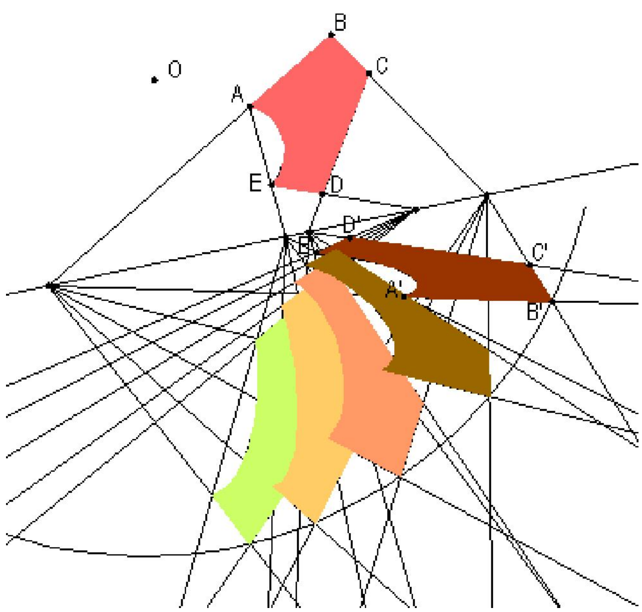
Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Инженерная графика строительного профиля»

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Индивидуальные задания и методические указания по их выполнению для студентов-заочников строительных специальностей



Рекомендовано учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Республики Беларусь
по образованию в области строительства и архитектуры
в качестве учебно-методического пособия
для студентов строительных специальностей

Минск 2007

УДК 514.18 (076.2) (0.75.8)
ББК 22.151.3я7
Р 47

Рецензенты:

Т.М. Пецольд - профессор кафедры « Железобетонные и каменные конструкции» Белорусского национального технического университета, д.т.н., профессор;

И.М.Шуберт – доцент кафедры «Инженерная графика строительного профиля» Белорусского национального технического университета, к.т.н., с.н.с.

Кравченко М.В., Корытко Л.С., Садовский Ю.И., Телеш Е.А., Кравченко О.Е.

Решение типовых задач начертательной геометрии**.** Индивидуальные задания и методические указания по их выполнению для студентов-заочников строительных специальностей: методическое пособие по разделу дисциплины «Начертательная геометрия. Инженерная и машинная графика» для студентов-заочников строительных специальностей / Кравченко М.В., Корытко Л.С., Садовский Ю.И., Телеш Е.А., Кравченко О.Е.- Минск: БНТУ, 2007. - с.

ISBN

Настоящее методическое пособие предназначено для студентов строительных специальностей заочной формы обучения и представляет собой комплект индивидуальных заданий с методическими указаниями по их выполнению по разделу «Начертательная геометрия».

В нем рассмотрены общие вопросы оформления чертежей в соответствии с последними редакциями соответствующих стандартов системы ЕСКД, решение типовых задач, входящих в типовую программу и вызывающих трудности у студентов заочной формы обучения.

Приведены варианты индивидуальных заданий с примерами их выполнения по основным разделам курса начертательной геометрии – построение проекций основных элементов геометрического пространства, линий на поверхностях, линий пересечения фигур, а также задач, связанных с преобразованием чертежа, числовыми отметками, аксонометрией, перспективой и построением теней.

Даны задачи для самостоятельного решения.

Введение

Изучение начертательной геометрии и черчения необходимо для приобретения знаний и навыков, позволяющих составлять и читать технические чертежи, проектную документацию, а также для развития инженерного пространственного воображения. Общим для начертательной геометрии и черчения является метод построения изображений, называемый методом проецирования.

В начертательной геометрии изучают теоретические основы этого метода, в черчении – его практическое использование. Знания по построению изображений, решению проекционных задач, приобретенные в начертательной геометрии, правила составления и оформления чертежей, изученные в черчении, находят широкое применение при разработке проектов и осуществления их в натуре.

Основная форма работы студента-заочника – самостоятельное изучение материала по учебнику, учебным пособиям: знакомство с положениями ГОСТов и других официальных документов; основная форма отчетности по пройденному материалу – конспекты, выполненные домашние и аудиторные графические контрольные работы, зачеты и экзамены.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ

Для выполнения контрольной работы по начертательной геометрии необходимо изучить следующие темы.

Тема 1. Введение. Предмет начертательной геометрии. Метод проекций. Центральные и параллельные проекции.

ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРОЕКЦИИ

Тема 2. Точка, прямая, плоскость. Система плоскостей проекций. Проекции точки, расположенной в разных частях пространства. Проекции прямой. Деление отрезка в данном отношении. Следы прямой. Определение длины отрезка прямой и углов его наклона к плоскостям проекций. Взаимное положение прямых. Задание плоскости на чертеже. Прямые линии и точки плоскости. Теорема о проекциях прямого плоского угла.

Тема 3. Проекционные и метрические задачи. Прямая: параллельная плоскости, пересекающая плоскость и перпендикулярная к ней. Плоскости: параллельные и пересекающиеся (построение линии пересечения).

Тема 4. Способы преобразования проекций. Преобразование проекций способом замены плоскостей проекций, вращением вокруг линий уровня и проецирующих прямых линий. Основные задачи преобразования проекций.

Тема 5. Многогранники. Чертежи многогранников. Пересечение многогранников плоскостью и прямой. Взаимное пересечение многогранников.

Тема 6. Поверхности. Образование и задание поверхностей. Классификация поверхностей. Поверхности вращения (с прямой, криволинейной образующей), линейчатые поверхности с плоскостью параллелизма, линейчатые винтовые поверхности (геликоиды, торсовые). Понятие об определителе и очерке поверхности. Линия и точка на поверхности.

Тема 7. Пересечение поверхности плоскостью и прямой. Пересечение поверхностей плоскостью частного положения. Конические и цилиндрические сечения. Общий прием построения плоских сечений. Построение точек пересечения прямой линии с поверхностью.

Тема 8. Взаимное пересечение поверхностей. Принцип определения точек, общих для двух поверхностей. Характерные (опорные) точки пересечения. Способы секущих плоскостей и секущих сфер. Пересечения цилиндрических и конических поверхностей общего вида. Видимость элементов пересеченных поверхностей.

Тема 9. Развертки многогранных и кривых поверхностей. Общие принципы построения разверток поверхностей. Развертывание конических и цилиндрических поверхностей общего вида. Построение точек и линий на развертке по их проекциям.

АКСОНОМЕТРИЯ

Тема 10. Основные положения и теоремы. Основная теорема аксонометрии. Обратимость аксонометрического изображения; вторичные проекции. Виды аксонометрии и коэффициенты искажения. Треугольник следов плоскости аксонометрических проекций. Построения изображений в системе стандартных аксонометрий. Решение основных задач в аксонометрии.

ПРОЕКЦИИ С ЧИСЛОВЫМИ ОТМЕТКАМИ

Тема 11. Точка. Прямая. Плоскость. Задание точки и прямой на чертеже. Градуирование прямой. Уклон и интервал прямой. Масштаб уклона плоскости. Угол падения и угол простирания плоскости. Пересечение плоскостей. Пересечение прямой с плоскостью.

Тема 12. Поверхности. Гранные и кривые поверхности. Поверхности равного уклона. Топографическая поверхность. Пересечение поверхности плоскостью и прямой. Взаимное пересечение поверхностей. Построение границ земляных работ при проектировании инженерных сооружений.

ТЕНИ

Тема 13. Тени в ортогональных и аксонометрических проекциях. Общие сведения. Тени собственные и падающие. Тень от точки, прямой и плоской фигуры. Способы лучевых сечений и обратных лучей. Тени гранных поверхностей. Построение границы собственной тени на конической и цилиндрической поверхности и на сфере. Выбор светового луча в аксонометрии. Построение собственных и падающих теней на аксонометрическом изображении.

Тема 14. Перспектива и тени в перспективе. Сущность метода и система плоскостей линейной перспективы. Перспектива точки и прямой. Пропорциональное деление отрезков прямых, определение истинной величины прямой. Точки схода прямых. Выбор точки зрения. Приемы построения перспективы (следа, луча, координат, архитекторов, сетки). Расположение источника света относительно картинной плоскости. Основные приемы построения тени точки, прямой и плоской фигуры. Собственные и падающие тени от поверхностей в перспективе.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. Точки, расположенные в пространстве, обозначаются прописными буквами латинского алфавита **A,B,C,D,…L,N,…**

2. Линии общего положения обозначаются строчными буквами латинского алфавита **a,b,c,d,…l,n,…**

3. Линии уровня обозначаются: **h** – горизонталь; **f** – фронталь.

4. Поверхности обозначаются прописными буквами греческого алфавита **Α,Β,Γ,Δ,…Ρ,Σ,Τ,…**

5. Плоскости проекций обозначаются:

$П_1$ - горизонтальная плоскость проекций;

$П_2$ - фронтальная плоскость проекций;

$П_3$ - профильная плоскость проекций.

6. Проекции точек, линий, поверхностей обозначаются теми же буквами, что и оригинал с добавлением индекса плоскости проекций:

A_1, B_1…; a_1, b_1…; A_1, B_1… - горизонтальные проекции**;**

A_2, B_2…; a_2, b_2…; A_2, B_2… - фронтальные проекции**;**

A_3, B_3…; a_3, b_3…; A_3, B_3… - профильные проекции.

Символы, обозначающие отношения между геометрическими фигурами:

1. $\equiv$ - совпадают:

$(AB) \equiv (CD)$ – прямая, проходящая через точки A и B, совпадает с прямой, проходящей через точки C и D.

2. == – конгруэнтны:

B_1C_1 == / BC/ **-** горизонтальная проекция отрезка конгруентна его натуральной длине.

3. $||$ - параллельны:

$a \; || \; b$ – прямая a параллельна прямой b.

4. $\perp$ - перпендикулярны:

$m \perp n$ прямая m перпендикулярна прямой n.

5. $\overset{\circ}{—}$ - скрещиваются: $a \overset{\circ}{—} b$,прямые a и b скрещиваются.

ОБОЗНАЧЕНИЯ ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННЫХ И ЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЙ:

1. $\in$ - принадлежит, является элементом:

$A \in m$ - точка A лежит на прямой m; $n \in B$ – прямая n проходит через точку B.

2. $\subset$ - включает, содержит:

$a \subset \Gamma$ – прямая a принадлежит плоскости Г;

$\Delta \subset b$ – плоскость Δ проходит через прямую b.

3. $\cup$ - объединение множеств:

$ABC = [AB] \cup [BC]$ – ломаная линия ABC есть объединение отрезков [AB] и [BC].

4. $\cap$ - пересечение множеств:

$K = a \cap b$ – точка К есть результат пересечения прямых a и b.

5. $\wedge$ - конъюнкция предложений; соответствует союзу «и».

6. $\vee$ - дизъюнкция предложений; соответствует союзу «или».

7. $\Rightarrow$ - импликация – логическое следствие:

$a \parallel b \Rightarrow a_1 \parallel b_1 \wedge a_2 \parallel b_2$ - если прямые a и b параллельны, то их одноименные проекции также параллельны.

2. ТИПОВЫЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ИХ РЕШЕНИЮ

З а д а ч а 1. Определить натуральную длину отрезка АВ(A_1B_1; A_2B_2) и углы его наклона к плоскостям проекций (рис.1, рис.2).

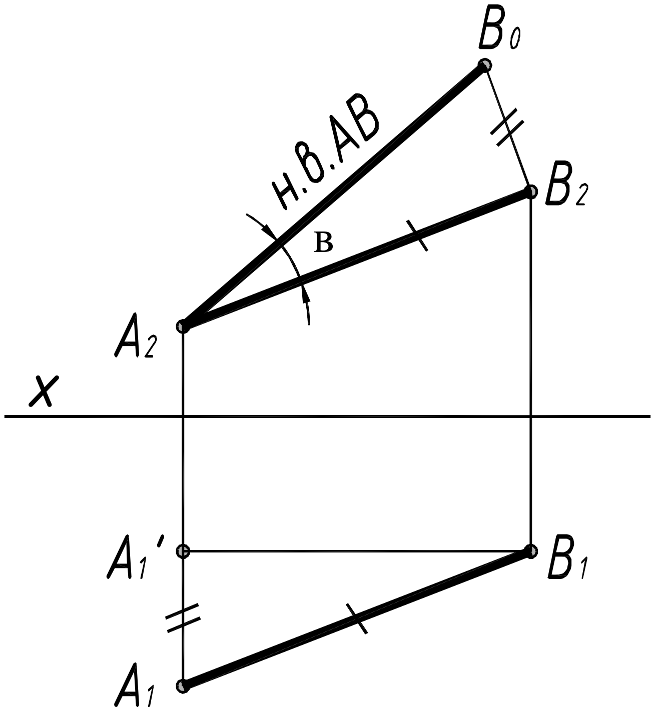


Рис. 1

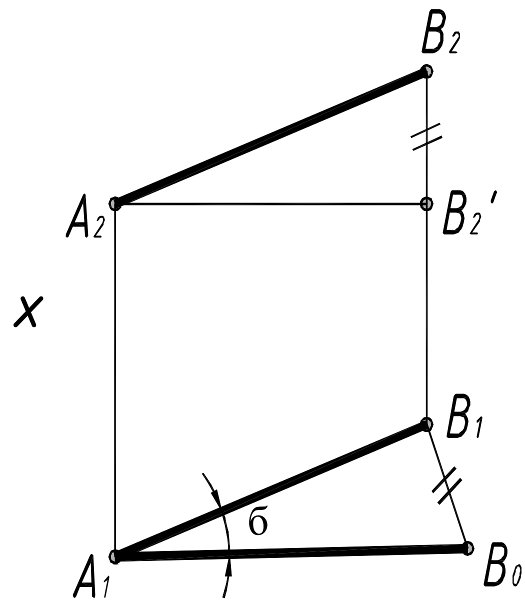


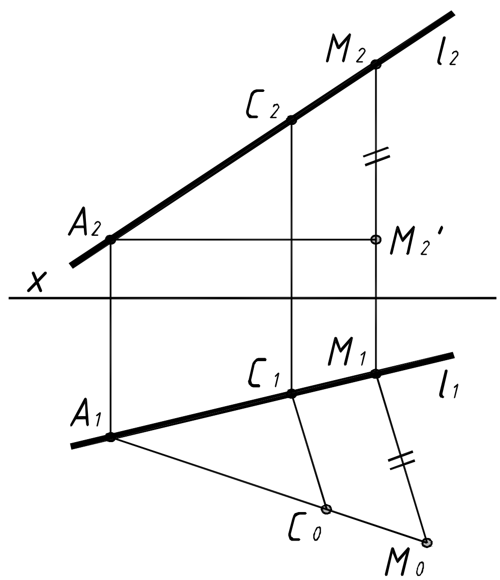
Рис. 2

Р е ш е н и е . Строим прямоугольный треугольник по двум катетам (см. рис.1). За один катет принимаем фронтальную проекцию A_2B_2 отрезка АВ, за другой катет – отрезок, равный разности расстояний концов отрезка до плоскости $П_2$. $B_0B_2 = A_1A_1^{/}$. Угол β - угол наклона АВ к плоскости проекций $П_2$.

Можно найти длину отрезка АВ, строя прямоугольный треугольник не на фронтальной проекции A_2B_2, а на горизонтальной проекции A_1B_1 (рис.2). Тогда вторым катетом будет разность расстояний концов отрезка до плоскости $П_1$. $B_1B_0 = B_2B_2^{/}$. Угол α - угол наклона отрезка АВ к плоскости проекций $П_1$.

З а д а ч а 2. На прямой $l(l_1, l_2)$ от точки $A(A_1, A_2)$ отложить отрезок длиной 30 мм (рис.3).

Р е ш е н и е . Выделяем на прямой l произвольный отрезок AM и определяем его натуральную длину. Для этого строим прямоугольный треугольник по двум катетам A_1M_1 и $M_1M_0 = M_2M_2^{/}$.



На гипотенузе A_1M_0 построенного треугольника откладываем отрезок A_1C_0 = 30 мм. Опустив из точки C_0 перпендикуляр на горизонтальную проекцию прямой, получаем горизонтальную проекцию A_1C_1 , а по ней и фронтальную A_2C_2 проекции искомого отрезка.

Рис. 3

З а д а ч а 3. Через прямую l (l_1, l_2) (рис.11а) провести фронтально проецирующую плоскость Δ (рис.4).

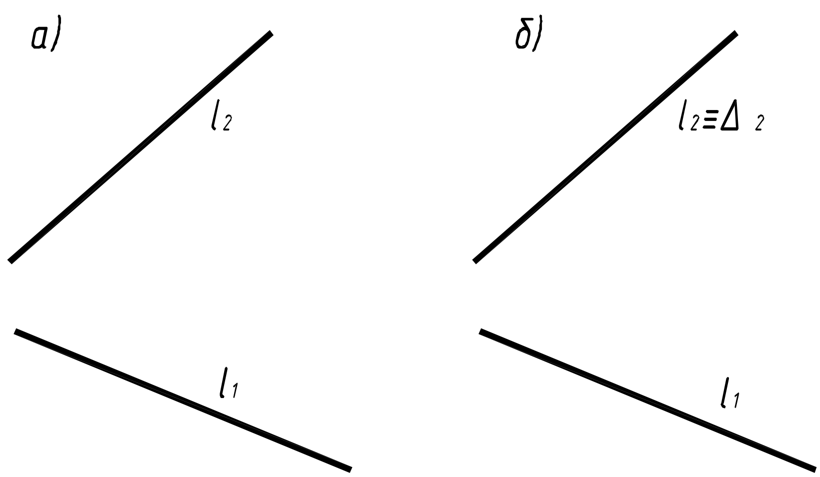


Рис. 4

Р е ш е н и е . Признаком принадлежности прямой l фронтально проецирующей плоскости является принадлежность (совпадение) фронтальной проекции l_2, прямой l с фронтальной проекцией Δ_2 плоскости Δ ,

т.е. если $l \subset \Delta \Leftrightarrow l_2 \equiv \Delta_2$ (рис.4б).

З а д а ч а 4. Построить проекции линии пересечения двух плоскостей Г(ABC) и Δ (Δ_2) (рис.5а).

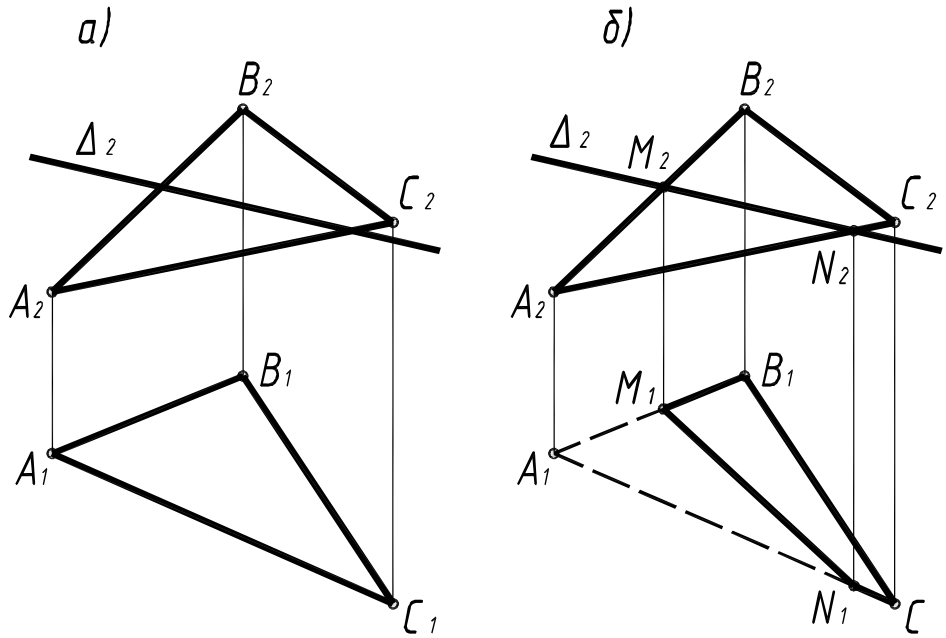


Рис. 5

Р е ш е н и е. Плоскость Δ (Δ_2) – фронтально проецирующая. Фронтальная проекция плоскости Δ обладает собирательным свойством, поэтому фронтальная проекция N_2M_2 искомой линии пересечения совпадает с Δ_2. Пользуясь условием, что искомая прямая MN принадлежит и плоскости Г (ABC), находим по фронтальной проекции её горизонтальную проекцию M_1N_1 (рис.5б).

З а д а ч а 5. Построить проекции точки пересечения прямой l (l_1, l_2) с плоскостью Г(ABC). Определить видимость прямой l (l_1, l_2) относительно плоскости Г (рис.6а).

Р е ш е н и е . Для решения задачи следует последовательно выполнить следующие три операции (рис.6б).

1-я операция. Через прямую l провести фронтально проецирующую плоскость Δ (Δ_2) (см. задачу 3).

2-я операция. Построить проекции линии пересечения обеих плоскостей – данной Г и вспомогательной Δ, т.е. MN (M_1N_1; M_2N_2) (см. задачу 4).

3-я операция. В пересечении проекций данной прямой l и построенной MN отметить проекции (K_1, K_2) искомой точки.

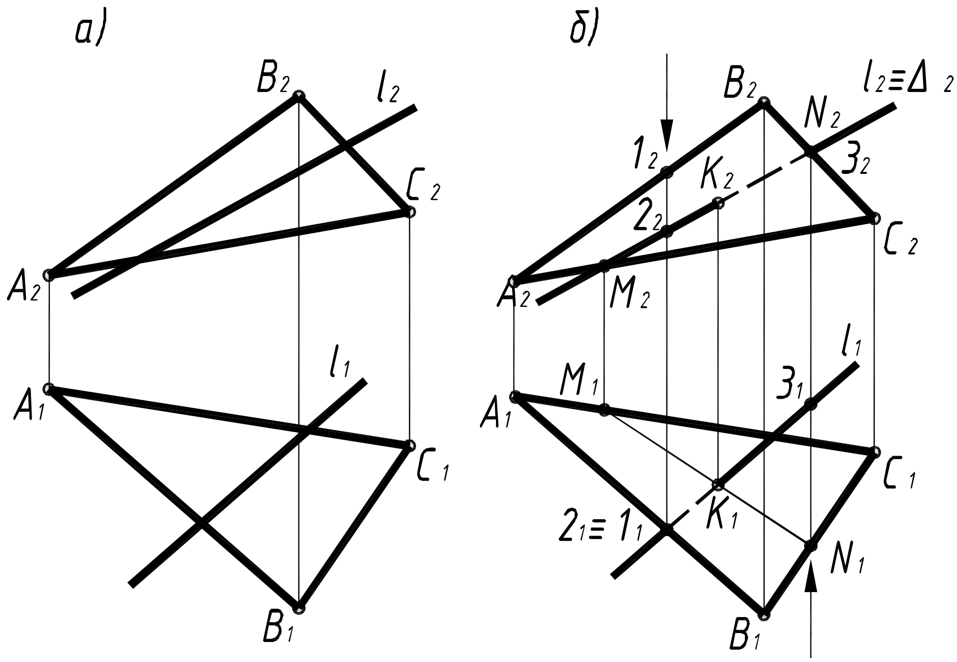


Рис. 6

Найдя точку пересечения, перейти к определению видимости прямой l.

Для определения видимости прямой l на горизонтальной проекции (вид сверху) рассматриваем две горизонтально конкурирующие точки $1 \in AB$ и $2 \in l$ ($1_1 \equiv 2_1$). По фронтальной проекции видим, что точка 1 лежит по отношению к плоскости Π_1 выше, чем точка 2. Это значит, что сверху видимой является точка 1, а точка 2 закрыта ею. Следовательно, на виде сверху отрезок прямой l, на котором лежит точка 2, является невидимым. На фронтальной проекции видимость можно определить, например, при помощи фронтально конкурирующих точек $N \in BC$ и

3 $\in$ 1 . Сравниваем расстояние их по отношению к плоскости $П_2$. Сравнение показывает, что точка 3 прямой 1 , а следовательно, отрезок 3К, спереди не виден.

З а д а ч а 6. В плоскости Г (l $\cap$ m) провести горизонталь h (h_1, h_2) и фронталь f (f_1; f_2) (рис.7а).

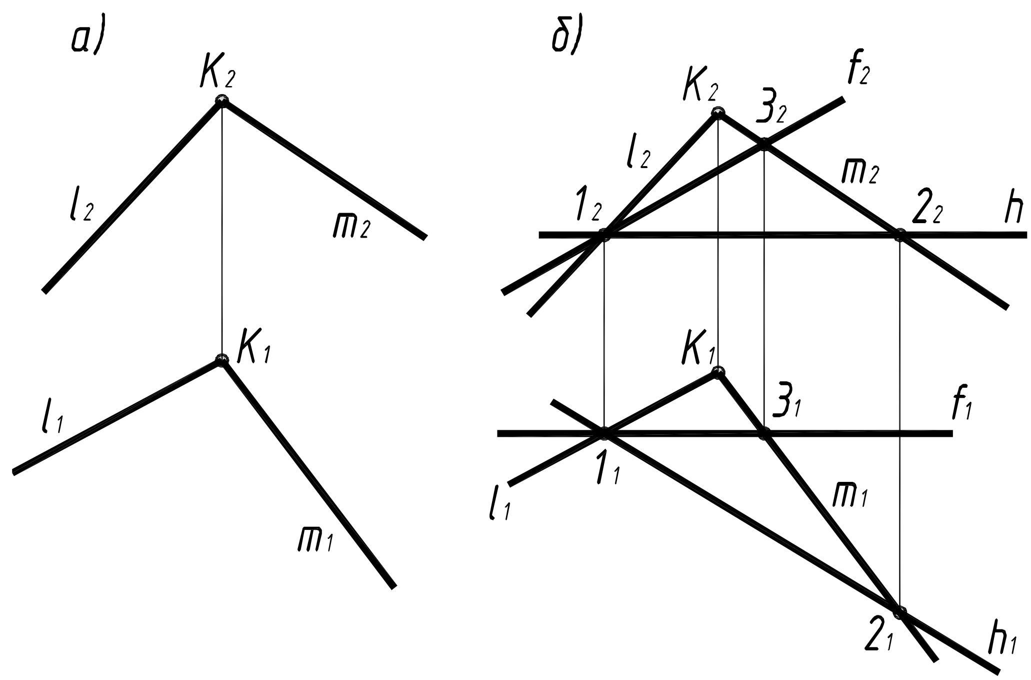


Рис. 7

Р е ш е н и е . Известно, что фронтальная проекция h_2 горизонтали h всегда параллельна оси XO. Поэтому построение горизонтали начинаем с проведения $h_2 \parallel$ XO (рис.7б). Горизонтальную проекцию находим из условия принадлежности горизонтали h плоскости Г. Фронтальная проекция горизонтали пересекает фронтальные проекции данных прямых l_2 и m_2 в точках 1_2 и 2_2 , которым соответствуют горизонтальные проекции 1_1 и 2_1. Через них и пройдет горизонтальная проекция h_1 искомой горизонтали h . На (рис.7б) в плоскости Г построена и фронталь f (f_1; f_2). Это построение выполнено аналогично построению горизонтали.

З а д а ч а 7. Даны плоскость Г (l $\|$ m) и точка D(D_1; D_2).

Опустить перпендикуляр из точки на эту плоскость (рис.8).

Известно, что если прямая перпендикулярна плоскости, необходимо, чтобы горизонтальная проекция прямой была перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали, а фронтальная проекция – фронтальной проекции фронтали плоскости.

Р е ш е н и е . Проводим горизонталь h (h_1; h_2) и фронталь f (f_1; f_2) (см. задачу 6). Затем проводим проекции перпендикуляра: горизонтальную n_1 – через D_1 перпендикулярно горизонтальной проекции горизонтали h_1 , и фронтальную n_2 – через D_2 перпендикулярно проекции фронтали f_2 .

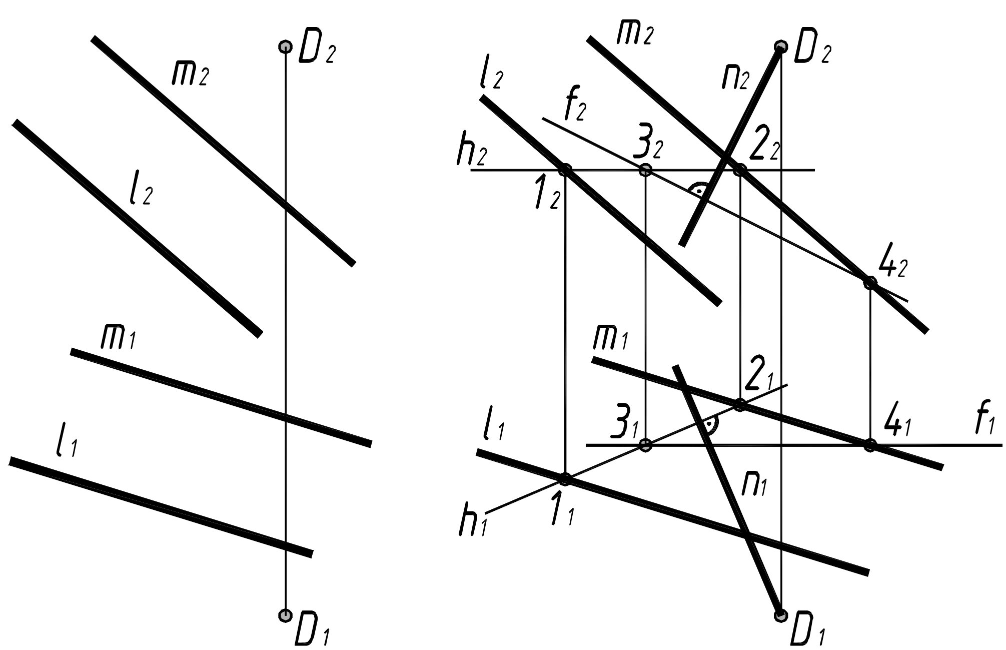


Рис. 8

З а д а ч а 8. Из произвольной точки плоскости Г (1 ⋂ m) восстановить перпендикуляр (нормаль) к плоскости (рис.9а).

Р е ш е н и е . Признаки перпендикулярности прямой и плоскости позволяют строить на чертеже проекции нормали к плоскости. На рис.16б дано построение нормали n (n_1; n_2) в точке К ($К_1$; $К_2$) к плоскости Г (1 ⋂ m). Проекции нормали перпендикулярны соответствующим проекциям линий уровня плоскости Г.

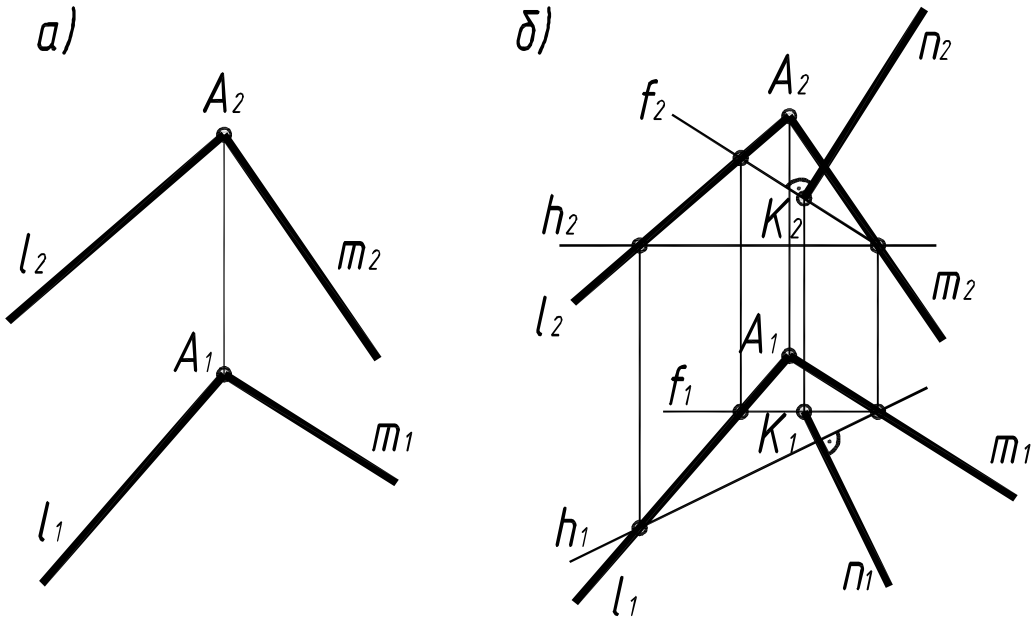


Рис. 9

З а д а ч а 9. Даны плоскость Г (l ∩ m) и точка D; требуется определить расстояние от точки D до плоскости, заданной двумя пересекающимися прямыми 1 и m (рис. 10).

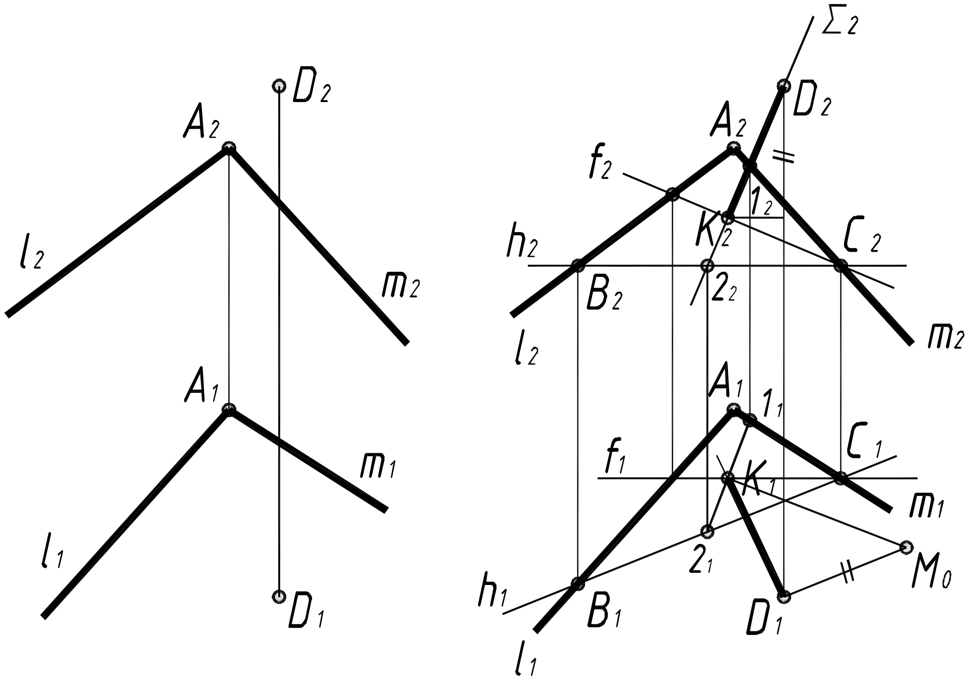


Рис. 10

Порядок решения задачи:

1. Опустить перпендикуляр из точки D на плоскость Г ($l \cap m$) (см. задачу 7).

2. Определить точку пересечения перпендикуляра с плоскостью и отделить видимый участок перпендикуляра от невидимого, считая плоскость непрозрачной (см. задачу 5).

3. Определить натуральную величину расстояния от точки D до плоскости Г (см. задачу 1).

З а д а ч а 10. Дана точка $K(K_1;K_2)$ и плоскость Г (АВС) провести через точку К плоскость, параллельную заданной плоскости Г (рис. 11).

Построение эпюра параллельных плоскостей основано на известном из стереометрии признаке: если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

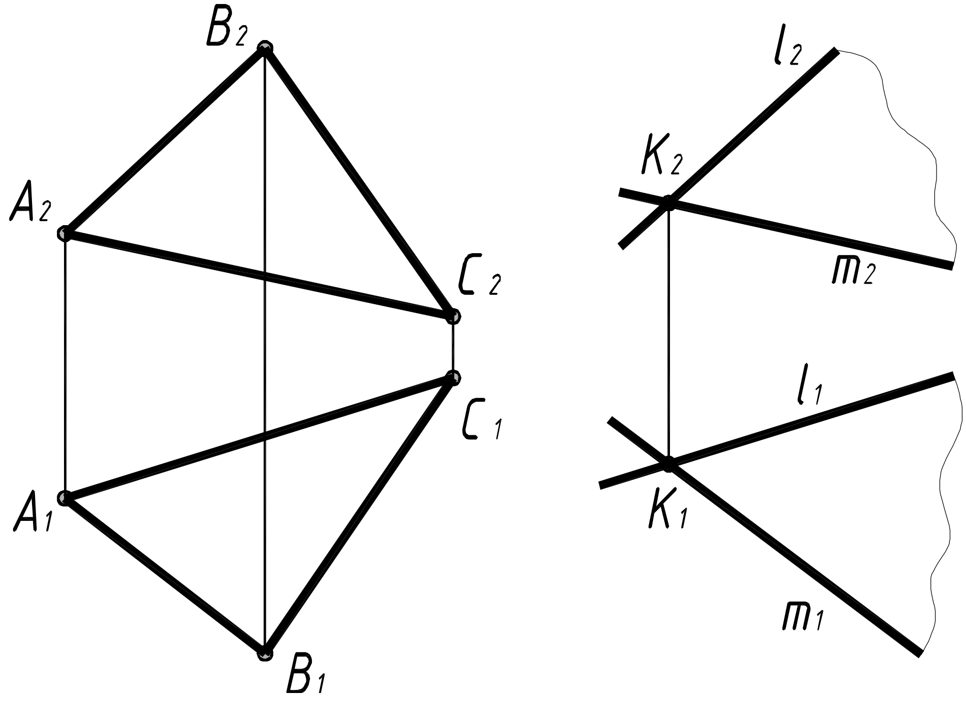


Рис. 11

Р е ш е н и е . Проводим через точку К($К_1$;$К_2$) прямые l (l_1, l_2) и m (m_1 ; m_2), параллельно сторонам AB(A_1 B_1,A_2 B_2) и AC(AC_1,AC_2). Плоскости Г и Σ параллельны, т.к. их пересекающиеся прямые удовлетворяют условию: l || AB и m || AC.

З а д а ч а 11. Построить плоскость Δ, параллельную плоскости Г (ABC) и отстоящую от неё на расстоянии 40 мм (рис. 12).

План решения задачи:

1. Из произвольной точки С (C_1;C_2) заданной плоскости восстановить перпендикуляр к ней и ограничить его точкой N(N_1;N_2) (см. задачу 8).

2. Определить натуральную величину отрезка перпендикуляра по его проекции C_1N_1 и C_2N_2 (см. задачу 1).

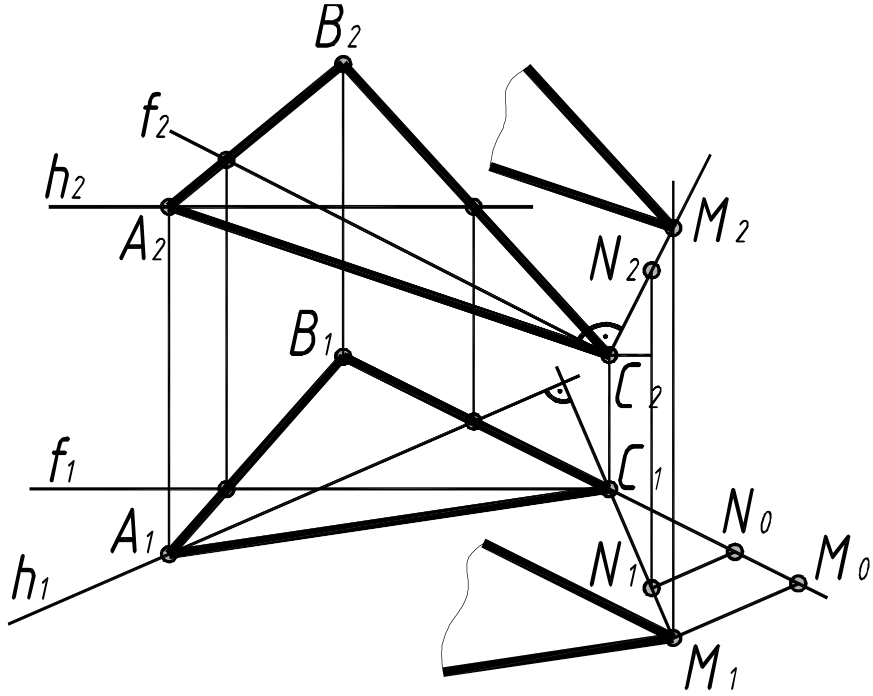


Рис. 12

3. На действительной величине отрезка перпендикуляра найти точку M_0 на заданном расстоянии, считая от плоскости, и построить проекции этой точки M(M_1;M_2) на проекциях перпендикуляра (см. задачу 2).

4. Задать искомую плоскость, соблюдая условие параллельности плоскостей (см. задачу 10).

З а д а ч а 12. Через прямую $l\,(l_1,l_2)$ провести плоскость Δ, перпендикулярную к плоскости Г ($m \cap n$) (рис.13).

Р е ш е н и е . Если плоскость содержит в себе перпендикуляр к другой плоскости, то эти плоскости взаимно перпендикулярны. Чтобы провести через прямую $l\,(l_1, l_2)$ искомую плоскость, надо из какой-либо точки прямой, например, $A(A_1;A_2)$, провести перпендикуляр к данной плоскости.

Строим проекции горизонтали $h(h_1;h_2)$ и фронтали $f(f_1;f_2)$ плоскости $\Gamma(n \cap m)$. Затем, проведя $A_1B_1 \perp h_1$ и $A_2B_2 \perp f_2$, получим проекции перпендикуляра к

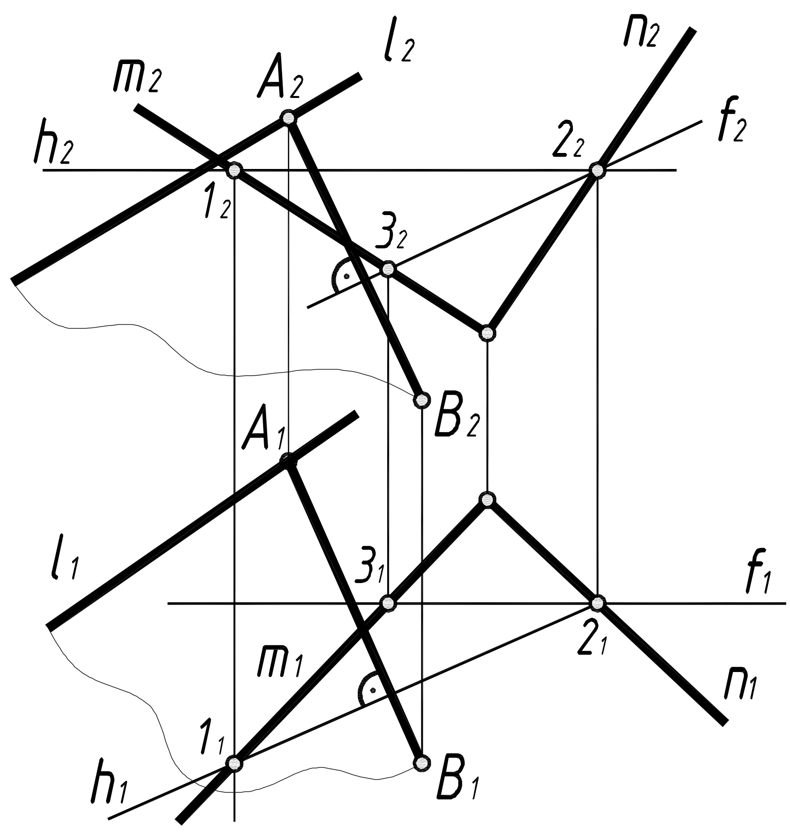


Рис. 13

плоскости Г. Этот перпендикуляр AB (A_1B_1; A_2B_2) совместно с данной прямой $l\,(l_1, l_2)$ определяют искомую плоскость $\Delta\,(l \cap AB)$.

З а д а ч а 13. Построить линию пересечения двух плоскостей Г(ABC) и Δ(DEF) и отделить видимые их части от невидимых (рис.14).

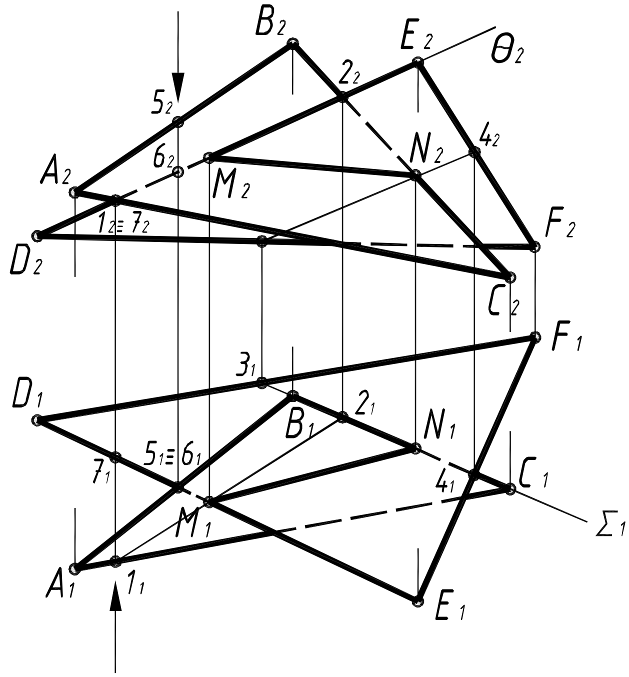


Рис. 14

Р е ш е н и е . Первая часть задачи сводится к построению линии пересечения двух плоскостей.

Известно, что линией пересечения двух плоскостей является прямая линия, для построения которой достаточно определить две точки, общие обеим плоскостям. В данном случае общие точки для обеих плоскостей найдены как точки пересечения: M – стороны DE треугольника DEF с плоскостью Г(ABC); N – стороны BC треугольника ABC с плоскостью Δ(DEF). Точка M определена с помощью вспомогательной фронтально проецирующей плоскости $\theta(\theta_2)$, точка N – посредством горизонтально проецирующей плоскости $\Sigma(\Sigma_1)$ проведенных через DE и BC соответственно.

Линия пересечения плоскостей ограничена отрезком MN прямой, заключённым между точками встречи контура одной фигуры с ограниченной плоскостью другой.

Найдя линию пересечения, переходим к отделению видимых участков пластинок от невидимых, начав с горизонтальной проекции (вид а сверху). С этой целью рассмотрим две горизонтально конкурирующие точки $5 \in AB$ и $6 \in DE$. Сравнивая расстояния фронтальных проекций этих точек по отношению к плоскости $П_1$. замечаем, что точка 6 пластинки DEF, а следовательно, и участок стороны DE, находится под плоскостью пластинки ABC. В точке M происходит переход невидимого участка прямой DE к видимому.

Аналогичными рассуждениями при помощи фронтально конкурирующих точек $1 \in AB$ и $7 \in DE$ определяем видимость на фронтальной проекции.

З а д а ч а 14. Дана точка $A(A_1;A_2)$. Найти её проекции в системе $П_1/П_4$ (рис.15а).

На рис. 15 показаны те построения, которые надо произвести на эпюре, чтобы от проекций точки $A(A_1;A_2)$ в системе $П_1/П_2$ перейти к проекциям $(A_1;A_4)$ той же точки в системе $П_1/П_4$.

1.Опускаем из A_1 перпендикуляр на новую ось проекций $П_1/П_4$. На построенном перпендикуляре откладываем (от новой оси) отрезок $A_4A_x=A_2A_x$.

Полученная таким образом точка A_4 является проекцией точки $A(A_1;A_2)$ на новую плоскость проекции $П_4$.

З а д а ч а 15. Дана точка $A(A_1;A_2)$ найти её проекции в системе $П_2/П_4$ (рис.15б).

На рис.15б показаны те построения, которые надо произвести на эпюре, чтобы от проекции $(A_1;A_2)$ точки A в системе $П_1/П_2$ перейти к проекциям $(A_2; A_4)$ той же точки в системе $П_2/П_4$.

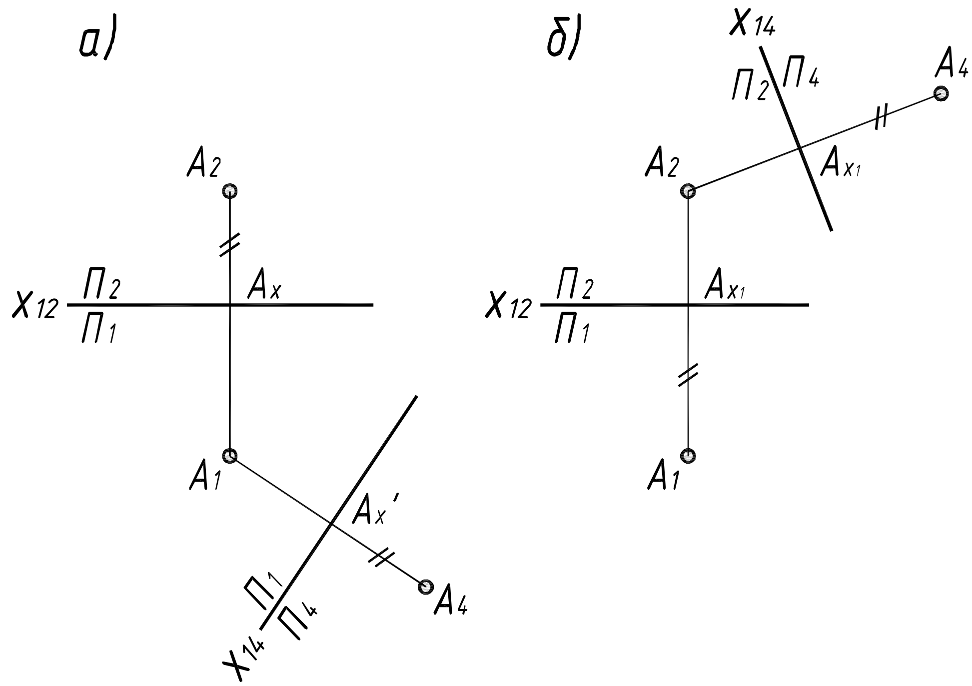


Рис. 15

Для построения на эпюре новой проекции точки при замене одной из плоскостей проекций надо опустить перпендикуляр на новую ось из той же проекции точки, которая не меняется, и отложить на нем от новой оси в соответствующую сторону расстояние от заменяемой проекции до старой оси.

З а д а ч а 16. Преобразовать горизонтально проецирующую плоскость Г(ABCD) в плоскость уровня (рис.16).

Р е ш е н и е . Плоскость Г – горизонтально проецирующая. Для преобразования ее в плоскость уровня достаточно взамен плоскости проекции $П_2$ ввести новую плоскость $П_4$, параллельную плоскости Г(ABCD). Линию пересечения плоскостей $П_1$ и $П_4$ принимаем за новую ось проекций X_1.

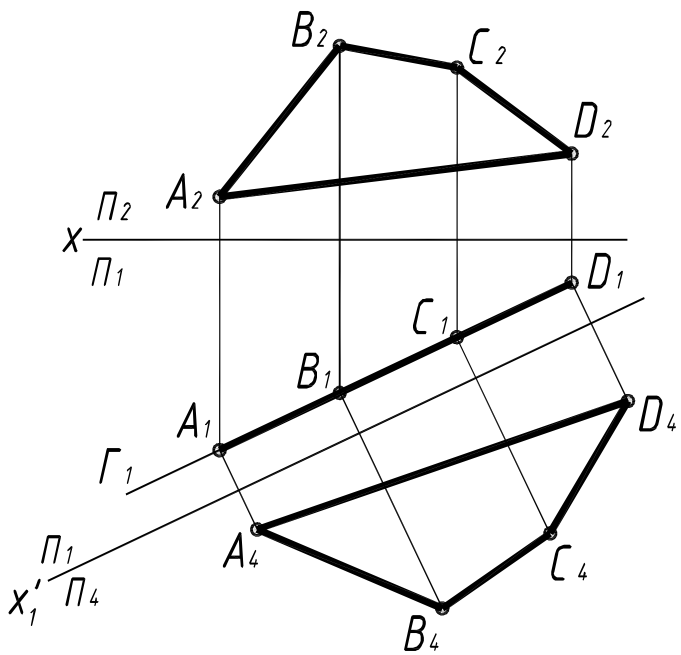


Рис. 16

Новая ось X_1 параллельна вырожденной проекции $Г_1$ плоскости Г, т.к. плоскость $П_4$ параллельна данной плоскости Г. Построив проекции точек A, B, C и D в новой системе $П_1$ $П_4$ и соединив их, получим проекцию четырехугольника $A_4B_4C_4D_4$, отображающего свои натуральные размеры.

З а д а ч а 17. По данной фронтальной проекции $К_2$ точки К построить горизонтальную проекцию $К_1$, исходя из условия, что точка К принадлежит грани SAC (рис.17).

Построение точки на поверхности выполняется как построение точки на плоскости грани.

Р е ш е н и е . На грани SAC при помощи прямой 1–2 (1_12_1 ; 1_22_2) по данной фронтальной проекции $К_2$ точки К построена горизонтальная проекция $К_1$, исходя из условия, что точка К должна лежать в грани SAC.

На рис.18 показано построение $К_1$ на грани SBC при помощи прямой, проведенной через вершину S пирамиды.

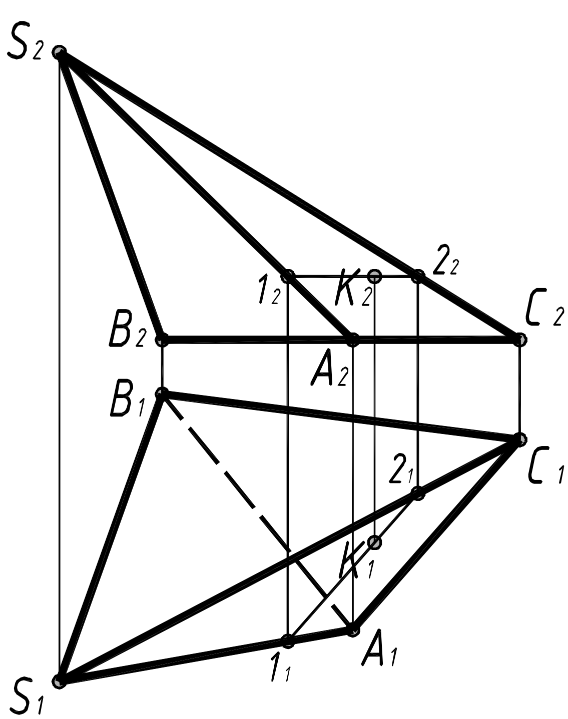


Рис. 17

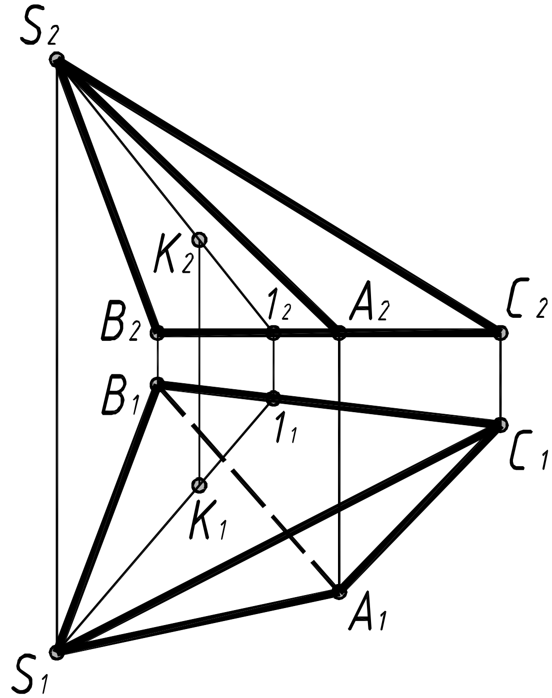


Рис. 18

З а д а ч а 18. Задать на поверхности конуса произвольную точку А (рис.19).

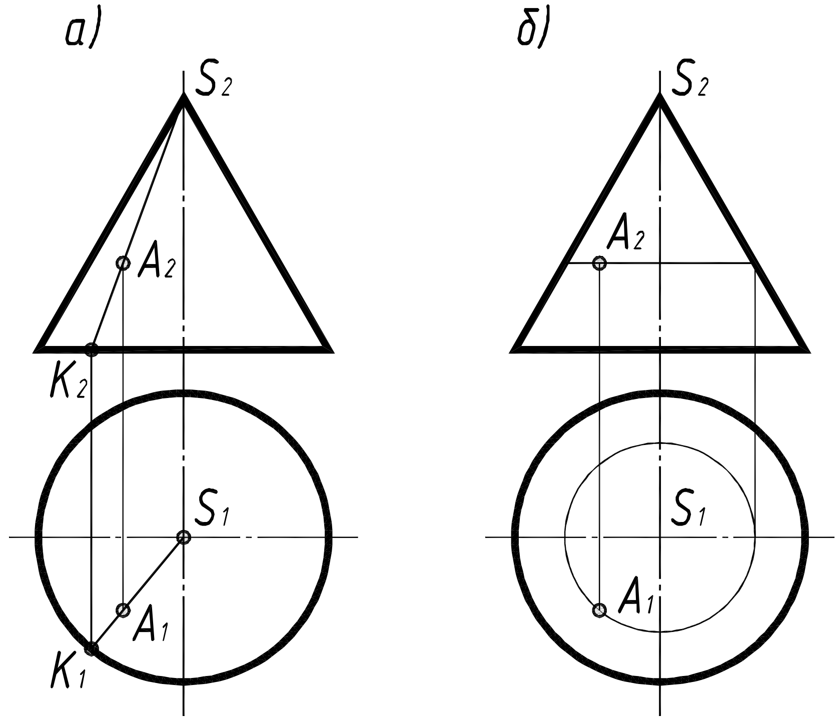


Рис. 19

Р е ш е н и е .

1-й способ (рис.19а). На основании конуса задаем произвольную точку К($К_1$, $К_2$) и проводим вспомогательную образующую через точки S и К. На этой образующей берем точку А, которая и лежит на заданной поверхности.

2-й способ (рис.19б). На поверхности конуса проводим вспомогательную параллель; ее фронтальная проекция является отрезком прямой, параллельным оси проекций ХО, а горизонтальная проекция – окружностью. На этой параллели берем точку А , которая и лежит на поверхности.

З а д а ч а 19. Построить горизонтальную проекцию линии на поверхности конуса по заданной фронтальной проекции (рис.20).

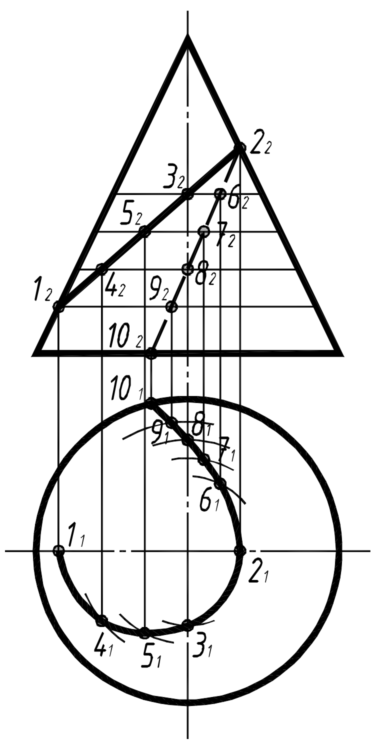


Рис. 20

Р е ш е н и е . Построение горизонтальной проекции заданной линии начинаем с того, что отмечаем точки, принадлежащие очерковым образующим. Эти точки называют характерными.

Точка 3 принадлежит передней образующей, 8 – задней, 2 – правой, 1 – левой и точка 10 – основанию конуса. Между этими точками отмечают так называемые случайные точки, помогающие установить характер линии. Точки 4, 5, 6, 7 и 9 – случайные.

Горизонтальные проекции всех отмеченных точек находим из условия принадлежности их конусу (см. задачу 16).

При соединении точек следует учитывать их видимость. В нашем примере все точки сверху видимы, поэтому и линия, соединяющая их, видима сверху.

З а д а ч а 20. Построить проекции линии пересечения пирамиды SABCD с проецирующей плоскостью $Г(Г_2)$ (рис.21).

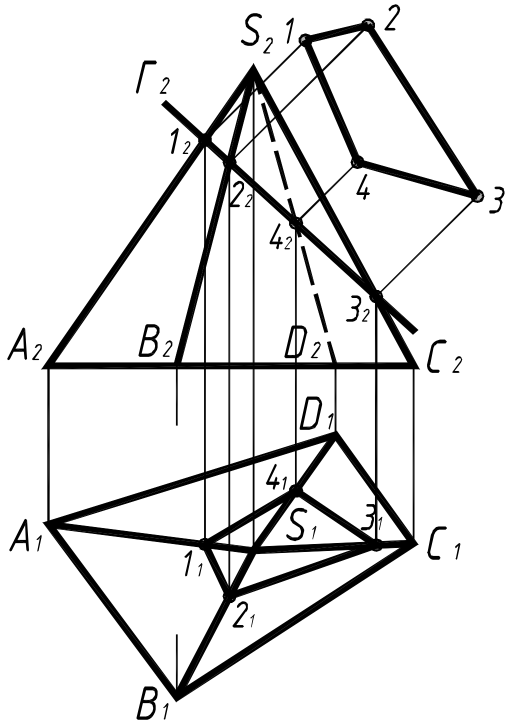


Рис. 21

Известно, что любая поверхность пересекается плоскостью по некоторой линии, точки которой принадлежат как поверхности, так и пересекающей плоскости. Общим приемом построения проекций линии пересечения поверхности плоскостью является построение отдельных точек, принадлежащих этой линии, с последующим соединением их в определенной последовательности. Линия пересечения поверхности любого многогранника плоскостью будет ломаная линия, которая состоит из отрезков прямых, являющихся линиями пересечения отдельных граней рассматриваемого многогранника с указанной плоскостью. Характерными точками этой линии будут ее вершины, расположенные на ребрах многогранника. В нашем примере пирамида пересекается фронтально проецирующей плоскостью $Г(Г_2) \perp П_2$; это значит, что фронтальная проекция искомой линии пересечения 1_2 ,2_2 ,3_2 ,4_2 непосредственно задана на чертеже и совпадает с фронтальной проекцией всей плоскости $Г_2$.

При помощи линии связи находим горизонтальные проекции $1_1 2_1 3_1$ и 4_1 сечения. Натуральная величина сечения определена способом замены плоскостей проекций (см. задачу 14). За новую горизонтальную плоскость проекций взята сама плоскость Г. Новой осью проекций является $Г_2$.

З а д а ч а 21. Построить в прямоугольной изометрии сечение пирамиды фронтально проецирующей плоскостью. Пирамида задана своими ортогональными проекциями (рис.22).

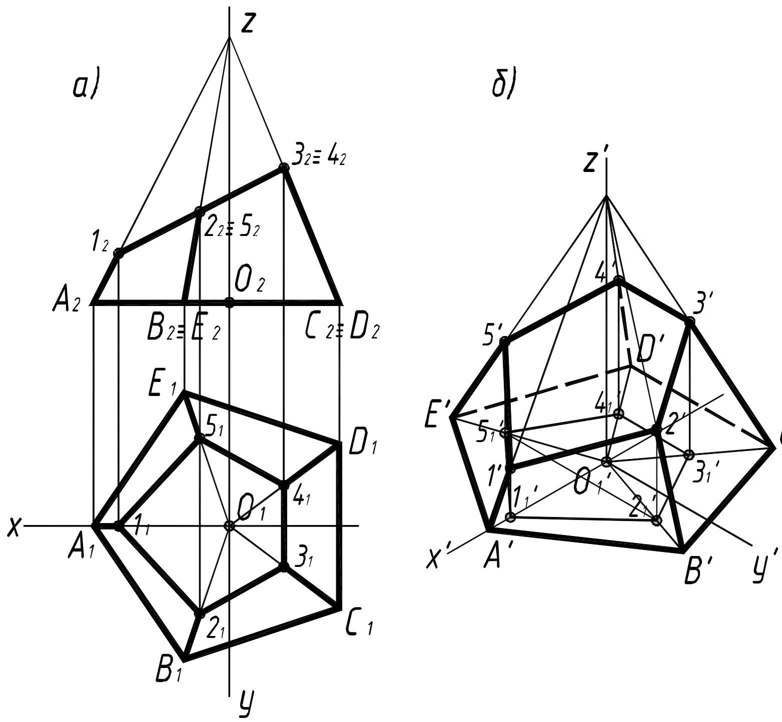


Рис. 22

Р е ш е н и е . Через точку O_1 проводим прямые x , y, z , которые принимаем за оси натуральной системы координат (рис.29а).

Вычерчиваем аксонометрические оси координат с углами в 120^0 между ними (рис.22б). По координатам, определенным непосредственным измерением ортогонального чертежа, строим аксонометрическую и вторичную горизонтальную проекции пирамиды. В нашем примере основание пирамиды ABCDE лежит на плоскости XOY, поэтому ее вторичная проекция совпадает с аксонометрической проекцией и обозначена $A^/$ $B^/$ $C^/$ $D^/$ $E^/$. Далее по координатам X и Y вершин сечения строим вторичную горизонтальную проекцию сечения $1_1^{\ /}$, $2_1^{\ /}$, $3_1^{\ /}$, $4_1^{\ /}$, $5_1^{\ /}$. Затем из точек $1_1^{\ /}$, $2_1^{\ /}$, $3_1^{\ /}$, $4_1^{\ /}$, $5_1^{\ /}$ проводим проецирующие прямые, параллельные оси $z^/$, до пересечения с соответствующими ребрами пирамиды в точках $1^/$, $2^/$, $3^/$,

$4^{/}$, $5^{/}$. Соединяя найденные точки, получим фигуру сечения пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью.

Для решения задачи на построение линии пересечения двух фигур, одна из которых занимает проецирующее положение, достаточно выделить на чертеже уже имеющуюся проекцию линии пересечения, которая совпадает с вырожденной проекцией проецирующей фигуры.

Вторую проекцию линии пересечения надо построить, исходя из условия ее принадлежности фигуре, занимающей общее положение.

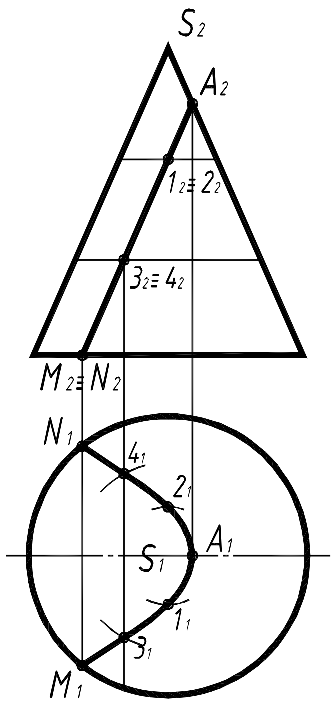


Рис. 23

Для решения этой задачи необходимо знать решение задач 18, 19, 20, а также нижеследующие задачи.

З а д а ч а 22. Построить горизонтальную проекцию плоской линии, принадлежащей поверхности конуса (рис.23).

Определяем плоскую кривую. Так как плоскость, в которой находится кривая, параллельна образующей конуса, то кривая – п а р а б о л а . Строим характерные точки A , M , N , - они находятся на известных линиях поверхности.

Случайные точки 1 , 2, 3 , 4 строим с помощью параллелей конуса (см. задачу 18).

З а д а ч а 23. Построить фронтальную проекцию плоской линии, принадлежащей поверхности конуса (рис.24).

Кривая – гипербола, т.к. расположена в плоскости, параллельной двум образующим конуса.

Строим характерные точки: А (вершина гиперболы); N , M – конечные точки гиперболы; T – точка видимости фронтальной проекции линии.

Случайные точки строим с помощью параллелей конуса.

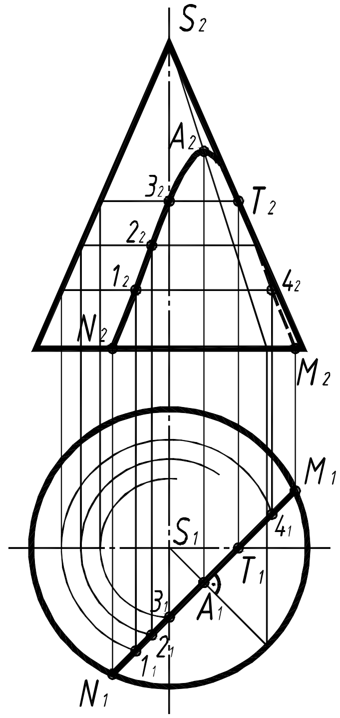


Рис. 24

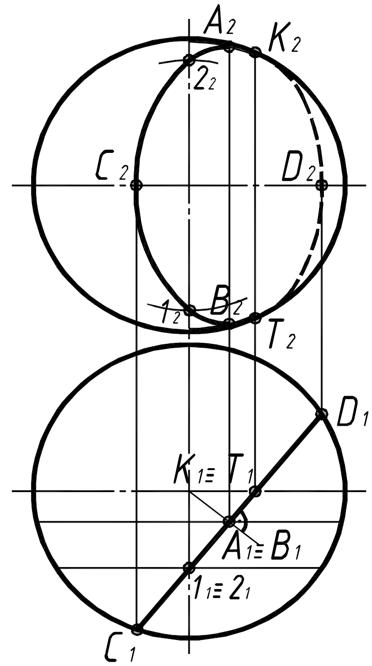


Рис. 25

З а д а ч а 24. Построить фронтальную проекцию плоской линии, принадлежащей поверхности сферы (рис.25).

Кривая – о к р у ж н о с т ь , которая проецируется на фронтальную плоскость проекций в эллипс, т.к. плоскость окружности наклонена к Π_2 . Характерные точки кривой - A , B и C , D (определяющие большую и малую оси эллипса), а также K и T - точки видимости. Случайные точки - 1 , 2. Фронтальную проекцию точек строим с помощью окружностей, параллельных фронтальной плоскости.

З а д а ч а 25. Построить горизонтальную проекцию линии, принадлежащей поверхности пирамиды (рис.26).

Характерные точки K , T , N , D , принадлежащие ребрам пирамиды, и M , R – крайняя левая и самая низкая.

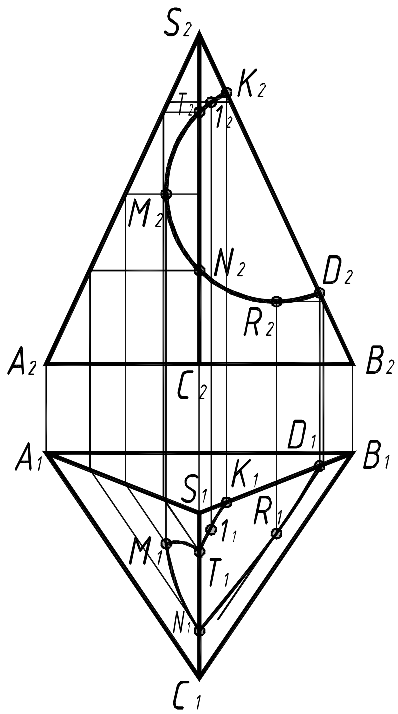


Рис. 26

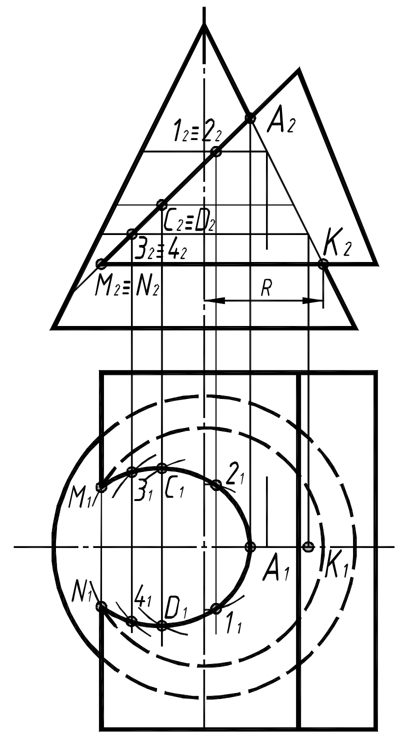


Рис. 27

Горизонтальные проекции точек определяем с помощью прямых, параллельных основанию пирамиды.

З а д а ч а 26. Построить пересечение конуса и призмы (рис.27).

Призма занимает проецирующее положение по отношению к фронтальной плоскости проекций, поэтому фронтальная проекция искомой линии пересечения совпадает с вырожденной проекцией призмы в пределах очерка конуса.

Линия пересечения будет состоять из части эллипса и части окружности радиуса R .

Характерными точками будут A , C , D и M , N для эллипса и

M , N , K для окружности;

CD – малая ось эллипса;

M , N – точки излома;

K – крайняя правая точка окружности, определяющая радиус окружности R . Случайные точки – 1 , 2, 3 , 4 . Горизонтальные проекции точек определяем с помощью параллелей конуса.

Определяем видимость кривой, учитывая, что проекция линии пересечения видима, если она принадлежит видимой части одной и второй поверхности.

З а д а ч а 27. Построить развертку пирамиды SABC (рис.28).

Гранями пирамиды являются треугольники, для построения которых достаточно определить натуральные длины их сторон – ребер пирамиды.

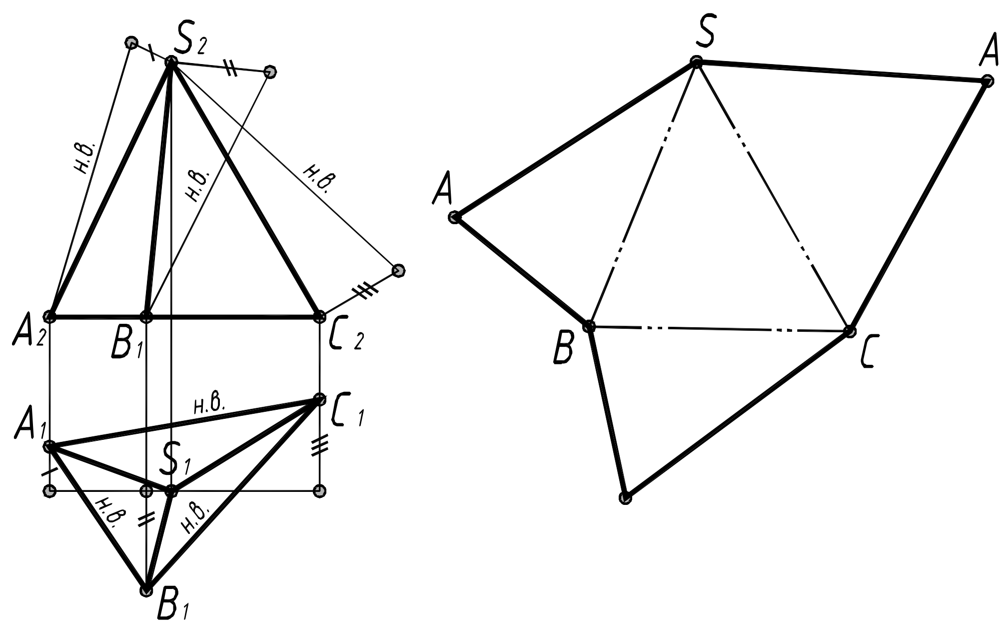


Рис. 28

Основание пирамиды параллельно плоскости $П_1$, поэтому подлежат определению только натуральные величины боковых ребер пирамиды. Строим развертку боковой поверхности пирамиды, используя натуральные величины ребер. Для этого по трем сторонам строим контур одной грани, к ней пристраиваем следующую и т.д.

З а д а ч а 28. Построить на развертке цилиндра линию, принадлежащую поверхности цилиндра (рис.29).

Строим развертку цилиндра – прямоугольник, у которого одна сторона – высота цилиндра, другая – длина окружности основания.

Выделяем образующие на поверхности цилиндра и наносим их на развертку.

Строим точки, лежащие на образующих и принадлежащие кривой.

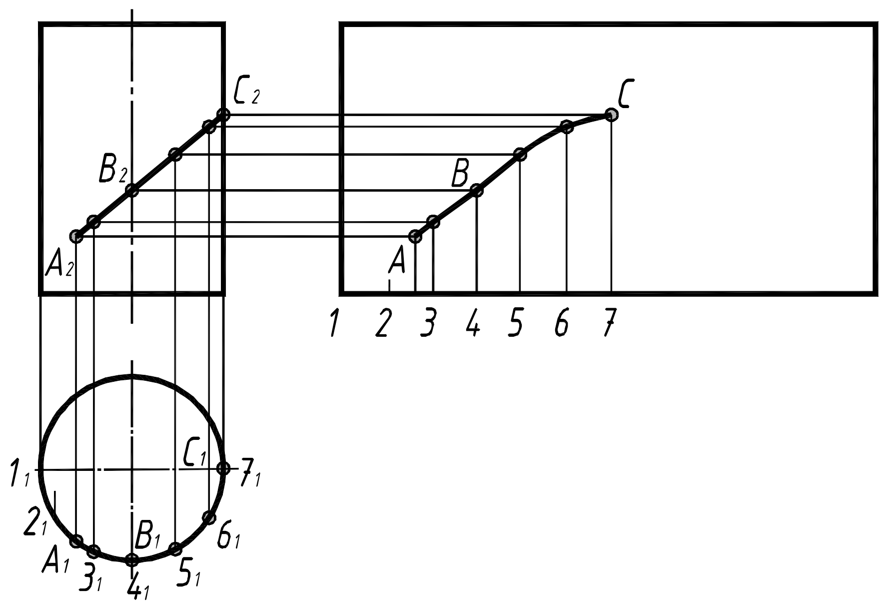


Рис. 29

З а д а ч а 29. Построить точки пересечения прямой с поверхностью (рис. 30): а) поверхность коническая; б) поверхность сферическая.

Через прямую проводим секущую плоскость так, чтобы она пересекла конус или сферу по окружности. Точки пересечения прямой и линии сечения К и Т являются точками пересечения прямой с поверхностью.

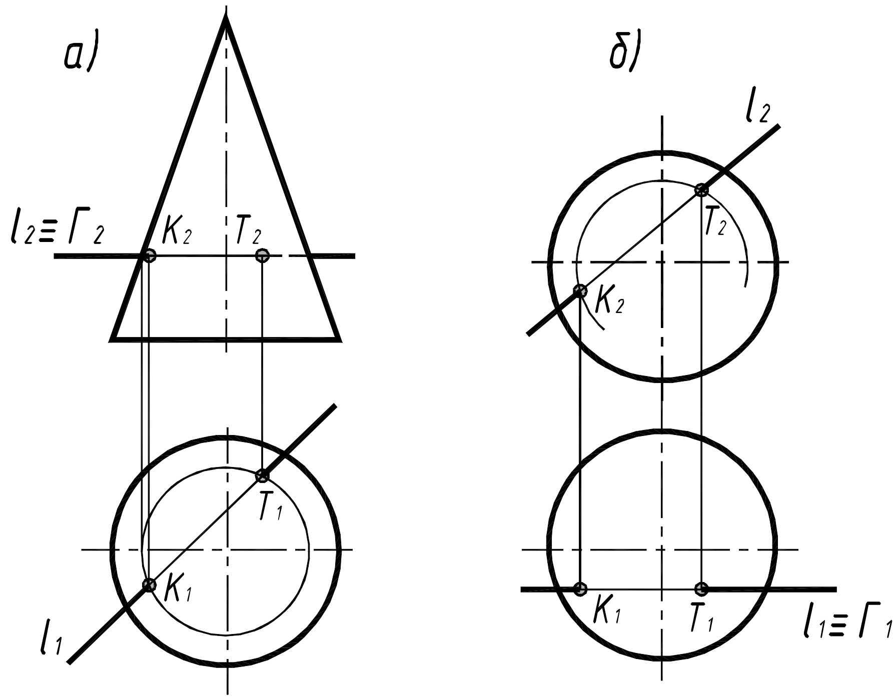


Рис. 30

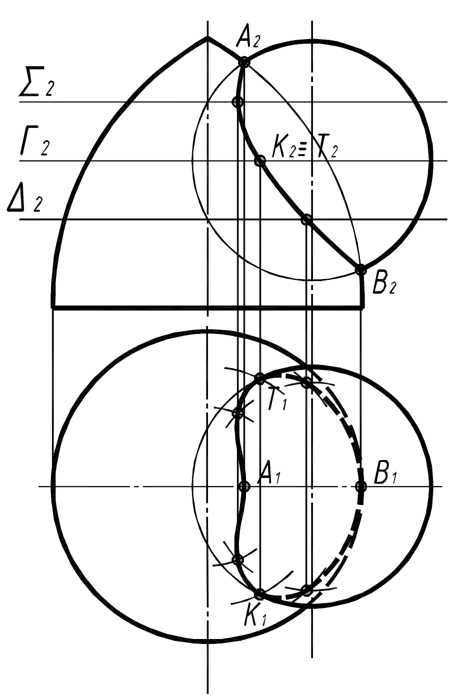


Рис. 31

З а д а ч а 30. Построить пересечение двух поверхностей (рис.31).

Для решения задачи такого типа применяется метод секущих плоскостей. Секущие плоскости – посредники выбираются так, чтобы при пересечении с каждой из поверхностей образовывались удобные для построения линии (прямые или окружности).

В данном примере в качестве посредников выбираем горизонтальные плоскости, которые рассекают тор и сферу по окружностям.

Строим характерные точки А, В, К, Т. Для определения К и Т используем плоскость – посредник Г.

Случайные точки определяем с помощью плоскостей Σ, Δ. Определяем видимость кривой пересечения, учитывая, что на горизонтальной проекции видима только верхняя половина сферы.

З а д а ч а 31. Построить пересечение соосных поверхностей вращения цилиндра и сферы, конуса и сферы (рис. 32).

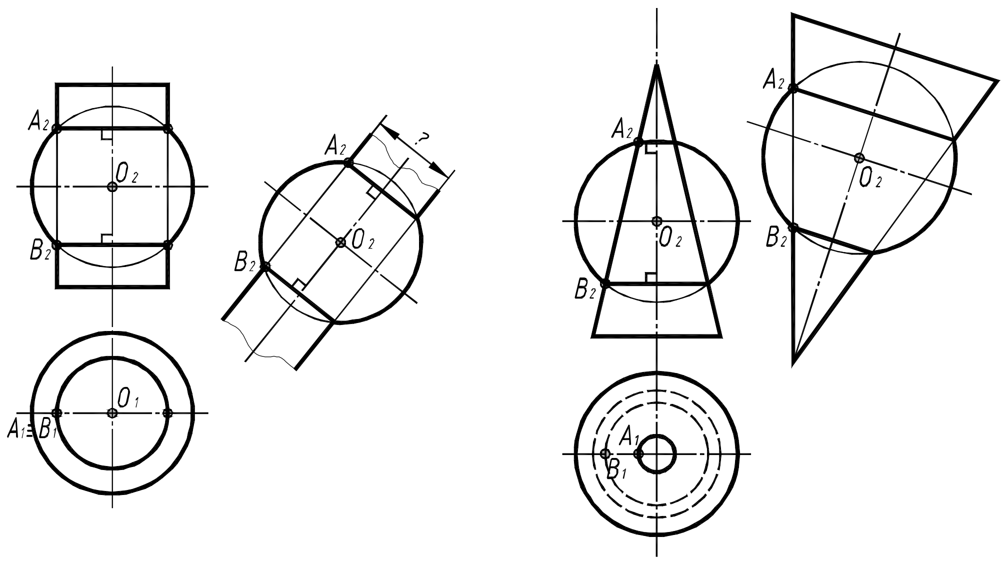


Рис. 32

Соосные поверхности пересекаются по общим параллелям (окружностям), плоскости которых, как известно, перпендикулярны осям вращения.

Определяем характерные точки A, B как точки пересечения очерков.

Строим линии пересечения поверхностей.

З а д а ч а 32. Построить пересечение двух поверхностей вращения, оси которых пересекаются в точке O (рис.33). Используем секущие сферы, центры которых находятся в точке O.

Каждая сфера-посредник соосна с обоими пересекающимися цилиндрами. Линии пересечения сферы и цилиндра пересекаются между собой и определяют точки, принадлежащие линии пересечения двух цилиндров. Для определения радиусов максимальной и минимальной секущих сфер решаем следующие задачи.

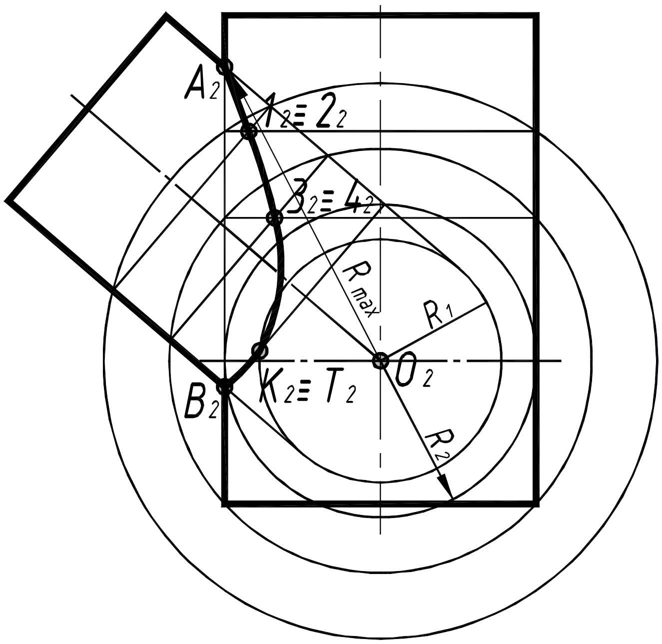


Рис. 33

R_{max} есть величина, равная расстоянию от O_2 до самой далекой характерной точки A_2. Для определения R_{min} вписываем сферы в каждую из пересекающихся поверхностей R_1 и R_2. Минимальным радиусом секущей сферы (R_{min}) будет больший из двух радиусов вписанных сфер - $R_2 = R_{min}$.

З а д а ч а 33. Через прямую AB (A_6 , B_6) (рис.34а) провести плоскость Σ , уклон которой i = 2:3.

Строим сетку углового масштаба и с его помощью определяем интервал плоскости l (рис. 34 б). Сторона каждого квадрата сетки углового масштаба соответствует 1 м.

Так как прямая AB является горизонтальной прямой, то она является одной из горизонталей искомой плоскости.

Проводим перпендикулярно горизонтали искомой плоскости направление масштаба уклонов Σ_i , на котором от заданной прямой откладываем отрезки, равные интервалу l, определенному с помощью углового масштаба. Через полученные отметки проводим ряд горизонталей плоскости Σ.

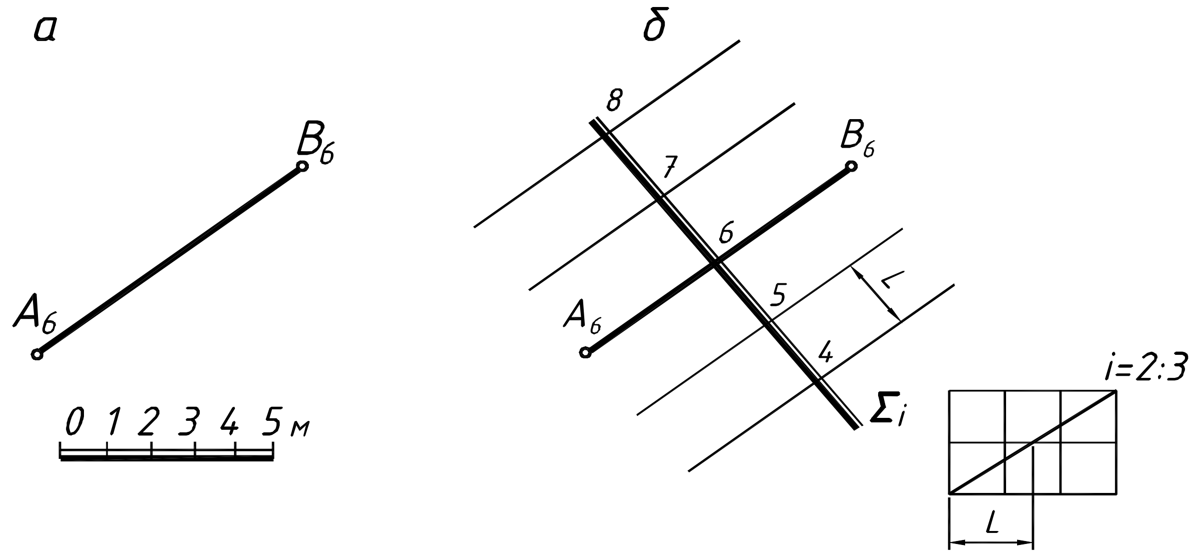


Рис. 34.

З а д а ч а 34. Через прямую AB (A_5 , B_6) провести плоскость Σ , уклон которой $\boldsymbol{i}$ = 2 : 3, масштаб 1 : 200 (рис.35).

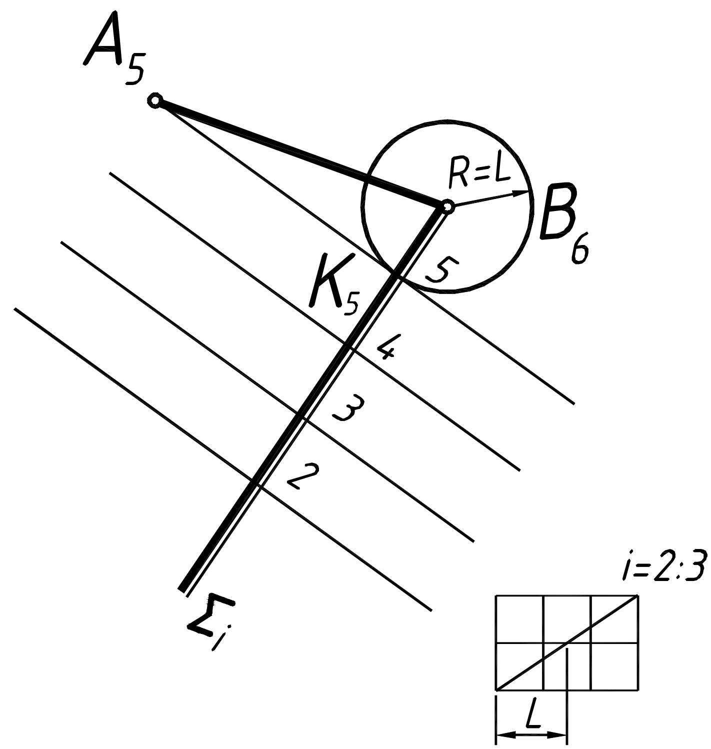


Рис. 35.

Строим сетку углового масштаба и определяем интервал плоскости (в масштабе 1:200 сторона каждого квадрата сетки – 0,5 см).

Вычерчиваем вспомогательный конус, вершина которого расположена на заданной прямой в точке, имеющей целую отметку (например B_6), а уклон образующей равен уклону искомой плоскости. Плоскость эта должна проходить через заданную прямую AB и касаться конуса.

Радиус R основания конуса равен интервалу плоскости L , высота конуса равна 1м.

Из точки B_6 чертежа радиусом R = L проводим окружность – горизонталь поверхности конуса, имеющую отметку 5. Касательная AK (A_5 , K_5) является горизонталью искомой плоскости. Направление масштаба уклона плоскости Σ_i перпендикулярно горизонтали AK.

З а д а ч а 35. Через заданную на чертеже дугу BCD окружности, лежащую в горизонтальной плоскости, провести коническую поверхность (рис.36). Уклон образующих $\boldsymbol{i}$ = 3 : 4, масштаб 1 : 200.

Из центра дуги проводим нормаль, и от места её пересечения с дугой (внутрь или наружу) откладываем отрезки, равные интервалу конической поверхности. На рис. 36 а представлен фрагмент насыпи, а на рис. 36 б – фрагмент выемки.

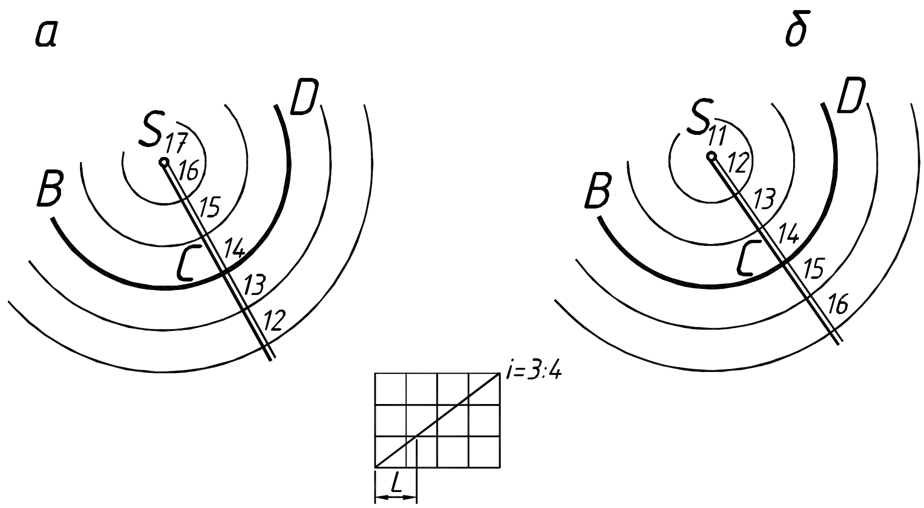


Рис. 36

З а д а ч а 36. Построить линию пересечения двух плоскостей откоса дна котлована с бровками AB и BC. Уклон откосов i = 2:3, масштаб 1 : 200 (рис.37а).

Заданные прямые AB и BC являются горизонталями плоскостей откоса. Проводим масштаб уклона Σi перпендикулярно AB с интервалом L, определённым из углового масштаба, Аналогично строим масштаб уклонов $\Gamma_{i.}$ (рис.37б).

Строим горизонтали плоскостей откосов, Через точки пересечения горизонталей с одинаковыми отметками проводим линию пересечения плоскостей откосов BD.

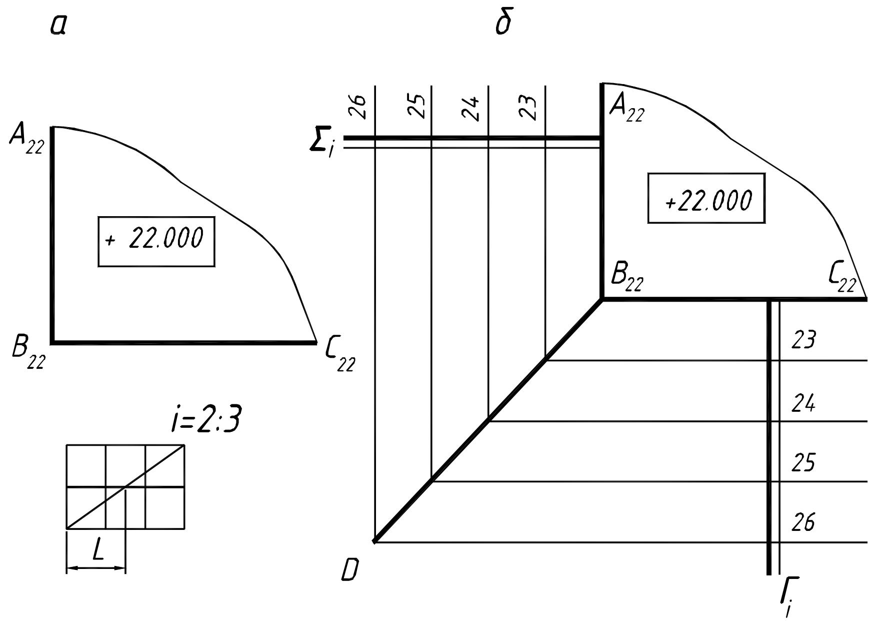


Рис. 37

З а д а ч а 37. Определить линию пересечения плоскости, заданной масштабом уклонов Σ_i с конической поверхностью, определяемой вершиной S_9 и проекцией образующей S_9T_3 (рис.38).

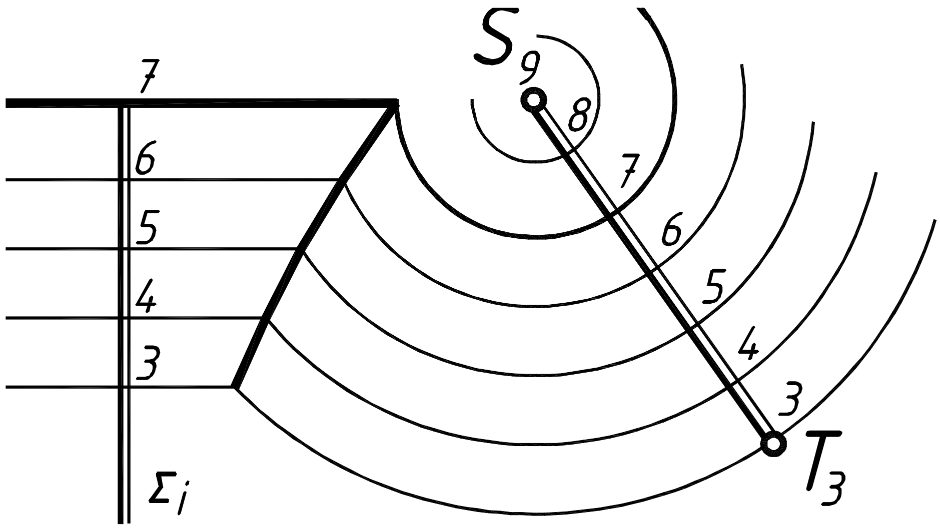


Рис. 38

Строим горизонтали плоскости Σ и дуги окружностей – горизонталей конической поверхности. Находим точки пересечения одноименных горизонталей и соединяем их плавной кривой, которая является искомой линией пересечения

З а д а ч а 38. Определить линию пересечения топографической поверхности с плоскостью заданной масштабом уклонов Σ_i (рис. 39).

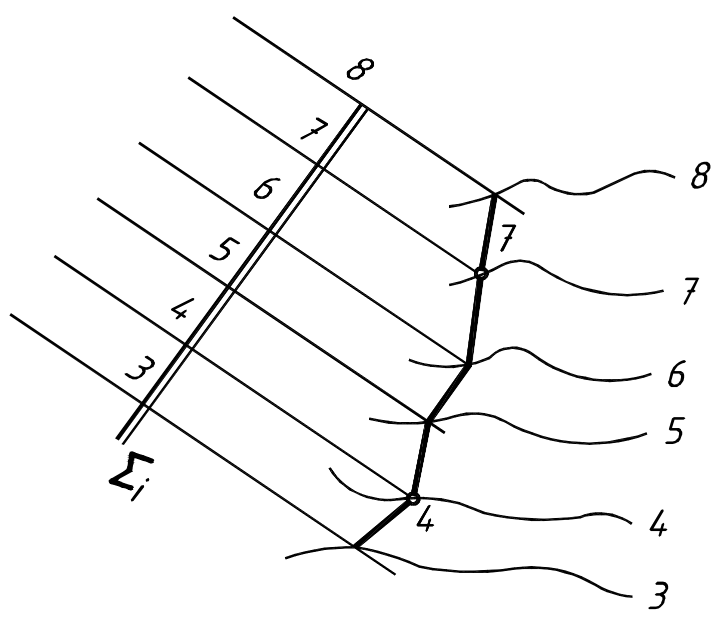


Рис. 39

Решение сводится к определению точек пересечения горизонталей плоскости и топографической поверхности, имеющих одинаковые отметки, которые соединяются между собой отрезками ломанной линии.

З а д а ч а 39. Определить линию пересечения конической и топографической поверхности (рис. 40).

Аналогично предыдущей задаче находим точки пересечения одноименных горизонталей и соединяем их отрезками ломаной линии. Для уточнения контура, поскольку тридцать пятые горизонтали не пересекаются, дополнительно проводим (штриховой линией) горизонтали с отметкой 34,5, проведенные интерполяцией.

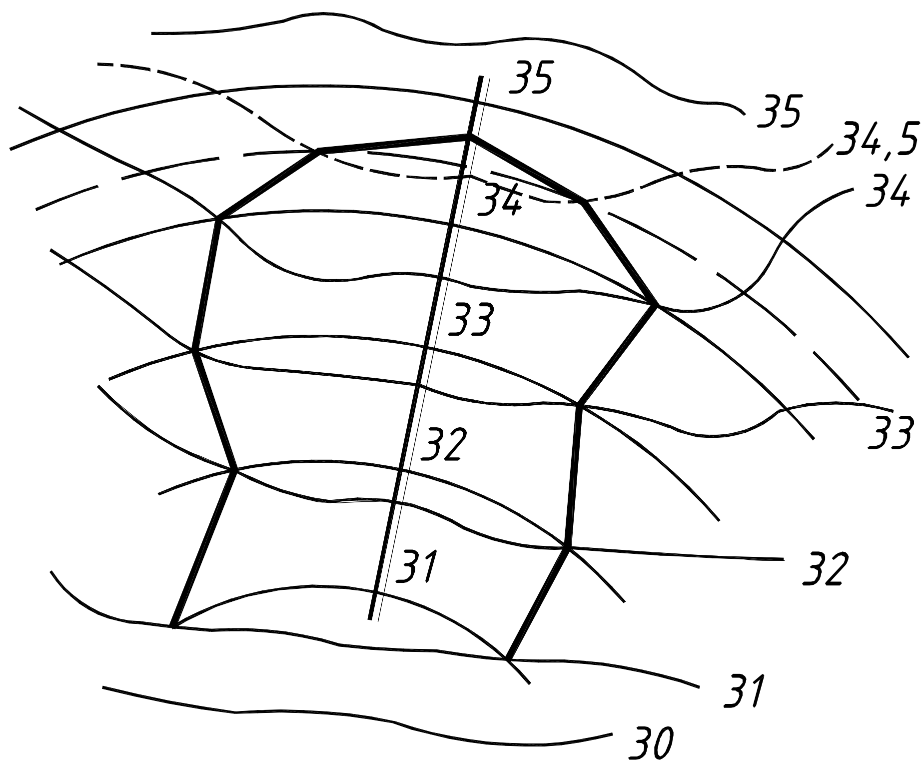


Рис. 40

З а д а ч а 40. Построить профиль 1-1 топографической поверхности (рис. 41а).

Точки пересечения горизонталей поверхности с вертикально проецирующей плоскостью при помощи полоски бумаги с рис. 41а переносим на рис. 41б на горизонтальную линию. Из полученных точек восставляются перпендикуляры до пересечения с горизонтальными линиями, имеющими такие же отметки, как и отмеченные точки. Линия, соединяющая полученные точки пересечения, представляет собой профиль топографической поверхности.

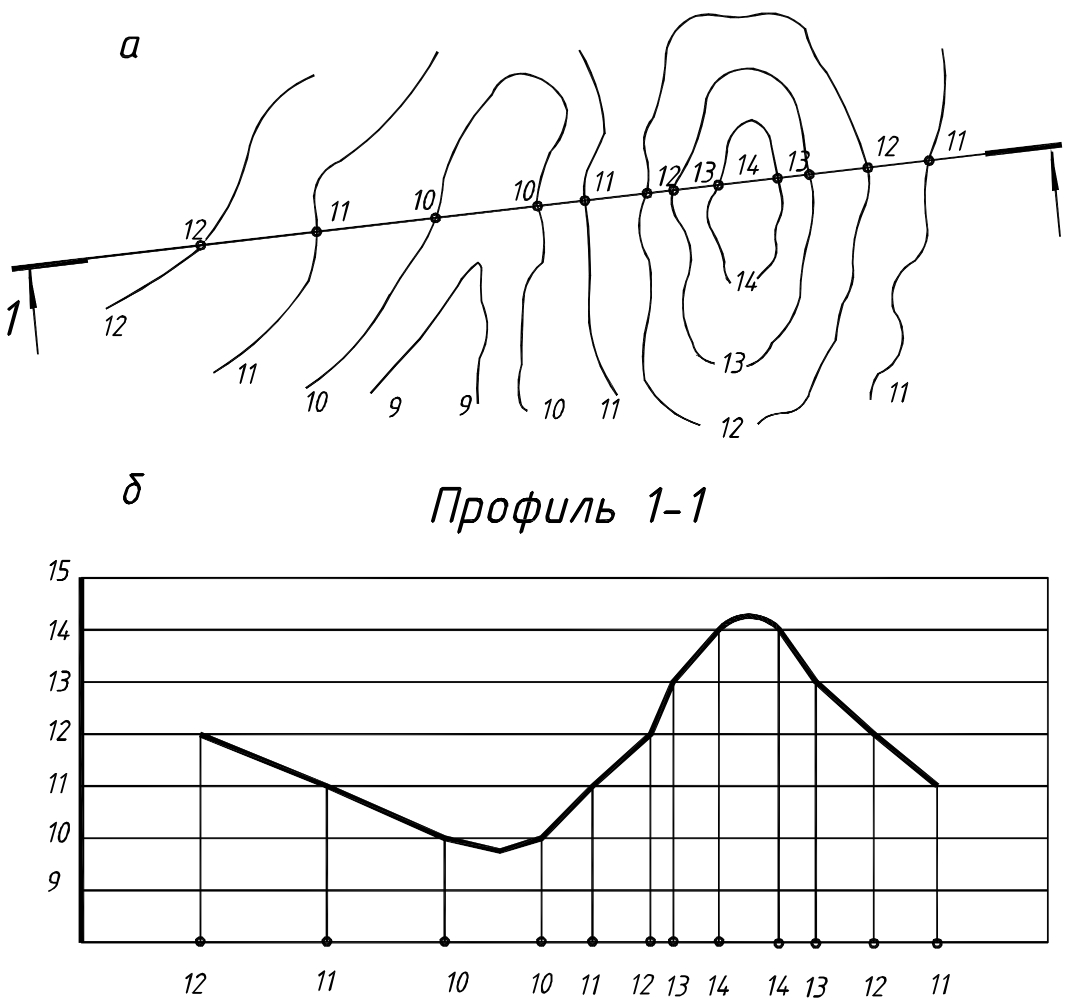


Рис. 41

З а д а ч а 41. Определить границы земляных работ на прямолинейном горизонтальном участке дороги с отметкой 20. Уклоны откосов выемок 1:1, уклон откосов насыпей 1:1,5 (рис.42).

Так как дорога имеет отметку 20, то точки нулевых работ находятся в пересечении горизонталей с отметкой 20 с бровками дороги - точки 0. В этих точках соприкасаются границы земляных работ выемки и насыпи.

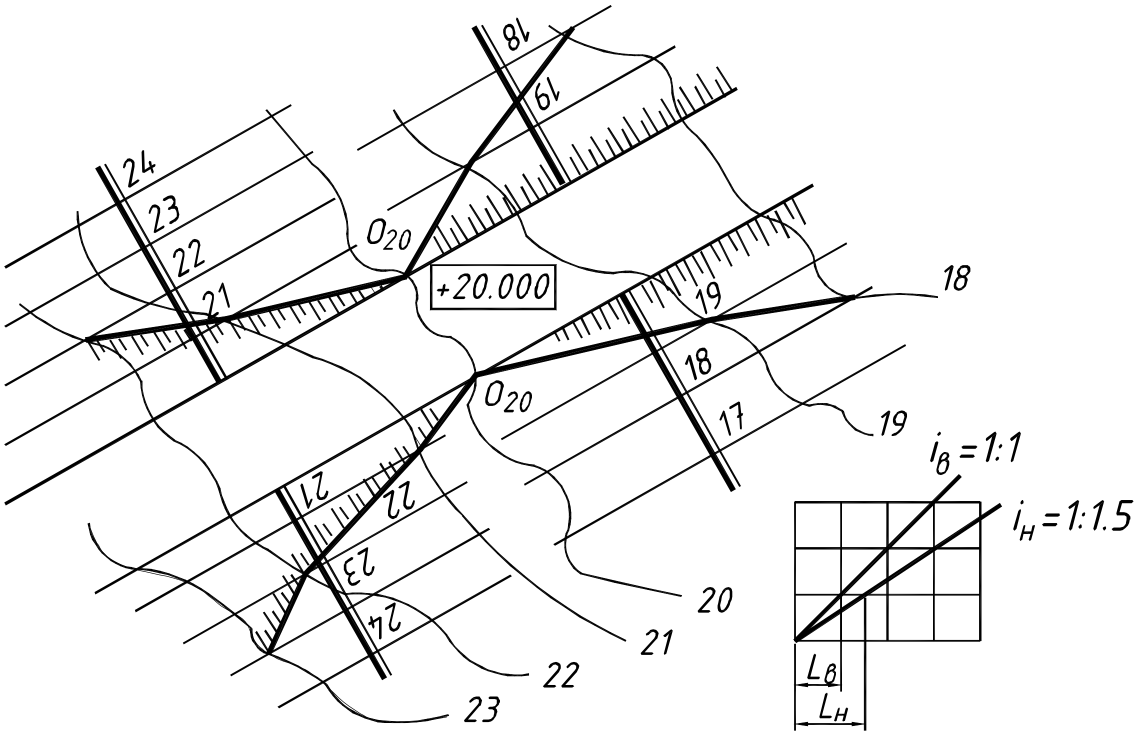


Рис. 42

Анализируя положение горизонталей на плане местности с отметкой полотна дороги, можно заметить, что левые точки нулевых работ часть дороги будет находится в выемке, так как в этом направлении рельеф местности повышается (горизонтали топографической поверхности имеют большие отметки, чем полотно дороги), а справа – на насыпи (рельеф местности на этом участке понижается).

С помощью углового масштаба уклонов определяем интервалы откосов выемки и откосов насыпей.

Перпендикулярно бровкам дороги проводим масштабы уклонов плоскостей откосов выемки Σ_i и масштабы уклонов плоскостей откосов насыпи Γ_i.

Проведя горизонтали плоскостей откосов, определяем точки пересечения этих горизонталей с одноименными горизонталями топографической поверхности.

Линии, соединяющие полученные точки, являются границами земляных работ.

З а д а ч а 42. Определить линию пересечения откоса насыпи с топографической поверхностью в случае, когда их горизонтали не пересекаются (рис.43)

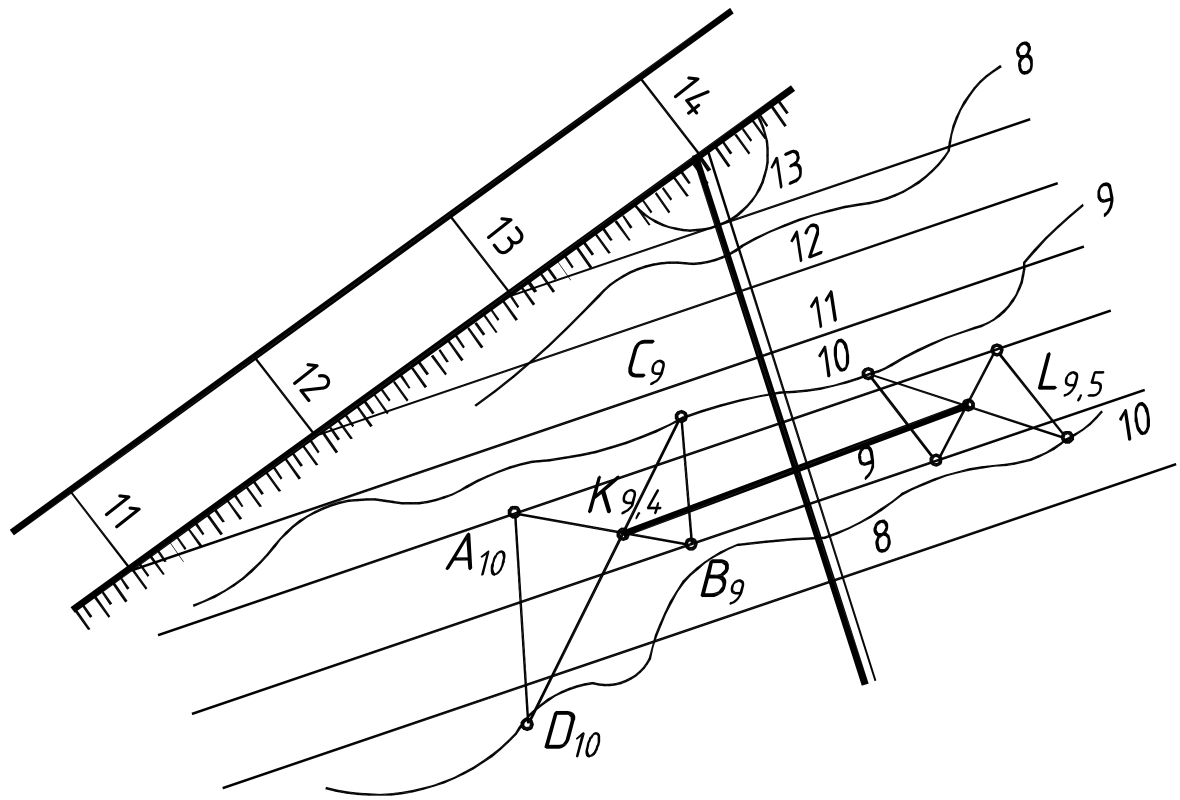


Рис. 43

В рассматриваемом примере горизонтали с отметками 8 и 10 плоскости откоса насыпи не пересекаются с горизонталями 9 и 10 топографической поверхности.

Для определения точки, принадлежащей линии пересечения, проводим в плоскости откоса произвольную прямую $A_{10}B_9$ и определяем точку ее пересечения с топографической поверхностью, проводя для этого через прямую вспомогательную плоскость (эта плоскость определяется параллельными прямыми AD и BC). Линия пересечения $D_{10}C_9$ вспомогательной плоскости с топографической поверхностью определяет в пересечении с прямой $A_{10}B_9$ искомую точку K. Вторая общая точка для плоскости откоса к топографической поверхности – точка L определена аналогично.

З а д а ч а 43. По ортогональным проекциям построить прямоугольную изометрию (рис.44а).

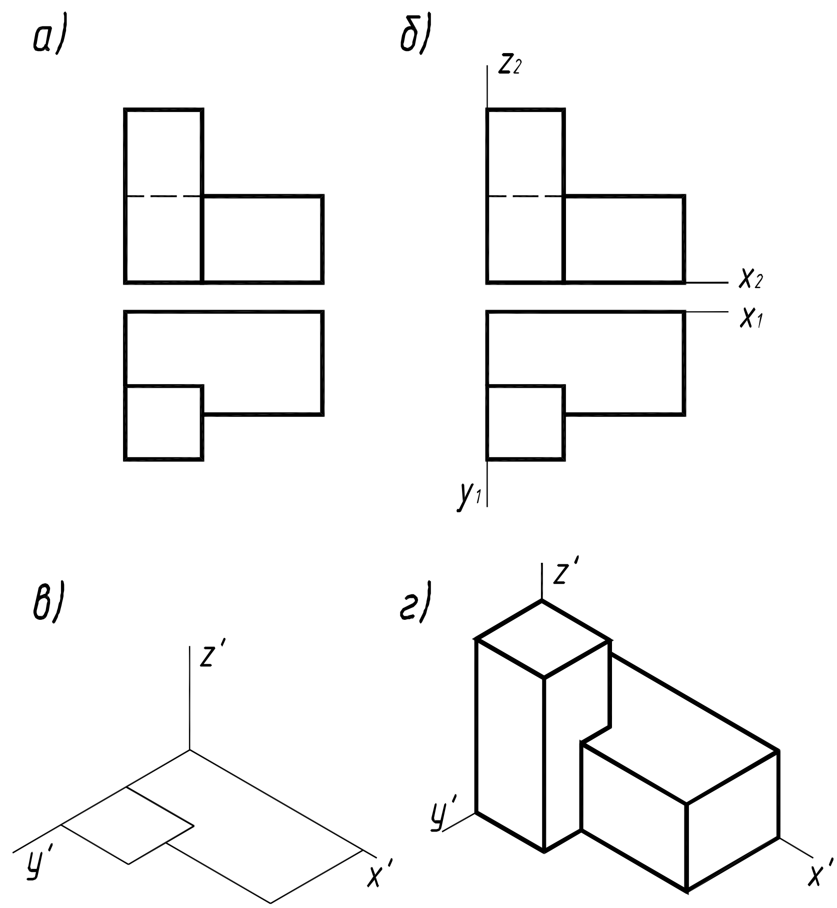


Рис. 44

Построение изометрии необходимо проводить в такой последовательности:

а) на ортогональном чертеже задать проекции осей натуральной системы координат (рис.44б);

б) задать аксонометрические оси и построить вторичную проекцию (аксонометрию плана) (рис.44в);

в) построить аксонометрию всей фигуры (рис.44г).

З а д а ч а 44. Построить собственные и падающую тень призмы на горизонтальную плоскость (рис.45).

Прежде, чем строить падающую тень призмы, определяем контуры собственной тени, рассматривая положение граней относительно направления лучей света. В тени находятся правая, задняя и нижняя грани призмы. Контур собственной тени призмы при заданном направлении световых лучей представляет собой ломаную линию ABCDE, составленную из ребер призмы. От контура собственной тени строим контур падающей тени. Так как ребро AB перпендикулярно горизонтальной плоскости, то направление тени от отрезка AB на горизонтальной плоскости параллельно вторичной проекции светового луча

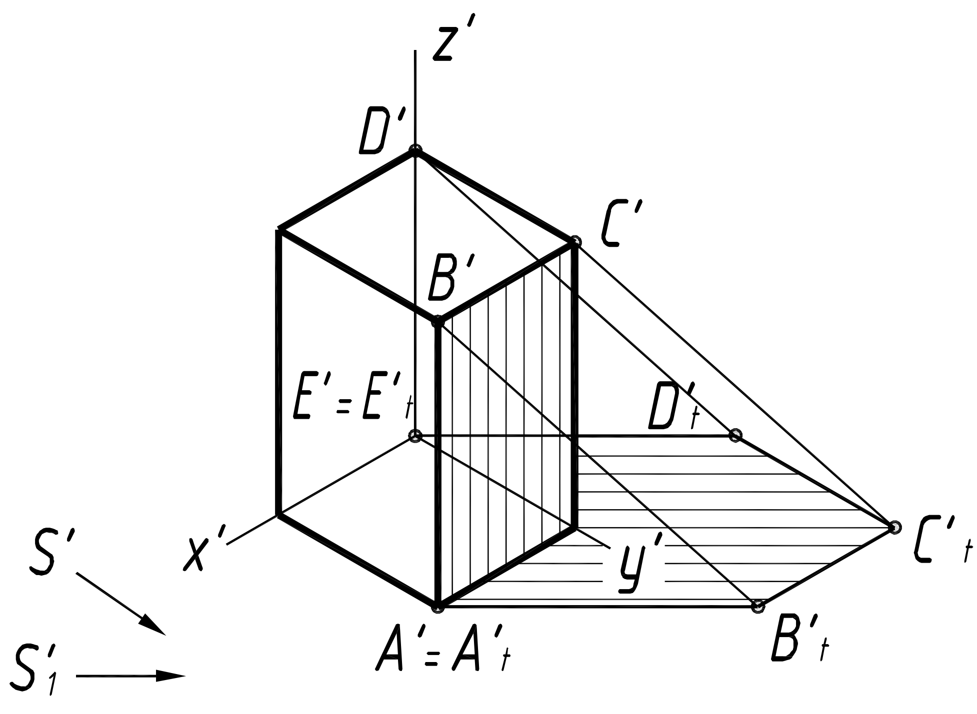


Рис. 45

(проекции луча на этой плоскости). Отрезки BC и DC параллельны горизонтальной плоскости, поэтому тени этих отрезков на эту плоскость параллельны самим отрезкам.

З а д а ч а 45. Построить тень, падающую от отрезка AB на призму (рис. 46).

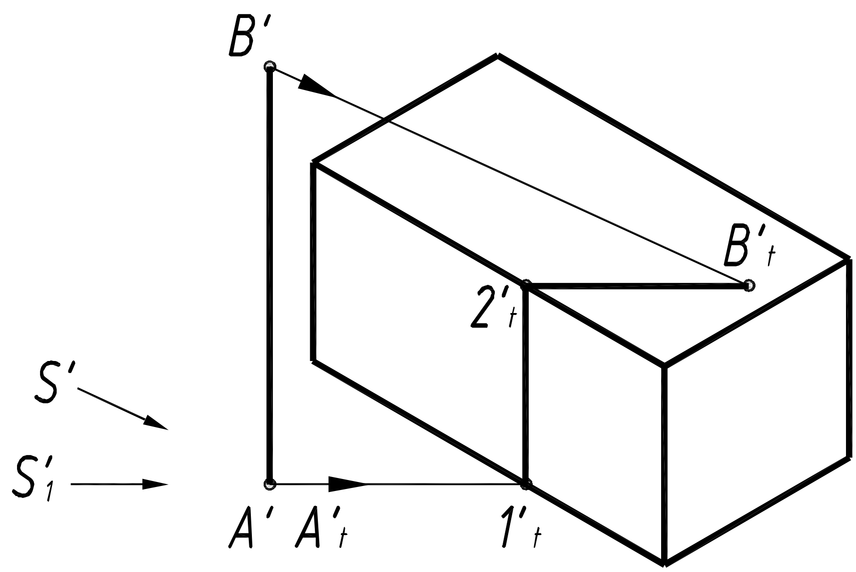


Рис. 46

Тень от вертикального отрезка на землю (горизонтальную плоскость) совпадает с направлением вторичной проекции светового луча. Но она действительна до точки $1'_t$, так как эта точка лежит на линии пересечения плоскости земли с гранью призмы. В этой точке тень от отрезка преломляется на грань призмы.

Тень от отрезка AB, упавшая на вертикальную грань призмы, изобразится вертикальной прямой $1'_t 2'_t \parallel A' B'$, так как AB параллелен этой грани.

Тень от отрезка AB, упавшая на верхнюю грань призмы, совпадает с направлением вторичной проекции светового луча, т.е. $2'_t B'_t \parallel A'_t 1'_t$

З а д а ч а 46. Построить собственные и падающие тени заданных призм (рис. 47).

Определяем грани, находящиеся в собственной тени, и контуры этих теней. Это – правые, задние и нижние грани призм.

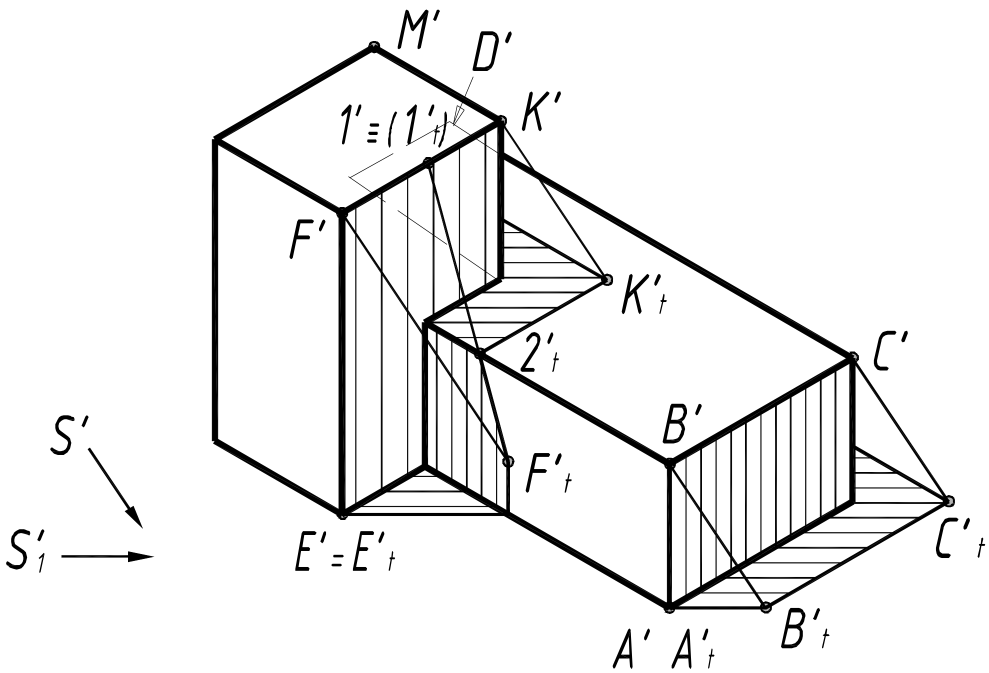


Рис. 47

Построение падающих теней от ребер $A^{/}B^{/}$, $B^{/}C^{/}$, $C^{/}D^{/}$ на горизонтальную плоскость выполнено аналогично с построениями в примере 46 (см. рис.47).

Построение падающей тени вертикального отрезка EF аналогично построениям, выполненным при решении задачи 46.

Тень от ребра FK падает на вертикальную (переднюю грань) и горизонтальную (верхняя грань) плоскости. Тень от отрезка FK по вертикальной плоскости будет направлена от точки $F^{/}_{\mathbf{t}}$ в точку $1^{/}$ (точку пересечения ребра FK с этой вертикальной плоскостью) на участке $F^{/}_{\mathbf{t}}\ 2^{/}_{\mathbf{t}}$. Тень от отрезка FK на горизонтальной плоскости будет параллельна самому отрезку ($2К_{\mathbf{t}} \parallel F^{/}К^{/}$).

Тень от отрезка МК падает на горизонтальную плоскость, и поэтому параллельна самому отрезку.

З а д а ч а 47. По ортогональному чертежу прямой l построить перспективу (рис.48а).

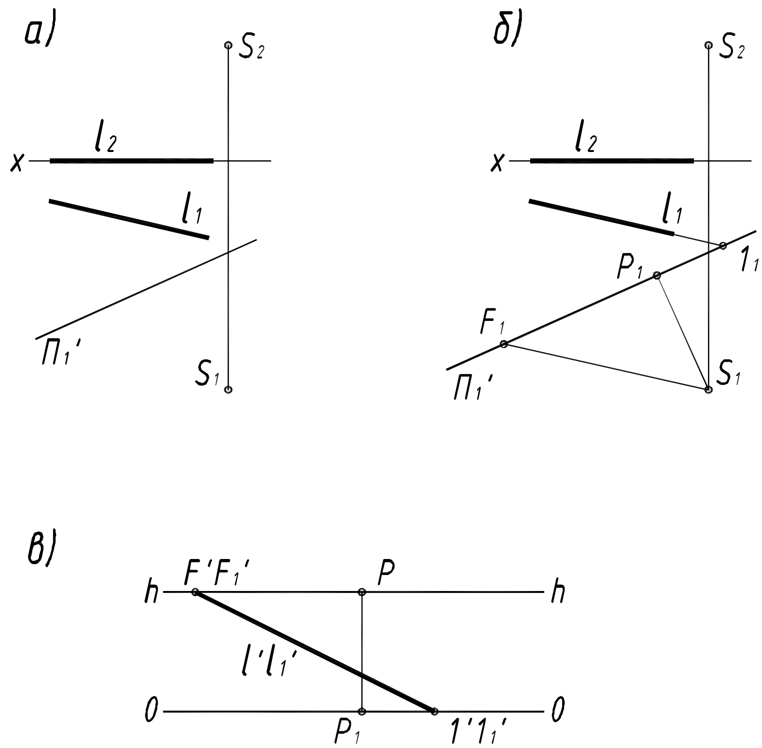


Рис. 48

Выполним предварительные построения на ортогональном чертеже. Задаем основание главного луча S_1P_1, проведя $S_1P_1 \perp \Pi'_1$ (рис.48б). Определяем картинный след прямой (точку пересечения прямой с картиной) - $l_1 \cap \Pi'_1 = 1_1$; $1_2 \in l_2$. Для построения точки схода F прямой l проводим через S_1 прямую $S_1F_1 \parallel l_1$ и отмечаем точку $F_1 = S_1F_1 \cap \Pi_1$, являющуюся основанием точки схода.

Выполним предварительные построения на картине (рис.48в).

Зададим линии hh и OO , расстояние между которыми равно высоте точки зрения, т.е. расстоянию от S_2 до оси X на ортогональном чертеже. На hh , примерно посередине, проведем главную линию картины $PP_1 \perp$ hh.

Затем приступаем к построению перспективы прямой. Так как прямая 1 – горизонтальная прямая, то точка схода прямой (и ее вторичная проекция) лежит на hh , а картинный след (и его вторичная проекция) – на OO. Построим эти точки, отложив $PF' = P_1F_1$ и $P_1\,1' = P_1\,1_1$.

Соединив построенные точки, получаем перспективу прямой 1 . Так прямая 1 принадлежит предметной плоскости, то перспектива прямой и ее вторичная проекция совпадают.

З а д а ч а 48. Построить перспективу отрезка AB (рис.49).

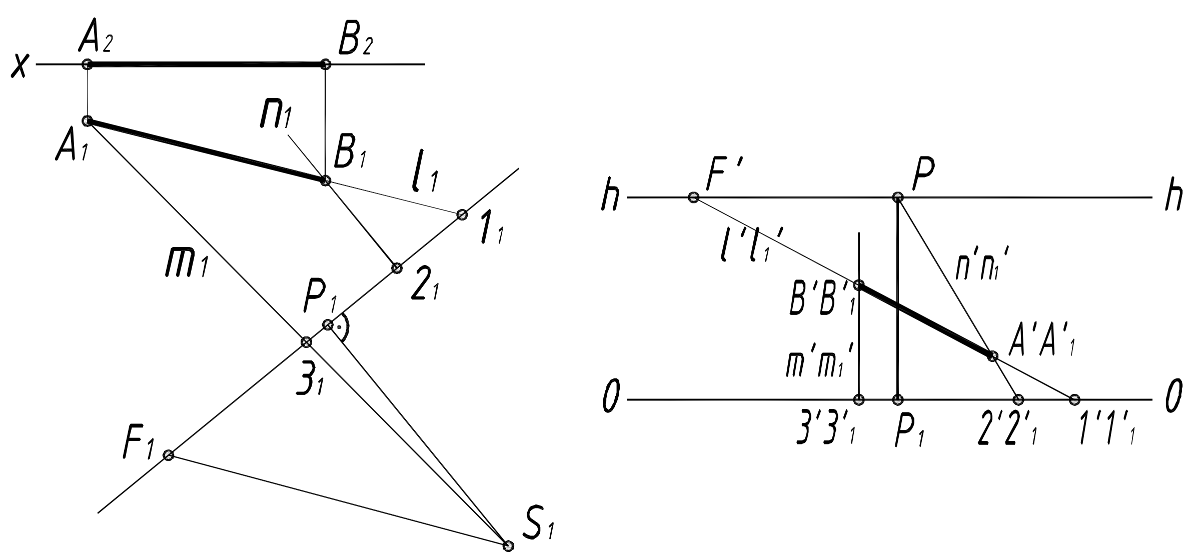


Рис. 49

Перспектива точки строится в пересечении перспектив двух прямых, проходящих через точку в пространстве.

Строим перспективу прямой 1 , которой принадлежит отрезок AB (см. предыдущую задачу). Чтобы на построенной прямой зафиксировать положение определенной точки, в пространстве через эту точку проводим вспомогательную прямую и строим перспективу этой прямой. Вспомогательные прямые могут быть любого направления. Для построения перспективы точки B через нее проводим прямую n, перпендикулярную картине ($n_1 \perp П'_1$). В перспективе известна точка схода такой прямой – она совпадает с главной точкой картины.

Для построения перспективы точки A через нее проведена прямая m, проходящая через точку стояния (основание точки зрения). Для этой прямой известно направление ее в перспективе – она параллельна главной линии.

З а д а ч а 49. Построить перспективу плана здания (рис.50).

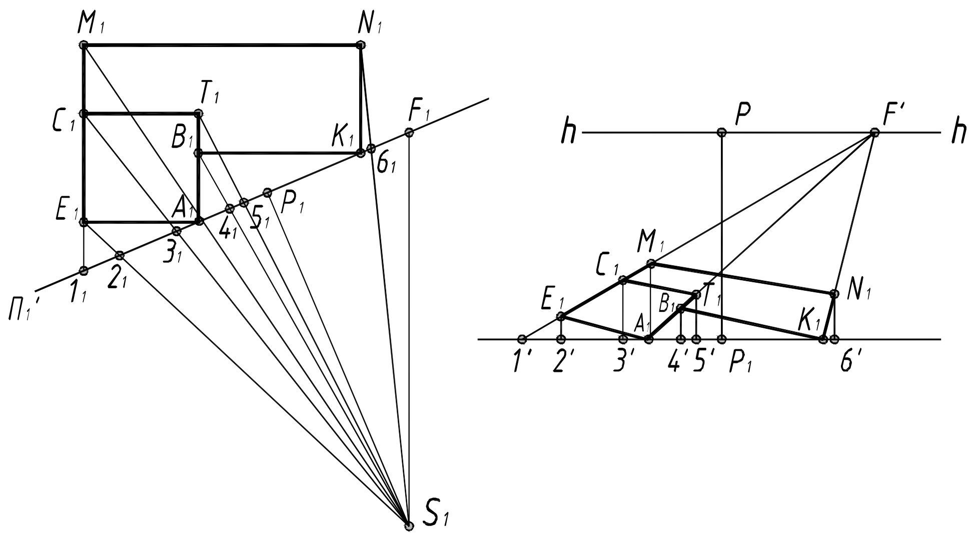


Рис. 50

При анализе формы плоской фигуры замечаем, что она содержит отрезки из пучков параллельных прямых.

Построив точку схода F' перспективных изображений пучка прямых AB, EM, KN и их картинные следы ($1'_1$, A'_1, K'_1), строим перспективу этих прямых.

Заметим, что пучок параллельных прямых AE, BC, KT, MN не имеет в пределах чертежа доступную точку схода. Поэтому на перспективном изображении положение каждой вершины многоугольника плана определен с помощью вспомогательных прямых, проходящих через точку стояния (см. в задаче 48 построение перспективы точки B).

З а д а ч а 50. Построить перспективу вертикального отрезка AB (рис.51).

Вначале строим перспективу точки A, принадлежащей предметной плоскости. Для этого проводим через точку A две вспомогательные прямые: $n \perp П^{/}$, t – идущую в точку стояния.

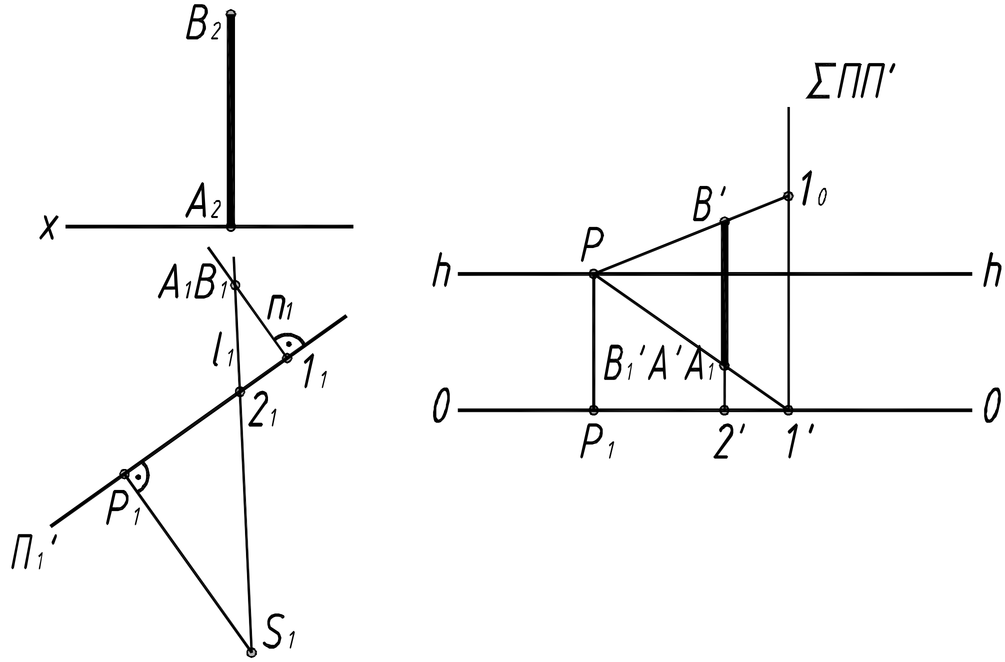


Рис. 51

Через перспективу точки A проводим вертикальную прямую – направление перспективы отрезка AB. Для того чтобы получить перспективу точки B , через прямую n проводим вертикальную плоскость и строим линию пересечения плоскости Σ с картиной $П^{/}$ ($\Sigma \cap П^{/}$); затем, отложив на этой прямой от основания картины отрезок $1^{/}\ 1_0$, равный величине отрезка AB ($1^{/}1_0 = A_2\ B_2$) , проводим в плоскости горизонталь заданной высоты до пересечения с вертикальной прямой – направлением перспективы отрезка AB. Заметим, что прямая n является нулевой горизонталью плоскости (предметным следом плоскости Σ). Так как горизонталь параллельна n , то в перспективе они пересекаются в общей точке схода (в нашем примере точкой схода является главная точка картины, так как $n \perp П^{/}$).

З а д а ч а 51. Построить собственные и падающую тень призмы при заданном направлении светового луча (рис. 52).

Прежде чем строить падающую тень призмы, определяем контур собственной тени. Так как при заданном направлении световых лучей в тени находятся правая и задняя часть призмы, то контур собственной тени представляет собой ломаную линию ABCDE, составленную из ребер призмы.

Строим контур падающей тени от контура собственной тени. Так как ребро AB перпендикулярно предметной плоскости, то направление тени от отрезка AB

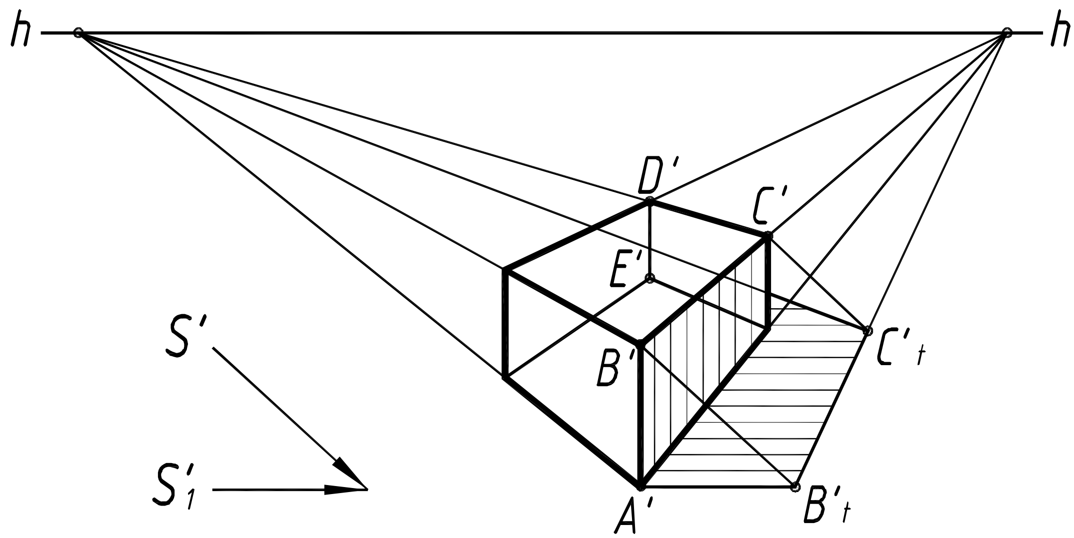


Рис. 52

совпадает с направлением вторичной проекции светового луча. В пересечении перспективы светового луча и вторичной проекции его отмечаем тень от точки, через которую проходит световой луч.

Заметим, что в данной задаче направление световых лучей параллельно плоскости картины (вторичная проекция заданного светового луча параллельна линии hh), и поэтому на перспективном изображении сохраняется параллельность световых лучей.

З а д а ч а 52. Построить тень, падающую от отрезка AB (рис.53).

Тень от отрезка АВ на предметной плоскости направлена по вторичной проекции светового луча. Она действительна до точки $1_t^{/}$, в которой тень от отрезка преломляется на грань призмы

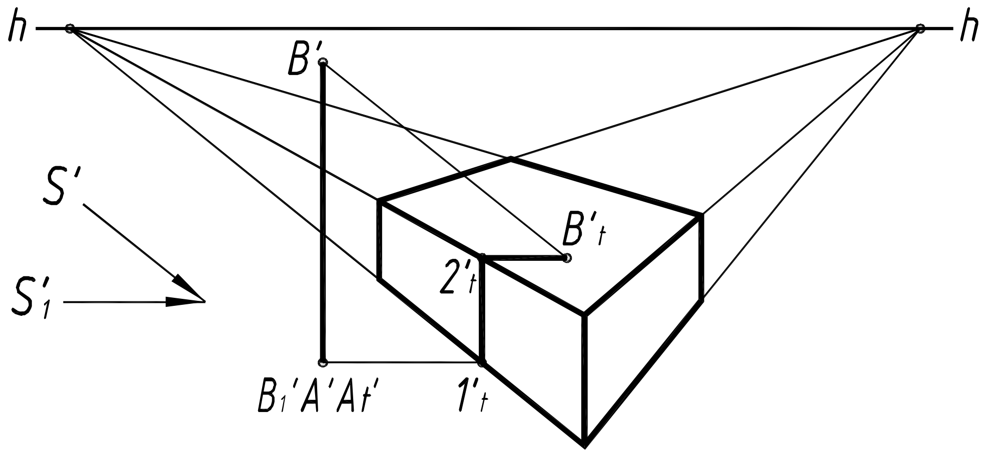


Рис. 53

Отрезок АВ параллелен вертикальной грани призмы, поэтому тень от него на этой грани будет вертикальна (участок $1'_t\ 2'_t$).

Тень от отрезка АВ, упавшая на верхнею грань призмы, совпадает с направлением вторичной проекции светового луча ($2'_t\ B'_e \parallel A'_t\ 1'_t$).

З а д а ч а 53. Построить собственные и падающие тени заданных призм (рис. 54).

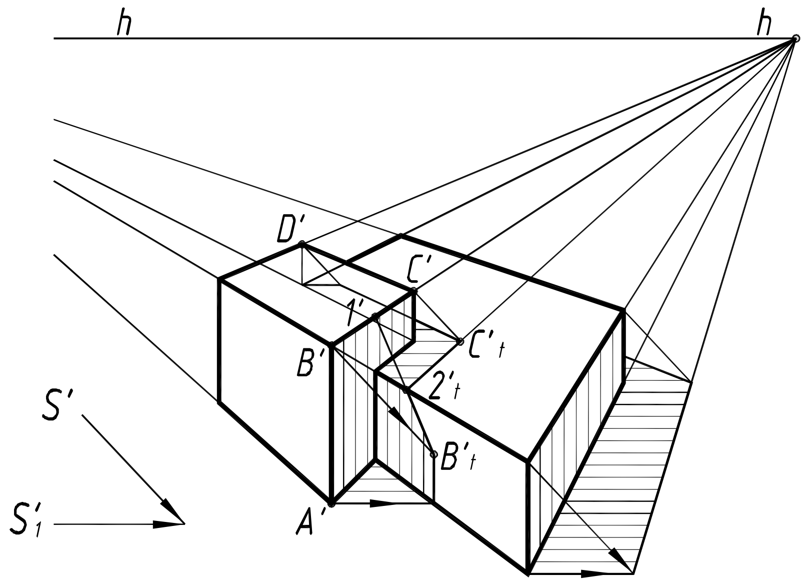


Рис. 54

Определяем грани находящиеся в собственной тени, и контуры этих теней. В тени находятся правые и задние грани призм.

Построение падающих теней от ребер призмы на предметную плоскость выполнено аналогично с построением в задаче 51 (см. рис. 52).

Построение падающей тени вертикального отрезка АВ выполнено аналогично с построениями в задаче 52 (см. рис. 53).

Тень от отрезка ВС падает на вертикальную (передняя грань) и горизонтальную (верхняя грань) плоскости. Для построения тени от отрезка ВС на передней грани определяем точку пересечения этого отрезка с плоскостью – точку 1´. Тень отрезка АВ по вертикальной плоскости направлена от точки B'_e до точки 1´ на участке $B'_t\ 2'_t$.

Тень от отрезка ВС на горизонтальной плоскости (верхней грани) параллельна самому отрезку ВС, и поэтому перспектива отрезка и тень от него на этой плоскости пересекаются в общей точке схода.

Отрезок CD также параллелен горизонтальной плоскости, на которую падает тень от него, поэтому тень и перспектива этого отрезка пересекаются в общей точке схода.