

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЭКВИВАЛЕНТНЫХ КЛАССОВ МАТРИЦ АДАМАРА ДЛЯ СЖАТИЯ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ АЛГОРИТМА JPEG

Соколов А.В., Авекин В.В.

Одесский национальный политехнический университет, г. Одесса, Украина, radiosquid@gmail.com

Введение и постановка задачи

Последние десятилетия ознаменовались поиском путей дальнейшего развития и улучшения алгоритмов сжатия графической информации. Внимание исследователей во многом сосредоточено на оптимизации выбора ортогонального преобразования, используемого в алгоритме сжатия графической информации. Так, являющейся лидером сегодня алгоритм JPEG использует дискретное косинусное преобразование (ДКП), в то время как признанный более эффективным [1] алгоритм JPEG2000 использует вейвлет преобразование. Еще одним перспективным видом ортогональных преобразований является преобразование Уолша-Адамара. Неоспоримым преимуществом преобразования Уолша-Адамара является то, что элементы его базисных векторов принимают только бинарные значения $h_{ij} \in \{\pm 1\}$, что позволяет значительно упростить как программную, так и аппаратную реализацию алгоритмов обработки изображений. В приложениях, где время обработки изображений является критическим параметром, преимущество, безусловно, будет на стороне использования преобразования Уолша-Адамара [2]. В частности, использование преобразования Уолша-Адамара очень актуально для задач сжатия видео [3].

Тем не менее, как известно, для различных порядков существуют различные конструкции матриц Адамара, каждая из которых обладает своими уникальными свойствами, которые должны быть учтены, в частности, для конструирования кодов постоянной амплитуды или криптографических конструкций [4]. Ясно, что исследование влияния вида ортогонального преобразования на возможности и эффективность алгоритма сжатия информации JPEG также является актуальной задачей.

Целью настоящей работы является исследование влияния выбранного вида матрицы Адамара на качество и эффективность работы алгоритма JPEG.

Матрицы Адамара конструкции Сильвестра

Введем основные определения.

Определение 1 [4]. Матрицей Адамара H порядка N называется матрица, размера $N \times N$, такая, что все её элементы равны ± 1 и выполняется тождество

$$H_N \cdot H_N^T = NE_N \quad (1)$$

где T — оператор транспонирования,

E — единичная матрица.

Традиционным способом получения матриц Адамара, является использования конструкции Сильвестра, которая позволяет строить матрицы Адамара на основе следующей рекуррентной конструкции [5]

$$H_{2^k} = \begin{bmatrix} H_{2^{k-1}} & H_{2^{k-1}} \\ H_{2^{k-1}} & -H_{2^{k-1}} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где $H_1 = 1$.

Определение 2 [6]. Матрицы Адамара, получаемые друг из друга многократным применением операций умножения строк или столбцов на -1 и перестановок строк или столбцов местами, называются эквивалентными.

Известно, что для порядков матрицы Адамара $N = 1, 2, 4, 8$ существует только один неэквивалентный класс матриц Адамара, полностью определяемый рекуррентным выражением (2). Тем не менее, как показывают проведенные в [6] исследования уже для порядка $N = 16$ существует 5 неэквивалентных классов матриц Адамара, представители которых приведены на рис.1.

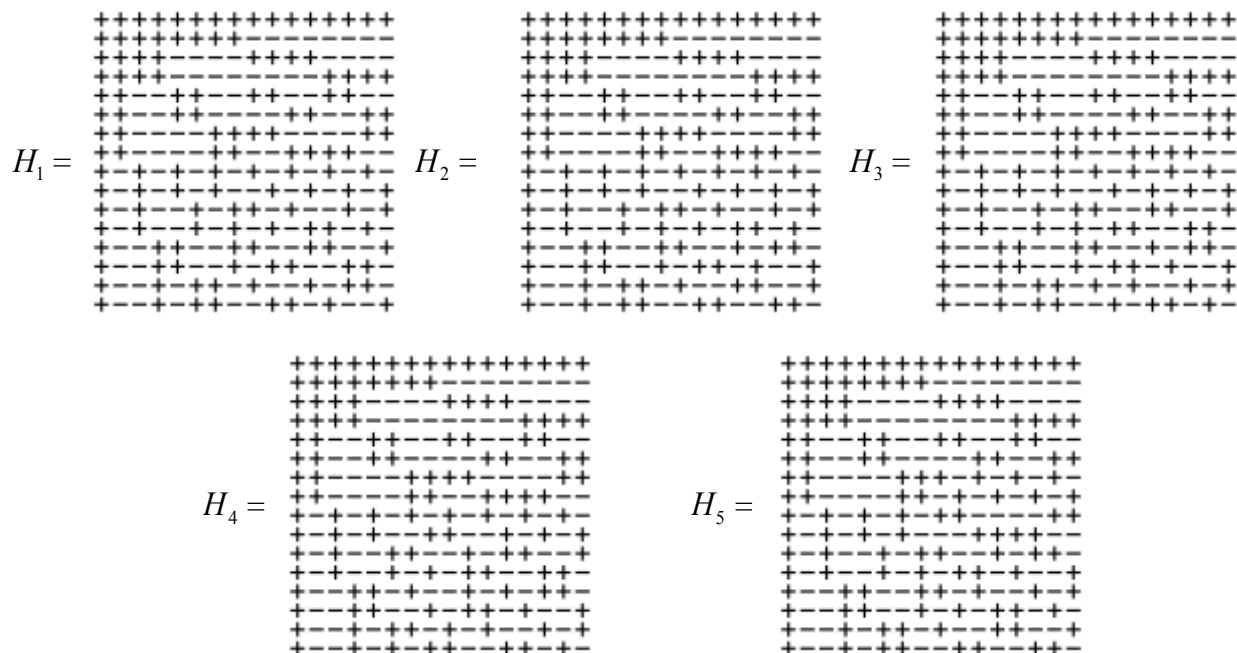


Рис. 1 — Неэквивалентные классы матриц Адамара

Представители неэквивалентных классов матриц Адамара порядка $N = 16$, приведенные на рис. 1, не могут быть получены друг из друга путем применения простейших операций умножения строк или столбцов на -1 и перестановок строк или столбцов местами, тем не менее все удовлетворяют **Определению 1**, что делает возможным их применение в алгоритме JPEG.

Описание алгоритма JPEG

Стандартный алгоритм JPEG можно представить в виде схемы, изображенной на рис. 2

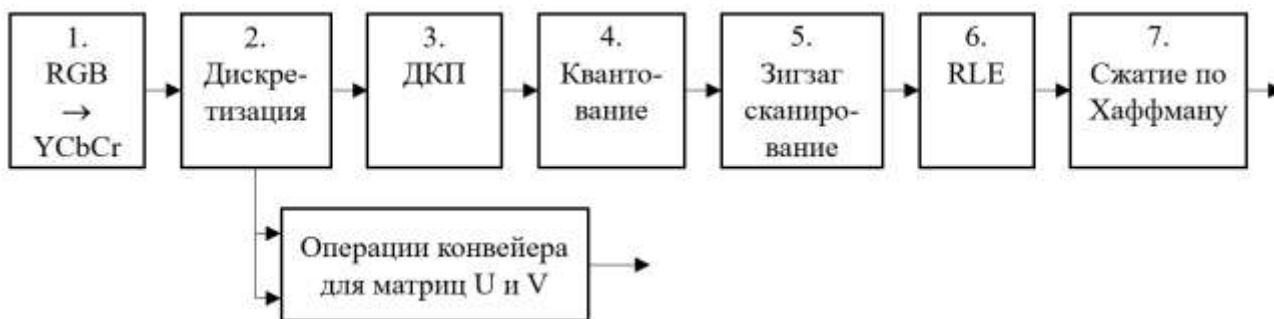


Рис. 2 — Схема работы алгоритма JPEG

Кратко опишем основные шаги преобразования JPEG [7]:

1. Переход в пространство YCbCr из пространства RGB, который происходит с помощью следующего обратимого преобразования:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Y \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0,299 & 0,587 & 0,114 \\ 0,5 & -0,4187 & -0,0813 \\ 0,1687 & -0,3313 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix}; \\ \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1,402 \\ 1 & -0,34414 & -0,71414 \\ 1 & 1,772 & 0 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} Y \\ Cb \\ Cr \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 128 \\ 128 \end{bmatrix} \right), \end{aligned} \quad (3)$$

Последующие действия выполняются в три потока для каждой компоненты Y , Cb , Cr .

2. Дискретизация на сегменты порядка N . В исследованиях, проведенных в настоящей работе, мы будем варьировать величину N для того, чтобы исследовать поведение матриц Адамара различных порядков при использовании в алгоритме JPEG.
3. Собственно, ортогональное преобразование, в качестве которого в оригинальном алгоритме JPEG используется дискретное косинусное преобразование (ДКП).
4. На этапе квантования происходит частичная потеря информации об изображении, за счет поэлементного деления полученной матрицы на соответствующие элементы матрицы квантования, которая выбирается в зависимости от требуемого качества закодированного изображения.
5. Зигзагообразное считывание — специальный вид считывания матрицы, который позволяет сгруппировать вместе наиболее значащие коэффициенты ДКП, для последующего сжатия без потерь.
6. Преобразовываем вектор с помощью модифицированного алгоритма RLE, на выходе которого получаем пары типа (пропустить, число), где «пропустить» является счетчиком пропускаемых нулей, а «число» — значение, которое необходимо поставить в следующую ячейку. Например, вектор $1118\ 3\ 0\ 0\ 0\ -2\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ \dots$ будет свернут в пары $0, 1118\ 0,3\ 3,-2\ 4,1\ \dots$.
7. Получившиеся пары кодируются с помощью неравномерных кодов Хаффмана с фиксированной таблицей.

Процесс восстановления изображения в этом алгоритме полностью симметричен.

При использовании в алгоритме JPEG преобразования Уолша-Адамара, блок ДКП заменяется на блок двумерного преобразования Уолша-Адамара, которое выполняется в соответствии со следующей формулой

$$W = H_N T. \quad (4)$$

Соответственно используются специальные матрицы квантования, например, разработанные в [2], в то время как блок зигзагообразного считывания изымается. Полное описание алгоритма JPEG на основе матриц Адамара приведено в [2].

Критерий качества

Для проведения наших исследований нам необходим критерий потери качества изображений, в качестве которого мы используем общепринятый среднеквадратичный критерий. Пусть изображения $f(n_1, n_2)$ и $g(n_1, n_2)$ описываются моделями однородных случайных полей. Мерой соответствия преобразованного изображения начальному может служить среднее значение квадрата их разности

$$\varepsilon = M \quad f - g^2 \quad (5)$$

где M — математическое ожидание.

Для определения влияния каждого из элементов проведем следующий эксперимент. Для экспериментальной выборки картинок, условимся использовать матрицу квантования $Q = \|q_{i,j}\|$, где

$$q_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } i \neq i_0, j \neq j_0 \\ \infty, & \text{если } i = i_0, j = j_0 \end{cases} \quad (6)$$

где $i_0, j_0 = 0, 1, \dots, N-1$ — индексы исследуемого коэффициента двумерного преобразования Уолша-Адамара.

Таким образом, последовательно вычисляя значения коэффициентов (5) при различных значениях i_0, j_0 получаем матрицу коэффициентов отклонения закодированного изображения от исходного при обнулении W_{i_0, j_0} трансформанты Уолша-Адамара

$$\Delta = \|\varepsilon_{i_0, j_0}\|. \quad (7)$$

Ясно, что в этом случае коэффициент ε_{i_0, j_0} будет показывать величину отклонения закодированного изображения от исходного при удалении i_0, j_0 трансформанты выполненного преобразования.

Отметим, при этом, что в соответствии с введенным определением матрицы Δ , её суммарную амплитуду D

$$D = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta_{ij}, \quad (8)$$

можно рассматривать как коэффициент эффективности использования ортогонального преобразования.

Так, в алгоритме JPEG стандартно применяют дискретное косинусное преобразование (ДКП), которое для упрощения вычислений вычисляется в матричном виде

$$S = CXC^T, \quad (9)$$

где X — сегментированные фрагменты исходного изображения,

S — коэффициенты дискретного косинусного преобразования,

C — матрица дискретного косинусного преобразования, которая вычисляется в соответствии с формулой

$$C(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{N}}, & \text{при } i = 0; \\ \sqrt{\frac{2}{N}} \cos(2j+1) \cdot i \cdot \pi, & \text{при } i > 0. \end{cases} \quad (10)$$

Проведенные эксперименты позволили вычислить Δ -матрицу в соответствии с формулой (7) при использовании матрицы ДКП (10)

$$\Delta_{DCT} = \begin{bmatrix} 2.07 \cdot 10^4 & 11.92 & 3.15 & 1.4 \\ 27.92 & 6.17 & 2.49 & 1.2 \\ 9.84 & 3.72 & 1.87 & 1.14 \\ 3.70 & 2.21 & 1.17 & 0.83 \end{bmatrix}, \quad (11)$$

при этом коэффициент D в соответствии с (8) принимает значение $D = 2.08 \cdot 10^4$.

Полученные результаты (11) соответствуют примененному в алгоритме JPEG зигзагообразному считыванию, поскольку наибольшее влияние на качество сжатого изображения оказывают коэффициенты, находящиеся в верхнем левом углу результирующей матрицы коэффициентов преобразования.

Пусть, в алгоритме JPEG в качестве ортогонального преобразования применяется преобразование Уолша-Адамара порядка $N = 4$, при этом матрица преобразования в соответствии с (2) будет иметь вид

$$H_4 = \begin{bmatrix} + & + & + & + \\ + & - & + & - \\ + & + & - & - \\ + & - & - & + \end{bmatrix}. \quad (9)$$

В соответствии с (7) построим Δ -матрицу для ортогонального преобразования (9)

$$\Delta_{H_4} = \begin{bmatrix} 5.26 \cdot 10^3 & 1.64 & 5.16 & 1.95 \\ 5.25 \cdot 10^3 & 1.67 & 5.53 & 2.05 \\ 5.24 \cdot 10^3 & 1.72 & 5.00 & 2.13 \\ 5.22 \cdot 10^3 & 1.72 & 5.28 & 2.09 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Таким образом мы видим, что сильнее всего влияет на качество изображения первый столбец коэффициентов преобразования Уолша-Адамара, в то время как второй и четвертый столбцы оказывают наименьшее влияние. В нашем случае, в соответствии с (8) имеем $D = 2.10 \cdot 10^4$.

Проведем аналогичные эксперименты для матрицы Адамара порядка $N = 8$ в результате чего, в соответствии с (7) получим следующую Δ -матрицу

$$\Delta_{H_8} = \begin{bmatrix} 2.61 \cdot 10^3 & 0.37 & 1.15 & 0.51 & 3.88 & 0.46 & 1.5 & 0.51 \\ 2.61 \cdot 10^3 & 0.36 & 1.01 & 0.41 & 3.75 & 0.47 & 1.49 & 0.53 \\ 2.59 \cdot 10^3 & 0.37 & 1.04 & 0.48 & 3.53 & 0.43 & 1.35 & 0.47 \\ 2.59 \cdot 10^3 & 0.37 & 1.01 & 0.54 & 3.56 & 0.42 & 1.5 & 0.42 \\ 2.6 \cdot 10^3 & 0.32 & 0.96 & 0.48 & 2.91 & 0.49 & 1.55 & 0.44 \\ 2.59 \cdot 10^3 & 0.35 & 1.29 & 0.55 & 3.55 & 0.49 & 1.75 & 0.54 \\ 2.59 \cdot 10^3 & 0.39 & 1.04 & 0.55 & 3.79 & 0.53 & 1.55 & 0.63 \\ 2.58 \cdot 10^3 & 0.4 & 1.09 & 0.65 & 3.81 & 0.53 & 1.68 & 0.48 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Как видим, структура Δ_{H_4} матрицы сохраняется и в Δ_{H_8} . Так, наибольшее количество информации об изображении лежит в первом столбце. Следующим по значимости является четвертый столбец, однако его ξ -коэффициенты намного меньше. Аналогичным образом, в соответствии с (8) вычисляем, что $D = 2.08 \cdot 10^4$.

Результаты аналогичных экспериментов для неэквивалентных классов матриц Адамара порядка $N = 16$, представленных на рис.1 сведены в табл. 1, в которой указаны значения коэффициентов D .



а) исходное изображение

б) сжатое изображение

Рис.1 — Исходное и сжатое изображение

Отметим основные результаты проведенных исследований:

Применение в алгоритме JPEG матриц Адамара в качестве ортогонального преобразования является перспективным ввиду значительного уменьшения количества операций с плавающей запятой, что особенно критично для приложений, требующих высокого быстродействия. Тем не менее, для порядков матрицы Адамара $N \geq 16$ существуют более одного неэквивалентного класса матриц Адамара, каждый из которых требует проведения тщательных исследований. Так, согласно выбранному критерию наименьшего значения величины D , оказалось, что матрицы Адамара первых двух эквивалентных классов порядка $N = 16$ показывают наименьшие значения коэффициента D , тогда как у последних трех классов величина D является значительно большей.

Наилучший результат удалось получить при использовании матрицы Адамара порядка $N = 24$ конструкции Пэли, для которой величина D оказалась наименьшей, что свидетельствует о возможности наиболее безболезненного удаления трансформант преобразования Уолша-Адамара, с точки зрения потери качества результирующего изображения.

Проведенные исследования свидетельствуют о существенном потенциале использования матриц Адамара в качестве ортогонального преобразования в алгоритме JPEG, тем не менее, мы считаем, что для полного раскрытия данного потенциала требуются последующие исследования следующих задач:

1. Измерение других критериев качества результирующего изображения при различных видах применяемых матриц Адамара.
2. Исследование других эквивалентных классов матриц Адамара, для практически ценных порядков N , при которых они существуют.
3. Рассмотрение возможности использования матриц Виленкина-Крестенсона в качестве ортогонального преобразования в алгоритме JPEG.

С нашей точки зрения, решение приведенных задач позволило бы существенно повысить эффективность применения преобразования Адамара для сжатия графической информации.

Литература

1. Ebrahimi, F. JPEG vs. JPEG2000: An Objective Comparison of Image Encoding Quality / F. Ebrahimi, M. Chamik, S. Winkler. — Proc SPIE, 2004. — P. 300–308.
2. Veeraswamy, K. Designing Quantization Table for Hadamard Transform based on Human Visual System for Image Compression / K. Veeraswamy, S. Srinivaskumar, B.N.Chatterji. — ICGST-GVIP Journal, 2007. — Vol. 7. — Issue 3. — P. 31–38.
3. Tasdizen, O. A high performance and low cost hardware architecture for H.264 transform and quantization algorithms / O. Tasdizen, I. Hamzaoglu. — Signal Processing Conference, 2005 13th European 4-8 Sept. 2005 P.1–4.
4. Мазурков, М.И. О влиянии вида ортогонального преобразования на пик-фактор спектра сигналов в системах с CDMA / М.И. Мазурков, А.В. Соколов, Н.А. Барабанов // Информатика и математические методы в моделировании, 2015. — Т.5, №1. — С. 28–37.
5. Мазурков, М.И. Системы широкополосной радиосвязи / М.И. Мазурков // Одесса: Наука и Техника. — 2010. — с. 340. — ISBN 978-966-8335-95-2.
6. Hall, M. Jr., Hadamard matrices of order 16 / M. Hall. — Research Summary No. 36–10, Volume I, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena, 1961. — P. 21–26.
7. Миано, Дж. Форматы и алгоритмы сжатия изображений / Дж. Миано. — М.: Изд-во Триумф, 2003. — 336 с.
8. Sokolov, A.V. Regular synthesis method of the sequences of length $N=24$ with optimal pair of Walsh-Hadamard spectrum / A.V. Sokolov. — Far East Journal of Electronics and Communications. — Vol. 16. — No. 2. — P. 459 — 469.

Реферат

Проведены исследования возможности использования матриц Адамара различных неэквивалентных классов в качестве ортогонального преобразования в алгоритме JPEG. При этом, по критерию суммарного значения матрицы отклонений сжатого сообщения от исходного, наилучший результат показала матрица Адамара конструкции Пэли порядка $N=24$.

Abstract

This paper is devoted to the research of the possibility of using Hadamard matrices of various nonequivalent classes as orthogonal transforms in the JPEG algorithm. By the criterion of the total value of the error matrix between the compressed and original image, the best result was obtained with a Hadamard matrix of the Paley construction of the order $N = 24$.