

## АНАЛИЗ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ ТРИБОФАТИЧЕСКИХ И МЕХАНОТЕРМОДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ: ЭНТРОПИЙНЫЙ ПОДХОД

д.ф.-м.н. Щербаков С.С.

*Белорусский государственный университет, Минск*

**1. Термодинамическая энтропия.** Для описания состояния термодинамических систем используют функции [34]

$$U = U(T, V, N_k) \text{ или } S = S(T, V, N_k), \quad (1)$$

в которых температура  $T$ , объем  $V$ , число молей химических компонентов  $N_k$  – макроскопические переменные состояния.

В общем случае открытой системы изменение  $dU$  внутренней энергии  $U$  представляется [34] в виде

$$dU = dQ + dA + dU_{sub} = TdS - pdV + \sum_1^n \mu_k dN_k, \quad (2)$$

где  $dQ$  – количество тепла;  $dA$  – количество механической энергии;  $dU_{sub}$  – количество вещества, которым система обменивалась с окружающей средой за интервал времени  $dt$ ;  $p$  – давление;  $\mu_k$  – химические потенциалы. Планк особо подчеркивал, что в формуле (2)  $dU$  есть бесконечно малая разность, тогда как  $dQ$ ,  $dA$ ,  $dU_{sub}$  – бесконечно малые количества.

Из (2) следует, что изменение энтропии  $S$  в термодинамической системе (индекс  $T$ )

$$dS = \left( \frac{dU + pdV}{T} - \frac{1}{T} \sum_1^n \mu_k dN_k \right)_T, \quad (3)$$

Приращение энтропии (3) может быть представлено [3, 34] как сумма ее изменения  $d_e S \geq 0$ , обусловленного обменом системы энергией и веществом с внешней средой, и изменения  $d_i S \geq 0$ , обусловленного необратимыми процессами внутри системы:

$$(dS)_T = d_e S + d_i S, \quad (4)$$

Таким образом, в термодинамике энтропия  $S$  – это мера необратимого рассеяния энергии [10, 34], которая характеризует состояние системы с точки зрения ее внутренней упорядоченности, или структуры.

В уравнениях (2) и (3) не принимаются во внимание многие процессы, например, изменение внутренней энергии при повреждении движущихся и деформируемых твердых тел и силовых систем [7, 11, 44]. А обмен веществом рассматривается [34] лишь в результате таких процессов, как диффузия и химические реакции, тогда как обмен веществом при поверхностном изнашивании и объемном (например, усталостном) разрушении не учитывается. Поэтому возникает задача об оценке изменения энтропии в указанных (и других) условиях в связи с развитием многообразных явлений повреждаемости твердых тел.

Заметим также, что в (2) и (3), как и в самом общем анализе изменения термодинамических сил и термодинамических потоков [34], не обнаруживается каких-либо критических состояний системы. А между тем, применительно, например, к процессам изнашивания и усталости твердых тел, очень важно иметь прогноз, достигнут или не достигнут они такого состояния в заданных условиях работы.

**2. Термомеханическая энтропия.** В механике сплошной среды [2, 4] тензор напряжений для деформируемого твердого тела разлагают на две части

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(c)} + \sigma_{ij}^{(d)}, \quad (5)$$

где индекс  $(c)$  указывает *тензор консервативных напряжений*, а индекс  $(d)$  – *тензор диссипативных напряжений*.

И тогда, проведя соответствующий энергетический анализ, получают *термомеханическую функцию энтропии*

$$\frac{dS}{dt} = \frac{1}{T} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{\rho T} \sigma_{ij}^{(d)} \dot{\epsilon}_{ij}, \quad (6)$$

где  $dq/dt$  – скорость притока тепла к среде на единицу массы;  $\frac{1}{\rho T} \sigma_{ij}^{(d)} \dot{\epsilon}_{ij}$  – скорость диссипации энергии в единице массы ( $\rho$  – плотность среды).

Уравнение (6) справедливо лишь для сплошной среды. Если сплошность деформируемого твердого тела нарушается (например, путем возникновения и развития соответствующих повреждений), оно не может быть использовано. Таким образом, (6) не описывает физической повреждаемости твердых тел. Здесь тоже нет речи об условиях достижения ими критического состояния (например, разрушения на части). Кроме того, в (6) речь идет об энтропии, обусловленной только статическим деформированием, тогда как важное практическое значение имеет повторно-переменное, в частности, циклическое деформирование.

**3. Энтропия в процессах трения и изнашивания.** В ряде работ по трибологии [12–14, 20, 22–27, 29, 36] и др. исследовано влияние процессов трения и изнашивания системы двух твердых тел на изменение термодинамической энтропии  $S_i$ . Ее производство записывается как сумма термодинамических сил  $X_j^k$  и термодинамических потоков  $J_j^k$  в виде

$$\frac{d_i S}{dt} = \sum_j \sum_k \left( \frac{\partial_i S}{\partial p_j} \frac{\partial p_j}{\partial \zeta_j^k} \right) \frac{\partial \zeta_j^k}{\partial t} = \sum_j \sum_k X_j^k J_j^k, \quad (7)$$

Брайант [24] предложил концепцию деградации пары трения

$$\frac{dw}{dt} = \sum_j \sum_k \left( \frac{\partial w}{\partial p_j} \frac{\partial p_j}{\partial \zeta_j^k} \right) \frac{\partial \zeta_j^k}{\partial t} = \sum_j \sum_k Y_j^k J_j^k, \quad (8)$$

в которой параметр деградации  $w = w\{p_j(\zeta_j^k)\}$  рассматривается как (термодинамическая  $Y_j^k$ ) сила деградации.

Трение и износ связаны через общие диссипативные процессы, действующие в условиях трения скольжения. В [25, 27] рассмотрены трение и износ с целью выявления распространенных диссипативных процессов в трибологии и оценки необратимой энтропии. Диссипативные процессы, связанные с изменением энтропии включают несколько механизмов.

Адгезия поверхностей и пленок (адгезионный износ и трение)

$$\Delta S' = \frac{\gamma}{T_m} \Delta A_s, \quad (9)$$

где  $\gamma$  – поверхностная энергия в области контакта (работа на единицу площади для создания новой поверхности площадью  $A_s$ ),  $T_m$  – локальная температура среды.

Пластическая деформация, связанная с абразивным износом, фрикционным повреждением и / или резкой,

$$\Delta S' = \frac{U_c}{T_m} \Delta V, \quad (10)$$

где  $U_c$  – работа (пластической деформации), расходуемая на единицу объема  $\Delta V$ , а  $T_m$  – температура повреждаемых материальных сред.

Разрушение, связанное с усталостным износом и поверхностным повреждением,

$$\Delta S' = \frac{G - 2\gamma_o}{T_{cr}} da, \quad (11)$$

где  $a$  – длина трещины,  $G = -\partial U_s / \partial a$  – скорость высвобождения энергии, зависящая от энергии деформации  $U_s$ ,  $\gamma_o$  – поверхностная энергия, а  $T_{cr}$  – температура разрушаемого материала в вершине трещины.

Фазовые изменения, связанные с поверхностным плавлением и перекристаллизацией металлов,

$$\Delta S' = \frac{\Delta H}{T_{phase}}, \quad (12)$$

где  $\Delta H$  – изменение энтальпии (теплота, поглощенная во время фазового изменения), а  $T_{phase}$  – температура, связанная с фазовым изменением.

Химические реакции, связанные с химическим и окислительным износом

$$\Delta S' = \frac{\bar{A}}{T_{cr}} d\xi, \quad \bar{A} = \sum_{\text{reactants}} \kappa_i \eta_i - \sum_{\text{products}} \kappa_i \eta_i, \quad (13)$$

где химическое сродство  $A$  зависит от химических потенциалов  $\eta_i$  и стехиометрических коэффициентов  $\kappa_i$  реакции.

Поскольку стехиометрия реакции связана с изменением молярных масс  $dN'_i$  реагентов и продуктов, степень реакции  $\xi$  имеет дифференциальное изменение  $d\xi = \pm dN'_i / \kappa_i$ , где минус относится к реакциям, а плюс к продуктам.

Диффузия, связанная с миграцией материала аналогично изменению для химических реакций.

Перемешивание, которое для трибологии включает перемешивание материала третьего тела [30, 41], увлекаемого в зазор между контактирующими поверхностями

$$\Delta S' = -R \sum_i^n \frac{N_i}{N} \ln \frac{N_i}{N}, \quad N = \sum_i^n N_i, \quad (14)$$

где  $R$  – универсальная газовая постоянная,  $N_i$  обозначает молярные массы  $n$  видов, а отношения  $N_i / N$  обозначают молярные фракции.

Теплопередача, связанная с диффузией тепла  $dQ$  из области с более высокой температурой  $T_h$  в область с более низкой  $T_l$

$$\Delta S' = \left( \frac{1}{T_l} - \frac{1}{T_h} \right) dQ, \quad (15)$$

В работе [35] проведен теоретический и экспериментальный анализ для неравновесной термодинамической структуры с целью получения зависимости скорости износа от нагрузки в стационарном состоянии и конкретизации уравнений (14) для определения условий трения. Показано, что рост износа  $W$  при увеличении нагрузки может стать нелинейным из-за уменьшения скорости износа в зависимости от давления  $p$ . То есть в определенном диапазоне нагрузок износ может уменьшаться за счет увеличения давления. Это явление объясняется трибологическими реакциями, которые приводят к

образованию износостойчивых оксидных слоев. В [35] учтено влияние другого независимого от непосредственно трения процесса, который представляет собой диффузию материала в трибопленку. Процесс диффузии можно рассматривать как внешний элемент, который приводит к самоорганизации и снижению износа. Рассматривая два диссипативных процесса: трение с силами и потоками в виде  $X_1 = -\nabla T / T^2$  и  $J_1 = -k\nabla T = \mu Nu$ , а также диффузию  $X_2 = -\nabla\varphi / T$  и  $J_2 = -\gamma_D \nabla\varphi$ , из уравнения (7) можно получить следующее выражение для порождения энтропии:

$$\frac{d_i S}{dt} = \frac{(pu)^2 \mu^2 A^2}{kT^2} + \frac{\gamma_D (\nabla\varphi)^2}{T}, \quad (16)$$

где  $\varphi$  – химический потенциал,  $\gamma_D$  – коэффициент переноса,  $p$  и  $A$  – давление и номинальная площадь контакта,  $p = N / A$ .

В работе [35] предполагается, что в неравновесном стационарном состоянии износ трибопленки пропорционален  $\gamma_D$ , а  $pu$  является характеристикой трения. Поэтому в стационарных условиях анализ выполняется для малых  $\gamma_D$ :

$$\left( \frac{d}{d(pu)} \right)_T \frac{d_i S}{dt} = \frac{2(pu)^2 \mu^2 A^2}{kT^2} + \frac{d\gamma_D (\nabla\varphi)^2}{T}, \quad (17)$$

Полагая (17) равным нулю и интегрируя, получаем:

$$\gamma_D = \gamma_{D0} - \frac{(pu)^2 \mu^2 A^2}{kT(\nabla\varphi)^2}, \quad (18)$$

где  $\gamma_{D0}$  – константа интегрирования.

Уравнение (18) показывает, что в стационарных условиях при увеличении  $pu$  уменьшается  $\gamma_D$ . Следует упомянуть, что  $\gamma_D$  считается пропорциональным износу  $W$ . Поэтому в стационарных неравновесных условиях уравнение (18) предлагает процедуру уменьшения износа с увеличением  $pu$ .

Отметим, что взаимосвязь нормированного износа и нормированной энтропии экспериментально представляется (для различных условий трения) [29, 36] в виде квазилинейных зависимостей (рис. 1).

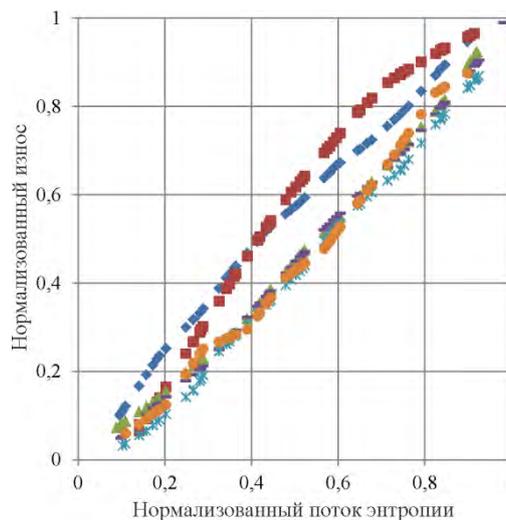


Рис. 1. Нормализованный износ от нормированной энтропии (Doelling и др. [29, 36])

Таким образом, учет процессов трения и изнашивания в производстве энтропии выполняется путем советующей корректировки ее традиционного термодинамического представления. Поэтому полученные решения имеют те же недостатки, которые при-

сути для термодинамической и термомеханической энтропии (см. пп. 1 и 2). Заметим также, что трибологический анализ ведется по параметру  $w$  термодинамической деградации пары трения, механическое содержание которого не вполне ясно. Однако ясно, что это не износ, т.е. не тот физический параметр, который может и должен быть измерен в условиях эксплуатации и испытаний.

**4. Энтропия в процессах усталостного повреждения.** В ряде работ [15–19, 28, 31–33, 38, 39, 40, 49] анализируются процессы накопления усталостного повреждения на базе традиционного представления об энтропии. Один из подходов изложен ниже.

Согласно неравенству Клаузиуса-Дюгема в твердых телах с внутренним трением образование энтропии, обусловленное пластической деформацией и тепловой диссипацией [38, 40].

$$\dot{s} = \frac{w_p}{T} - J_q \cdot \frac{\text{grad } T}{T^2}, \quad (19)$$

где  $\dot{s}$  – скорость производства энтропии ( $\dot{s} \geq 0$ ),  $J_q$  – тепловой поток,  $T$  – температура поверхности,  $w_p$  – циклическая пластическая энергия на единицу объема, которая может быть рассчитана с использованием приближения Морроу [37]:

$$w_p = AN_f^\alpha, \quad (20)$$

где константы  $A$  и  $\alpha$  являются характеристиками материала (см. табл. 1) и могут быть рассчитаны из следующего соотношения [37]:

$$A = 2^{2+b+c} \sigma'_f \varepsilon'_f \left( \frac{c-b}{c+b} \right), \quad (21)$$

$$a = b + c \quad (22)$$

где  $\varepsilon'_f$  – коэффициент усталостной пластичности и  $\sigma'_f$  – коэффициент усталостной прочности;  $b$  и  $c$  – параметры.

Таблица 1 – Усталостные свойства [29, 36]

Материал	A	$\alpha$
Al-6061	930,8	-0,964
SS 304	236	-0,501

Таблица 2 – Условия усталостных испытаний

Усталостные испытания	Частота (Hz)	Амплитуда смещения (мм)	Толщина (мм)
Изгиб	6–18	20–51	3–7

В малоцикловой усталости, когда производство энтропии из-за пластической деформации доминирует, производство энтропии за счет теплопроводности пренебрежимо мало [38], и тогда:

$$\dot{s} = \frac{w_p}{T}, \quad (23)$$

Накопление производства энтропии можно получить в виде:

$$s = \int_0^t \left( \frac{w_p}{T} \right) dt, \quad (24)$$

В начале разрушения, т. е. когда  $t = t_f$ , энтропия усталости трещины (FFE) для данного материала соответствует значению  $s_g$ , а  $N_f$  – соответствующее число циклов [38].

Вычисление энтропии проводится на основе измерений температуры и приближения циклической энергии (23). Уравнение (7) затем используется для определения эволюции усталостного повреждения.

Согласно [38], одновременно с ростом деградации энтропия непрерывно возрастает в сторону энтропии усталостного разрушения (FFE). Исследования показывают, что независимо от схемы испытаний на механическую усталость (т. е. изгиб, кручение или сжатие–растяжение), FFE остается постоянной для данного материала. В частности, для Al 6061-T6,  $FFE \cong 4 \text{ MJm}^{-3} \text{ K}^{-1}$  и для SS 304,  $FFE \cong 60 \text{ MJm}^{-3} \text{ K}^{-1}$ .

Развитие повреждений и нормализованное производство энтропии показано на рисунках и 2а и 2б для Al 6061-T6 и SS 304 соответственно. Данные результаты нормированы относительно значений FFE для AL6061-T6 и SS 304. Эти результаты имеют два важных значения: (а) накопление усталостного повреждения не зависит от нагрузки, частоты и геометрии; (б) поведение повреждений при переменной нагрузке не имеет точки перелома и не зависит от многоступенчатой последовательности нагрузки. По мере того, как повреждение прогрессирует к окончательному разрушению, накопленная энтропия монотонно возрастает до энтропии усталостной трещины (FFE), которая постоянна для данного материала [38]. Заметим, что кумулятивное производство энтропии по отдельным амплитудам суммируется до единицы:  $\sum_{k=1}^n (s_k / s_g) = 1$ . Эта концепция может быть использована в качестве критерия мониторинга усталостного повреждения системы до наступления разрушения.

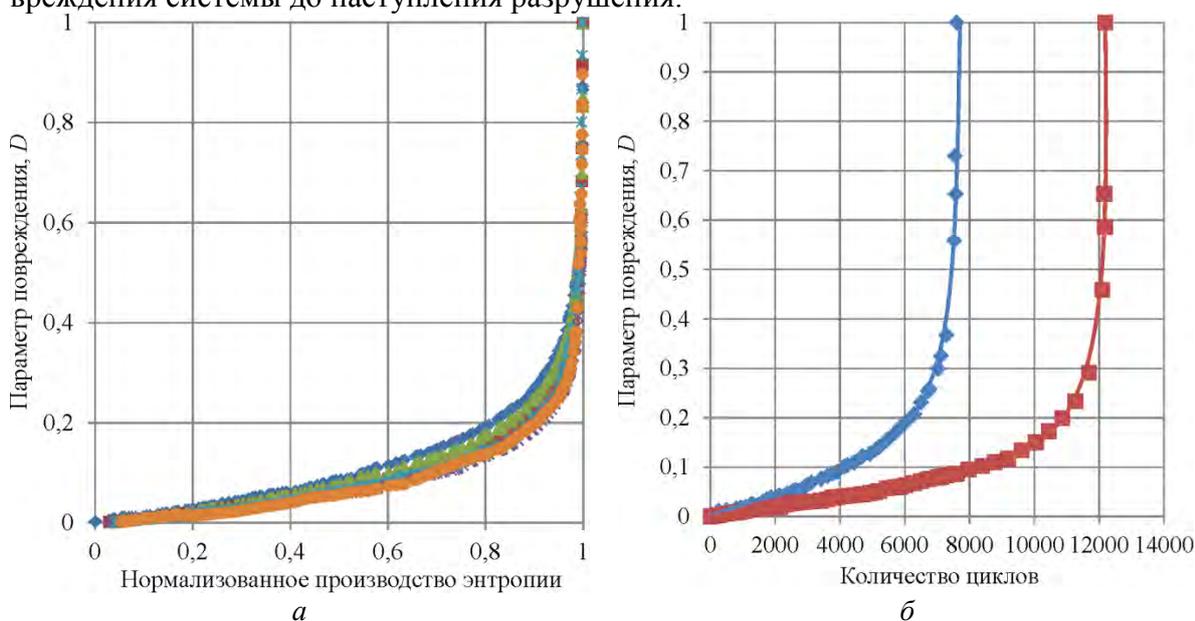


Рис. 2. Развитие повреждений по сравнению с нормализованным производством энтропии (нормализация по отношению к FFE) при различных схемах испытаний на усталость (испытание на изгиб, кручение и растяжение) [21] (а); эволюция повреждений в зависимости от усталостной долговечности [21] для SS 304 при нагрузке от 46,99 до 36,83 (мм) и от 36,83 до 46,99 (мм) (б)

Таким образом, учет усталостного повреждения в оценке энтропии базируется на оценке циклической пластической деформации  $w_p$ . Поэтому речь здесь идет только о малоцикловой усталости (рисунок 2,б). Процессы многоцикловой усталости, которые имеют важнейшее практическое значение, здесь не учитываются.

**5. Трибофатическая энтропия.** В трибофатике [7, 11, 44, 47] особое внимание уделяется анализу физико-механической повреждаемости твердых тел, работающих в сложных и многообразных условиях нагружения.

Согласно обобщенным представлениям [6, 21, 44, 45], повреждение есть изменение состава, строения, структуры, размеров, формы, объема, сплошности, массы и, следовательно, соответствующих физико-химических, механических и других свойств твердых тел; в конечном счете, повреждение связывают с нарушением сплошности и целостности объекта, вплоть до его разложения, например, на атомы (табл. 3) [6, 45]. Таким образом, повреждаемость трактуется как фундаментальное свойство (и обязанность) движущихся и деформируемых систем [6, 21, 44, 45], а разрушение рассматривается как специфический тип повреждения – соответствующее нарушение их сплошности и целостности [8, 46]. Всякое повреждение реально, так как его можно увидеть и измерить; оно, следовательно, объективно, поскольку существует и развивается независимо от нашего сознания, т.е. независимо от того, какие механизмы его образования и развития нам известны.

В трибофатике показано [44], что для силовых систем необратимая повреждаемость  $\omega_\Sigma$  есть функция эффективных механической  $U_M^{eff}$ , тепловой  $U_T^{eff}$  и электрохимической  $U_{ch}^{eff}$  энергий, при этом различается эффективная механическая энергия, обусловленная изменением объема (размеров) тела ( $U_\sigma^{eff}$ ), и эффективная механическая энергия, обусловленная изменением его формы ( $U_\tau^{eff}$ ):

$$\omega_\Sigma = \omega_\Sigma(U_\sigma^{eff}, U_\tau^{eff}, U_T^{eff}, U_{ch}^{eff}) = \omega_\Sigma(\sigma^2, \tau_w^2, T_\Sigma, v_{ch}(m_v), \Lambda_{\sigma\tau}, \Lambda_{T\setminus M}) = \omega_\Sigma(U_\Sigma^{eff}), \quad (25)$$

Таблица 3 – Характеристика состояний объектов

Основные виды состояния систем	Качественная характеристика поврежденности	Параметр (количественная характеристика) поврежденности	Тип эволюции
A-состояние	Неповрежденное	$\omega_\Sigma = 0$	A-эволюция: характерные состояния системы по поврежденности ↓
B-состояние	Поврежденные	$0 < \omega_\Sigma < 1$	
C-состояние	Критическое	$\omega_\Sigma = 1 = \omega_c$	
D-состояние	Закритические	$1 < \omega_\Sigma^* < \infty$	
E-состояние	Разложение	$\omega_\Sigma^* = \infty$	

Здесь  $\Lambda$ -функции характеризуют взаимодействие повреждений, обусловленных разными нагрузками (силовой и контактно-фрикционной – индекс  $\sigma \setminus \tau$ ; тепловой и механической – индекс  $T \setminus M$  [7]; методика их определения изложена, например в работах [6, 7, 46, 50].

В (25) принимаются известные связи энергии с соответствующими силовыми факторами ( $\sigma$  и  $\tau_w$  – нормальные и фрикционные напряжения,  $v_{ch}$  – скорость электрохимических процессов с учетом свойств ( $m_v$ ) материала). Эффективной называют энергию, непосредственно расходуемую на образование и развитие необратимых повреждений, т.е.  $U^{eff}$  – это поглощенная часть энергии [44], подведенной к системе. Методика ее определения изложена в работах [6, 7, 44, 46, 50]. Там же можно найти и формулы для оценки  $\omega_\Sigma$  в различных условиях работы силовых систем. Согласно (25), поврежденность  $\omega_\Sigma$  является термомеханической функцией, поскольку учитывает как силовые факторы, так и температуру  $T_\Sigma$ , обусловленную всеми источниками тепла (в том числе при трении и объемном деформировании).

Как правило, необратимые повреждения образуются и накапливаются не во всем (геометрическом) объеме деформируемого твердого тела, а лишь в некоторой его ко-

нечной области с критическим состоянием; эту область называют опасным объемом [44, 50]. Модель тела с опасным объемом разработана в [46], а в работе [7, 11, 44, 47] дано ее обобщение применительно к силовым системам. Так называют всякую механическую систему, которая воспринимает и передает повторно-переменную рабочую нагрузку и в которой одновременно реализуется процесс трения в любых его проявлениях [7, 11, 44, 47]. Для такой системы характерно комплексное – износоусталостное повреждение. Закономерности такого повреждения хорошо известны [7, 11, 44, 47].

Поскольку внутренние необратимые повреждения термомеханической природы возникают вследствие изменения эффективной энергии в опасном объеме  $V_{P\gamma}$  системы, то в общем случае

$$dU_{\Sigma}^{eff} = \omega_{\Sigma} dV_{P\gamma}, \quad (26)$$

Методики расчета опасных объемов применительно к различным условиям деформирования твердых тел и силовых систем изложены в работах [7, 11, 44, 47].

И тогда, в соответствии с (2)– (4), можно ввести представление о трибофатической энтропии, изменение которой

$$(d_i S)_{TF} = \frac{\gamma_1^{(w)}}{T_{\Sigma}} \omega_{\Sigma} dV_{P\gamma}, \quad (27)$$

где  $\gamma_1^{(w)}$  – давление в единичном опасном объеме.

Таким образом, трибофатическая энтропия служит мерой необратимого поглощения энергии  $U_{\Sigma}^{eff}$  в опасном объеме  $w_{P\gamma}$  силовой системы.

Покажем аналогию представлений о трибофатической и термодинамической энтропии.

Согласно термодинамике, в общем случае необратимое изменение энтропии  $d_i S$  связано с потоком некоторой величины  $X$  (например, теплоты или вещества):

$$d_i S = F dX, \quad (28)$$

где  $F$  – термодинамическая сила. Так, при расширении газа в поршневом двигателе давление в объеме газа ( $p_1$ ) всегда больше, чем давление на поршень ( $p_2$ ). Тогда разность ( $p_1 - p_2$ ) характеризует градиент давления и представляет собой ту силу на единицу площади, которая перемещает поршень. В случае  $T = \text{const}$  необратимое приращение энтропии [34]

$$(d_i S)_T = \frac{p_1 - p_2}{T} dV > 0, \quad (29)$$

Здесь  $(p_1 - p_2)/T$  соответствует термодинамической силе ( $F$ ), а  $dV$  характеризует сопряженный с ней термодинамический поток ( $dX$ ).

Если  $\omega_1$  – концентрация повреждений в точке твердого тела с наибольшими напряжениями ( $p_1$ ), а  $\omega_2$  – концентрация повреждений в любой другой точке, в которой напряжение меньше ( $p_2$ ), то  $\omega_2 < \omega_1$ , т. е. имеет место градиент повреждений, характеризующий разностью ( $\omega_1 - \omega_2$ ), которая сопряжена с величиной опасного объема  $V_{P\gamma}$ .

Тогда необратимое приращение трибофатической энтропии при  $T_{\Sigma} = \text{const}$

$$(d_i S)_{TF} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{T_{\Sigma}} dV_{P\gamma} > 0, \quad (30)$$

Таким образом, здесь  $(\omega_1 - \omega_2)/T_{\Sigma}$  соответствует термомеханической силе ( $F$ ), поскольку  $\omega_1 \sim p_1$  и  $\omega_2 \sim p_2$ , а  $dV_{P\gamma}$  характеризует сопряженный с ней термомеханический поток ( $X$ ).

Теперь известную сводку [3] термодинамических потоков и сил в некоторых часто наблюдаемых процессах можно дополнить (табл. 4) представлением о трибофатической энтропии.

Таблица 4 – Термодинамические потоки и силы в некоторых часто наблюдаемых необратимых процессах

Явление	Поток	Сила	Характер
Теплоперенос	Тепловой поток, $J_{th}$	$\nabla(1/T)$	Вектор
Диффузия	Поток массы компонента $i$ , $J_{d,i}$	$-\nabla(\mu_i/T) - F_i$	Вектор
Вязкое течение	Диссипативная часть тензора давления, $P$	$\nabla v(1/T)$	Тензор 2-го ранга
Химическая реакция	Скорость реакции $\rho$ , $\omega_\rho$	Сродство реакции, деленное на $T$ , $A_\rho/T$	Скаляр
Повреждение	Поток повреждений, $J_{V_{P_i}}$	$L_{\omega_\Sigma}(1/T_\Sigma)$	Тензор 2-го ранга

$T$  – температура;  $\mu_i$  – химический потенциал компонента  $i$ ;  $F_i$  – внешняя сила, действующая на единицу массы компонента  $i$ ;  $v$  – гидродинамическая скорость.  
Сродство  $A_\rho$  связано с  $\mu_i$  соотношением

$$A_\rho = -\sum_i \nu_{i\rho} \mu_i,$$

где стехиометрические коэффициенты  $\nu_i$  дают полное число молекул, образующихся ( $\nu > 0$ ) или исчезающих ( $\nu < 0$ ) в реакции.

Обобщая, запишем (27) через определитель  $L_{\omega_\Sigma}$  повреждений системы:

$$(d_i S)_{TF} = \gamma_1^{(w)} \frac{L_{\omega_\Sigma}}{T_\Sigma} dV_{P_i}, \quad (31)$$

$$L_{\omega_\Sigma} = \begin{vmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \dots & \omega_{1n} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \dots & \omega_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \omega_{n1} & \omega_{n2} & \dots & \omega_{nn} \end{vmatrix} \quad (32)$$

который может состоять из большого числа ( $n$ ) компонент ( $\omega$ ) – соответственно числу явлений (событий, ситуаций), влияющих на изменение состояния поврежденности системы. Понятие о тензоре повреждений введено в [44, 45]. В общем случае, в соответствии с (25) и (32), имеем [5, 11, 44]

$$\omega_{ij} = \omega_{ij} (\sigma_{ij} / \sigma_*), \quad (33)$$

где  $\sigma^*$  – характеристическое предельное напряжение.

Таким образом, если термодинамическая энтропия есть характеристика рассеяния энергии в среде, то трибофатическая энтропия есть характеристика ее поглощения в деформируемом твердом теле. Было показано [8, 46], что трибофатическая энтропия применима для анализа любых процессов и явлений, сопровождающихся возникновением и развитием необратимых повреждений движущихся и деформируемых твердых тел при действии любых механических нагрузок.

**6. Механотермодинамическая энтропия.** Теперь рассмотрим открытую термодинамическую систему, содержащую повреждаемое твердое тело; это – механотермодинамическая система [6, 9, 45, 46, 50]. Характерная особенность механотермодинамической системы, в отличие от системы термодинамической, состоит в том, что в ней порождается как термодинамическая, так и трибофатическая энтропия. Полное изменение энтропии в такой системе, в отличие от традиционных представлений об аддитивности энергий, определяется с учетом диалектического взаимодействия (функция  $\Lambda_{T\setminus TF}$ ) повреждений разной природы обусловленных термодинамической (индекс  $T$ ) и трибофатической (индекс  $TF$ ) энтропией.

$$(dS)_T + (d_i S)_{TF} = \left[ \left( \frac{dU + \Delta p dV}{T} - \frac{1}{T} \sum_1^n \mu_k dN_k \right)_T + \left( \frac{\gamma_1^{(w)}}{T_\Sigma} \omega_\Sigma dW_{P_T} \right)_{TF} \right] \Lambda_{T\setminus TF}, \quad (34)$$

Здесь учтено, что  $\Delta p dV = (p_M - p)dV$ ,  $p_M dV$  – механическая энергия, поступающая в систему из внешней среды. Если  $\omega_\Sigma = 0$ , то (34) сводится к (2).

Уравнение (34) механотермодинамического состояния принципиально отличается от уравнения (3) термодинамического состояния: первое допускает анализ любого состояния системы (в том числе  $A$ -,  $B$ -,  $C$ -,  $D$ - и  $E$ -состояний поврежденности – см. табл. 3), так как в общем случае  $0 \leq \omega_\Sigma \leq \infty$  [6, 44, 45, 50]. Следовательно, согласно (34), именно рост производства трибофатической энтропии (27), обусловленный термомеханическим состоянием системы, может привести ее и к разрушению, и к разложению; в термодинамическом уравнении (3) о подобных состояниях речи не идет.

Для анализа (34) воспользуемся тремя параметрами, которые приведены в табл. 5 [6].

Теперь можно построить, например, рис. 3. При определенных соотношениях параметров, приведенных в табл. 5, уравнение (34) прогнозирует разнообразные и сложные “траектории” энтропии.

Таблица 5 – Параметры, описывающие механотермодинамическое состояние различных систем

Параметр	Характеристика
$\text{div}F(\bullet) \geq 0$	Относительное движение физических точек материи или элементов системы (сходящиеся, расходящиеся и другие процессы)
$\omega_j \geq 0$	Природа процессов необратимой повреждаемости (упрочнение, разупрочнение и т. д.)
$\Lambda \geq 1$	Направленность и интенсивность взаимодействия необратимых повреждений любой природы

В процессе эволюции система может, например, входить в устойчивые и равновесные состояния и выходить из них – так много раз, как это возможно в конкретных условиях ее существования; наблюдаемые точки  $A_1$ ,  $A_2$  системы могут сближаться и расходиться либо двигаться практически параллельно [8, 46, 47]; система может претерпевать бифуркации и другие (более сложные) преобразования. Из рис. 3,б следует, что *бифуркации характерны для разупрочняющихся систем*, для которых  $\Lambda > 1$ . И далее, естественно, возникает вопрос: в чем состоит различие механотермодинамических и термодинамических процессов?

Ответ на этот вопрос иллюстрирует рис. 4. Здесь сплошными линиями показано прогнозируемое поведение термодинамической системы, для которой в (34) принимается  $S_{TF} = 0$  и  $\Lambda_{T\setminus TF} = 1$ ; пусть энтропия  $S_T$  такой системы стремится к некоторому (например, локальному) максимуму. Поведение механотермодинамической системы

представлено на рис. 4 пунктирными линиями в предположении, что в (34) имеем  $S_T \neq 0$  и  $\Lambda_{T \setminus TF} > 1$ . Принимается, что начальное состояние обеих систем одинаково (точки  $A_1, A_2$ ). Судьба системы в обоих случаях определяется интенсивностью многообразных необратимых внутренних процессов, обусловленных множеством причин. Но она будет принципиально разной у сравниваемых систем.

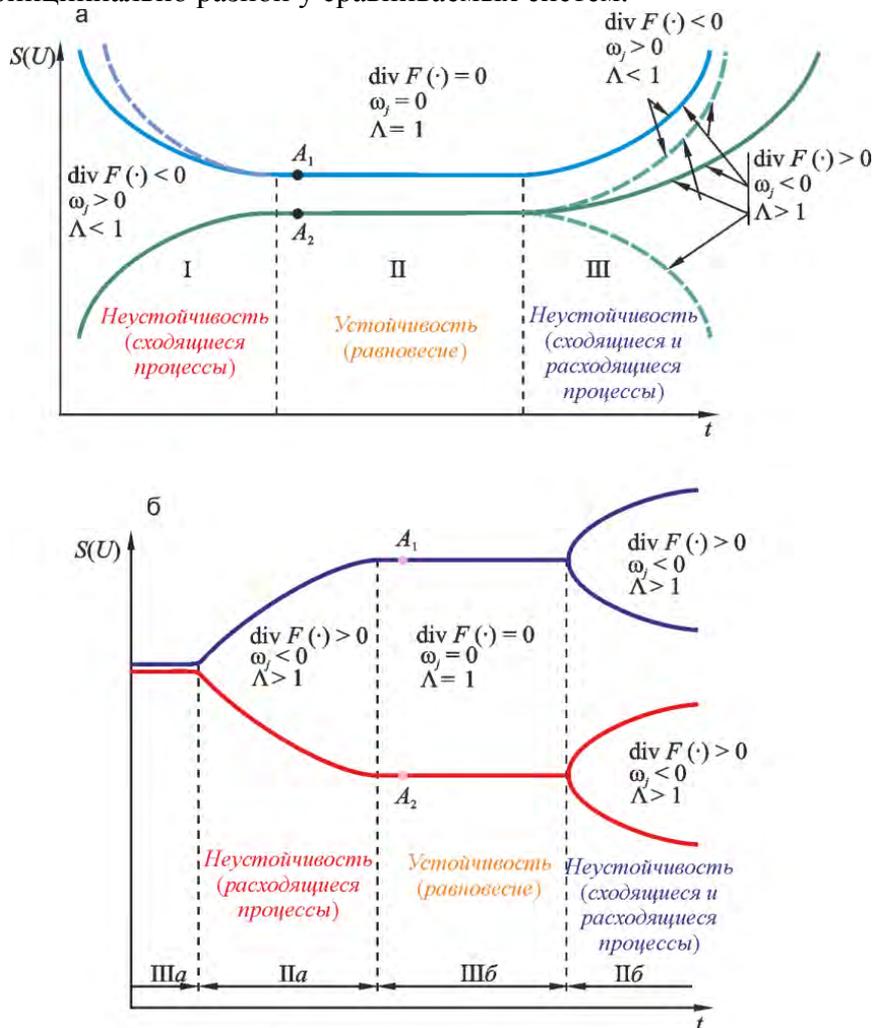


Рис. 3. Возможные переходы системы от неустойчивого к устойчивому состоянию и обратно (а) и возникновение бифуркаций (б)

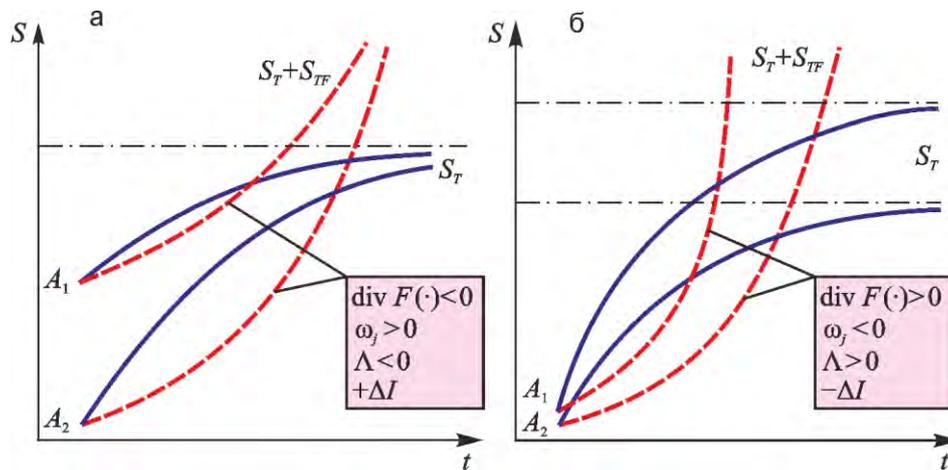


Рис. 4. Эволюция термодинамического ( $S_T$ ) либо механотермодинамического ( $S_T + S_{TF}$ ) состояния системы ( $A_1, A_2$ ): а – колебательные и асимптотические сходящиеся процессы (упрочнения); б – колебательные и асимптотические расходящиеся процессы (разупрочнения)

С одной стороны, траектория механотермодинамического состояния ( $S_T + S_{TF}$ ) не может совпадать с траекторией термодинамического состояния ( $S_T$ ), поскольку в первом случае появляется ненулевая добавка трибофатической энтропии ( $S_{TF} > 0$ ). Это обуславливает количественные различия в траекториях сравниваемых систем. С другой стороны, обнаруживается и принципиальное различие в их поведении: когда энтропия термодинамической системы достигает, например, локального максимума (равновесное состояние), механотермодинамическая система может не иметь такового – и она будет находиться в неравновесном состоянии. Это наблюдается в случаях и сходящихся (см. рисунок 4,а), и расходящихся (см. рис. 4,б) процессов движения, и для упрочняющихся и разупрочняющихся во времени систем, в которых порождается новая положительная либо отрицательная информация. Заметим: консервативная механическая система, по существу, идентична термодинамической системе, поскольку для нее  $S_{TF} = 0$ . В работах [8, 46] можно найти некоторые обобщения, касающиеся сравнительного поведения термодинамических и механотермодинамических систем.

Объединенная модель (34), как и частные модели (27), (31), прогнозируют гибель системы (например, путем ее разложения), если она эволюционирует по состояниям повреждаемости (25), описанным в табл.3; анализ эволюции такого типа дан в работах [8, 46]. Частная модель (3) является лишь мерой деструктуризации (или упорядоченности) диссипативных структур.

Таким образом, из изложенного следует, что долговечность (или судьба) системы в общем случае определяется интенсивностью процессов необратимого изменения энтропии – термодинамической и трибофатической; производство внутренней механотермодинамической энтропии так же вечно, как и движение и повреждение.

В трибофатике и механотермодинамике [44, 50] изучается взаимодействие между необратимыми повреждениями в движущейся и деформируемой системе; закономерности такого взаимодействия обусловлены полем напряжений (деформаций), возбуждаемых в ней соответствующими неньютоновскими – внутренними силовыми факторами. Пусть, например  $\sigma, p, T$  – такие факторы, генерирующие в МТД-системе соответствующие поля: термодинамические ( $T$ ) и деформаций (напряжений  $\sigma_{ij}$ , давлений  $p$ ). Тогда закон (обобщенное правило Сосновского) взаимодействия повреждений  $\omega_\sigma, \omega_p, \omega_T$ , обусловленных явлениями усталости, трения и изнашивания, изменением термодинамических состояний, дается в форме

$$F_{\Lambda} \left[ (\omega_p \rightleftharpoons \omega_{\sigma}) \rightleftharpoons \omega_T ] = \left[ (\omega_p + \omega_{\sigma}) \Lambda_{\sigma \setminus p} + \omega_T \right] \Lambda_{M \setminus T} = \bar{\omega}_{\Sigma}, \quad \Lambda \geq 1, \quad (35)$$

где  $\Lambda$  – параметры (функции) взаимодействия, которые могут принимать три класса значений:  $\Lambda > 1$ ,  $\Lambda = 1$ ,  $\Lambda < 1$  [6, 8, 42, 43, 45, 48, 50]. Если  $\Lambda > 1$ , для системы характерно разрушение. Если  $\Lambda < 1$ , в ней преимущественно развиваются процессы упрочнения. При  $\Lambda = 1$  система стабильна.

Согласно (35), возможен как анализ системы (целое  $\omega_{\Sigma}$ , мыслимое как многое  $\omega_{\sigma}$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_T$ ), так и ее синтез (многое, мыслимое как целое посредством функций взаимодействия  $\Lambda$ ). При этом и анализ, и синтез имеют конкретное количественное выражение – в этом особенность и важное достоинство закона (35). Вторая его важная особенность – здесь речь идет не о внешних силах, как, например, в законах *Ньютона*, а о необратимых повреждениях системы, порождаемых полями внутренних усилий. И, наконец, главное: *не взаимное влияние факторов, а взаимодействия явлений – вот что должна и изучает механотермодинамика*. Тем самым в механике и термодинамике знаменуется переход к феноменоанализу – в дополнение к традиционному факторному анализу.

Изложенное находится в соответствии с первыми двумя принципами механотермодинамики, которые имеют фундаментальное значение (табл.6).

Согласно первому принципу, повреждаемость всего сущего не имеет мыслимых границ. Это, пожалуй, всеобщий закон Природы [8, 46], который, по существу, лежит в основе эволюции любых систем – неорганических и органических. Если диалектическая повреждаемость твердых тел обусловлена процессами упрочнения-разупрочнения, то аналогичные, но конечно, своеобразные процессы обнаруживаются в жидкости (например, рост-уменьшение вязкости), газах (например, повышение-снижение давления), организмах (например, образование-распад клеток) и т.д. Второй принцип механотермодинамики указывает главную причину повреждаемости систем – это внутренние необратимые  $\Lambda$ -взаимодействия составляющих эффективной энергии (энтропии), обусловленные источниками разной природы. Далее естественно возникают вопросы о масштабах повреждаемости, ибо, как показано, именно размеры опасного объема определяют состояние объекта по уровню повреждаемой энтропии. Следовательно, они непосредственно характеризуют опасность его функционирования.

Таблица 6 – Принципы механотермодинамики

Содержание	Формализация	Следствие
<p><i>Первый принцип</i> Повреждаемость всего сущего не имеет мыслимых границ</p>	$\bar{\omega}_{\Sigma} = \bar{\omega}_{\Sigma} (U_{\Sigma}^{eff}) \xrightarrow{t} \infty$ $d_{\omega}^* = e^{-\bar{\omega}_{\Sigma}} \xrightarrow{t} 0$	<p>Производство внутренней механотермодинамической энтропии так же вечно, как и движение и повреждение; это значит, что энтропия Вселенной возрастает.</p> <p>Закон возрастания энтропии</p> $dS_{total} = \Lambda_{T \setminus TF} [(dS)_T + (d_i S)_{TF}] =$ $= \Lambda_{T \setminus TF} \left[ \frac{dU + pdV}{T} - \frac{1}{T} \sum_1^n \mu dN_k + \right.$ $\left. + \gamma_1^{(w)} \frac{L_{\omega_{\Sigma}}}{T_{\Sigma}} dV_{P\gamma} \right] \uparrow$

<p><i>Второй принцип</i> Потоки эффективной энергии (энтропии), обусловленные источниками разной природы, не аддитивны – они диалектически взаимодействуют во времени</p>	$U_{\Sigma}^{eff} = U_{\Sigma}^{eff}(\Lambda_1, \dots, \Lambda_m, U_1^{eff}, \dots, U_n^{eff}, \vec{t}),$ $S_i = S_i(\Lambda_1, \dots, \Lambda_m, S_i^{(1)}, \dots, S_i^{(n)}, \vec{t}),$ $m < n$	<p>Эффективная энергия, поглощенная в системе в процессе достижения ею критического (предельного) состояния, тождественно равна высвободившейся (и рассеянной) энергии в процессе ее деградации вплоть до разложения. Закон сохранения эффективной энергии</p> $\int_0^{T_{\oplus}} u_{\Sigma}^{eff}(t) dt \equiv \int_{T_{\oplus}}^{T_*} u_{\Sigma}^{\Sigma}(t) dt$
<p><i>Третий принцип</i> Развитие процессов необратимой повреждаемости возможно и реализуется с некоторой вероятностью <math>P &gt; 0</math>, когда в системе возникает конечная область с ненулевым уровнем эффективной энергии (внутренней энтропии) – опасный объем. Если <math>V_{P\gamma} = 0</math>, система стабильна, и ее эволюция по поврежденности невозможна</p>	$V_{P\gamma} \in V_{P\gamma}(U_{\Sigma}^{eff}(S_i), \vec{t}) > 0$	<p>Развитие и деградация системы есть процесс роста во времени пространства ее множественной и многокритериальной поврежденности</p> $0 < V_{P\gamma}^j(t) \uparrow < V_k, \quad j = 1, 2, 3, \dots$

**7. Обсуждение результатов исследований.** Проанализируем далее обобщенный характер представления о механотермодинамической энтропии применительно к двум практически важным (частным) повреждениям твердых тел: 1) при трении и изнашивании и 2) при циклическом деформировании в среде с температурой  $T$ . Комплексное повреждение  $\omega_{\Sigma}$ , содержащееся в (26) и (27) представляется, согласно [44, 50], для простейших условий нагружения следующим образом:

$$\begin{aligned} \omega_{\Sigma} &= [(\omega_{\sigma} + \omega_{\tau})\Lambda_{\sigma\tau} + \omega_T]\Lambda_{T\setminus M} = \left[ \left( \frac{U_{\sigma}}{U_0} + \frac{U_{\tau}}{U_0} \right) \Lambda_{\sigma\tau} + \frac{U_T}{U_0} \right] \Lambda_{T\setminus M} = \\ &= \left[ \left( \frac{a_{\sigma}\sigma^2}{U_0} + \frac{a_{\tau}\tau_w^2}{U_0} \right) \Lambda_{\sigma\tau} + \frac{a_T T}{U_0} \right] \Lambda_{T\setminus M} \end{aligned} \quad (36)$$

где  $\omega_{\sigma}$ ,  $\omega_{\tau}$ ,  $\omega_T$  – соответственно повреждения при циклическом деформировании (под действием нормального напряжения  $\sigma$ ), трении скольжения с износом (под действием фрикционного напряжения  $\tau_w$ ) и при тепловом воздействии (температура  $T$ ).

Применительно к уравнению (36) можно записать правило Сосновского–Щербакова взаимодействия термодинамической и трибофатической энтропии

$$(S_T + S_{TF})\Lambda_{T\setminus TF} = S_{total}, \quad \Lambda_{T\setminus TF} \geq 1 \quad (37)$$

которое аналогично правилу (35).

В частном случае трения с изнашиванием из (36) имеем (принимая  $\omega_\sigma = 0$  и, следовательно,  $U_\sigma = 0$ ):

$$\omega_\Sigma = \omega_{\tau\setminus T} = \left( \frac{U_\tau}{U_0} + \frac{U_T}{U_0} \right) \Lambda_{T\setminus M} = \left( \frac{a_\tau \tau_w^2}{U_0} + \frac{a_T T}{U_0} \right) \Lambda_{T\setminus M} \quad (38)$$

Очевидно, что предельное состояние пары трения достигается при условии

$$\omega_{lim} = \omega_{\tau\setminus T} = 1 \quad (39)$$

т.е.

$$\left( \frac{a_\tau \tau_f^2}{U_0} + \frac{a_T T}{U_0} \right) \Lambda_{T\setminus M} = 1 \quad (40)$$

когда величина  $\tau_w$  достигнет значения предела фрикционной усталости  $\tau_f$  (при заданной температуре  $T$ ).

Из (39) нетрудно получить уравнение

$$\lg \tau_f = \frac{1}{2} \lg C_T \quad (41)$$

$$C_T = \frac{U_0 / \Lambda_{T\setminus M} - a_T T}{a_\tau} \quad (42)$$

согласно которому зависимость  $\tau_f(C_T)$  в двойных логарифмических координатах должна быть прямой с углом наклона равным (1/2).

Анализ повреждений при механической усталости аналогичен. Так, из (36) при  $\tau_w = 0$  и, следовательно,  $U_\tau = 0$  и (38) имеем

$$\omega_\Sigma = \omega_{\sigma\setminus T} = \left( \frac{U_\sigma}{U_0} + \frac{U_T}{U_0} \right) \Lambda_{T\setminus M} = \left( \frac{a_\sigma \sigma^2}{U_0} + \frac{a_T T}{U_0} \right) \Lambda_{T\setminus M} \quad (43)$$

что дает условие предельного состояния (усталостное разрушение)

$$\omega_{lim} = \omega_{\sigma\setminus T} = 1 \quad (44)$$

т.е.

$$\left( \frac{a_\sigma \sigma_{-1}^2}{U_0} + \frac{a_T T}{U_0} \right) \Lambda_{T\setminus M} = 1 \quad (45)$$

откуда

$$\lg \sigma_{-1} = \frac{1}{2} \lg C_T \quad (46)$$

$$C_T = \frac{U_0 / \Lambda_{T\setminus M} - a_T T}{a_\sigma} \quad (47)$$

что аналогично (41) и (42).

По (36) можно сделать анализ и более сложного случая комплексного износоусталостного повреждения, когда в трибофатической системе одновременно реализуется и трение скольжения ( $\tau_w > 0$ ) и циклическое деформирование ( $\sigma > 0$ ):

$$\omega_\Sigma = \omega_{\sigma\setminus\tau} = \left( \frac{a_\sigma \sigma^2(T)}{U_0} + \frac{a_\tau \tau_w^2(T)}{U_0} \right) \Lambda_{\sigma\setminus\tau} \quad (48)$$

откуда аналогично предыдущему получаем уравнение предельных состояний

$$\left( \frac{a_\sigma \sigma^2(T)}{U_0} + \frac{a_\tau \tau_w^2(T)}{U_0} \right) \Lambda_{\sigma\tau} = 1 \quad (49)$$

В случае (49) анализ предельных состояний ведется по обоим критериям – либо износу, либо усталостному разрушению с учетом взаимного влияния (взаимодействия) обоих повреждающих явлений [11]. Так, если изучают прямой эффект (влияние процессов трения и изнашивания как сопротивление механической усталости) [44], то из (48) имеем (при  $\sigma = \sigma_{-1\tau}$ ):

$$\lg \sigma_{-1\tau} = \frac{1}{2} \lg C_T \quad (50)$$

$$C_T = \frac{U_0 / \Lambda_{\sigma\tau} - a_\tau \tau_w^2}{a_\sigma} \quad (51)$$

А если, напротив, изучают обратный эффект (влияние процессов усталостного повреждения на изменение износостойкости) [44], то из (48) аналогично имеем (при  $\tau_w = \tau_{f\sigma}$ ):

$$\lg \tau_{f\sigma} = \frac{1}{2} \lg C_T \quad (52)$$

$$C_T = \frac{U_0 / \Lambda_{\sigma\tau} - a_\sigma \sigma^2}{a_\tau} \quad (53)$$

Обобщая, аналогичные зависимости можно получить и для анализа предельных состояний при статическом деформировании (растяжение, изгиб, кручение).

В табл. 7 и 8 дана сводка физических признаков различных (часто встречающихся на практике) признаков предельного состояния, которая может быть полезной специалистам в соответствующих областях исследований.

Таблица 7 – Сводка основных физических признаков предельного состояния

Обозначение	Физическое состояние и его характеристика	Условие достижения предельного (критического) состояния
М	Механическое состояние $\sigma_{ij}$	$u_n^{eff} \xrightarrow{\sigma_{ij} \rightarrow \sigma_{lim}} u_0$
Т	Термодинамическое состояние $T_\Sigma$	$u_T^{eff} \xrightarrow{T_\Sigma \rightarrow T_S} u_0$
MTD	Механотермодинамическое состояние $\sigma_{ijT}, T_\Sigma$	$u_\Sigma^{eff} \xrightarrow[T_\Sigma \rightarrow T_S]{\sigma_{ijT} \rightarrow \sigma_{lim}(T)} u_0$
tMTD	Механотермодинамическое состояние во времени $\sigma_{ijT}, T_\Sigma, t$	$u_\Sigma^{eff} \xrightarrow[t \rightarrow t_{lim}]{T_\Sigma \rightarrow T_S, \sigma_{ijT} \rightarrow \sigma_{lim}(T)} u_0$
<p>Обозначения: <math>\sigma_{lim}</math> – предельное напряжение; <math>T_S</math> – температура плавления; <math>t_{lim}</math> – долговечность; <math>\sigma_{ij}</math> – тензоры напряжений (деформаций); <math>T_\Sigma</math> – температура, обусловленная всеми источниками тепла; <math>\sigma_{ijT}</math> – тензор напряжений при изотермическом (<math>T_\Sigma = const</math>) состоянии; <math>\sigma_{ijT}, T_\Sigma</math> – напряженно-деформированное и термодинамическое состояние; <math>\sigma_{ijT}, T_\Sigma, t</math> – напряженно-деформированное и термодинамическое состояние во времени.</p>		

Приведем некоторые результаты экспериментальной проверки изложенных решений.

Рассмотрим случаи реализации процессов трения скольжения с износом – при фрикционной и фрикционно-механической усталости. Исходные данные для анализа приведены в табл.9. Выполним экспериментальную проверку уравнений (41) и (52) для трех серий испытаний с амплитудой циклической изгибающей нагрузки  $\sigma_a$ , равной 0, 160 и 256 МПа.

Согласно (52), зависимость предела фрикционной усталости  $\tau_{f\sigma}$  от параметра  $C_T$  в двойных логарифмических координатах оказывается прямой линией с коэффициентом наклона, равным 0,5 (рис. 5). Эта закономерность хорошо согласуется с экспериментальными данными: коэффициенты корреляции здесь превышают  $r > 0,95$ .

Результаты поверки зависимости  $\sigma_{-1T}(C_T)$  представлены на рисунке 6.

Экспериментально показано, что изложенный подход хорошо работает и при статическом растяжении различных материалов (рис. 7).

При этом оказывается, что зависимости  $\sigma_{-1T}(C_T)$  и  $\sigma_{uT}(C_T)$  ложатся на единую прямую (рис. 8).

Таблица 8 – Конкретизация характеристик и соответствующих им физических признаков предельного состояния

Условие достижения предельного состояния	Физический признак	Критические значения энтропии $S_i$
$\sigma_{lim} = \sigma_b$ , $\sigma_b$ – предел прочности при растяжении	Статическое разрушение	$S_b$
$\sigma_{lim} = \sigma_{-1}$ , $\sigma_{-1}$ – предел выносливости при механической усталости	Усталостное разрушение (на части)	$S_{-1}$
$\sigma_{lim} = p_f$ , $p_f$ – предельное контактное давление при качении	Ямки выкрашивания критической плотности (критической глубины), недопустимый износ	$S_f$
$\sigma_{lim} = \tau_f$ , $\tau_f$ – предельное фрикционное напряжение при скольжении	Износ предельной величины	$S_\tau$
$\sigma_{lim} = \begin{cases} \sigma_{-1p} \\ \sigma_{-1\tau} \end{cases}$ , $\sigma_{-1p}$ , $\sigma_{-1\tau}$ – предельные напряжения при реализации прямого эффекта	Усталостное разрушение (на части) в зависимости от контактного давления (индекс $p$ ) при качении или фрикционного напряжения (индекс $\tau$ ) при скольжении (прямой эффект)	$S_{-1p}$ $S_{-1\tau}$
$\sigma_{lim} = \begin{cases} p_{f\sigma} \\ \tau_{f\sigma} \end{cases}$ , $p_{f\sigma}$ , $\tau_{f\sigma}$ – предельные напряжения при реализации обратного эффекта	Ямки выкрашивания критической плотности (критической глубины) или недопустимый износ (при качении или скольжении) в зависимости от уровня циклических напряжений (индекс $\sigma$ ) (обратный эффект)	$S_{pf}$ $S_{f\sigma}$

$\sigma_{lim} = \sigma_{-1q}$ , $\sigma_{-1q}$ – предел выносливости при фреттинг-усталости	Усталостное разрушение при фреттинг-коррозии и (или) фреттинг-износе	$S_{-1q}$
$\sigma_{limT} = \sigma_{-1T}$ , $\sigma_{-1T}$ – предел выносливости при изотермической усталости	Предельное состояние в зависимости от температуры (изотермическая усталость)	$S_{-1T}$
$T_{lim} = T_S$ , $T_S$ – температура плавления	Тепловое (термодинамическое) разрушение	$S_{TS}$
$t_{lim} = t_c$ , $t_c$ – долговечность	Время (физическое) до наступления предельного состояния по любому признаку	$S_t$

Таблица 9 – Исходные данные

Параметр	Значение параметра	
	сталь 45	силумин
$U_0$ , кДж/моль	419	222
$T_{пл}$ , К	1773	830
$\sigma_{-1}$ , МПа	280	42
$\tau_{-1}$ , МПа	170	30
$a_T$	0,236	0,267
$a_\sigma$	0,005	0,126
$a_\tau$	0,014	0,247

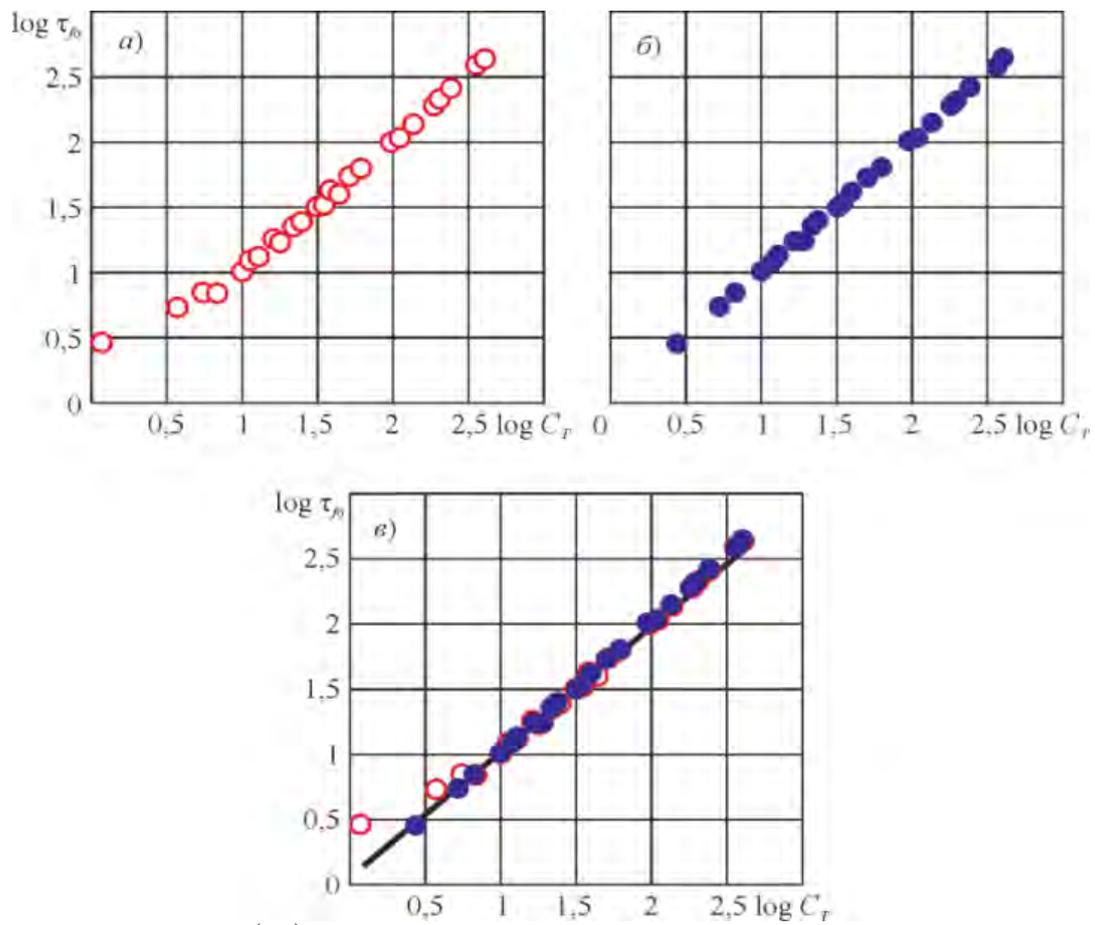


Рис. 5. Зависимости  $\tau_{f\sigma}(C_T)$  для стали 45 (а), силумина (б) и их совмещенное представление (в)

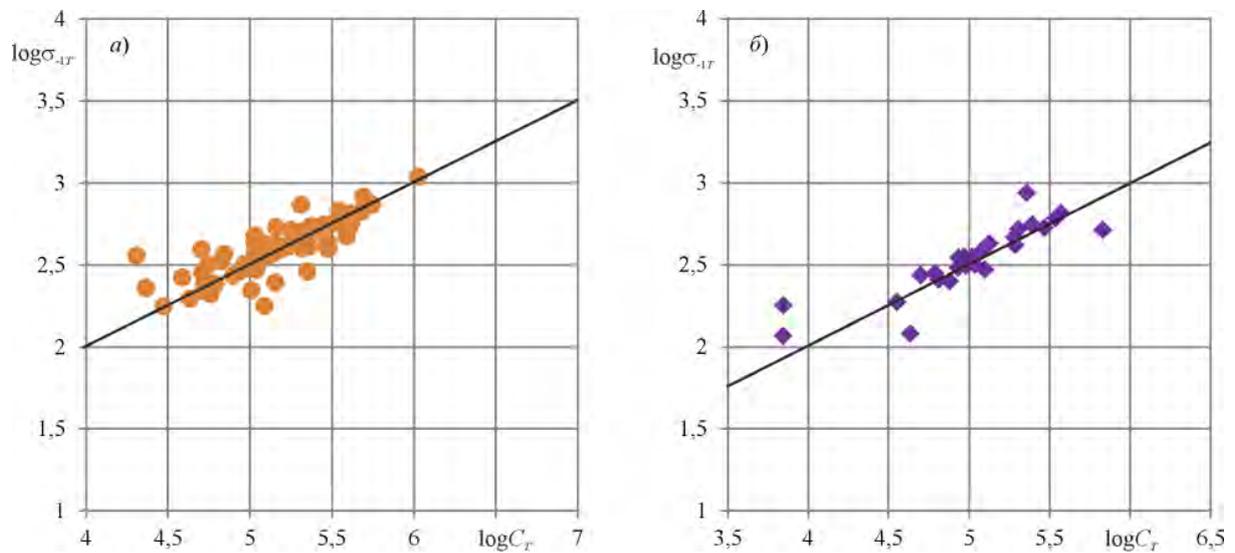


Рис. 6. Зависимость  $\sigma_{-1T}(C_T)$  для сталей (а), титана и его сплавов (б)

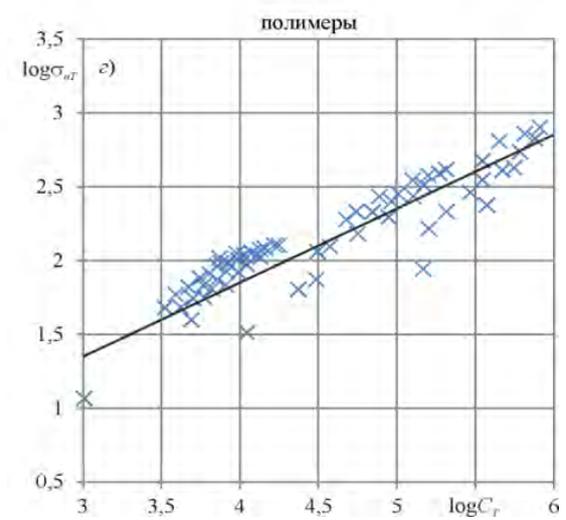
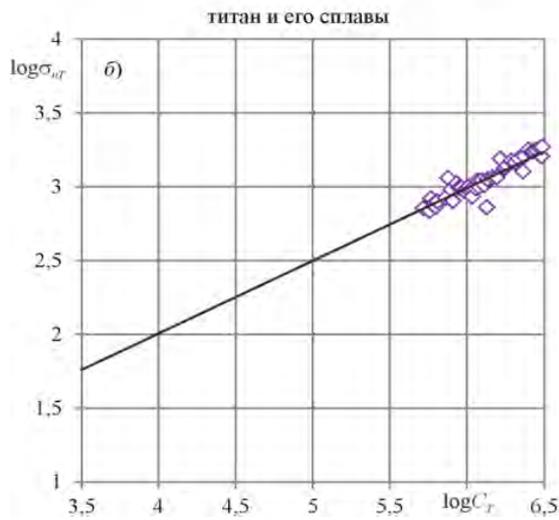
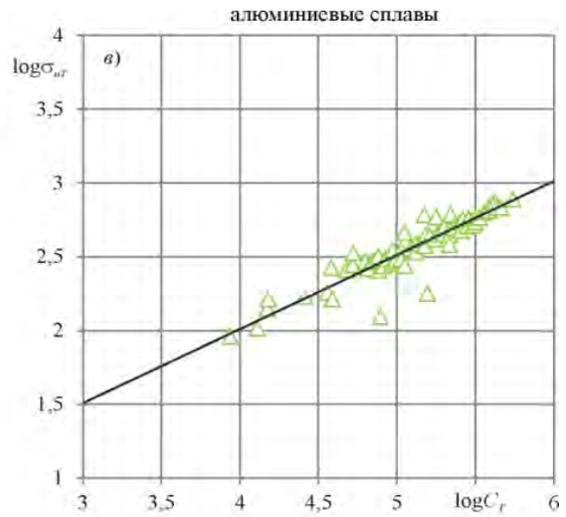
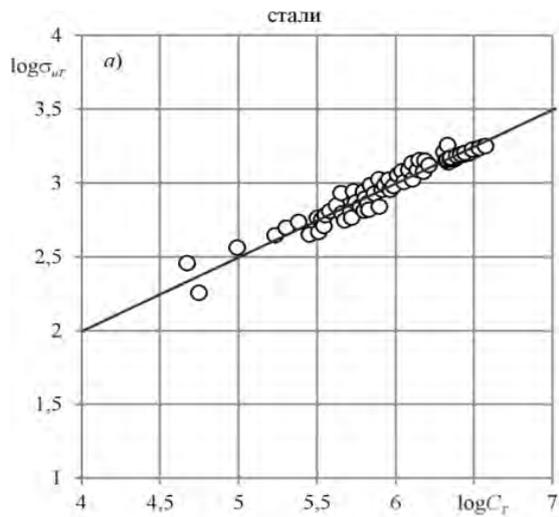


Рис.7. Зависимость  $\sigma_{uT}(C_T)$  для металлов (а, б, в) и полимеров (г)

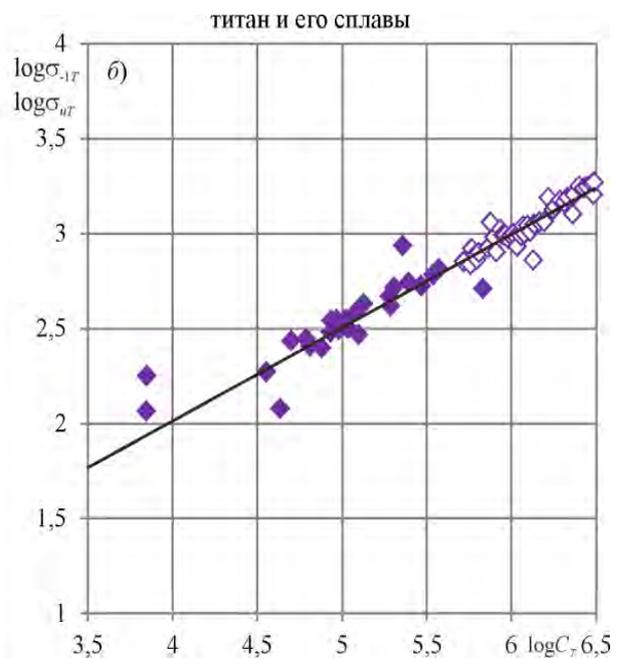
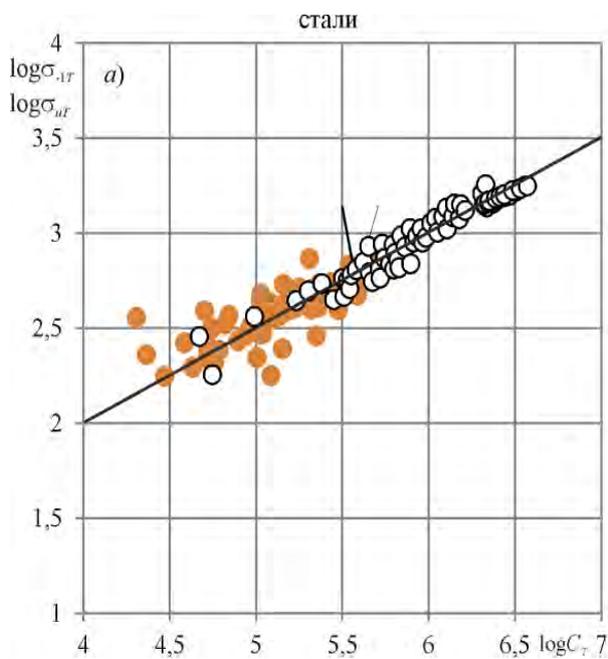


Рис. 8. Совмещенные зависимости  $\sigma_{1T}(C_T)$  (затемненные точки) и  $\sigma_{uT}(C_T)$  (светлые точки) для различных сплавов (б)

Таким образом, сравнительный анализ результатов механико-математического моделирования с экспериментальными результатами показал, что разработанная теория удовлетворительно работает и в условиях статического нагружения, и в условиях усталостного разрушения, и в условиях поверхностного контактного повреждения для материалов разной природы в широких интервалах возможного изменения температуры ( $T_{\Sigma} \leq T_s$ ) и напряжений ( $\sigma \leq \sigma_b$ ).

Выше кратко проанализированы результаты обширных испытаний металлов и их сплавов, выполненные многими авторами. И установлено, что термодинамическая зависимость предельных напряжений может быть представлена в координатах  $\lg \sigma_{\text{lim}} - \lg C_T$  [см. формулы (42), (46), (50)], где функция

$$C_T = C_T(T, u_0, a_n, a_T, \Lambda_{MT}) \quad (54)$$

удовлетворительно работает и в условиях статического растяжения ( $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_b$ ), и в условиях усталостного разрушения ( $\sigma_{\text{lim}} = \sigma_{-1}$ ) для многих и разных металлических материалов (стали; алюминиевые, титановые и др. сплавы и т.д.). При этом взаимосвязь  $\log \sigma_{\text{lim}} - \log C_T$  оказывается справедливой практически в полных интервалах возможного изменения температуры ( $T_{\Sigma} \leq T_s$ ) и напряжений ( $\sigma \leq \sigma_b$ ) с коэффициентом корреляции  $r = 0,7$  в отдельных случаях, обычно же  $r > 0,9$ . Таким образом, разработанная модель представляется фундаментальной (рис. 9).

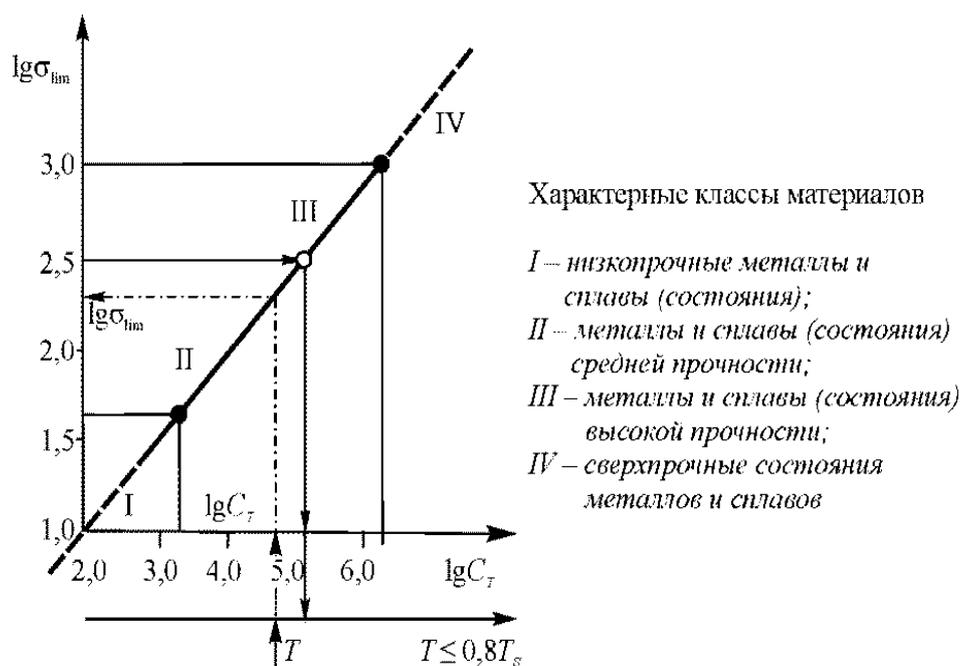


Рис. 9. Обобщенная МТД-функция предельных состояний металлов и сплавов ( $\sigma_{\text{lim}} \leq \sigma_b$ ;  $T_{\Sigma} \leq 0,8T_s$ )

С теоретической точки зрения можно высказать следующие соображения в пользу разработанной модели. Она имеет четыре параметра, причем один из них ( $u_0$ ) есть фундаментальная константа вещества, а два других ( $a_T$ ,  $a_n$ ) определяются из граничных условий как соотношения  $u_0$  и физических констант  $\sigma_d$  и  $T_d$  данного материала:

$$a_n = u_0 / \sigma_d^2, \quad a_T = u_0 / T_d. \quad (55)$$

Методики определения  $\sigma_d$  и  $T_d$  описаны в литературе [44]. Здесь же напомним, что предел деструкции  $\sigma_d$  материала определяют при растяжении в условиях, когда  $T_\Sigma \rightarrow 0$ , а температуру деструкции  $T_d$  при нагреве тела – в условиях, когда  $\sigma = 0$ . Таким образом, в общем случае учитывается *двойственная природа процессов накопления повреждений и разрушения*, обусловленных 1) механической напряженностью и 2) тепловой активацией этой напряженности во времени [5]. Наконец, функция  $\Lambda_{MVT} \approx 1$ , как кратко описано выше и изложено в литературе [5, 8, 11, 44, 46], учитывает взаимодействие повреждений в связи с изменением соотношений  $\sigma \geq \sigma_{lim}$ ; в известных исследованиях неоднократно и убедительно доказано, что именно это соотношение определяет характер и механизмы повреждений при упругом, неупругом, упруго-пластическом и пластическом деформировании. При этом роль тепловых флуктуаций ( $T_\Sigma < T_d$ ) детально исследована, например, в работе [1].

В заключение проанализируем взаимосвязь между величинами повреждений ( $\omega_\Sigma$ ), напряжений  $\sigma(\tau)$  и энтропией  $S_i$ , обусловленной внутренними процессами поврежденной системы. Из (42) и (43) имеем две фундаментальные зависимости.

$$U_\Sigma^{eff} \sim \omega_\Sigma, \quad (56)$$

$$S_i \sim \omega_\Sigma. \quad (57)$$

Последнюю взаимосвязь можно записать через соответствующие напряжения

$$S_i \sim \left| \begin{array}{c} \sigma^2 \\ \tau_w^2, p_0^2, p_a^2 \end{array} \right|. \quad (58)$$

И когда указанные напряжения достигают предельных значений ( $\sigma_{lim} = \sigma_{-1}$ ,  $\tau_w = \tau_f$ ,  $p_0 = p_f$  и т.д.), имеем обобщенную взаимосвязь

$$S_k \sim \sigma_{lim}^2. \quad (59)$$

Укажем теперь на естественную взаимосвязь энтропии и напряжений на примере самого простого случая усталостных испытаний цилиндрических образцов диаметром  $d = 10$  мм в условиях консольного изгиба с вращением (рис. 10, а – см. кривые усталости).

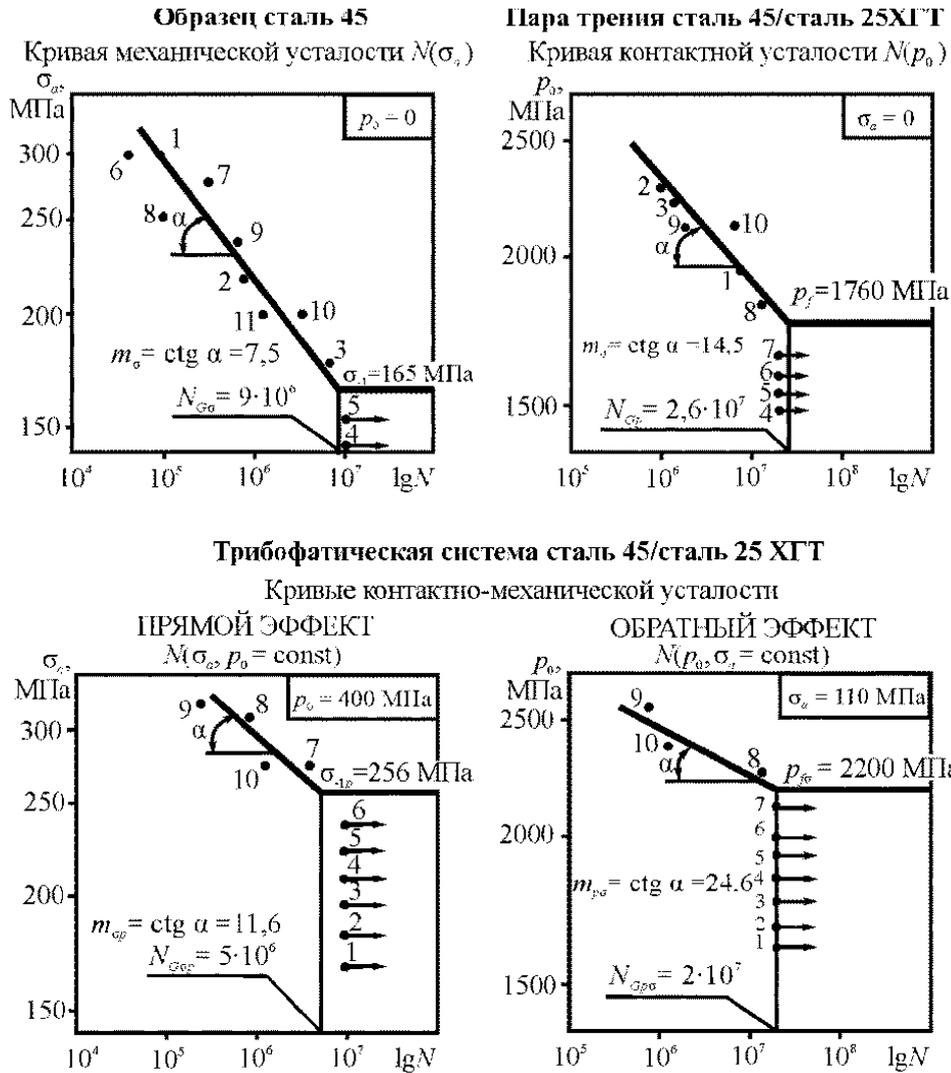


Рис. 10. Результаты испытаний валов (а), пар трения ролик/вал (б) и трибофатических систем (вал/ролик) (с, d) (цифрами 1, 2, ..., 10 указана последовательность испытаний объектов)

В этом случае имеем

$$\omega_\sigma = \frac{U_\sigma}{U_0} = \frac{a_\sigma \sigma^2}{U_0}. \quad (60)$$

Далее, согласно (60), получаем

$$S_{TF} = \frac{a_\sigma \sigma^2}{U_0} \cdot \frac{\gamma_1^{(w)}}{T_\sigma} \cdot V_{0,5\gamma}. \quad (61)$$

где  $V_{0,5\gamma}$  – среднее значение (при вероятности  $P = 0,5$ ) опасного объема при действии  $\sigma$

$$V_{0,5\gamma} = \frac{1}{3} V_0 \left( 1 - \frac{\sigma_{-1\min}}{\sigma} \right)^2 \left( 2 + \frac{\sigma_{-1\min}}{\sigma} \right). \quad (62)$$

Из (62) нетрудно вычислить и критическое значение  $S_{-1}$ , если принять  $\sigma = \sigma_{-1}$ . Оно указано на рис. 10, а и в табл. 6. В этой же таблице и на том же рисунке проиллюстрированы и другие случаи связи советующих критических значений энтропии с критическими напряжениями в различных условиях испытаний.

Из изложенного следуют два основных заключения.

1. Любые процессы деформирования твердых тел, завершаемые предельным состоянием, обнаруживают критическую внутреннюю энтропию  $S_k$ , соответствующую, например, усталостной поломке, критической плотности ямок выкрашивания, предельному износу и т.д.

2. Взаимосвязь между величинами  $S_i$  и  $\sigma(\tau)$  пропорциональная (рост одной ведет к повышению другой), но нелинейная, так что в двойных логарифмических координатах  $\lg S_i - \lg \sigma(\tau)$  она представляется прямой линией с определенным угловым коэффициентом  $\beta = \text{const}$ .

Более подробный анализ установленных закономерностей, естественно, выходит за рамки данной работы и требует серьезных аналитических и экспериментальных исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Журков, С.Н. Кинетические концепции прочности твердых тел / С.Н. Журков // Изв. АН СССР. — Неорганические материалы. — 1967. Т.3. - №10. - С. 1767-1771.
2. Мейз Дж. Теория и задачи механики сплошных сред. М., 1974.
3. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного (Введение). Москва, 2003.
4. Седов Л. И. Механика сплошной среды. М., 1973.
5. Сосновский Л. А. Механика износоусталостного повреждения. Гомель, 2007.
6. Сосновский, Л. А. L-Риск (механотермодинамика необратимых повреждений) / Л. А. Сосновский. — Гомель : БелГУТ, 2004. — 317 с.
7. Сосновский, Л. А. Механика износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский. — Гомель : БелГУТ, 2007. — 434 с.
8. Сосновский, Л. А. Принципы механотермодинамики : [моногр.] / Л. А. Сосновский, С. С. Щербаков. — Гомель : БелГУТ, 2013. — 150 с.
9. Сосновский, Л. А. Статистическая механика усталостного разрушения / Л. А. Сосновский. — Минск : Наука и техника, 1987. — 288 с.
10. Физический энциклопедический словарь. М., 1983.
11. Щербаков, С. С. Механика трибофатических систем / С. С. Щербаков, Л. А. Сосновский. — Минск : БГУ, 2011. — 407 с.
12. Amiri, M.; Khonsari, M.M. On the Thermodynamics of Friction and Wear—A Review. *Entropy* 2010, 12, 1021–1049.
13. Amiri, M.; Khonsari, M.M.; Brahmeshwarkar, S. On the Relationship Between Wear and Thermal Response in Sliding Systems. *Tribol. Lett.* 2010, 38, 147–154.
14. Amiri, M.; Khonsari, M.M.; Brakhmeshwarkar, S. An Application of Dimensional Analysis to Entropy-Wear Relationship. *J. Tribol.* 2012, 134, 011604.
15. Basaran, C.; Gunel, E.M. Damage Mechanics Unified Constitutive Modeling for Polymers. In *Handbook of Damage Mechanics*; Springer: New York, NY, USA, 2014.
16. Basaran, C.; Nie, S. An Irreversible Thermodynamic Theory for Damage Mechanics of Solids. *Int. J. Damage Mech.* 2004, 13, 205–224.
17. Basaran, C.; Nie, S.; Gomez, J.; Gunel, E.; Li, S.; Lin, M.; Tang, H.; Yan, C.; Yao, W.; Ye, H. Thermodynamic Theory for Damage Evolution in Solids. In *Handbook of Damage Mechanics*; Springer: New York, NY, USA, 2014.
18. Basaran, C.; Tang, H.; Nie, S. Experimental Damage Mechanics of Microelectronics Solder Joints under Fatigue Loading. *Mech. Mater.* 2004, 36, 1111–1121.
19. Basaran, C.; Yan, C.Y. A Thermodynamic Framework for Damage Mechanics of Solder Joints. *J. Electron. Packag.* 1998, 120, 379–384.
20. Beheshti, A.; Khonsari, M.M. On the Prediction of Fatigue Crack Initiation in Rolling/Sliding Contacts with Provision for Loading Sequence Effect. *Tribol. Int.* 2011, 44, 1620–1628.

21. Bhattacharya, B.; Ellingwood, B. *Continuum Damage Mechanics Analysis of Fatigue Crack Initiation*. *Int. J. Fatigue* 1998, 20, 631–639.
22. Bryant M.D.; Khonsari, M.M. *Application of degradation-entropy generation theorem to dry sliding friction and wear*. In *Proceedings of the STLE/ASME International Joint Tribology Conference, 20-22.10.2008, Miami, FL, USA, 20–22 October 2008*.
23. Bryant M.D.; Khonsari, M.M.; Ling, F.F. *On the thermodynamics of degradation*. *Proc. R. Soc. Lond. A* 2008, 464, 2001–2014.
24. Bryant, M.D. *Entropy and Dissipative Processes of friction and Wear*. *FME Trans.* 2009, 37, 55–60.
25. Bryant, M.D. *Entropy and Dissipative Processes of friction and Wear*. *FME Trans.* 2009, 37, 55–60.
26. Bryant, M.D. *Unification of Friction and Wear*. In *Recent Developments in Wear Prevention, Friction and Lubrication*; Nikas, G., Ed.; Old City Publishing: Philadelphia, PA, USA, 2010; pp. 159–196.
27. Bryant, M.D. *Unification of Friction and Wear*. In *Recent Developments in Wear Prevention, Friction and Lubrication*; Nikas, G., Ed.; Old City Publishing: Philadelphia, PA, USA, 2010; pp. 159–196.
28. Chandaroy, R.; Basaran, C. *Damage Mechanics of Surface Mount Technology Solder Joints under Concurrent Thermal and Dynamic Loadings*. *J. Electron. Packag.* 1999, 121, 61–68.
29. Doelling, K.L.; Ling, F.F.; Bryant, M.D.; Heilman, B.P. *An experimental study of the correlation between wear and entropy flow in machinery components*. *J. Appl. Phys.* 2000, 88, 2999–3003.
30. Godet, M. *Third-bodies in tribology*. *Wear* 1990, 136, 29–45.
31. Gomez, J.; Basaran, C. *A Thermodynamics Based Damage Mechanics Constitutive Model for Low Cycle Fatigue Analysis of Microelectronics Solder Joints Incorporating Size Effect*. *Int. J. Solids Struct.* 2005, 42, 3744–3772.
32. Gomez, J.; Lin, M.; Basaran, C. *Damage Mechanics Modeling of Concurrent Thermal and Vibration Loading On Electronics Packaging*. *Multidiscip. Model. Mater. Struct.* 2006, 2, 309–326.
33. Kim, D.; Dargush, G.; Basaran, C. *A cyclic two-surface thermoplastic damage model with application to metallic plate dampers*. *Eng. Struct.* 2013, 52, 608–620.
34. Kondepudi, D.; Prigogine, I. *Modern Thermodynamics: From Heat Engines to Dissipative Structures*; John Wiley & Sons: Chichester, UK, 1998.
35. Kozyrev, Y.P.; Sedakova, E.B. *Application of a thermodynamic model for analysis of wear resistance of materials*. *J. Machinery Manuf. Reliab.* 2008, 37, 60–62.
36. Ling FF, Bryant MD, Doelling KL. *On Irreversible Thermodynamics for Wear Prediction*. *Wear* 2002, 253, 1165–1172.
37. Morrow, J. *Cyclic Plastic Strain Energy and Fatigue of Metals*. *ASTM Int.* 1965, doi:10.1520/STP43764S.
38. Naderi, M, Khonsari, M.M. *An Experimental Approach to Low-Cycle Fatigue Damage Based on Thermodynamic Entropy*. *Int. J. Solids Struct.* 2010; 4, 875–880.
39. Naderi, M.; Khonsari, M.M. *A Comprehensive Fatigue Failure Criterion Based on Thermodynamic Approach*. *J. Compos. Mater.* 2012, 46, 437–447.
40. Naderi, M.; Khonsari, M.M. *A Thermodynamic Approach to Fatigue Damage Accumulation under Variable Loading*. *J. Mater. Sci. Eng. A* 2010, 527, 6133–6139.
41. Richard, D.; Iordanoff, I.; Berthier, Y.; Renouf, M.; Fillot, N. *Friction coefficient as a macroscopic view of local dissipation*. *J. Tribol.* 2007, 129, 829–835.
42. Shcherbakov, S.S. *Modeling of the Damaged State by the Finite-Element Method on Simultaneous Action of Contact and Noncontact Loads*. *J. Eng. Phys. Thermophys.* 2012, 85, 472–477.

43. Shcherbakov, S.S. *State of Volumetric Damage of Tribo-Fatigue System. Strength Mater.* 2013, 45, 171–178.
44. Sosnovskiy, L.A. *Tribo-Fatigue: Wear-Fatigue Damage and Its Prediction (Foundations of Engineering Mechanics); Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2005; p. 424.*
45. Sosnovskiy, L.A.; Sherbakov, S.S. *Mechanothermodynamical System and Its Behavior. Contin. Mech. Thermodyn.* 2012, 24, 239–256.
46. Sosnovskiy, L.A.; Sherbakov, S.S. *Mechanothermodynamics; Springer, Cham, Switzerland, 2016. p. 155.*
47. Sosnovskiy, L.A.; Sherbakov, S.S. *Surprises of Tribo-Fatigue; Magic Book: Minsk, Belarus, 2009; p. 200.*
48. Sosnovskiy, L.A.; Sherbakov, S.S. *Vibro-Impact in Rolling Contact. J. Sound Vib.* 2007, 308, 489–503.
49. Tang, H.; Basaran, C. *A Damage Mechanics Based Fatigue Life Prediction Model. J. Electron. Packag.* 2003, 125, 120–125.
50. Zhuravkov, M.A.; Sherbakov, S.S.; Krupoderov, A.V. *Modeling of volumetric damage of multielement clamp-knife-base tribo-fatigue system. J. Appl. Math. Mech.* 2017, 97, 60–69.