

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

УДК 539.3 + 612.311

ЮРКЕВИЧ Кирилл Сергеевич

**БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
СИСТЕМЫ ЗУБ–ПЕРИОДОНТ
ПРИ ОРТОДОНТИЧЕСКОМ ЛЕЧЕНИИ**

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

по специальности

01.02.08 – Биомеханика

Минск, 2012

Работа выполнена в Белорусском государственном университете

Научный руководитель

Босяков Сергей Михайлович,

кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры теоретической и прикладной механики Белорусского государственного университета

Официальные оппоненты:

Чигарев Анатолий Власович,

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Белорусского национального технического университета;

Шилько Сергей Викторович,

кандидат технических наук, доцент, заведующий отделом механики адаптивных материалов и биомеханики Института механики металлополимерных систем им. В.А. Белого Национальной академии наук Беларуси

Оппонирующая организация

Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси

Защита состоится 13 июня 2012 г. в 14⁰⁰ часов на заседании совета по защите диссертаций Д 02.05.07 при Белорусском национальном техническом университете по адресу: 220013, г. Минск, пр-т Независимости, 65, корпус 1, аудитория 202. Телефон ученого секретаря совета: (+37517)292-67-84.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского национального технического университета.

Автореферат разослан «11» мая _____ 2012 г.

Ученый секретарь совета

по защите диссертаций Д 02.05.07,

кандидат физико-математических наук,

доцент

_____ Нифагин В.А.

© Юркевич К.С., 2012

© Белорусский национальный технический университет, 2012

ВВЕДЕНИЕ

Определяющими факторами успешного и эффективного лечения аномалий зубочелюстной системы является корректное дозирование нагрузки, создаваемой ортодонтическими конструкциями, а также прогнозирование напряженно-деформированного состояния биомеханической системы зуб–периодонт в ходе ортодонтического лечения. Важность учета этих аспектов при планировании соответствующего стоматологического вмешательства обусловлена теми обстоятельствами, что превышение допустимых усилий или их некорректное приложение, а также отсутствие сведений о поведении корней зубов и пародонта при воздействии ортодонтических конструкций, может привести к патологическим процессам, возникающим в поддерживающем аппарате корня зуба.

В настоящее время в ходе ортодонтического лечения стоматолог в основном принимает решения эмпирически, руководствуясь накопленным опытом и ощущениями пациента. Существующие подходы к моделированию напряженно-деформированного состояния биомеханической системы зуб-периодонт опираются в основном на данные вычислительных экспериментов, отвечающие различным частным случаям. При разработке аналитических методов зачастую задача формулируется в упрощенной постановке, в частности, для геометрической формы корня зуба в виде конуса. Работы, посвященные математическому моделированию системы зуб–периодонт, имеют единичный характер, причем сравнительный анализ полученных результатов с экспериментальными данными и данными вычислительного эксперимента практически отсутствует. В связи с этим представляется актуальной и практически важной разработка математических моделей для прогнозирования поведения биомеханической системы зуб–периодонт при действии на корень зуба ортодонтической нагрузки.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами и темами

Диссертационная работа выполнялась в рамках инновационных проектов «Разработать методику автоматизированного проектирования и оптимизации конструкций зубочелюстных протезов и ортодонтических аппаратов при аномалиях и деформациях челюстно-лицевой области, обусловленных расщелинами губы и неба, с применением универсальных САД/САЕ/САМ-систем» (№ ГР 20065714 от 19.12.2006 г., 2006–2008 гг.), «Разработать и освоить в производстве аппарат для низкочастотной ультразвуковой терапии. Разработать методики клинических испытаний аппарата» (№ ГР 20072923, 2007–2009 гг.) Государственного комитета по науке и технологиям Республики Беларусь; грант Министерства образования Республики Беларусь «Анализ перемещений корня зуба в

костной ткани, возникающих под действием сосредоточенной нагрузки и момента сил» (№ ГР 20100249 от 05.03.2010 г., 2010 г.); гранты студентов и аспирантов Белорусского государственного университета «Биомеханическое моделирование ортодонтического аппарата с четырьмя коронками» (номер регистрации грантов Белгосуниверситета 38, 2010 г.) «Анализ свободных и вынужденных колебаний корня зуба в периодонтальной вязкоупругой оболочке с учетом атрофии костной ткани» (номер регистрации грантов Белгосуниверситета 51, 2011 г.); грант БРФФИ «Математическое моделирование динамических процессов в биомеханической системе зуб-периодонт» (проект Ф11М – 040, № ГР 20113972 от 13.10.2011 г., 2011–2013 гг.); задание 1.8.01 «Разработать математические модели и методы решения новых классов краевых задач механики сплошных сред применительно к актуальным современным проблемам науки и техники» Государственной программы научных исследований «Конвергенция» (№ ГР 20113045 от 07.09.2011 г., 2010–2013 гг.).

Цель и задачи исследования

Цель диссертационной работы заключается в нахождении зависимостей усилий, развиваемых ортодонтическим аппаратом для расширения верхней челюсти при его активации, от углов, определяющих ориентацию стрежней аппарата, геометрических и физико-механических характеристик стержней, а также в разработке математических моделей линейно-упругой и вязкоупругой периодонтальной оболочки, позволяющих определять напряженно-деформированное состояние периодонта при действии ортодонтической нагрузки.

Для достижения поставленной в работе цели были решены следующие основные задачи:

1. Выполнено математическое моделирование ортодонтического аппарата для быстрого расширения верхней челюсти при граничных условиях, соответствующих упругому и жесткому закреплению конца стержня.
2. Разработана параметризованная твердотельная трехмерная геометрическая модель ортодонтического аппарата и проведен конечно-элементный расчет усилий, развиваемых ортодонтическим аппаратом при его активации с учетом жесткого закрепления стержня на коронке.
3. Получены выражения для начальных перемещений корня зуба в линейно-упругой периодонтальной оболочке на основании решения системы уравнений равновесия для точек внутренней поверхности периодонта, которая прилегает к корню зуба и описывается уравнением эллиптического гиперболоида.
4. Сформулирована система уравнений движения вязкоупругой периодонтальной оболочки, а также определены перемещения точек внутренней поверхности периодонта при действии вертикальной сосредоточенной нагрузки.

5. Проведен анализ нормальных напряжений и тангенциальных напряжений, действующих по образующей и направляющей к внутренней поверхности линейно-упругого и вязкоупругого периодонта, в случае действия на зуб сосредоточенной нагрузки.

Объектом исследования являются ортодонтические аппараты для быстрого расширения верхней челюсти, биомеханическая система корень зуба – периодонт.

Предмет исследования – нагрузки, действующие на корень зуба со стороны ортодонтического аппарата, напряженно-деформированное состояние линейно-упругой и вязкоупругой периодонтальной оболочки, возникающее под действием ортодонтической нагрузки.

Для решения поставленных в диссертационной работе задач применены методы механики деформируемого твердого тела и теории упругости, метод конечных элементов, а также методы дифференциального и интегрального исчисления.

Геометрическое моделирование выполнено на основании функциональных возможностей пакетов CATIA, ANSYS; конечно-элементные расчеты проведены в программном комплексе ANSYS; численные результаты, визуализация полей напряжений и начальных положений корня зуба до и после приложения нагрузки получены с применением функциональных возможностей компьютерной системы *Mathematica*.

Положения, выносимые на защиту

Новыми результатами, выносимыми на защиту, являются:

1. Соотношения, позволяющие определять усилия, развиваемые стержнем ортодонтического аппарата для расширения верхней челюсти при его активации, в вестибулооральном, медиодистальном и вертикальном направлении в зависимости от геометрических размеров и ориентации стержней аппарата, а также от величины смещения пластинок аппарата относительно исходного положения при упругом закреплении конца стержня.

2. Математическая модель равновесия линейно-упругой периодонтальной оболочки, отличающаяся учетом изменения положения внутренней поверхности периодонта при перемещении корня зуба и позволяющая определять начальные перемещения корня зуба, имеющего форму эллиптического гиперболоида, в периодонтальной связке, напряженно-деформированное состояние периодонта, а также координаты точки приложения и направление действия нагрузки, обеспечивающие поступательное перемещение корня зуба.

3. Нестационарная модель системы зуб–периодонт, описывающая движение вязкоупругой периодонтальной оболочки с учетом жесткого закрепления ее внешней поверхности и начальных перемещений зуба, позволяющая определять перемещения корня зуба и напряженно-деформированное состояние периодонта

с течением времени при действии заданной ортодонтической нагрузки.

Личный вклад соискателя

Все основные результаты, выносимые на защиту диссертации, получены автором лично. Научный руководитель С.М. Босяков и соавторы научных исследований принимали участие в постановке задач и анализе полученных результатов.

Апробация результатов диссертации

Основные результаты, вошедшие в диссертационную работу, прошли апробацию на следующих международных и республиканских научных конференциях: III Белорусском конгрессе «Теоретическая и прикладная механика» (Минск, 12–16 октября 2007 г.); 65-й конференции студентов и аспирантов Белорусского государственного университета (Минск, 16–21 мая 2008 г.); IV Белорусском Конгрессе по теоретической и прикладной механике «Механика-2009» (Минск, 22–24 декабря 2009 г.); V и VI Международных конференциях «Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений» (Минск, 14–19 сентября 2009 г., 2011 г.); The World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering (Мюнхен, Германия, 7–12 сентября 2009 г.); XXXIX, XL Республиканских семинарах по теоретической и прикладной механике (Минск, 6–7 февраля 2008 г., 3–4 февраля 2009 г.) Boundary Value Problems, Functional Equations and Applications 2 (BFA 2) (Краков, Польша, 12–17 апреля 2010 г.); Mathematical Modelling and Analysis: 15th International Conference (Друскининкай, Литва, 26–29 мая 2010 г.); X Всероссийской конференции по биомеханике «Биомеханика–2010» (Саратов, Россия, 16–22 мая 2010 г.); Advanced Problems in Mechanics (APM) 2009, 2010, 2011 (Санкт-Петербург, Россия, 1–5 июля 2009 г., 2010 г., 2011 г.); XVII, XVIII Международных научно-технических конференциях «Прикладные задачи математики и механики» (Севастополь, Украина, 14–18 сентября 2009 г., 13–17 сентября 2010 г.); International Workshop «Computer Algebra Systems in Teaching and Research CASTR 2011» (Седльце, Польша, 2–6 февраля 2011 г.); Международном конгрессе по биомеханике ISB 2011 (Брюссель, Бельгия, 2–6 июля 2011 г.); X Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Нижний Новгород, Россия, 24–30 августа 2011 г.), Республиканской научной конференции студентов и аспирантов Республики Беларусь «НИРС-2011» (Минск, 18 октября 2011 г.).

Опубликованность результатов

Основные результаты диссертации опубликованы в 32 научных работах, из них 8 статей в научных журналах, соответствующих п. 18 Положения о присуждении ученых степеней и присвоения ученых званий в Республике Беларусь (общим объемом 3,25 авторского листа), 5 статей в других журналах, 10 статей

в материалах и трудах конференций, 8 тезисов докладов, 1 свидетельство о регистрации компьютерной программы.

Структура и объем диссертации

Диссертационная работа состоит из введения, общей характеристики работы, четырех глав, заключения, библиографического списка и одного приложения. Полный объем диссертационной работы составляет 117 страниц, из них 98 страниц содержат основной текст с рисунками и таблицами, 11 страниц – список использованных библиографических источников, 8 страниц – приложение.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Основное содержание диссертационной работы составляют четыре главы.

В первой главе проведен обзор литературных источников, посвященных методам исследования влияния ортодонтических конструкций на перемещаемые зубы и верхнюю челюсть, существующим моделям периодонтальной связки и их использованию для определения напряженно-деформированного состояния периодонта. Выполненный обзор показал, что в основном для расчета перемещений корня зуба в периодонте используется метод конечных элементов, в то время как аналитические модели системы зуб–периодонт практически отсутствуют. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния периодонтальной связки представлены в малом количестве публикаций, в частности, в работах А. Е. Крушевского, Ю. И. Няшина, С. В. Шилько и некоторых других авторов.

Во второй главе представлены результаты биомеханического моделирования усилий, развиваемых ортодонтическим аппаратом для быстрого расширения верхней челюсти с четырьмя стержнями и винтом HYRAX (рисунок 1). Ортодонтический аппарат такого типа за счет раскручивания винта, соединяющего пластинки, создает усилия, приводящие к расширению верхней челюсти и перемещению зубов, к которым прикреплены коронки, жестко соединенные со стержнями аппарата.

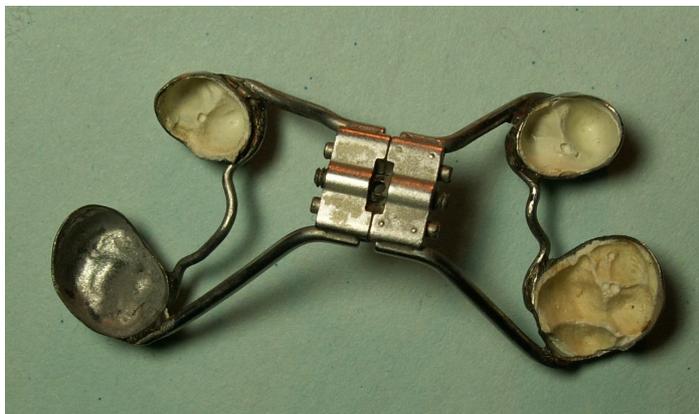


Рисунок 1 – Реальная конструкция ортодонтического аппарата

На рисунке 2 представлена расчетная схема ортодонтического аппарата, на которой приняты следующие обозначения: u_0 – начальные перемещения пластинок аппарата при раскручивании винта, r_{md}, r_{vo}, r_{ve} – медиодистальное, вестибулооральное и вертикальное направление соответственно, δ – угол между касательной к зубному ряду и координатной осью OX .

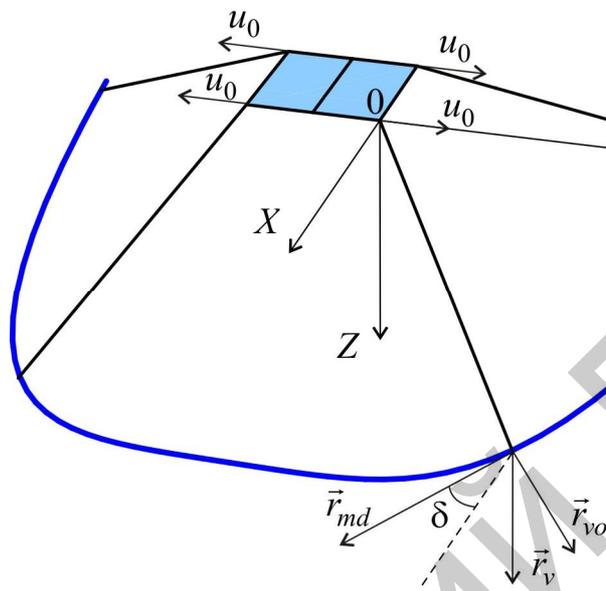


Рисунок 2 – Схематическое изображение ортодонтического аппарата

Расчетная схема для стержня AB ортодонтического аппарата представлена на рисунке 3.

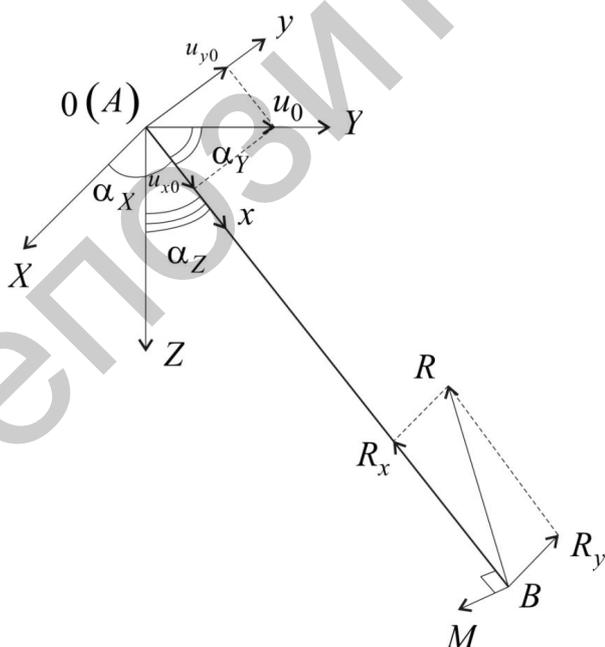


Рисунок 3 – Расчетная схема для стержня ортодонтического аппарата

Точка A соответствует верхнему концу стержня, точка B – нижнему концу стержня. Верхний конец стержня, соединенный с пластинкой ортодонтического аппарата, получает перемещения, равные смещению пластинки аппарата. С учетом этого будем считать, что точка A , совпадающая с началом координат системы $OXYZ$, при раскручивании винта получает перемещение u_0 , направленное вдоль координатной оси OY . Нижний конец стержня, соединенный с коронкой, при перемещении верхнего конца стержня создает усилия, действующие на зуб.

Перемещение u_y вдоль оси Oy найдем из уравнения поперечного изгиба стержня

$$EI\partial_x^4 u_y - R_x \partial_x^2 u_y = 0, \quad (1)$$

где E – модуль упругости материала, из которого изготовлен стержень ортодонтического аппарата; I – момент инерции поперечно сечения стержня; $R_x = -c_x u_{0x}$; c_x – жесткость пародонта в направлении координатной оси Ox ; $u_{0x} = u_0 \cos(\alpha_Y)$ – перемещение верхней точки стержня вдоль этой же оси; α_X , α_Y , α_Z – углы между стержнем аппарата и осями координат Ox , Oy , Oz соответственно; $\partial_x = \partial/\partial x$.

Граничные условия для точки A верхнего конца стержня имеют вид ($u_{0y} = u_0 \sin(\alpha_Y)$ – перемещение верхней точки стержня в направлении координатной оси Oy)

$$u_y|_{x=0} = u_{0y}, \quad \partial_x u_y|_{x=0} = 0. \quad (2)$$

В случае жесткого закрепления стержня аппарата на коронке зуба граничные условия для точки B сформулированы следующим образом (l – длина стержня)

$$u_y|_{x=l} = \partial_x u_y|_{x=l} = 0. \quad (3)$$

Граничные условия для точки B стержня, учитывающие упругость пародонта представлены в виде

$$\left(c_y u_y + EI \partial_x^3 u_y \right) \Big|_{x=l} = 0, \quad \left(\mu \partial_x u_y + EI \partial_x^2 u_y \right) \Big|_{x=l} = 0. \quad (4)$$

Здесь c_y – жесткость пародонта в направлении координатной оси Oy ; μ – жесткость пародонта при повороте зуба относительно оси, перпендикулярной плоскости xOy .

На основании решения уравнения (1) с учетом граничных условий (2), (3) и (4) для двух случаев закрепления нижнего конца стержня получены выражения для определения реактивной сил, действующих в медиодистальном, вестибулооральном и вертикальном направлении и моментов, действующих относительно тех же направлений, которые имеют вид (δ – угол между касательной к зубному ряду и координатной осью Ox)

$$R_{md} = R_X \cos(\delta) - R_Y \sin(\delta), R_{vo} = R_X \sin(\delta) + R_Y \cos(\delta), R_v = R_Z, \quad (5)$$

$$M_{md} = M_X \cos(\delta), M_{vo} = M_X \sin(\delta), M_v = M_Z. \quad (6)$$

В формулах (5), (6) приняты следующие обозначения:

$$R_X = -\cos(\alpha_X)(R_x + R_y r \cos(\alpha_Y)), R_Y = R_y \sin(\alpha_Y) - R_x r \cos(\alpha_Y),$$

$$R_Z = -\cos(\alpha_Z)(R_x + R_y r \cos(\alpha_Y)), R_y = -EI \partial_x^3 u_y \Big|_{x=l},$$

$$M_X = -Mr \cos(\alpha_Z), M_Z = Mr \cos(\alpha_X), M = -EI \partial_x^2 u_y \Big|_{x=l},$$

$$r = (\cos^2(\alpha_X) + \cos^2(\alpha_Z))^{-1/2}.$$

С применением формул (5), (6) проведен анализ зависимостей реакций и реактивных моментов, возникающих при активации ортодонтического аппарата, от углов наклона стержня для различных клинических случаев. Рассмотрены три варианта расположения стержня аппарата в пространстве. В первом случае стержень принадлежит плоскости $Y0Z$, во втором случае – располагается в плоскости, составляющей угол $\pi/4$ с плоскостями $X0Z$ и $Y0Z$, в третьем случае стержень аппарата принадлежит плоскости $X0Y$. При вычислениях принимаем расстояние, на которое перемещаются пластинки аппарата, равным $u_0 = 1$ мм для граничных условий (2), (4). Модуль упругости материала, из которого изготовлены стержни, составляет $E = 200$ ГПа, радиус поперечного сечения стержня $r = 1$ мм, длина стержня $l = 25$ мм. Жесткость пародонта при поступательном перемещении корня зуба в направлении осей $c_x = c_y = 50$ кН/м, жесткость пародонта при поворотах корня $\mu = 10$ Н·м. В результате расчетов установлено, что для различных конструкций ортодонтического аппарата наибольшие по величине реактивные силы наблюдались в вестибулооральном направлении. Максимальные величины моментов наблюдались относительно медио-дистального и вертикального направлений и составляли 3 и 3,6 Н·м соответственно.

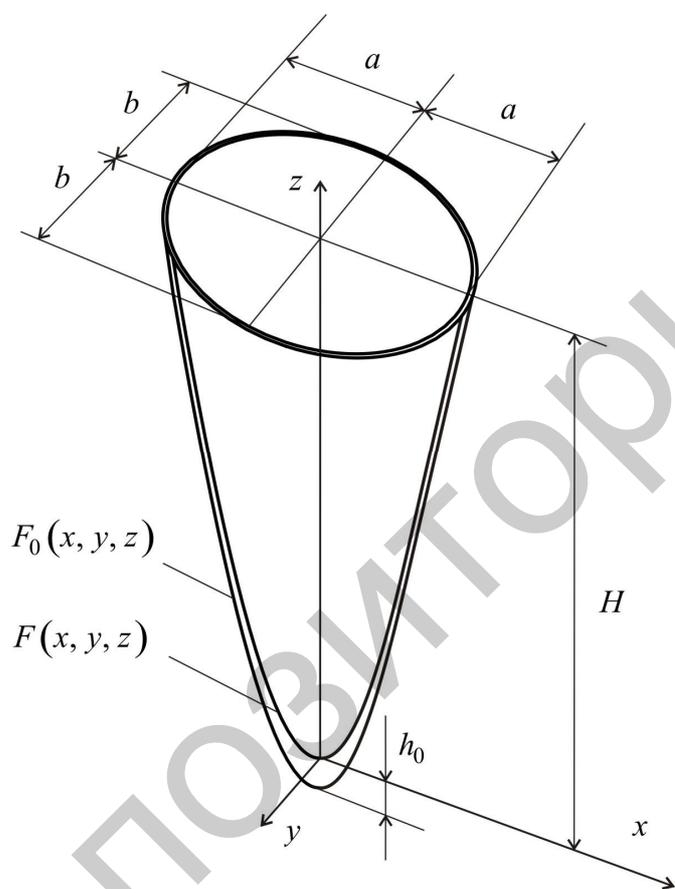
Также **во второй главе** выполнено конечно-элементное моделирование ортодонтического аппарата с четырьмя стержнями и винтом NYRAX на основании параметризованной геометрической твердотельной модели аппарата, и определены усилия, развиваемые стержнем аппарата при раскручивании винта. Сравнительный анализ результатов расчета реактивных сил и моментов, полученных на основании соотношений (5), (6) с учетом граничных условий (2), (3) и с применением метода конечных элементов в случае жесткого закрепления стержня на коронке, показал достаточно высокое совпадение значений реакций

(максимальное различие 1,1 %); расхождение результатов при вычислении моментов не превышали 12,5 %.

Третья глава посвящена исследованию напряженно-деформированного состояния периодонта, возникающего под действием ортодонтической нагрузки. Внешняя поверхность периодонта и его поверхность, примыкающая к корню зуба, описываются уравнениями эллиптических гиперboloидов:

$$F_0(x, y, z) = F(x, y, z) + h_0 = 0, \quad (7)$$

$$F(x, y, z) = z - \frac{H}{\sqrt{1+p^2} - p} \left(\sqrt{\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + p^2} - p \right) = 0.$$



Здесь H – высота корня зуба; p – параметр, характеризующий закругление вершины корня зуба; a, b – полуоси эллипса в сечении корня зуба плоскостью, перпендикулярной оси корня; h_0 – параметр, характеризующий толщину периодонта; $F_0(x, y, z)$ ограничивает поверхность периодонта со стороны костной ткани, $F(x, y, z)$ ограничивает периодонт со стороны корня зуба. Обозначения, принятые в формулах (7), показаны на рисунке 4.

Вектор перемещений точек периодонта $\vec{u} = (u_x, u_y, u_z)$, по аналогии с подходом, предложенным в работах А. Е. Крушевского, С. А. Наумовича, представлены в

Рисунок 4 – Геометрические размеры корня зуба

виде, отвечающем жесткому закреплению внешней поверхности периодонта на костной ткани зубной альвеолы:

$$\vec{u} = \frac{1}{h_0} (F(x, y, z) + h_0) (\vec{u}^{(0)} + \vec{\varphi} \times \vec{r}), \quad (8)$$

где $u^{(0)} = (u_x^{(0)}, u_y^{(0)}, u_z^{(0)})$ – вектор поступательных перемещений внутренней поверхности периодонтальной оболочки, вдоль осей координат, компоненты которого совпадают с поступательными перемещениями корня зуба; $\varphi = (\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z)$ – вектор углов поворота внутренней поверхности периодонта, компоненты которого также совпадают с поворотами корня зуба относительно осей координат; $\vec{r} = (x, y, z)$ – радиус-вектор, проведенный из начала координат, находящегося в вершине корня зуба.

Для нахождения компонент вектора поступательных перемещений и углов поворота использованы уравнения равновесия (равенства нулю главного вектора и главного момента сил, действующих на зуб, а также напряжений на внутренней поверхности периодонта)

$$\iint_F (\vec{n} \cdot \sigma) dF - \vec{P} = 0, \quad \iint_F \vec{r} \times (\vec{n} \cdot \sigma) dF - \vec{m} = 0, \quad (9)$$

где $\vec{m} = (m_x, m_y, m_z)$ – главный момент внешних сил; $\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$ – главный вектор внешних сил; $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$ – единичный вектор нормали к поверхности $F(x, y, z) = 0$; σ – тензор напряжений, описывающий линейно-упругую среду.

После подстановки компонент тензора напряжений и компонент единичного вектора нормали, а также выражений (8) в уравнения (9), выделив коэффициенты при поступательных перемещениях и углах поворота, получена система уравнений для нахождения трех компонент вектора поступательных перемещений и трех компонент вектора углов поворота. Интегрирование коэффициентов полученной системы проведено в обобщенных цилиндрических координатах с учетом поворота системы координат, связанной с корнем зуба. Для этого сформулированы выражения для координат x, y и z системы $Oxyz$, связанной с исходным положением корня зуба, через координаты x_3, y_3 и z_3 системы $Ox_3y_3z_3$, связанной с положением равновесия корня зуба под действием ортодонтической нагрузки (рисунок 5). Поворот системы координат $Oxyz$ относительно системы $Ox_3y_3z_3$ рассматривался как результат последовательных поворотов осей координат Ox, Oy и Oz на углы φ_x, φ_y и φ_z .

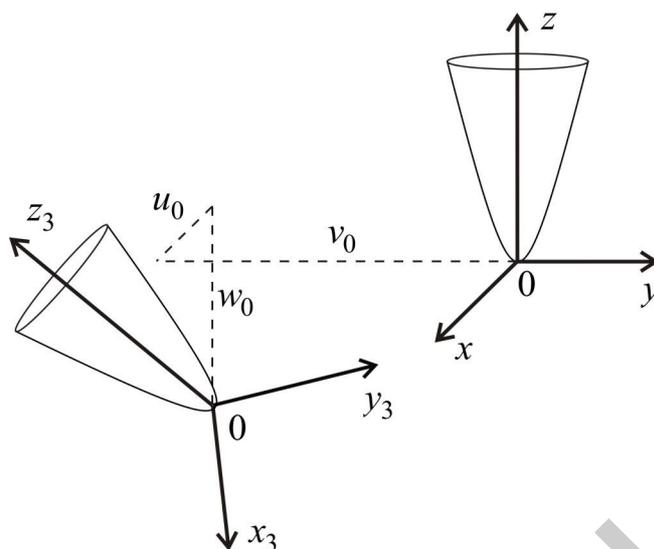


Рисунок 5 – Поворот системы координат

Используя матрицы поворота и полагая, что углы поворота малы, получены выражения, связывающие координаты x , y , z и координаты x_3 , y_3 и z_3 :

$$\begin{aligned} x &= x_3 + u_0 + (v_0 + y_3)(\varphi_x \varphi_y - \varphi_y) + (w_0 + z_3)(\varphi_y + \varphi_x \varphi_z), \\ y &= (u_0 + x_3)\varphi_z + (w_0 + z_3)(\varphi_y \varphi_z - \varphi_x) + (v_0 + y_3)(1 + \varphi_x \varphi_y \varphi_z), \\ z &= w_0 + z_3 + (v_0 + y_3)\varphi_x - (u_0 + x_3)\varphi_y. \end{aligned} \quad (10)$$

После преобразования координат в соответствии с соотношениями (10) из системы уравнений равновесия найдены соотношения для перемещений, возникающих в линейно-упругой периодонтальной связке при действии на зуб ортодонтической нагрузки. С применением полученных выражений, проведен расчет перемещений корня премоляра в периодонтальной связке для трех случаев действия сосредоточенной силы. Выполнен сравнительный анализ перемещений премоляра на основании найденных соотношений и конечно-элементного пакета ANSYS. В результате установлено, что максимальное различие в результатах нахождения перемещений не превышает 3 %. Также результаты расчета перемещений сравнивались с экспериментальными исследованиями *in vivo*, которые показали достаточно высокое совпадение результатов.

Определены координаты точек, в которых следует приложить нагрузку параллельно координатным осям $0x$ и $0y$ соответственно, чтобы корень зуба перемещался только поступательно, а также решена задача по определению координат точек приложения силы и ориентации линии действия нагрузки в плоскостях симметрии корня из условия поступательного перемещения корня зуба. Найденные точки являются центрами сопротивления, связанными с корнем зу-

ба. Координаты центров сопротивления, вычисленные для определенных геометрических параметров корня и упругих постоянных периодонтальной связки, достаточно хорошо согласуются с экспериментальными данными и теоретическими результатами, полученными другими авторами, в частности Ю. И. Няшиным, А. Е. Крушевским, С. А. Наумовичем и др. Координаты центров сопротивления, определенные с помощью конечно-элементного пакета ANSYS, практически совпали с найденными координатами.

При определении перемещений точек периодонта с учетом его вязкоупругих свойств зависимость между напряжениями и деформациями для периодонтальной оболочки принималась в виде

$$\sigma_{ij}(\vec{r}, t) = 2G \left(e_{ij}(\vec{r}, t) - \int_0^t K(t-\tau) e_{ij}(\vec{r}, \tau) d\tau + \frac{\nu \delta_{ij}}{1-2\nu} \left(\sum_{k=1}^3 e_{kk}(\vec{r}, t) - \int_0^t K(t-\tau) \sum_{k=1}^3 e_{kk}(\vec{r}, \tau) d\tau \right) \right), \quad (11)$$

где G – мгновенный модуль сдвига; $\nu = \text{const}$ – коэффициент поперечной деформации; $K(t)$ – ядро релаксации для объемных и сдвиговых напряжений.

Сформулированы уравнения движения корня зуба в вязкоупругом периодонте:

$$\iint_F (\vec{n} \cdot \sigma(\vec{r}, t)) dF + M \frac{d^2 \vec{u}^{(0)}(t)}{dt^2} - \vec{P} = 0, \quad \iint_F \vec{r} \times (\vec{n} \cdot \sigma(\vec{r}, t)) dF + J \frac{d^2 \vec{\varphi}(t)}{dt^2} - \vec{m} = 0, \quad (12)$$

где $\sigma(\vec{r}, t)$ – тензор напряжений, компоненты которого определяются выражениями (11); M – масса зуба; J – осевой момент инерции зуба.

На основании системы уравнений движения (12) определены вертикальные перемещения корня зуба в вязкоупругом периодонте при действии постоянной во времени нагрузки $P_z = P$. В этом случае из уравнений движения (12) следует

$$c_z \left(u_z^{(0)}(t) - \int_0^t K(t-\tau) u_z^{(0)}(\tau) d\tau \right) + M \frac{d^2 u_z^{(0)}(t)}{dt^2} = P, \quad (13)$$

$$c_z = \frac{2aG\pi \left(b^2 H^2 + a^2 (H^2 + 2\gamma r_1 b^2) - H^2 p^2 r_2 (a^2 + b^2) \right)}{4a^2 b h_0 r_1},$$

$$r_1 = \left(\sqrt{1+p^2} - p \right)^2, \quad r_2 = \ln \left(\frac{1}{p^2} + 1 \right).$$

В частности, для экспоненциального ядра релаксации $K_1(t) = Ae^{-Bt}$ ($A, B > 0$), соответствующего модели Максвелла, в результате решения уравнения (13) получено следующее выражение для перемещений корня зуба в зависимости от времени:

$$u_z^{(0)}(t) = \frac{PB}{c_z(B-A)} + \frac{PA}{c_z m(A-B)} \left(\frac{\exp(p_1 t)(c_z + Mp_1(B+p_1))}{(p_1-p_2)(p_1-p_3)} + \frac{\exp(p_2 t)(c_z + Mp_2(B+p_2))}{(p_2-p_1)(p_2-p_3)} + \frac{\exp(p_3 t)(c_z + Mp_3(B+p_3))}{(p_3-p_1)(p_3-p_2)} \right), \quad (14)$$

$$p_1 = -\frac{b}{3} + \alpha + \beta, \quad p_2 = -\frac{B}{3} - \frac{1}{2}(\alpha + \beta) + \frac{i\sqrt{3}}{2}(\alpha - \beta),$$

$$p_3 = -\frac{b}{3} - \frac{1}{2}(\alpha + \beta) - \frac{i\sqrt{3}}{2}(\alpha - \beta), \quad \alpha = \sqrt[3]{-\frac{q_2}{2} + \sqrt{\left(\frac{q_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{q_1}{2}\right)^3}},$$

$$\beta = -\frac{q_1}{3\alpha}, \quad q_1 = \frac{c_z}{M} - \frac{B^2}{3}, \quad q_2 = \frac{2B^3}{27} - \frac{Ac_z}{M} + \frac{2Bc_z}{3M}.$$

Зависимость поступательных вертикальных перемещений $u_z^{(0)}(t)$ корня премоляра ($a = 5$ мм, $b = 3,5$ мм, $H = 14,3$ мм, $p = 0,4$) при действии постоянной вертикальной нагрузки $P = 100$ Н показана на рисунке 6. Рисунок 7 показывает, что в начальный момент времени перемещение составляет $u_z^{(0)}(0) \approx 4,4643$ мкм, начальная скорость равна нулю.

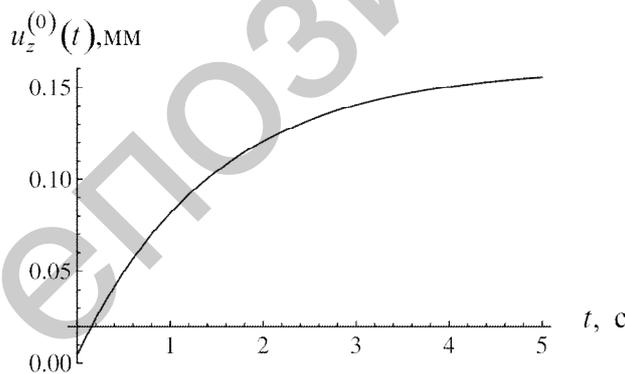


Рисунок 6 – Зависимость поступательного перемещения корня зуба в вязкоупругой периодонтальной оболочке вдоль оси аппликата

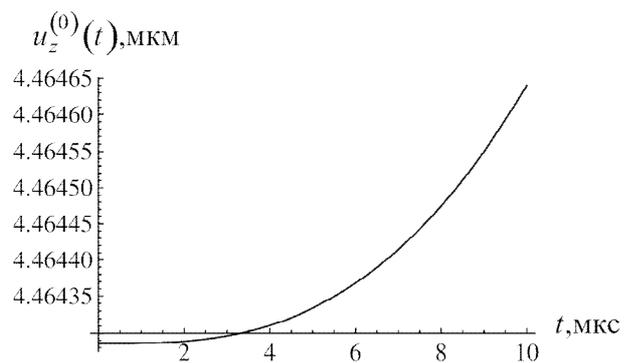


Рисунок 7 – Выполнение начальных условий для зависимости поступательного перемещения корня зуба в вязкоупругой периодонтальной оболочке вдоль оси аппликата

Параметры ядра релаксации $K_1(t)$ определены на основании данных клинических наблюдений и принимались равными $A = 23,80$ 1/с, $B = 24,48$ 1/с. Модуль упругости периодонта с «бесконечной» скоростью $E = 10$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,45$. Жесткость при поступательном перемещении вдоль оси Oz для премоляра составляет $c_z = 22,4$ МН/м; масса премоляра $M = 1$ г.

Аналогичный расчет вертикальных перемещений корня премоляра проведен с использованием ядра релаксации с особенностью $K_2(t) = At^{-s}e^{-Bt}$ ($A, B > 0, 0 \leq s < 1$).

Четвертая глава посвящена анализу напряженно-деформированного состояния периодонта, возникающего вследствие действия на зуб ортодонтической нагрузки.

Выведены выражения для определения напряжений σ_n , действующих по нормали к поверхности корня зуба, напряжений τ_{ns} , действующих вдоль образующей к поверхности корня зуба, и напряжений $\tau_{n\theta}$, действующих вдоль направляющей к поверхности корня:

$$\sigma_n = \frac{(\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{n}}{|\vec{n}|^2}, \quad t_{ns} = \frac{(\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{s}}{|\vec{n}| |\vec{s}|}, \quad t_{n\theta} = \frac{(\sigma \cdot \vec{n}) \cdot \vec{t}}{|\vec{n}| |\vec{t}|}, \quad (15)$$

где σ – тензор напряжений; \vec{n} – вектор внешней нормали к поверхности корня зуба; \vec{s} – вектор образующей эллиптического гиперboloида; \vec{t} – вектор направляющей в поверхности эллиптического гиперboloида.

Сведения о напряжениях (15) имеют большое практическое значение, поскольку отвечают трем взаимно перпендикулярным направлениям, а также позволяют определить суммарные напряжения, возникающие в периодонте, и спрогнозировать появление болевых ощущений.

Проведен анализ напряженного состояния линейно-упругой периодонтальной связки для двух вариантов нагружения корня премоляра сосредоточенной нагрузкой. В частности, на рисунке 8 представлены диаграммы нормальных и касательных напряжений при действии на корень премоляра горизонтальной нагрузки 100 Н. Максимальные напряжения наблюдались в направлении нормали к внутренней поверхности периодонта и составили 4,83 МПа.

Выполнено моделирование напряженно-деформированного состояния периодонта с учетом его вязкоупругих свойств. Проведен анализ зависимостей нормальных к внутренней поверхности периодонта напряжений и касательных напряжений, действующих по образующей и направляющей к внутренней поверхности периодонта, от времени при перемещении корня премоляра вдоль оси аппликат под действием постоянной по времени нагрузки.

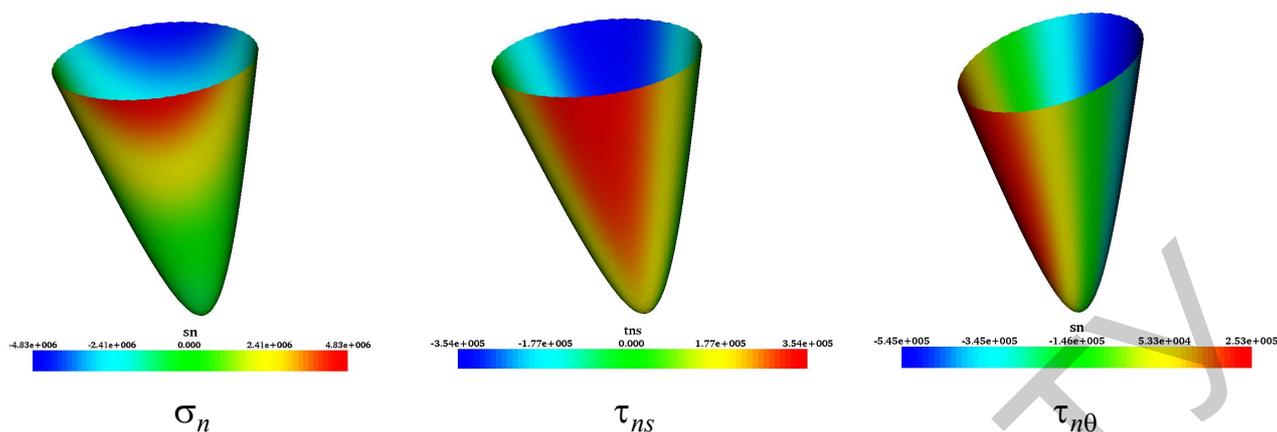


Рисунок 8 – Распределения нормальных и касательных напряжений на внутренней поверхности периодонта

Также в четвертой главе определены зависимости деформаций внутренней поверхности периодонтальной оболочки от времени. Проведен анализ полученных зависимостей при перемещении корня премоляра вдоль оси аппликата, а также зависимостей нормальных и касательных напряжений от деформаций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

1. Получены соотношения для усилий, развиваемых стержнем ортодонтического аппарата для расширения верхней челюсти при его активации в вестибулооральном, медиодистальном и вертикальном направлении, зависящие от геометрических размеров стержней, ориентации стержней по отношению к пластинкам аппарата, а также величины смещения пластинок относительно исходного положения при упругом закреплении конца стержня. Проведен расчет реактивных сил и моментов, развиваемых ортодонтическим аппаратом, для конкретных клинических случаев. Выполнен сравнительный анализ результатов математического и конечно-элементного моделирования для случая жесткого закрепления стержня на коронке [1, 5, 6, 13, 14, 15, 16, 17, 20, 24, 27, 32].

2. Разработана математическая модель равновесия линейно-упругой периодонтальной оболочки, отличающаяся учетом изменения положения внутренней поверхности периодонта при перемещении корня зуба и позволяющая определять начальные перемещения корня зуба, имеющего форму эллиптического гиперболоида, в периодонтальной связке, напряженно-деформированное состояние периодонта, а также координаты точки приложения и направление действия нагрузки, обеспечивающие поступательное перемещение корня зуба. Выполнен

расчет перемещений корня премоляра в линейно-упругой периодонтальной связке под действием различных сосредоточенных нагрузок. Проведен сравнительный анализ результатов расчета перемещений полученных на основании предложенного подхода, метода конечных элементов и экспериментальных данных [3, 4, 8, 9, 7, 10, 11, 12, 17, 18, 19, 22, 23, 25, 26, 28, 29, 30, 31].

3. Разработана нестационарная модель системы зуб-периодонт, описывающая движение вязкоупругой периодонтальной оболочки с учетом жесткого закрепления ее внешней поверхности и начальных перемещений зуба, позволяющая определять перемещения корня зуба и напряженно-деформированное состояние периодонта с течением времени при действии заданной ортодонтической нагрузки. Проведен анализ напряженно-деформированного состояния вязкоупругой периодонтальной оболочки, возникающего при перемещении корня зуба под действием вертикальной нагрузки [2, 11, 12, 21, 26, 27, 28, 29, 30, 31].

Рекомендации по практическому использованию результатов

Полученные результаты могут быть непосредственно использованы на практике стоматологами-ортодонтами для прогнозирования нагрузки, приходящейся на перемещаемые зубы, со стороны стержней ортодонтического аппарата, а также для оптимизации конструкций аппарата.

Результаты исследований могут быть использованы на практике стоматологами-ортодонтами для определения величин и направлений начальных перемещений корня зуба в периодонте, а также перемещений в зависимости от времени в случае действия на зуб сосредоточенной нагрузки или момента сил. Поскольку полученные значения перемещений корней зубов на основании явных формул достаточно хорошо совпадают с результатами конечно-элементного расчета, найденные соотношения можно также использовать для разработки компьютерного пакета, позволяющего определять начальные перемещения корней зубов, а также осуществлять визуализацию положений корней зубов до и после приложения нагрузки.

Результаты диссертационной работы могут быть также использованы для оценки напряжений, возникающих в периодонте, в случае действия на зуб ортодонтической нагрузки, в частности, со стороны стержня ортодонтического аппарата. Представленный в работе подход позволяет корректно дозировать величину нагрузки и задавать ее направление. Также отметим, что полученные явные формулы для напряжений можно использовать для разработки компьютерного пакета, позволяющего осуществлять визуализацию полей напряжений в периодонте.

Полученные в ходе проведения диссертационного исследования результаты использованы при разработке специального учебного курса «Биомеханика системы зуб–периодонт–костная ткань», читаемом студентам механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ СОИСКАТЕЛЯ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Статьи в рецензируемых журналах и сборниках

1. Доста, А.Н. Компьютерный анализ напряженно-деформированного состояния ортодонтического аппарата / А.Н. Доста, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Теоретическая и прикладная механика. – 2008. – № 23. – С. 18–23.
2. Ивашенко, С.В. Расчет перемещений корней зубов в нормальной и ослабленной костной ткани для различных клинических случаев / С.В. Ивашенко, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Медицинский журнал. – 2009. – № 2. – С. 54–58.
3. Ивашенко, С.В. Моделирование перемещений и поворотов корня зуба, возникающих под действием сосредоточенной нагрузки / С.В. Ивашенко, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Теоретическая и прикладная механика. – 2009. – № 24. – С. 108–111.
4. Ивашенко, С.В. Анализ влияния свойств костной ткани на перемещения зубного ряда под действием сосредоточенной нагрузки / С.В. Ивашенко, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Теоретическая и прикладная механика. – 2009. – № 24. – С. 112–116.
5. Михасев, Г.И. Биомеханическое моделирование ортодонтического аппарата с четырьмя стержнями / Г.И. Михасев, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Вестник БГУ. Серия 1. – 2010. – № 1. – С. 156–159.
6. Михасев, Г.И. Определение силовых факторов, развиваемых ортодонтическим аппаратом для расширения верхней челюсти / Г.И. Михасев, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Российский журнал биомеханики. – 2010. – Т. 13, № 1. – С. 74–85.
7. Белодед, Л.А. Конечно-элементный анализ напряжений, возникающих в системе «штифт – корень зуба» под действием статической нагрузки / Л.А. Белодед, К.С. Юркевич, С.М. Босяков // Теоретическая и прикладная механика. – 2010. – № 25. – С. 171–174.
8. Босяков, С.М. Анализ влияния атрофии костной ткани на жесткости периодонта при поступательных перемещениях и поворотах корней зубов / С.М. Босяков, С.В. Ивашенко, К.С. Юркевич // Механика машин, материалов и механизмов. – 2010. – № 1. – С. 81–85.
9. Босяков, С.М. Определение жесткостей костной ткани при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Российский журнал биомеханики. – 2010. – Т. 14, № 2. – С. 37–46.
10. Босяков, С.М. Анализ напряжений, возникающих под действием сосредоточенной нагрузки, в области контакта периодонта с корнем зуб / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Механика машин, материалов и механизмов. – 2010. – № 4. – С. 75–79.

11. Босяков, С.М. Математическое моделирование начальных перемещений корня зуба в костной ткани под действием мгновенной статической нагрузки / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Российский журнал биомеханики. – 2011. – Т. 15, № 3. – С. 55–67.

12. Bosiakov S. The modeling of the displacement of the fang in the bone stock under the concentrated force / S. Bosiakov, K. Yurkevich // Computer Algebra Systems in Teaching and Research. – 2011. – P. 23–29.

13. Доста, А.Н. Биомеханический анализ быстрого расширения верхней челюсти винтом HYRAX в случае расщелины неба и альвеолярного отростка / А.Н. Доста, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Стоматологический журнал. – 2011. – № 1. – С.34–37.

Материалы конференций

14. Юркевич, К.С. Компьютерное моделирование и расчет напряженно – деформированного состояния ортодонтического аппарата в программной среде Ansys Workbench / К.С. Юркевич, С.М. Босяков // Материалы докладов XIV Международной конф. студентов, асп. и молодых ученых «Ломоносов» / Отв. ред. И.А. Алешковский, П.Н. Костылев [Электронный ресурс]. – М.: Изд. центр факультета журналистики МГУ им. М.В. Ломоносова, 2007. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

15. Юркевич, К.С. Конечно-элементный анализ напряженно-деформированного состояния ортодонтического аппарата / К.С. Юркевич, С.М. Босяков // Прикладные задачи математики в механике, экономике, экологии: материалы V Междунар. студ. науч. конф., Севастополь, 9–13 апреля 2007 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю.Е. Обжерин. – Севастополь, 2007. – С. 41–44.

16. Босяков, С.М. Компьютерный анализ напряженно – деформированного состояния ортодонтического аппарата / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Прикладные задачи математики и механики: материалы докладов XV Международной науч. конф. ученых Украины, Беларуси, России, Севастополь, 17–21 сент. 2007 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю.Е. Обжерин. – Севастополь, 2007. – С. 180–183.

17. Bosiakov, S. The calculation of teeth roots displacement which appears during orthodontical treatment/ S. Bosiakov, K. Yurkevich, A. Dosta // The World Congress on Medical Physics and Biomedical Engineering: IFMBE Proceedings, Munich, Germany, 7–12 September, 2009. – Springer Berlin Heidelberg, 2009. – P. 209–211.

18. Босяков, С.М. Определение жесткости костной ткани при поступательных перемещениях и поворотах корня зуба / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Прикладные задачи математики и механики: материалы докладов XVII Между-

нар. науч.-техн. конф., Севастополь, 14–19 сент. 2009 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю.Е. Обжерин. – Севастополь, 2009. – С. 177–181.

19. Юркевич, К.С. Математическое моделирование перемещений трехкоренного зуба / К.С. Юркевич // Прикладные задачи математики и механики: материалы докладов XVII Междунар. науч.-техн. конф., Севастополь, 14–19 сент. 2009 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю.Е. Обжерин. – Севастополь, 2009. – С. 181–184.

20. Михасев, Г.И. Анализ усилий, развиваемых ортодонтическим аппаратом для расширения верхней челюсти/ Г.И. Михасев, С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Механика-2009: Сб. науч. тр. IV Белорусского конгресса по теорет. и прикл. механике, Минск, 22–24 дек. 2009 г. / ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М. С. Высоцкий [и др.]. – Минск, 2009. – С. 455–459.

21. Bosiakov, S.M. Stress condition of elastic medium originates from displacements of elliptical hyperboloid / S.M. Bosiakov, K.S. Yurkevich // Boundary Value Problems, Functional Equations and Applications 2 (BFA 2): Proceedings of international conference, Crakow, Poland, April 14–17, 2010. / The Pedagogical University of Crakow. – Cracow, 2010. – P. 21–22.

22. Босяков, С.М. Определение жесткостей костной ткани при поступательных перемещениях корня зуба/ С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: Труды 5-й Междунар. конференции: в 2 томах. – 2010. – Т. 2. – С. 27–30.

23. Босяков, С.М. Математическое моделирование напряженно - деформируемого состояния периодонтальной связки / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Прикладные задачи математики и механики: материалы докладов XVIII Международной науч.-техн. конф., Севастополь, 13–17 сент. 2010 г. / Севастопольский национальный технический университет, науч. ред. Ю.Е. Обжерин. – Севастополь, 2010. – С. 48–52.

Тезисы докладов

24. Юркевич, К.С. Компьютерное моделирование сложных зубных поверхностей на примере коронок для резца и клыка / К.С. Юркевич // Пятые Поляховские чтения: тез. докл. междунар. науч. конф. по механике, Санкт-Петербург, 3–6 фев. 2009 г. – СПб., 2009. – С. 222.

25. Босяков, С.М. Определение жесткостей костной ткани при поступательных перемещениях корня зуба / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Аналитические методы анализа и дифференциальных уравнений: тез. докл. Междунар. конф. Минск, 14–19 сент., 2009 г. / ИМ НАН Беларуси. – Минск, 2009. – С. 35–36.

26. Босяков, С.М. Моделирование напряженного состояния периодонтальной связки в области контакта периодонта с корнем зуба с учетом атрофии костной ткани / С.М. Босяков, К.С. Юркевич // Биомеханика 2010: Тез. докл. X Всерос. конф., Саратов, Россия, 16–22 мая, 2010 г. / Саратовский университет; редкол. Л. Ю. Коссович [и др.]. – Саратов, 2010. – С. 47–48.

27. Bosiakov, S. Some cases of mathematical modeling applications in orthopedic stomatology / S. Bosiakov, K. Yurkevich // Mathematical Modelling and Analysis: Abstracts of 15th International Conference, Druskininkai, Lithuania, May 26–29, 2010 / Vilnius Gediminas Technical University. – Vilnius, 2010. – P. 9.

28. Yurkevich, K.S. Analysis of stress deformed condition of periodontal layer / K.S. Yurkevich, S.M. Bosiakov // Advanced Problems in Mechanics: Book of abstracts of XXXVIII Summer School-Conference, St. Petersburg (Repino), Russia, July 1–5, 2010 / IPME RAS. – 2010. – P. 101.

29. Bosiakov, S.M. Biomechanical modeling of tooth root movements in bone stock / S.M. Bosiakov, K.S. Yurkevich // Advanced Problems in Mechanics: Book of abstracts of XXXIX Summer School-Conference, St. Petersburg (Repino), Russia, July 1–5, 2011 / IPME RAS. – 2011. – P. 75.

30. Yurkevich, K.S. Biomechanical modeling of teeth roots displacement in bone stock under static loading / K.S. Yurkevich, S.M. Bosiakov // Book of abstracts of XXIII congress of the International Society of Biomechanics, Brussels, Belgium, July 3–7, 2011 – Brussels, 2011. – P. 24.

31. Юркевич, К.С. Математическое моделирование начальных перемещений корня зуба под действием статической нагрузки / К.С. Юркевич, С.М. Босяков // НИРС–2011: Сборник тезисов докладов Республиканской науч. конф. студентов и асп. Республики Беларусь, Минск, 18 октября 2011 г. / Редкол.: С.В. Абламейко [и др.]. – Минск, 2011. – С. 92.

Свидетельство о регистрации компьютерной программы

32. Свидетельство о регистрации компьютерной программы в Национальном центре интеллектуальной собственности Республики Беларусь № 030 Программный модуль «Orthodontic Appliance Modeler» CAD - пакета САТІА V5, (авторы С.А. Наумович, А.Н. Доста, С.М. Босяков, К.С. Юркевич). Заявка № С20080014, дата подачи 07.05.2008, дата внесения записи в Реестр зарегистрированных компьютерных программ 18.06.2008.

РЭЗІЮМЭ

Юркевіч Кірыл Сяргеевіч

БІЯМЕХАНІЧНАЕ МАДЭЛЯВАННЕ НАПРУЖАНА-ДЭФАРМАВАНАГА СТАНУ СІСТЭМЫ ЗУБ-ПЕРЫЯДОНТ ПРЫ АРТАДАНТЫЧНЫМ ЛЯЧЭННІ

Ключавыя словы: артадантычны апарат, артадантычная нагрузка, лінейна-пружкі перыядонт, пачатковыя перамяшчэнні караня зуба, цэнтры супраціву, глейка-пружкі перыядонт, напружана-дэфармаваны стан перыядонта.

Аб'ект даследавання: артадантычныя апараты для пашырэння верхняй сківіцы, біямеханічныя сістэма зуб–перыядонт.

Мэта работы: распрацоўка метадык разліку намаганняў, якія развіваюцца артадантычным апаратам для пашырэння верхняй сківіцы, аналіз напружана-дэфармаванага стану лінейна-пружкай і глейка-пружкай перыядантальнай абалонкі, які ўзнікае пад дзеяннем артадантычнай нагрузкі.

Метады даследавання: механіка дэфармаванага цвёрдага цела, тэорыя пружкасці, метады канчатковых элементаў, метады дыферэнцыяльнага і інтэгральнага вылічэння.

Атрыманыя вынікі і іх навізна: у выніку праведзеных даследаванняў атрыманы выразы для вызначэння намаганняў, якія развіваюцца стрыжнем артадантычнага апарата для пашырэння верхняй сківіцы ў вестыбулааральным, медыядыстальным і вертыкальным напрамку. Распрацавана статычная мадэль раўнавагі лінейна-пружкай перыядантальнай звязкі, пры дзеянні на зуб артадантычнай нагрузкі. Знойдзены каардынаты кропак прыкладання нагрузкі і яе арыентацыя, якія забяспечваюць паступальны рух караня зуба ў розных плоскасцях. Пабудавана нестатычная матэматычная мадэль перамяшчэння караня зуба ў глейка-пружкім перыядонце. Выведзены выразы для напружанняў і дэфармацый кропак глейка-пружкай перыядантальнай звязкі ў залежнасці ад часу дзеяння нагрузкі. Распрацавана параметрызаваная трохмерная канчаткова-элементная мадэль караня зуба ў форме эліптычнага гіпербалоіда ў перыядантальнай лінейна-пружкай абалонцы.

Рэкамендацыі на выкарыстанню: атрыманыя вынікі могуць быць непасрэдна выкарыстаны на практыцы стаматолагамі-артадонтамі для ацэнкі напружана-дэфармаванага стану сістэмы зуб–перыядонт пры артадантычным лячэнні.

Галіна ўжывання: біямеханіка сківічнай вобласці, артадантыя, артапедыя.

РЕЗЮМЕ

Юркевич Кирилл Сергеевич

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ СИСТЕМЫ ЗУБ–ПЕРИОДОНТ ПРИ ОРТОДОНТИЧЕСКОМ ЛЕЧЕНИИ

Ключевые слова: ортодонтический аппарат, ортодонтическая нагрузка, линейно-упругий периодонт, начальные перемещения корня зуба, центры сопротивления, вязкоупругий периодонт, напряженно-деформированное состояние периодонта

Объект исследования: ортодонтические аппараты для расширения верхней челюсти, биомеханическая система зуб-периодонт.

Цель работы: разработка методик расчета усилий, развиваемых ортодонтическим аппаратом для расширения верхней челюсти, анализ напряженно-деформированного состояния линейно-упругой и вязкоупругой периодонтальной оболочки, возникающего под действием ортодонтической нагрузки.

Методы исследования: механика деформируемого твердого тела, теория упругости, метод конечных элементов, методы дифференциального и интегрального исчисления.

Полученные результаты и их новизна: в результате проведенных исследований получены выражения для определения усилий, развиваемых стержнями ортодонтического аппарата для расширения верхней челюсти в вестибуло-оральном, медиодистальном и вертикальном направлениях. Разработана статическая модель равновесия линейно-упругой периодонтальной связки, при действии на зуб ортодонтической нагрузки. Найдены координаты точек приложения нагрузки и ее ориентация, которые обеспечивают поступательное движение корня зуба в различных плоскостях. Построена нестационарная математическая модель перемещений корня зуба в вязкоупругом периодонте. Выведены выражения для напряжений и деформаций точек вязкоупругой периодонтальной связки в зависимости от времени действия нагрузки. Разработана параметризованная трехмерная конечно-элементная модель корня зуба в форме эллиптического гиперболоида в периодонтальной линейно-упругой оболочке.

Рекомендации по использованию: полученные результаты могут быть использованы на практике стоматологами-ортодонтами для прогнозирования напряженно-деформированного состояния системы зуб-периодонт при ортодонтическом лечении.

Область применения: биомеханика зубочелюстной области, ортодонтия, ортопедия.

SUMMARY

Yurkevich Kirill Sergeevich

BIOMECHANICAL MODELING OF STRESS-DEFORMED CONDITION OF TOOTH-PERIODONT SYSTEM DURING ORTHODONTIC TREATMENT

Key words: orthodontic appliance, orthodontic force, linear elastic periodont, tooth root's initial displacements, resistance centers, viscoelastic periodont, stress-deformed condition of periodont.

The object of research: orthodontic appliances for maxilla expansion, biomechanical system tooth-periodont.

The purpose of work: development of the method for loads calculation developed by orthodontic appliance for maxilla expansion, analysis of linear elastic and viscoelastic periodontal ligament' stress-deformed condition appears under orthodontic load action.

Methods: mechanics of deformable solid body, the theory of elasticity, finite element method, the methods of differential and integral calculus.

Obtained results and their novelty: as results expressions for loads calculation in mediadistal, vestibulooral and vertical direction developed by orthodontic appliance for maxilla expansion were found. The static equilibrium model of linear-elastic periodontal ligament under orthodontic load action on a tooth is developed. The coordinates of the points of load application and orientation, providing translational motion of the tooth root in different planes are found. Mathematical model of the transient displacement of the tooth root in the viscoelastic periodont was built. Expressions for the stress and strain of a viscoelastic periodontal ligament points depending on the time of loading are derived. Three-dimensional parameterized finite element model of the tooth root in the form of an elliptic hyperboloid in periodontal linearly elastic shell is developed.

Recommendation for using: obtained expressions can be used in practice by orthodontist for estimation of stress-deformed condition of tooth-periodont system during orthodontic treatment.

Application field: dental biomechanics, orthodontics, orthopedics.