

чения работы трения тормозных накладок для каждого колеса и после каждого торможения прибавляются к сумме полученной для соответствующих колес при предыдущих торможениях, общая сумма значений работы трения тормозных накладок для каждого колеса делится на наперед заданные для каждого колеса значения работы трения тормозных накладок, соответствующие предельно допустимому износу тормозных накладок каждого колеса, затем умножают это соотношение для каждого колеса на сто процентов и определяют тем самым процент износа тормозных накладок для каждого колеса транспортной или тяговой машины.

Все это можно записать следующим образом:

$$L = \int_0^t M \omega dt ; \Delta = \frac{\sum_{r=1}^n L_r}{L_0} 100 ,$$

где  $L$  – работа трения тормозных накладок;

$t$  – время трения тормозных накладок;

$M$  — тормозной момент на колесе;

$\omega$ – угловая скорость колеса;

$\Delta$ – степень износа тормозных накладок;

$r = 1, 2, \dots, n$  ;  $n$  – число торможений;

$L_0$  — значение работы трения, соответствующее предельному износу тормозных накладок.

### **Заключение**

Использование работы трения как интегрального показателя при определении степени износа тормозных накладок позволит оперативно, в любой период эксплуатации транспортных или тяговых машин определять остаточный ресурс накладок каждого колеса, а также прогнозировать время их замены.

УДК 629-33

## **ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЯ, ДЕЙСТВУЮЩЕГО ОТ БРЕВНА НА ТРЕЛЁВОЧНУЮ УСТАНОВКУ**

Бойков В.П., Жданович Ч.И., Калинин Н.В., Мамонов М.И.

Белорусский национальный технический университет

При трелёвке бревна необходимо преодолеть силу тяжести от веса бревна и силу сопротивления перемещения, создаваемую бревном. Часть веса бревна будет создавать вес на крюке, а оставшаяся часть веса бревна будет создавать силу перемещения. Соотношение этих сил зависит от

места крепления крюка и от угла трелёвки брёвен. Чтобы достаточно точно определить эти силы, вначале составим расчётную схему.

### 1. Определение части веса древесины, приходящейся на трелёвочную установку.

Это можно сделать методами статики. На рис. 1 приведена расчётная схема. Один конец бревна приподнят. Бревно опирается на землю в точке  $O$ . Трос крепится к бревну в точке  $A$ . Расстояние от приподнятого конца бревна до чокерного крепления обозначим как  $l_1$ . Длину бревна обозначим как  $l$ . Вес бревна обозначим сосредоточенной силой  $G$ , приложенную к центру масс (ЦМ) бревна. Центр масс бревна примем посередине (он может быть несколько смещён к одному из концов бревна: это будет зависеть от разницы диаметров концов бревна, наличия веток и т.д., т.е. заранее неизвестно, где точно будет находиться центр масс каждого конкретного бревна), т.е. расстояние от любого из концов бревна до центра масс примем равным  $l/2$  (расчёт со смещённым центром масс будет проведён далее). При статической модели в точке  $O$  будет находиться неподвижная опора с реакциями  $R_{OX}$  и  $R_{OY}$ , а в точке  $A$  — подвижная опора с реакцией  $R_A$ . Бревно относительно опорной поверхности приподнято на угол  $\alpha$ .

Составим уравнение моментов относительно точки  $O$ :

$$\sum_{i=1}^n M_i = 0$$

$$R_A \cdot (l - l_1) - G \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha = 0, \text{ откуда}$$

$$R_A = G \cdot \frac{l}{2(l - l_1)} \cdot \cos \alpha. \quad (1)$$

Определим  $R_{OY}$ :

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0$$

$$R_{OY} + R_A - G \cos \alpha = 0,$$

откуда

$$R_{OY} = G \cos \alpha - R_A. \quad (2)$$

Подставив (1) в (2), получим:

$$R_{OY} = G \cos \alpha - G \cdot \frac{l}{2(l - l_1)} \cdot \cos \alpha,$$

$$R_{OY} = G \cos \alpha \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right). \quad (3)$$

Определим  $R_{OX}$ :

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0$$

$$R_{OX} = G \sin \alpha. \quad (4)$$

Определим полную реакцию опоры  $R_O$ :

$$R_O = \sqrt{R_{OY}^2 + R_{OX}^2}. \quad (5)$$

Подставим (3) и (4) в (5):

$$R_O = G \cdot \sqrt{\left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right)^2 \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}. \quad (6)$$

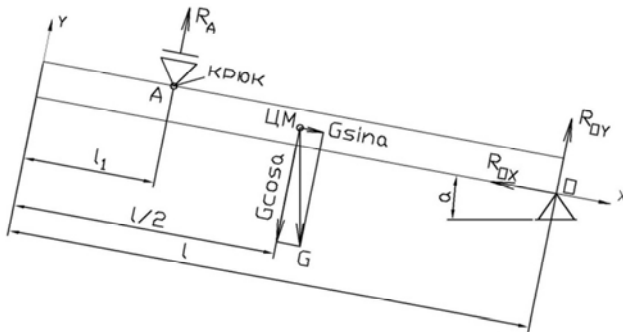


Рис. 1. Расчётная схема

Для определения тягового усилия статическую модель преобразуем в динамическую. Отличие динамической модели от статической будет в наличии силы тяги  $F_{ТЛ}$  и силы сопротивления перемещению  $F_{μY}$ , возникающей только при наличии силы тяги.

Со стороны бревна возникнет сила  $F_{X1}$  (рис. 2). Ось  $x_1$  берётся параллельно опорной поверхности. Усилие  $F_{X1}$  можно рассчитать таким образом:

$$F_{X1} = R_{OX} \cdot \cos \alpha - R_{OY} \cdot \sin \alpha. \quad (7)$$

Усилие  $F_{X1}$  равно по величине  $R_{OX} \cdot \cos \alpha - R_{OY} \cdot \sin \alpha$  и направлено в противоположную сторону.

Подставив в (7) (3) и (4), получим

$$F_{X1} = G \sin \alpha \cdot \cos \alpha - G \cos \alpha \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \sin \alpha,$$

$$F_{X1} = G \frac{l}{4(l-l_1)} \sin 2\alpha. \quad (8)$$

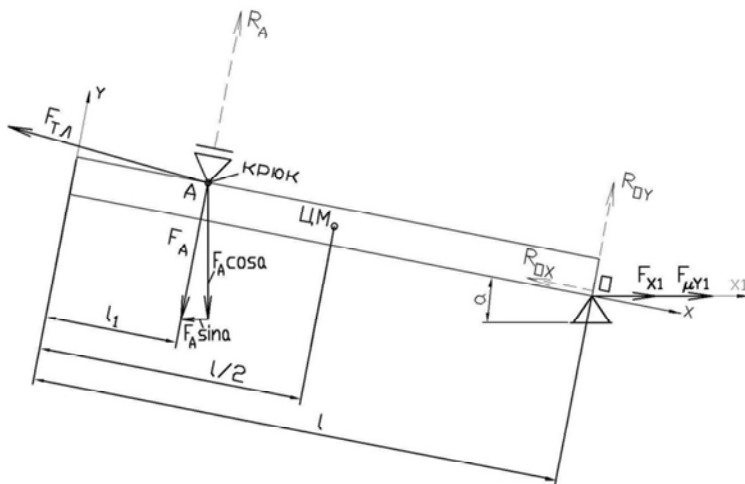


Рис. 2. Схема сил, действующих на крюк (штриховыми линиями показаны силы реакций опор, исходя из которых находятся силы, действующие на крюк)

Сила сопротивления перемещению бревна

$$F_{Y1} = R_{OX} \cdot \sin \alpha + R_{OY} \cdot \cos \alpha$$

Подставив сюда (3) и (4), получим

$$F_{Y1} = G \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right),$$

$$F_{Y1} = G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \cos^2 \alpha \right). \quad (9)$$

Фактическая сила сопротивления перемещению бревна будет зависеть от коэффициента сопротивления перемещению бревна:

$$F_{\mu Y1} = G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \cos^2 \alpha \right) \cdot \mu. \quad (10)$$

Сила  $F_{\mu Y1}$  будет действовать параллельно опорной поверхности и возникать лишь при движении.

Со стороны конца А бревна на трелёвочную установку будет действовать сила  $F_A$ . Сила  $F_A$  разложится на составляющие  $F_A \cos \alpha$  и  $F_A \sin \alpha$ .  $F_A$  равна по модулю и противоположна по направлению реакции  $R_A$ . Т.о.,

$$F_A = G \cdot \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos \alpha . \quad (11)$$

Найдём сумму сил, действующих на крюк горизонтально относительно опорной поверхности:

$$F_{\Sigma X1} = F_{\mu Y1} + F_{X1} - F_A \sin \alpha .$$

Подставив (8), (10),(11) в данную формулу, получим:

$$F_{\Sigma X1} = G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \cos^2 \alpha \right) \cdot \mu + G \frac{l}{4(l-l_1)} \sin 2\alpha - G \cdot \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos \alpha \sin \alpha .$$

Выполним преобразования:

$$F_{\Sigma X1} = G \left( \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \cos^2 \alpha \right) \cdot \mu + \frac{l}{4(l-l_1)} \sin 2\alpha - \frac{l}{4(l-l_1)} \cdot \sin 2\alpha \right),$$

$$F_{\Sigma X1} = G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \cos^2 \alpha \right) \cdot \mu . \quad (12)$$

Как видно,  $F_{X1} = F_A \sin \alpha$ . Они равны по модулю и противоположны по направлению, они друг друга уравнивают.

Перпендикулярно к опорной поверхности действует одна составляющая:

$$F_{\Sigma Y1} = F_A \cos \alpha = G \cdot \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos^2 \alpha . \quad (13)$$

Найдём суммарную силу, действующую на трелёвочную установку со стороны бревна (рис. 3):

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma X1}^2 + F_{\Sigma Y1}^2} .$$

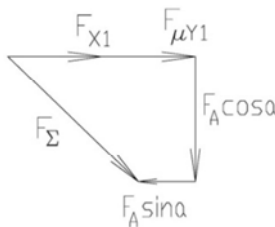


Рис. 3. Составляющие суммарной силы сопротивления, действующей на крюк со стороны бревна

Из формул (12) и (13) найдём

$$F_{\Sigma} = G \cdot \sqrt{\left( \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \cos^2 \alpha \right) \cdot \mu \right)^2 + \left( \frac{l}{2(l-l_1)} \right)^2 \cdot \cos^4 \alpha} . \quad (14)$$

## 2. Расчёт силы, действующей на трелёвочную установку от бревна при полностью поднятом над землёй бревне

В этом случае сила на крюке будет равна силе тяжести бревна:

$$F_{\Sigma} = G . \quad (15)$$

## 3. Расчёт силы, действующей на трелёвочную установку от бревна при полностью опущенном бревне

Такой режим для машины данной маловероятен. При таком режиме весь вес бревна будет создавать силу сопротивления движению:

$$F_{\Sigma} = \mu G . \quad (16)$$

## 4. Расчёт силы, действующей на трелёвочную установку от бревна при трелёвке по неровной опорной поверхности

В случае трелёвке по опорной поверхности, наклонной под углом  $\psi$  к горизонту, расчётная схема, приведённая на рис. 2, несколько изменится и будет выглядеть аналогично рис. 4. Угол  $\psi$  будет считать положительным, если при трелёвке бревно будет перемещаться на подъём, и будем считать угол  $\psi$  отрицательным, если при трелёвке бревно будет перемещаться на спуск (рис. 5). Угол  $\psi$  отсчитывается от горизонтали.

При перемещении бревна на подъём расчётная схема действительна для условия

$$\psi < \alpha . \quad (17)$$

В случае  $\psi = \alpha$  будет волочиться по земле, т.е. расчётная схема будет другая, а случай  $\psi > \alpha$  невозможен (для этого бревно или должно быть зарыто в землю концом в точке А, или должно быть приподнято в точке О). Если дерево трелюется с ветками, то может быть  $\psi > \alpha$  на небольшую величину.

Формула (7) для определения  $F_{X1}$  переписывается в виде

$$F_{X1} = R_{OX} \cdot \cos(\alpha - \psi) - R_{OY} \cdot \sin(\alpha - \psi) . \quad (18)$$

Подставим (3) и (4) в (18):

$$F_{X1} = G \sin \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) - G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \cos \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi). \quad (19)$$

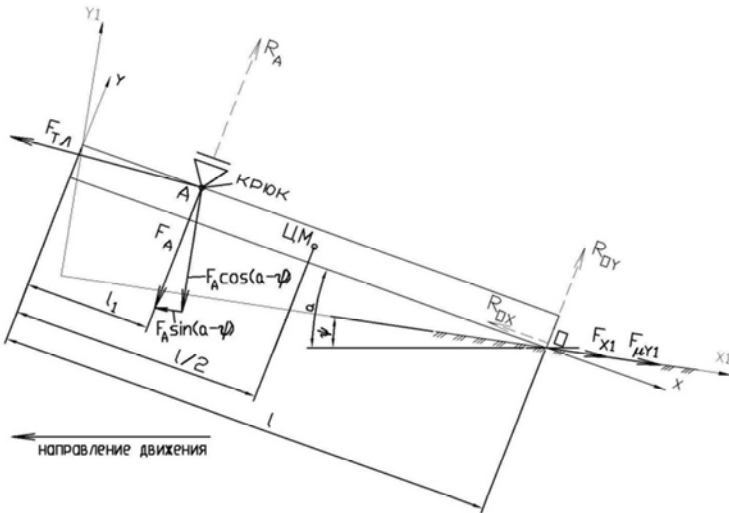


Рис. 4. Расчётная схема для трелёвки по неровной местности

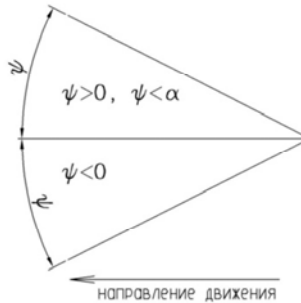


Рис. 5. К определению знака угла наклона местности

Формула для определения  $F_{Y1}$

$$F_{Y1} = R_{OX} \cdot \sin(\alpha - \psi) + R_{OY} \cdot \cos(\alpha - \psi). \quad (20)$$

Подставим (3) и (4) в (20):

$$F_{Y1} = G \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi).$$

Сила сопротивления движению  $F_{\mu Y1}$

$$F_{\mu Y1} = \left( G \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right) \cdot \mu. \quad (21)$$

Составляющие силы  $F_A$ , находимой по формуле (11), будут другими:

$$F_{AX1} = F_A \cdot \sin(\psi - \alpha) = G \cdot \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\psi - \alpha); \quad (22)$$

$$F_{AY1} = F_A \cdot \cos(\psi - \alpha) = G \cdot \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\psi - \alpha). \quad (23)$$

Найдём сумму сил, действующих на крюк горизонтально относительно опорной поверхности:

$$F_{\Sigma X1} = F_{\mu Y1} + F_{X1} - F_{AX}.$$

$$\begin{aligned} F_{\Sigma X1} = & \left( G \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right) \cdot \mu + \\ & + G \sin \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) - G \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \cos \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) - \\ & - G \cdot \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\psi - \alpha), \end{aligned}$$

преобразуем:

$$F_{\Sigma X1} = G \left[ \left( \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right) \cdot \mu + \sin \psi \right]. \quad (24)$$

Перпендикулярно к опорной поверхности действует одна составляющая:

$$F_{\Sigma Y1} = F_{AY1} = F_A \cos(\alpha - \psi),$$

а подставив сюда формулу (11):

$$F_{\Sigma Y1} = G \cdot \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi). \quad (25)$$

Суммарная сила на трелёвочной установке от бревна:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma X1}^2 + F_{\Sigma Y1}^2}.$$

Подставим сюда (24) и (25):



$$F_{\Sigma} = G \cdot \sqrt{\left( \left( \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + \left( 1 - \frac{l}{2(l-l_1)} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right) \cdot \mu + \sin \psi \right)^2 + \left( \frac{l}{2(l-l_1)} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right)^2}. \quad (26)$$

### 5. Расчёт силы на крюке при полностью поднятом и при помощи полностью опущенном бревне

Если бревно полностью поднято над опорной поверхностью (т.е. если будет полностью висеть воздухе), то сила сопротивления на крюке будет аналогичной силе сопротивлению на крюке при трелёвке по ровной поверхности, формула (15).

Если бревно будет полностью волочиться по опорной поверхности (т.е. ни один из его концов не будет приподнятым), то для такого случая формула (16) перепишется в виде

$$F_{\Sigma} = G(\mu \cos \psi + \sin \psi). \quad (27)$$

Т.е. если трелёвка выполняется на подъём, то бревно будет дополнительно создавать сопротивление движению составляющей  $G \sin \psi$ . Если трелёвка будет выполняться на спуск, то эта составляющая будет уменьшать сопротивление движению.

### 6. Условие скольжения бревна при опущенном тросе для полностью опущенного бревна

Условие движения бревна:

$$G\mu \cos|\psi| < G \sin|\psi|;$$

$$\mu \cos|\psi| < \sin|\psi|;$$

$$\mu < \operatorname{tg}|\psi|. \quad (28)$$

В случае отрицательного угла  $\psi$  просто изменится направление движения, поэтому берётся абсолютная величина угла.

### 7. Расчёт для трелёвки по ровной поверхности со смещённым центром масс

Формулы для случая движения при полностью поднятом над землёй бревне или для случая, когда оба конца бревна волочатся по земле, не изменятся, если центр масс не будет находиться примерно посередине бревна. Для случая движения с одним приподнятым концом расчётные формулы изменятся, поэтому заново проведём расчёт, но с учётом смещения центра масс.

Статическая расчётная схема приведена на рис. 6. Она отличается от схемы на рис. 1 лишь расположением центра масс.

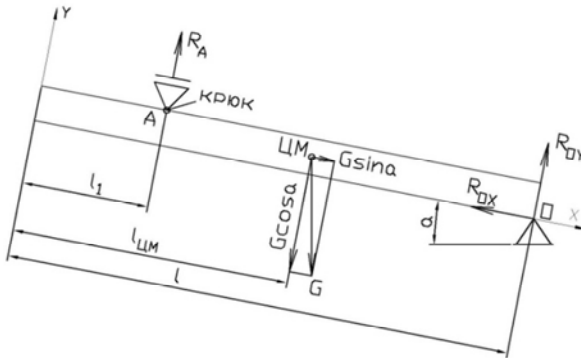


Рис. 6. Расчётная схема для случая трельвки по ровной поверхности со смещённым центром масс

$$\sum_{i=1}^n M_{iO} = 0$$

$$R_A \cdot (l - l_1) - G \cdot (l - l_{CM}) \cdot \cos \alpha = 0, \text{ откуда}$$

$$R_A = G \cdot \frac{l - l_{CM}}{l - l_1} \cdot \cos \alpha. \quad (29)$$

Определим  $R_{OY}$  :

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 0$$

$$R_{OY} + R_A - G \cos \alpha = 0, \text{ откуда}$$

$$R_{OY} = G \cos \alpha - R_A. \quad (30)$$

Подставив (29) в (30), получим:

$$R_{OY} = G \cos \alpha \left( 1 - \frac{l - l_{CM}}{l - l_1} \right). \quad (31)$$

Определим  $R_{OX}$  :

$$\sum_{i=1}^n X_i = 0$$

$$R_{OX} = G \sin \alpha. \quad (32)$$

Определим полную реакцию опоры  $R_O$  :

$$R_O = \sqrt{R_{OY}^2 + R_{OX}^2}. \quad (33)$$

Подставим (31) и (32) в (33):

$$R_O = G \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1}\right)^2 \cdot \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}, \quad (34)$$

$$F_{X1} = R_{OX} \cdot \cos \alpha - R_{OY} \cdot \sin \alpha. \quad (35)$$

Формулы (8), (9), (10), (11) переписываются в виде

$$F_{X1} = G \frac{l - l_{ЦМ}}{2(l - l_1)} \sin 2\alpha; \quad (36)$$

$$F_{Y1} = G \left(1 - \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \cos^2 \alpha\right); \quad (37)$$

$$F_{\mu Y1} = G \left(1 - \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \cos^2 \alpha\right) \mu; \quad (38)$$

$$F_A = G \cdot \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \cdot \cos \alpha. \quad (39)$$

Найдём сумму сил, действующих на крюк горизонтально относительно опорной поверхности:

$$F_{\Sigma X1} = F_{\mu Y1} + F_{X1} - F_A \sin \alpha.$$

Подставив (36), (38), (39) в данную формулу, и выполнив преобразования, получим

$$F_{\Sigma X1} = G \left(1 - \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \cos^2 \alpha\right) \mu. \quad (40)$$

$F_{X1} = F_A \sin \alpha$  и в этом случае тоже. Они равны по модулю и противоположны по направлению, они друг друга уравновешивают.

Перпендикулярно к опорной поверхности действует одна составляющая:

$$F_{\Sigma Y1} = F_A \cos \alpha = G \cdot \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \cdot \cos^2 \alpha. \quad (41)$$

Найдём суммарную силу, действующую на крюк со стороны бревна:

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma X1}^2 + F_{\Sigma Y1}^2}. \quad (42)$$

Из формул (40) и (41) найдём

$$F_{\Sigma} = G \cdot \sqrt{\left( \left( 1 - \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \cos^2 \alpha \right) \cdot \mu \right)^2 + \left( \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \right)^2 \cdot \cos^4 \alpha}. \quad (43)$$

### 8. Расчёт для трелёвки по неровной опорной поверхности со смещённым центром масс

Динамическая расчётная схема для определения сил, действующих на крюк при трелёвке по неровной местности представлена на рис. 7.

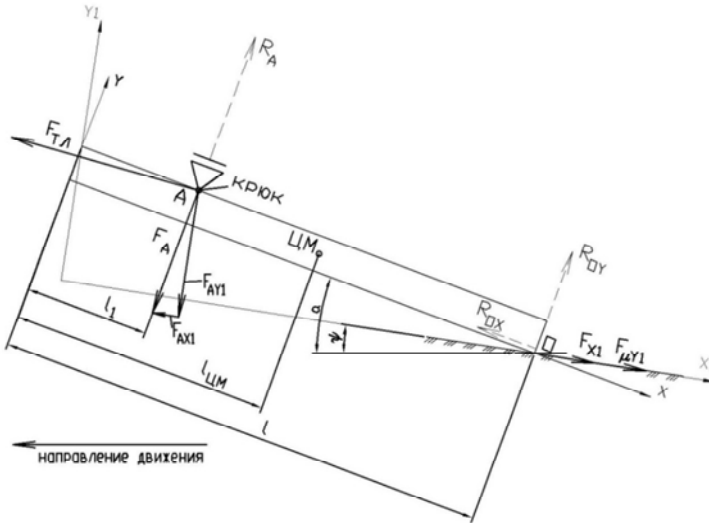


Рис. 7. Расчётная схема для случая трелёвки по неровной опорной поверхности со смещённым центром масс

Формула (18) не изменится:

$$F_{X1} = R_{OX} \cdot \cos(\alpha - \psi) - R_{OY} \cdot \sin(\alpha - \psi).$$

Формула (19) переписывается в виде

$$F_{X1} = G \sin \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) - G \left( 1 - \frac{l - l_{ЦМ}}{l - l_1} \right) \cos \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi). \quad (44)$$

Формула (20) также не изменится:

$$F_{Y1} = R_{OX} \cdot \sin(\alpha - \psi) + R_{OY} \cdot \cos(\alpha - \psi). \quad (45)$$

Формулы (21), (22), (23) переписываются в виде

$$F_{\mu Y1} = \left( G \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + G \left( 1 - \frac{l - l_{\text{ЦМ}}}{l - l_1} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right) \mu; \quad (46)$$

$$F_{AX1} = F_A \cdot \sin(\psi - \alpha) = G \cdot \frac{l - l_{\text{ЦМ}}}{l - l_1} \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\psi - \alpha); \quad (47)$$

$$F_{AY1} = F_A \cdot \cos(\psi - \alpha) = G \cdot \frac{l - l_{\text{ЦМ}}}{l - l_1} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\psi - \alpha). \quad (48)$$

Сумма сил, действующих на крюк горизонтально относительно опорной поверхности:

$$F_{\Sigma X1} = G \left[ \left( \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + \left( 1 - \frac{l - l_{\text{ЦМ}}}{l - l_1} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right) \cdot \mu + \sin \psi \right]. \quad (49)$$

Перпендикулярно к опорной поверхности действует одна составляющая:

$$F_{\Sigma Y1} = G \cdot \frac{l - l_{\text{ЦМ}}}{l - l_1} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi). \quad (50)$$

Суммарная сила на крюке

$$F_{\Sigma} = \sqrt{F_{\Sigma X1}^2 + F_{\Sigma Y1}^2}.$$

Подставим сюда (47) и (48):

$$F_{\Sigma} = G \cdot \sqrt{\left[ \left( \sin \alpha \cdot \sin(\alpha - \psi) + \left( 1 - \frac{l - l_{\text{ЦМ}}}{l - l_1} \right) \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right) \cdot \mu + \sin \psi \right]^2 + \left[ \frac{l - l_{\text{ЦМ}}}{l - l_1} \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\alpha - \psi) \right]^2}.$$