теплофизических свойств несущих основ МЖ – керосина и трансформаторного масла. Характерный концентрационный диапазон, в котором величина $\Xi \approx 0,8$ от максимума, составляет (3-4)%. Как показывает анализ спектра передаточной функции, режим длинноволнового приближения ($C\alpha_l\tau_L >> 1$) при длительности лазерного импульса τ реализуется, когда $q \geq q^{**}$=(2-3)%. Т.о., рост Ξ при $q \geq q^{**}$ не зависит от коэффициента поглощения излучения, а определяется упругими и теплофизическими свойствами коллоида. Т.к. τ~20нс, то возбуждаемые УВ во всех образцах МЖ имеют характерную длину $\lambda \approx C\tau_L > \alpha^{-1}$. Если УВ возбуждаются в режиме коротковолнового приближения ($C\alpha_l\tau_L << 1$), наблюдаемого при $q \leq q^{*}$=(0,4-0,5)%, то во всей области частот ОА-преобразования спектр интенсивности близок к константе. Как показывают исследования, восстановленные для каждого образца зависимости $\alpha(z)$ имеют плато при некотором $z < z_0$, где $\partial\alpha_l/\partial z \sim 0$. Причем величина z_0 с ростом q убывает, а при $z \to z_0$ наблюдается резкий рост α, что свидетельствует об изменении структуры коллоида в окрестности границы раздела сред.

На основе полученных результатов и данных по акустическим свойствам МЖ определены оптимальные условия ввода возбуждаемых импульсно-лазерным излучением УВ (продольных, поперечных, поверхностных) в твердые тела. Также показана принципиальная возможность фокусировки и качания возбуждаемого импульсно-лазерным излучением акустического пучка магнитным полем. Экспериментально апробирована возможность измерения интенсивности лазерного излучения разной длины волны и направленности путем измерения амплитуды УВ, возбуждаемой на границе МЖ со светопроводом. В качестве последнего может быть кварц, прозрачная жидкость, воздух и др.

Настоящая работа выполнена при поддержке БРФФИ: проект Т15-163.

1. Блум Э.Я., Майоров М.М., Цеберс А.О. Магнитные жидкости.– Рига, Зинатне, 1989. – 389 с.
2. Baev A.R., Prokhorenko P.P., Asadchaya M. V. Physical principles of magnetic fluid guides used for nondestructive testing. Review of Quantitative Nondestructive Evaluation, 2004, New York, USA. Vol. 23. – P.91-96.
3. Способ оптоакустического контроля границы соединения материалов: пат. 42013 Респ. Беларусь, МПК G 01 N 29/04 / А.Р. Баев, В.Г. Гуделев, А.И. Митьковец. – № u 20130345; заявл. 18.04.13; опубл. 30.08.13.
4. Гусев В. Е. Карабутов А.А. Оптоакустика. – Москва, “Наука”, 1999. – 394 с.
5. Bayeu A., Prokhorenko P., Alexseuk A. Influence of the Dispersive Phase on the Ultrasonic Wave Attenuation Coefficient in Magnetic Fluids Under Magnetic Field Impact, Journal of Engineering and ehermophysics, 2007, Holland, V. 80, No. 5, pp. 133 – 140.

УДК 530.182

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ В НЕМОДИФИЦИРОВАННОЙ МОДЕЛИ КАНА–ХИЛЛИАРДА

Блинкова Н.Г., Князев М.А.
Белорусский национальный технический университет
Минск, Республика Беларусь

В (1+1)-мерном случае уравнение движения модифицированной модели Кана–Хиллиарда имеет вид

$$\phi_t + (\phi - \phi^3 + \phi_{xx})_{xx} + \alpha\phi = 0. \qquad (1)$$

Здесь ϕ – параметр порядка; коэффициент α определяет отношение характерного размера области, внутри которой сохраняется параметр порядка, к характерной толщине l полимера, образованного двумя цепями мономеров. Для производных использованы обозначения $\phi_t = \partial\phi/\partial t$, $\phi_{xx} = \partial^2\phi/\partial x^2$ и т.п. В данной модификации модели Кана–Хиллиарда параметр порядка сохраняется локально. Такая модель находит широкое применение в задачах нанотехнологии [1].

Уравнение (1) допускает решения в виде так называемых «замороженных волн» при $0 \leq \alpha \leq 1/4$ [2]. Такие решения являются периодическими функциями пространственной координаты и не зависят от времени. Обозначим их через $\bar{\phi} = \bar{\phi}(x)$.

Для «замороженных волн» уравнение (1) можно представить в виде

$$k^2\left(\bar{\phi} - \bar{\phi}^3 + \bar{\phi}_{\xi\xi}\right)_{\xi\xi} + \alpha\bar{\phi} = 0, \qquad (2)$$

где $\xi = kx$ и $k = 2\pi/\lambda$ – волновое число, определяемое в линейном приближении. Поскольку периодичность решения заложена в его определении, то граничное условие имеет вид $\bar{\phi}(x + 2\pi) = \bar{\phi}(x)$. Так как в случае «замороженных волн» нелинейность носит слабовыраженный характер, то в линейном приближении их можно представить в виде $\bar{\phi} = \varepsilon\cos(kx + p)$; здесь амплитуда ε – малая величина, p - начальная фаза. Тогда для нелинейного уравнения (2) решение можно представить в виде разложения в ряд по теории возмущений по ε:

$$\bar{\phi} = \varepsilon(\bar{\phi}^{(0)} + \varepsilon^2\bar{\phi}^{(2)} + \cdots), \quad (3)$$

$$k^2 = K^{(0)} + \varepsilon^2 K^{(2)} + \cdots \quad (4)$$

где функция $\bar{\phi}^{(0)}$ записывается в виде $\bar{\phi}^{(0)} = \cos\xi$. Амплитуда такой волны не существенная, т.к. она зависит от параметра ε, а начальная фаза может быть выбрана равной нулю. Построение решения в таком виде называется одноволновым приближением.

Если подставить соотношения (3) и (4) в уравнение (2), то получим бесконечную систему обыкновенных линейных дифференциальных уравнений, последовательно решая которую можно в принципе определить все функции $\bar{\phi}^{(i)}(\xi)$, $i = 0, 2, 4, \ldots$ Уравнение в ведущем порядке по ε будет однородным, все остальные уравнения системы являются неоднородными.

В работе [1] высказано утверждение, а в работе [3] в результате явных вычислений показано, что для модифицированной модели Кана–Хиллиарда одноволновое приближение применимо для нахождения функции $\bar{\phi}$ только в третьем порядке по параметру ε, т.е. только для вычисления функции $\bar{\phi}^{(2)}(\xi)$. Уже в следующем, пятом по ε порядке разложения, функция $\bar{\phi}^{(4)}(\xi)$ оказывается зависящей от двух волн и сделанное предположение о том, что в каждом порядке разложения вклад в решение будет определяться только волной, соответствующей этому порядку, перестает выполняться.

В связи с таким поведением решения представляет интерес рассмотреть возможность существования «замороженных волн» в немодифицированной модели Кана-Хиллиарда, т.е в модели, уравнение движения в которой имеет вид [4]

$$\phi_t + (\phi - \phi^3 + \phi_{xx})_{xx} = 0. \quad (5)$$

В принципе, такая возможность должна иметь место, т.к. условие существования решения в виде «замороженных волн», полученное в работе [2], допускает, условие $\alpha = 0$. Однако в модели, описываемой уравнением (5), отсутствует параметр, характеризующий размер области, внутри которой должен локально сохраняться параметр порядка. Это приводит к тому, что такой модели данный параметр сохраняется уже только глобально. Это не может не привнести изменения в характер поведения рассматриваемых нами решений.

Уравнение (5) было получено при описании фазовых переходов в бинарных сплавах [5]. В настоящее время список литературы по уравнению модели Кана-Хилиарда достаточно обширен. Оно применяется для описания неравновесных процессов в различных многокомпонентных физических, химических, биологических и даже социальных системах (см., например, работы [6-8] и литературу в них).

Для модифицированной модели Кана–Хиллиарда наличие $\alpha \neq 0$ приводит к тому, что уже параметр $K^{(0)}$ может принимать два различных значения. Как следствие, и в более высоких порядках по ε сохраняется существование двух значений параметров $K^{(i)}$, а значит и двух различных представлений для функции $\bar{\phi}$. Если же последовательно применить подход, использованный в работах [1, 3], к уравнению (5), то снова получим бесконечную систему обыкновенных линейных дифференциальных уравнений, решая которую последовательно можно в принципе определить все функции $\bar{\phi}^{(i)}(\xi)$. По-прежнему уравнение в ведущем порядке по ε будет однородным, все остальные уравнения системы являются неоднородными.

Теперь однако параметр $K^{(0)}$ может принимать только одно значение, равное $1/2$. Это, казалось бы, обнадеживающий результат, поскольку для такого значения $K^{(0)}$ вычисление функции $\bar{\phi}^{(2)}$ дает

$$\bar{\phi}^{(2)} = -\frac{\cos 3\xi}{14} \quad (6)$$

и, если в модифицированной модели (1) для каждой из двух функций $\bar{\phi}^{(2)}$ имелась особая точка для своего определенного значения α, в которых они обращалась в бесконечность, то в модели (5) эта функция является гладкой и ее поведение определено при всех значениях аргумента, за исключением бесконечности. Таким образом, если перейти от системы, в которой параметр порядка сохраняется локально, к системе, в которой он сохраняется глобально, то состояние системы, описываемое «замороженными волнами», не будет иметь точек ветвления на фазовой плоскости в рассматриваемом порядке по ε.

Дальнейшее вычисление в следующем порядке по ε приводит к тому, что параметр $K^{(2)}$ становится неопределенным. В модифицированной модели этот параметр принимал два различных значения в зависимости от α и для каждого из этих значений существовала особая точка, в которой он обращался в бесконечность. В тоже время этот параметр мог быть найден точно. Сложности возникали на этапе определения функции $\bar{\phi}^{(4)}$, которая переставала быть одноволновой. В немодифицированной же модели для одноволнового приближения этот параметр не может быть определен в принципе, что не позволяет, в свою очередь, найти $\bar{\phi}^{(4)}$. В результате остаются неопределенными также и вклады в решение последующих порядков.

Таким образом, если в модифицированной модели возникает ситуация, в которой, начиная с некоторого порядка по ε, не удается соотнести соответствующую гармоническую составляющую только с одним порядком разложения по теории возмущений, и это является указанием на то, что одноволновое приближение «замороженных волн» перестает выполняться, то в модифицированной модели неэффективность применения теории возмущений в одноволновом приближения становится видна еще раньше и проявляется в том, что не удается построить даже выражение для коэффициента в уравнении, не говоря уже о его решении.

Как следует из приведенного анализа, для обеих теорий одноволновое приближение при построении решения виде «замороженных волн» имеет ограниченную область применения и возникает необходимость использования, как минимум, двухволнового приближения, пример которого приведен в работе [1].

1. Benilov, E.S. Stability of frozen waves in the modified Cahn-Hilliard model / E.S. Benilov, W.T. Lee, R.O. Sedakov // Phys. Rev. E – 2013. – V. 87, № 3. – 032138.
2. Liu. F. Dynamics of phase separation in block copolymer melts / F. Liu, N. Goldenfeld // Phys. Rev. A. – 1989. – V. 39, № 9. – P. 4805-4810.
3. Князев, М.А. Построение решения в виде одиночных волн в модели Кана-Хиллиарда / М.А. Князев // Материалы 7 Международной научно-технической конференции «Приборостроение-2014», Минск 19-21 ноября 2014 г. / Белорусский национальный технический университет; Минск: БНТУ, 2014. – С. 319-321.
4. Malomed, B.A. Pulled fronts in the Cahn-Hilliard equation / B.A. Malomed, D.J. Frantzeskakis, H.E. Nistazakis, A.N. Yannacopoulos and P.G. Kevrekidis // Phys. Lett. A – 2002. – V. 295, № 5-6. – P. 267-272.
5. Porter, D.A. Phase Transformations in Metals and Alloys / D.A. Porter, K.E. Easterling. – Chapman Hall, 1992. – 514 p.
6. Berti, A. A mathematical model for phase separation: a generalized Cahn-Hilliard equation / Berti A., Bochicchio // Mathem. Methods in Applied Sciences. – 2011. – V. 34, №10. – P. 1193-1201.
7. Bertini, L. Front fluctuations for the stochastic Cahn-Hilliard equation / Bertini L., Brassesco S. and Butta P. // Brazilian J. of Probability and Statistics. – 2012. – V. 29, № 2. – P. 336-371.
8. Bernoff A.J. Biological aggregation driven by social and environmental factors: a nonlocal model and its degenerate Cahn-Hilliard approximation / A.J. Bernoff, Chad M. Topez // http://xxx.lanl.gov (arXiv.org/nlin/1507.04259).

УДК 533.9.01

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КОНСТРУКТИВНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ КАТОДА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТИПА НА УСЛОВИЯ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ТЛЕЮЩЕГО РАЗРЯДА С ЭФФЕКТОМ ПОЛОГО КАТОДА

Божко А.И., Бордусов С.В.
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники
Минск, Республика Беларусь

В современном мире всё более актуальной становится задача внедрения энерго- и ресурсосберегающих технологий во всех отраслях машиностроения. Разработки в этом направлении идут уже на протяжении долгого времени и всё больший интерес в настоящее время приобретает область вакуумной ионно-плазменной обработки материалов [1].

Исследовалась разрядная система в виде цилиндрического электрода (Рисунок 1) для возбуждения разряда с эффектом полого катода. Электрод-катод представляет собой цилиндрическое основание, внутри которого размещаются сменные вставки разного конструктивного исполнения: цилиндрические различного диаметра (Рисунок 2), с проточками в торце (Рисунок 3), с полым выступом (Рисунок 4). К нижней части катода с помощью винтов и стальных втулок возможно присоединение пластины.

Рисунок 1 – Внешний вид электрода-катода для возбуждения разряда с эффектом полого катода

Исследования проводились на базе вакуумного поста УРМ–3.279.029. В качестве