УДК 539.3

Новое решение бигармонического уравнения

Акимов В.А
Белорусский национальный технический университет

Бигармоническая функция играет большую роль в теории упругости. Так, например, при решении плоской задачи теории упругости по известной бигармонической функции можно по формулам Эри сразу получить напряженное состояние. Основа предлагаемого нового подхода базируется на построениях разрабатываемого автором теории операторов бесконечно высокого порядка. В частности, в последних работах был рассмотрен новый класс гиперболо-тригонометрических функций. В результате бигармоническая функция приобрела следующий вид:

$$\varphi(x,y)=\sum_{n=1}^{\infty}C_{1n}(\mathrm{sh}\lambda_{1n}x\sin\lambda_{1n}x\mathrm{sh}\lambda_{1n}y\sin\lambda_{1n}y+\mathrm{ch}\lambda_{1n}x\cos\lambda_{1n}x\mathrm{ch}\lambda_{1n}y\cos\lambda_{1n}y)+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}C_{2n}(sh\lambda_{2n}x\cos\lambda_{2n}xsh\lambda_{2n}y\cos\lambda_{2n}y+ch\lambda_{2n}x\sin\lambda_{2n}xch\lambda_{2n}y\sin\lambda_{2n}y)+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}C_{3n}(sh\lambda_{3n}x\sin\lambda_{3n}xch\lambda_{3n}y\sin\lambda_{3n}y+ch\lambda_{3n}x\cos\lambda_{3n}xsh\lambda_{3n}y\cos\lambda_{3n}y)+$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}C_{4n}(sh\lambda_{4n}x\cos\lambda_{4n}xch\lambda_{4n}y\cos\lambda_{4n}y+ch\lambda_{4n}x\sin\lambda_{4n}xsh\lambda_{4n}y\sin\lambda_{4n}y).$$

Приведенная бигармоническая функция тождественно удовлетворяет бигармоническому уравнению

$$\frac{\partial^4\varphi(x,y)}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4\varphi(x,y)}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4\varphi(x,y)}{\partial y^4}=0\ .$$

Входящие сюда параметры $\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3,\lambda_4$ и постоянные $\mathrm{C}_1,\mathrm{C}_2,\mathrm{C}_3,\mathrm{C}_4$ задаются или находятся в соответствии с граничными условиями. Так как эта функция построена впервые, то в дальнейшем предполагается с ее помощью решить некоторые плоские задачи теории упругости, и сравнить новые решения с известными.