УДК 517.5.536.2

О математическом исследовании и решении краевых задач стационарной теплопроводности методами теории аналитических функций

Мелешко И.Н., Нифонтова Д.А., Сорокин В.В.
Белорусский национальный технический университет

Различают установившиеся (стационарные) и неустановившиеся температурные процессы. Как известно, температура в плоском стационарном тепловом поле без источников удовлетворяет дифференциальному уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0 .$$

В пространстве плоскому тепловому полю соответствует плоскопараллельное поле, в котором в каждой плоскости xy, распределение температур одинаково.

Граничные условия в задачах стационарной теплопроводности обычно задают тремя способами. В результате возникают три основные краевые задачи: 1) задача Дирихле; 2) задача Неймана; 3) третья основная краевая задача.

Действительная и мнимая части аналитической в некоторой области функции являются гармоническими функциями в этой области, т.е. удовлетворяют уравнению Лапласа. На этом основан один из самых мощных методов решения задач, связанных с уравнением Лапласа (метод конформных отображений), позволяющий решать ряд важных проблем в теории теплопроводности, теории упругости, в гидродинамике и в других задачах механики и математической физики.

В основе этого метода лежит отображение заданной сложной области с помощью некоторой преобразующей функции на простейшую область (например, круг, полуплоскость), для которой решение задачи значительно упрощается. При этом уравнение Лапласа и граничные условия сохраняют свой вид. Поэтому, если для круга или полуплоскости мы найдем аналитическую функцию, удовлетворяющую заданным граничным условиям, то задача считается решенной.

Таким образом, с помощью методов теории аналитических функций можно получать различные представления комплексных тепловых потенциалов, позволяющих определять все основные элементы теплового потока.