

УДК 523.6

## НЬЮТОНОВСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА ПРИ УЧЁТЕ СВЕТОВОГО ДАВЛЕНИЯ

Высоцкая Е.А., Барейко А.Д.

Научный руководитель – Рябушко А.П., д.ф.-м.н., профессор

Задача: получить решение и исследовать движение небесного тела в системе Ньютона с учётом светового давления.

1. В пустоте без учёта светового давления ньютоновские уравнения движения (УД) пробного тела массой  $m$  в гравитационном поле имеют следующий вид в векторной форме:

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{\gamma M m}{r^2} \vec{r} = 0 \quad (1)$$

Где  $\vec{r}$  – радиус-вектор пробного тела;  $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  – его расстояние до начала координат  $O$  прямоугольной декартовой системы координат  $Oxyz$ , совпадающее с центром массы тел тяжёлого тела;  $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-8} \text{ c}^2 \text{ см}^3 \text{ сек}^{-2}$  – ньютоновская постоянная тяготения;  $t$  – ньютоновское абсолютное время.

При учёте светового давления  $\vec{P}$  звезды на пробное тело приводит к появлению в (1) справа добавочного члена

$$\vec{P} = \frac{A_0}{r^2} \vec{r} \quad (2)$$

где  $A_0 > 0$ .

Запишем УД пробного тела с учётом светового давления:

$$\frac{d^2 \vec{r}_s}{dt^2} + \frac{\gamma m_s}{r_s^2} \vec{r}_s = 0 \quad (3)$$

Где  $m_s = M - m_0$  – редуцированная масса звезды. Здесь стоит пояснить, почему мы ослабляем массу звезды. Чем меньше масса звезды, тем слабее сила притяжения. А световое давление стремится оттолкнуть тело от звезды. Таким образом световое давление «ослабляет» силу притяжения. Для этого мы и уменьшили массу звезды, ослабив силу притяжения, чтобы учесть световое давление.

2. Интегрирование уравнений движения.

Траектория движения пробного тела лежит в плоскости, в качестве которой без ограничения общности можно взять координатную плоскость

$xOy$ , т.е.  $z=0$ . Введя на ней полярную систему координат по формулам  $x=r\cos\Phi$ ,  $y=r\sin\Phi$ , получим два первых интеграла УД. Из них получим дифференциальное уравнение орбиты:

$$\frac{1}{2}\dot{\vartheta}^2 - \frac{\gamma M}{r} = h = -\frac{\gamma M}{2p}(1 - e^2) - \text{интеграл энергии}$$

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = C = \sqrt{\gamma M p} - \text{интеграл площадей}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{1 + e \cos\varphi}{p} - \text{уравнение орбиты (4)}$$

Для уравнения (3) имеем три случая:

1)  $M > m_0$

$$\frac{1}{2}\dot{\vartheta}_1^2 - \frac{\gamma m_1}{r_1} = h_1 = -\frac{\gamma m_1}{2p_1}(1 - e_1^2)$$

$$r_1^2 \frac{d\varphi}{dt} = C_1 = \sqrt{\gamma m_1 p_1}$$

$$\frac{1}{r_1} = \frac{1 + e_1 \cos\varphi}{p_1}$$

В силу принятых условий орбита конкретизируется, определённым образом привязывается к орбите (4), которую будем называть опорной, а параметры  $p_1, e_1$  выражаются через известные величины  $p, e, M, m_0$

$$\frac{p_1}{p} = \frac{M}{m_1} = \frac{1 + e_1}{1 + e}$$

Будем считать, что опорная орбита – эллипс или окружность, т.е.  $0 \leq e < 1$ . Тогда данная орбита будет эллипсом также. Этот возмущённый эллипс будет больших размеров по сравнению с опорным эллипсом. Происходит “раздувание” опорного эллипса.

2)  $m_2 < 0$ , тогда

$$\frac{1}{2}\dot{\vartheta}_2^2 - \frac{\gamma m_2}{r_2} = h_2 = -\frac{\gamma m_2}{2p_2}(1 - e_2^2)$$

$$r_2^2 \frac{d\varphi}{dt} = C_2 = \sqrt{-\gamma m_2 p_2}$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{-1 + e_2 \cos\varphi}{p_2}$$

$$\text{Получаем, что } p_2 = -\frac{M}{m_2} p, e_2 = 1 - \frac{M}{m_2} (1 + e) \quad (5)$$

В данном случае имеем центральное поле отталкивания, так как  $m_2 < 0$ . Согласно (5)  $e_2 > 1$ , траекторией пробного тела может быть только гипербола, точнее правая ветвь гиперболы.

3)  $m_3 = 0$ . Данный случай будет тривиален.

При оговоренных нач. усл. решение УД (3) при  $m_3 = 0$  ( $M = m_0$ ) даёт прямую, проходящую через периастр и перпендикулярную большой оси опорной орбиты; по этой прямой движется опорное тело.

УДК 621.311

### **ДВИЖЕНИЕ НЕБЕСНЫХ ТЕЛ В ФОТОГРАВИТАЦИОННОМ ПОЛЕ ЗВЕЗДЫ ПРИ УЧЁТЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ**

Ярош И. С., Статкевич Д. Г.

Научный руководитель – Рябушко А. П., д-р физ.-мат. наук, профессор

Цель: исследовать движение небесных тел в фотогравитационном поле звезды при учёте гравитационного поля однородной среды.

Как известно, система ДУ Ньютоновской небесной механики в векторной форме с учётом светового давления имеет вид:

$$m \cdot \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \frac{\gamma \cdot m \cdot M^*}{r^3} \cdot \vec{r} = 0$$

где  $\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k} = (x, y, z)$  – радиус-вектор тела массой  $m$ ,  $M^*$  – релятивистская масса Солнца,  $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $\gamma$  – ньютоновская постоянная,  $x = x(t)$ ,  $y = y(t)$ ,  $z = z(t)$ ,  $t$  – время в секундах.

После решения данной системы получаем уравнение траектории движения небесного тела, имеющую форму эллипса:

$$u^* = \frac{1}{r} = \frac{1}{p^*} \cdot (1 + e^* \cdot \cos \varphi)$$

Однако тело движется не в пустоте, а в газопылевом облаке, которое образуется из-за многочисленных столкновений комет и астероидов. Хотя плотность его достаточно мала, она влияет на движение небесных тел. При учёте этого система ДУ принимает вид: