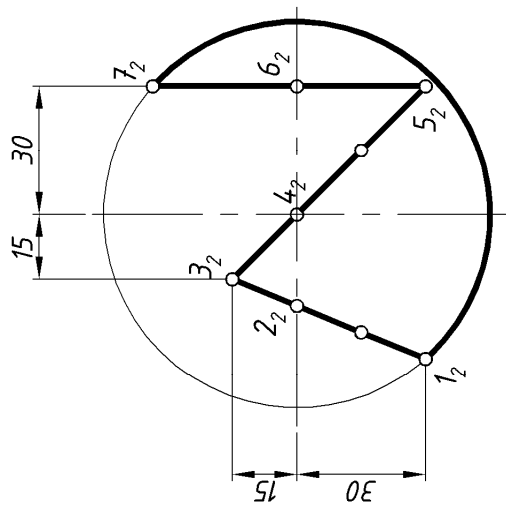
Задача	Фамилия И. О.	Группа	Лист
--------	---------------	--------	------

Рис. П2.3



Задача	Фамилия И. О.	Группа	Лист
--------	---------------	--------	------

Рис. П2.4



Задача	Фамилия И. О.	Группа	Лист
--------	---------------	--------	------

Рис. П2.5

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ .....	3
1.1. Форматы, основные надписи .....	3
1.2. Типы линий .....	4
1.3. Шрифты чертежные .....	4
1.4. Масштабы изображений. Компановка изображений на чертеже .....	5
1.5. Обозначения и символы .....	5
1.5.1. Обозначения геометрических фигур и их проекций .....	5
1.5.2. Символы, обозначающие отношения между геометрическими фигурами .....	6
1.5.3. Обозначения теоретико-множественных логических операций.....	6
2. ПРОЕКЦИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ.....	7
2.1. Построение проекций призмы с вырезом, образованным плоскостями частного положения .....	7
2.2. Построение проекций пирамиды с вырезом плоскостями частного положения .....	9
2.3. Построение проекций цилиндра с вырезом плоскостями частного положения .....	11
2.4. Построение проекций прямого кругового конуса с вырезом, выполненным плоскостями частного положения .....	13
2.5. Проекция шара .....	15
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ .....	18
ПРИЛОЖЕНИЕ 1 .....	19
ПРИЛОЖЕНИЕ 2 .....	34



Учебное издание

**ТЕЛЕШ** Евгений Александрович  
**ШУБЕРТ** Ирина Михайловна  
**ПРОТАСОВА** Майя Корнеевна

## **ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ТЕЛА**

Учебно-методическое пособие для студентов  
строительных специальностей

Редактор *Е. С. Кочерго*  
Компьютерная верстка *Е. А. Беспанской*

Подписано в печать 18.04.2018. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>8</sub>. Бумага офсетная. Ризография.  
Усл. печ. л. 4,65. Уч.-изд. л. 1,82. Тираж 300. Заказ 70.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.  
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя  
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.