УДК 621.3.01

Особенности программной реализации алгоритма спектрального анализа

Кочеров А.Л., Кочерова В.А., Боровок О.А.
Минск, Белорусский национальный технический университет

Для анализа линейных стационарных систем широко используется спектральный метод. Пусть задача анализа формулируется так: на вход динамической системы с комплексной передаточной функцией $K(j\omega)$ поступает одиночный сигнал $x(t)$ длительности τ; необходимо найти реакцию системы $y(t)$. Тогда решение этой задачи определяется интегралом Фурье

$$y(t)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}\left|X(j\omega)K(j\omega)\right|\cos\left(\omega t+\arg\left(K(j\omega)\right)+\arg\left(X(j\omega)\right)\right)d\omega,$$

где $X(j\omega)$ – комплексная спектральная плотность сигнала $x(t)$.

Аналитическое вычисление интеграла Фурье если и возможно, то лишь для простейших случаев. Поэтому на практике почти всегда используют численные методы, реализованные, например, в программной среде MathCad, которая получила широкое распространение именно за простоту «трансляции» математических выражений.

Для поставленной задачи в качестве верхнего предела интеграла используем значение $\Omega=100\pi\tau^{-1}$, при этом непосредственное вычисление интеграла даже для одного момента времени t занимает существенное время (около минуты), построение графика в силу этого затруднено. Если же разбить интервал частот $[0;\Omega]$ на N равновеликих интервалов длины s с центрами ω_n, то интеграл Фурье можно заменить рядом

$$y(t)\approx\frac{s}{\pi}\sum_{n=1}^{N}\left|X_nK_n\right|\cos\left(\omega_n t+\arg\left(K_n\right)+\arg\left(X_n\right)\right),$$

где $X_n=X(j\omega_n)$, $K_n=K(j\omega_n)$. В этом случае значения X_n вычисляются *один раз* и построение графика $y(t)$ не вызывает затруднений.

Дополнительно было установлено, что для исследуемых сигналов уже при $N=30000$ погрешность замены интеграла рядом составляет около 1,5%, с ростом N погрешность уменьшается медленно, так при $N=100000$ погрешность (0,55–0,65)%.