

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПЛАЗМЕННОЙ СТРУИ ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

доц. Веремейчик А.И., д.т.н. Сазонов М.И., к.т.н. Хвисевич В.М., Томашев И.Г.

*УО «Брестский государственный технический университет»*

### Введение

В любом процессе термообработки конструктивных элементов машин и механизмов важным фактором является исследование распространения полей температур и термонапряжений [1-5]. Температурное поле является одной из основных физических характеристик поверхностного упрочнения высококонцентрированными источниками нагрева. Зная изменение температуры тела в зависимости от времени, ее установившиеся значения в определенной точке, можно судить (в зависимости от условий обработки, физических свойств тел, окружающей среды) о том, какие процессы термообработки могут быть реализованы. Определение температурного поля в теле детали при нагреве и охлаждении позволяет прогнозировать состав вещества после термообработки, его фазовое и структурное состояние.

В статье рассматривается теоретическое определение температурных полей при поверхностном плазменном упрочнении стальных изделий по результатам экспериментальных данных.

### 1. Экспериментальная часть

Для экспериментального определения температурных полей использовалась разработанная приборная система. На рис. 1 показан ее внешний вид.

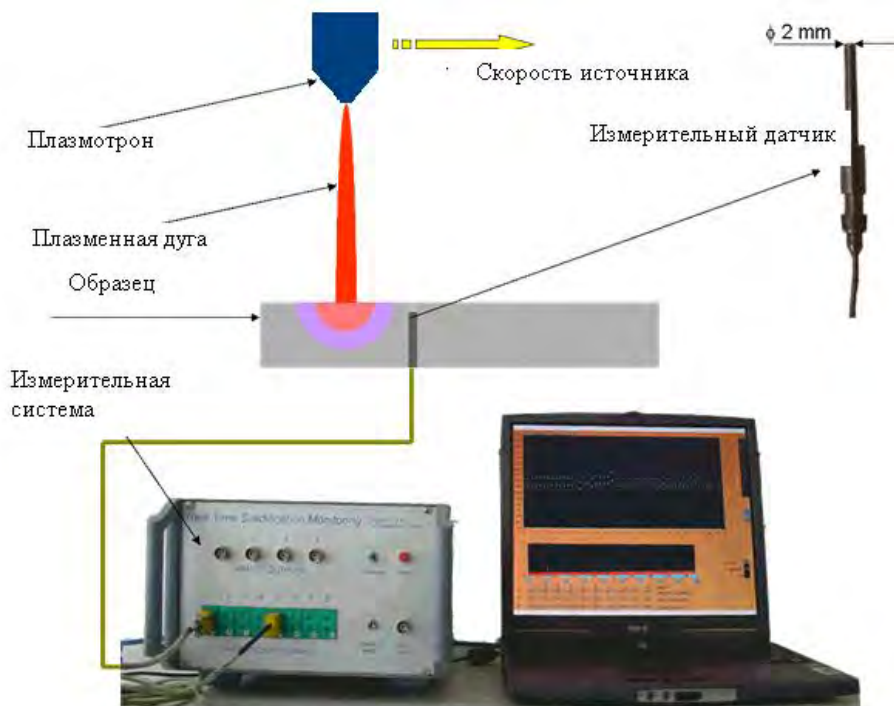


Рис. 1. Приборная система для экспериментального определения температурных полей

В состав системы входят измерительный датчик, цифровой анализатор и компьютер. Цифровой анализатор позволяет усиливать малый аналоговый сигнал, отфильтровывать его, отцифровывать и масштабировать. Взаимодействие с системой обеспечива-

ется персональным компьютером. Система позволяет выполнять регистрацию температуры со скоростью до 1000 измерений в секунду.

Датчик устанавливается в отверстие, выполненное в теле образца на расстоянии 0,5 мм ниже обрабатываемой поверхности. Температура регистрировалась системой, компьютер обрабатывал в данный момент времени тепловой поток, а затем коэффициент теплообмена для каждого момента времени.

В случаях, когда датчик (точка измерения температуры) расположен очень близко от нагреваемой поверхности (расстояние менее 0,1 мм), можно с определенной долей погрешности считать, что измеренная температура соответствует температуре поверхности образца. В тех случаях, когда расстояние между точкой измерений и поверхностью больше 0,1 мм, зависимость температуры от времени определялась обратным методом, построенным на реализации вариационного уравнения распределения тепла Фурье [6, 7]. Определенная этим способом температура поверхности используется в качестве граничных краевых условий Дирихле для численной реализации уравнений теплопроводности Фурье методом конечных элементов. При проведении экспериментов считалось, что процесс распространения тепла является одномерным. В такой постановке уравнение имеет вид [6]:  $\rho c \frac{dT(z,t)}{dt} = \frac{\partial T}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T(z,r)}{\partial z} \right)$ , где  $c$  – коэффициент теплоемкости;  $\rho$  – плотность материала;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $T$  – температура;  $t$  – время;  $z$  – координата в направлении распространения тепла.

Результаты измерений регистрировались компьютером и использовались для дальнейшего анализа с помощью программы ANSYS [8, 9], которая позволяет вычислять температуру в процессе плазменной термообработки. Экспериментально определялись значения коэффициента теплообмена для различных параметров нагрева (число Рейнольдса, температура дуги плазмы, расстояние от сопла плазмотрона до обрабатываемой поверхности).

## 2. Численное моделирование

Для вычисления температурных полей необходимо решить уравнение теплопроводности [6]. Для решения этого уравнения задавались следующие параметры процесса: скорость  $V$  перемещения источника, плотность  $q$  теплового потока и размеры анодного пятна. В работах [1, 2] постановка задачи теплопроводности осуществлялась в зависимости от скорости перемещения источника нагрева. При  $V > 0,6$  м/мин рассматривалась одномерная постановка, а при  $V < 0,6$  м/мин использовалась зависимость, полученная путем решения задачи нагрева тела через круг на поверхности. Значения температуры определялись для точек, расположенных в центре зоны нагрева. Уравнения решались методом конечных элементов для всех измеряемых температур. Температуру определяли в зависимости от времени и координаты  $z$ . Поток тепла в зависимости от времени определялся по следующей формуле:  $q(t) = \lambda \frac{\partial T}{\partial z}$ , ( $z = 0$ ).

Коэффициент теплообмена определяется из следующего соотношения:  $\alpha(t) = q(T_p - T_q)$ , где  $T_p$  – температура поверхности,  $T_q$  – температура струи плазмы.

Начальные и граничные условия имеют вид:  $T(z,0) = T_0$ ;  $\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial z} = q - \varepsilon \sigma [T_k(0,t)^4 - T_k^4]$ ;  $\frac{\partial T(\delta,t)}{\partial z} = 0$ .

Для реализации задачи теплопроводности в случае движущегося источника нагрева был предложен следующий подход. При плазменной обработке поверхности тепловая нагрузка на обрабатываемую деталь передается ограниченной площадке. Если струя ориентирована перпендикулярно поверхности, то на ней образуется участок оплавленного материала с известными размерами. Поскольку при этом получение оплавленной зоны не является целью процесса термообработки, а плазмотрон непрерывно

перемещается вдоль детали с заданной скоростью, то можно в первом приближении считать, что в пятне нагружения на поверхности достигается температура, равная температуре плавления материала и дальнейшего разогрева этого уже жидкого металла не происходит. В этом случае фазовые превращения можно считать отсутствующими и для определения температурного поля обрабатываемой детали можно применить классические уравнения теплопроводности твердого тела [6]:

$$\frac{dT}{dt} = a \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right), \quad (1)$$

где  $t$  - время,  $T=T(t,x,y,z)$  - температура,  $a$  - коэффициент температуропроводности материала,  $x,y,z$  - координаты расчетной точки тела, с граничными условиями первого рода.

Из экспериментов [1-4] известно, что для рассматриваемой задачи зона интенсивного прогрева составляет по глубине величину порядка радиуса  $R$  пятна нагружения, поэтому при определении температурного поля можно даже для пластины небольшой толщины ( $h > 10R$ ) использовать решения, полученные для полупространства. Такое решение, пригодное для вычисления температуры в любой точке в любой момент времени при стационарном поверхностном источнике ограниченных размеров, известно [6, 7] и имеет вид:

$$T(t,r) = \frac{kRq}{2\lambda} \int_0^\infty J_0(\varphi r) \cdot J_1(\varphi R) \left\{ e^{-\varphi z} \cdot \Phi^* \left[ \frac{z}{2\sqrt{at}} - \lambda\sqrt{at} \right] - e^{\varphi z} \cdot \Phi^* \left[ \frac{z}{2\sqrt{at}} + \lambda\sqrt{at} \right] \right\} \frac{d\varphi}{\varphi}, \quad (2)$$

где  $q$  - интенсивность теплового потока поверхностного источника,  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности материала,  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  - расстояние от центра пятна нагружения до рассматриваемой точки пространства,  $J_0$  и  $J_1$  - функции Бесселя первого рода нулевого и первого порядка соответственно,  $\Phi^* = I - \Phi$ , где  $\Phi$  - функция ошибок,

$$J_0(\varphi r) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\varphi r \sin \vartheta) d\vartheta, \quad J_1(\varphi R) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(\vartheta - \varphi R \sin \vartheta) d\vartheta, \quad \Phi^*(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty \exp(-\vartheta^2) d\vartheta. \quad (3)$$

Поскольку в процессе плазменной термообработки источник тепла перемещается вдоль свободной граничной поверхности  $z=0$ , то решение (3) должно быть модифицировано при его использовании для определения  $T(t,r)$ . Имея в виду сложность выражения (3) и невозможность его интегрирования для получения решения о подвижном пятне в аналитическом виде, предлагается провести вычисление температурного поля для скачкообразного перемещения инструмента на расстояние, равное диаметру пятна, выбрав время стационарного состояния равным времени смещения инструмента на диаметр пятна. Поскольку зона пятна нагружения мала ( $\sim 1,5-2,0$  мм), а скорость смещения инструмента  $V$  составляет в опытах  $V=4-20$  мм/с, то длительность такого нагружения оказывается весьма малой и расчетные точки по шкале времени образуют достаточно плотную группу, достаточную для построения непрерывного графика зависимости температуры от времени в любой точке тела.

Для решения уравнений использовалась программа, написана на алгоритмическом языке Fortran, в которой используются специальные подпрограммы для вычисления функций Бесселя  $J_0$ ,  $J_1$  и функции ошибок  $\Phi^*$ . Вычислительная сложность получения результатов состоит в том, что для больших значений аргументов функций  $J$ ,  $\Phi^*$  (а из (3) следует, что они меняются в пределах  $(0 - \infty)$ ), вычислительные ряды являются расходящимися, и для преодоления этого недостатка приходится использовать асимптотические представления функций.

Для функции  $\Phi(x)$  при малых значениях аргумента  $x < \pi$  вычислительный алгоритм основан на разложении:

$$\Phi^*(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1) \cdot n!}. \quad (4)$$

При этом функция  $\Phi^*(x)$  вычисляется непосредственно по определению  $\Phi^*(x) = 1 - \Phi(x)$ . Для больших значений  $x$  вычисление функции  $\Phi^*(x)$  производится с помощью ряда:

$$\Phi^*(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{e^{(-x^2)}}{x} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\prod_1^n (2n-3)}{(2x^2)^{n-1}} \quad (5)$$

Для промежуточных значений недостаток использования выражений заключается в том, что либо числитель выражения (4) начинает на порядки превосходить знаменатель этого выражения, либо в противоположность этому знаменатель выражения (5) на порядок превосходит числитель, причем в известной литературе отсутствуют конечные выражения, связывающие переменные  $x$  и  $n$ , при которых наступает этот момент. В обоих этих случаях значения членов ряда быстро нарастают и проведение вычислений становится невозможным.

Аналогичная ситуация имеет место при вычислении функций Бесселя. При малых значениях аргумента ( $x < \pi$ ) вычисления производятся в соответствии с разложением:

$$J_m(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^m \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{x}{2}\right)^{2k}}{k! \Gamma(m+k+1)}, \quad (6)$$

где  $m$  - порядок функции Бесселя,  $\Gamma(\cdot)$  - гамма-функция целого аргумента, определяемая как  $\Gamma(n+1) = n!$ .

Для больших значений аргумента функции Бесселя вычисляются по асимптотическим формулам:

$$J_m(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \left[ A_m(x) \cdot \cos\left(x - \frac{\pi m}{2} - \frac{\pi}{4}\right) - B_m(x) \cdot \sin\left(x - \frac{\pi m}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \right], \quad (7)$$

где для коэффициентов  $A_m(x)$  и  $B_m(x)$  используются бесконечные ряды:

$$A_m(x) = 1 - \frac{(4m^2 - 1)(4m^2 - 9)}{2!(8x)^2} + \frac{(4m^2 - 1)(4m^2 - 9)(4m^2 - 25)(4m^2 - 49)}{4!(8x)^4} - \dots$$

$$B_m(x) = \frac{(4m^2 - 1)}{8x} - \frac{(4m^2 - 1)(4m^2 - 9)(4m^2 - 25)}{3!(8x)^3} + \dots$$

При  $x \rightarrow \infty$  для функций Бесселя имеем приближения:

$$J_m(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi m}{2} - \frac{\pi}{4}\right). \quad (8)$$

Стыковка непрерывных и асимптотических участков выполнена на специальных тестовых примерах и дает достаточно гладкие переходы на границах между участками.

### 3. Некоторые результаты и их обсуждение

Значение плотности для стали 45 принималось постоянным  $\rho = 7825 \text{ кг/м}^3$ . Для расчетов использовались значения коэффициентов теплопроводности  $\lambda$  и теплоемкости  $C$  в зависимости от температуры, которые приведены в [10]. Так, например, в указанных диапазонах температуры теплопроводность и теплоемкость вычислялись следующим образом:

$$20 \leq T \leq 150^\circ\text{C}, \quad \lambda = 12,6 - 0,443 T,$$

$$150 \leq T \leq 900^\circ\text{C}, \quad \lambda = 52,14 - 0,0296 T,$$

$$20 \leq T \leq 700^\circ\text{C}, \quad C = (3507384,7 + 3132,3 T) / \rho,$$

$$700 \leq T \leq 750^\circ\text{C}, \quad C = (110140T - 71398000) / \rho,$$

$$750 \leq T \leq 900^\circ\text{C}, \quad C = (111812000 + 134140T) / \rho.$$

По результатам вычислений получены зависимости распределения температуры от координаты для стали 45 (рис. 2).

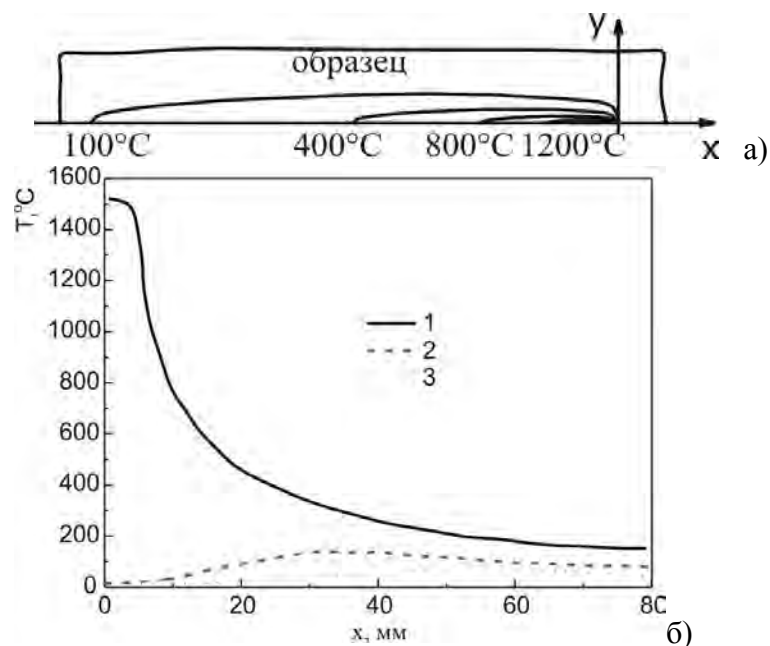


Рис. 2. Распределение температуры в поверхностном слое металла;  
 а) изотермы на поверхности образца; б) расчетные значения температуры по глубине образца  
 1 – глубина 0 мм; 2 – глубина 1,0 мм; 3 – глубина 1,5 мм

Степень локализации ввода тепла в область изделия (пятно нагрева) влияет на скорость охлаждения поверхностного слоя металла, структуру и свойства упрочненной зоны. В общем случае порядок величины скорости охлаждения ( $^{\circ}\text{C}/\text{с}$ ) практически соответствует порядку величины тепловой мощности плазмотрона ( $\text{Вт}/\text{см}^2$ ), в нашем случае модернизированный плазмотрон имеет тепловую мощность  $2,5 \cdot 10^7 - 6,0 \cdot 10^7 \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

На основании экспериментальных исследований построены зависимости скорости нагрева и охлаждения поверхностного слоя, образцов при воздействии плазменной струи (рис. 3).

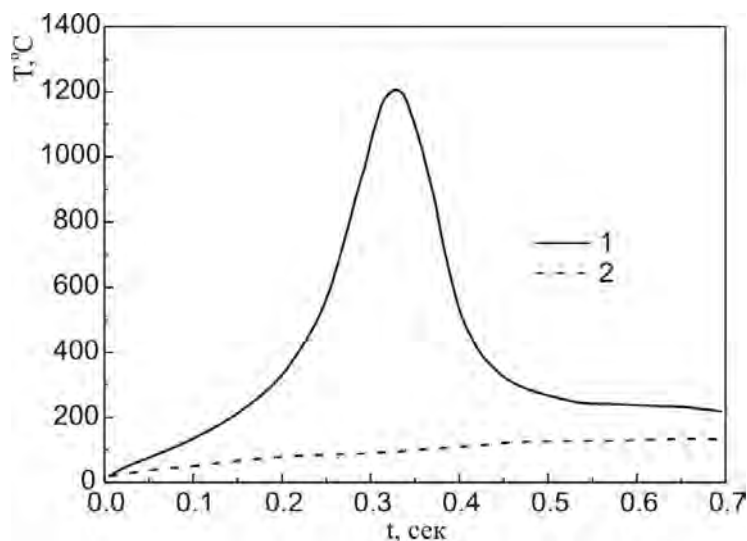


Рис. 3. Графики экспериментальных значений температуры;  
 1) исходные (экспериментальные) значения; 2) расчетные значения на поверхности

### Заключение

На основании проведенных исследований можно заключить:

- при помощи приборной системы с высокочувствительным датчиком разработана методика экспериментального определения температуры при воздействии высококонцентрированных источников нагрева;
- разработан алгоритм численного решения задач теплопроводности, возникающих при воздействии движущихся локальных источников нагрева;
- сравнение значений температуры, определенных экспериментально и теоретически, показало удовлетворительное совпадение результатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Спиридонов, Н.В. Плазменные и лазерные методы упрочнения деталей машин / Н.В. Спиридонов, О.С. Кобяков, И.Л. Курпьянов. – Мн.: Высшая школа, 1988. – 155с.
2. Кобяков, О.С. Поверхностное упрочнение сталей при микродуговом нагреве металла / О.С. Кобяков, Е.Г. Гинзбург. – Минск, Машиностроение, 1985. – Вып.10. – С. 127 – 130.
3. Карслоу, Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. - 497 с.
4. Веремейчик, А.И. Особенности поверхностного плазменного упрочнения / А.И. Веремейчик, М.И. Сазонов, В.М. Хвиевич, С. Якушевич // *Materialy VII Międzynarodowej naukowo-praktycznej konferencji «Perspektywiczne opracowania są nauka i technikami – 2011»*. Volume 56. Techniczne nauki. - *Przemysł: Nauka i studia*. – С.102 – 106.
5. Кундас, С.П. Компьютерное моделирование процессов термической обработки сталей: монография / С.П. Кундас. – Мн.: Бестпринт, 2005. – 313 с.
6. Лыков, А.В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков. - М.: Высшая школа, 1967 г. - 599 с.
7. Юдаев, Б.Н. Теплопередача / Б.Н. Юдаев. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. школа, 1981. - 319 с.
8. <http://www.ansys.com/>
9. Каплун, А.Б. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство / А.Б. Каплун, Е.М. Морозов, М.А. Олферьева. – М., Едиториал УРСС, 2003. – 272 с.
10. Варгафтик, Н.Б. Теплофизические свойства веществ. Справочник / Н.Б. Варгафтик. – М.: Госэнергоиздат, 1956. – 340 с.

E-mail: [vai\\_mrtm@bstu.by](mailto:vai_mrtm@bstu.by).  
[ymhvisevich@bstu.by](mailto:ymhvisevich@bstu.by).

Поступила в редакцию 13.09.2016