

## АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ СИНТЕЗИРОВАННЫХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РАЗЛИЧНЫХ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ

М.А. Янцевич, П.В. Бойкачев

Военная академия Республики Беларусь, Минск, e-mail: [yantsevich1052500@mail.ru](mailto:yantsevich1052500@mail.ru)

При проектировании электрических фильтров одна из проблем, с которой постоянно сталкивается разработчик, состоит в оценке полученной реализации, особенно в сравнении с другими возможными реализациями, которые удовлетворяют тем же самым техническим требованиям. Оценка может производиться по разным критериям, но наиболее важным является минимум чувствительности функции сопротивления. Под чувствительностью понимают меру изменения некоторой характеристики цепи (или функции цепи), которая произошла в результате некоторого отклонения одного элемента цепи или нескольких элементов цепи от их номинальных значений. Даже если реализация цепи привлекательна с теоретической точки зрения, она может быть практически бесполезной, если её чувствительность высока. Таким образом, при проектировании фильтра разработчик должен быть заинтересован в том, чтобы выбрать реализацию, имеющую низкую чувствительность [1]. Соответственно на первом этапе проектирования фильтра полезно знать априорную информацию чувствительности цепи, так как применяемые на практике элементы цепей стандартизированы и их номиналы не идеально совпадают с требуемыми расчетными значениями. Кроме того, они имеют разброс параметров и подвержены в процессе эксплуатации дестабилизирующим факторам.

Как известно, первым этапом синтеза цепи (Рис.1) является аппроксимация. Аппроксимация - состоит в следующем: по заданной идеальной характеристике (в зависимости от  $\omega$ ) находится реализуемая функция цепи, которая наилучшим образом воспроизводит (аппроксимирует) идеальную характеристику в соответствии с некоторым критерием близости [3].

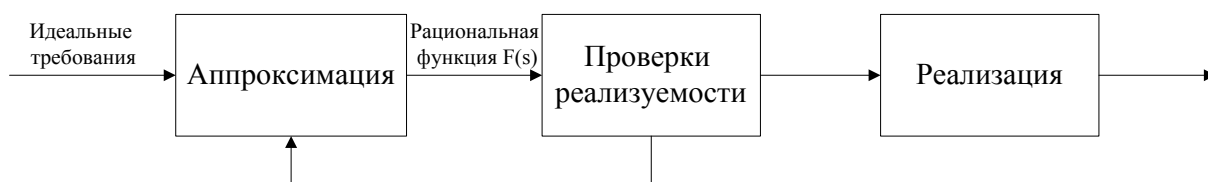


Рисунок 1 – Последовательность этапов синтеза.

Очевидно, что наилучшая аппроксимация при одном критерии близости не будет обязательно наилучшей при другом критерии. Практика показывает, что не каждая аппроксимирующая функция может быть реализована из-за сильной чувствительности элементов цепи.

Представляет интерес сравнить чувствительности цепей синтезированных с использованием известных аппроксимирующих функций наиболее часто используемых разработчиками [3,5,6,7]. Исходные данные для решения данной задачи – это функция сопротивления полученная по заданной структуре цепи 5-го порядка (показана на рисунке 2), а также элементы цепи полученные в результате синтеза [3].

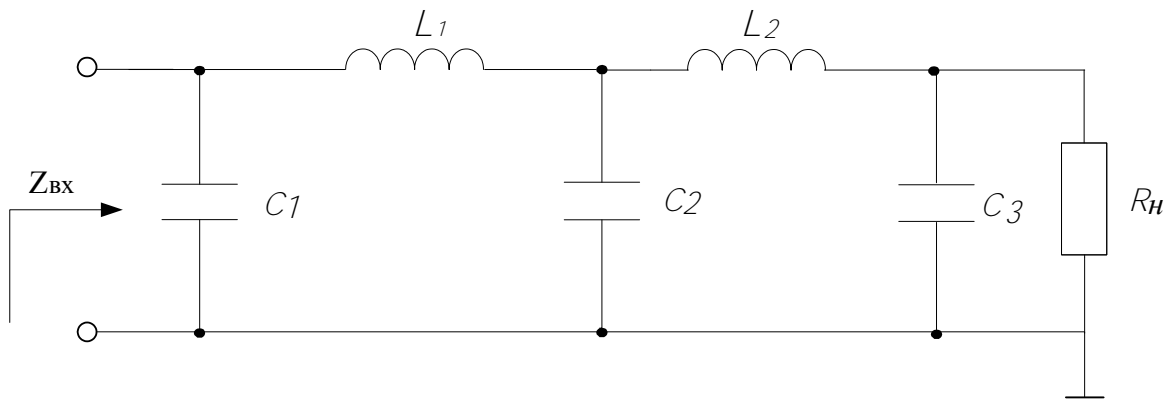


Рисунок 2 – Структура электрической цепи 5-го порядка.

В результате синтеза фильтров - прототипов пятого порядка классическими аппроксимирующими функциями, были получены соответствующие нормированные значения номиналов данных цепей (представлено в таблице 1).

Таблица 1- Нормированные значения номиналов фильтров – прототипов синтезированных с использованием классических аппроксимирующих функций

Полиномы аппроксимирующей функции	Нормированные значения номиналов фильтров - прототипов					
	C1	C2	C3	L1	L2	R
Чебышева	1.735	2.572	1.737	1.219	1.22	1
Баттерворта	0.618	2	0.618	1.618	1.618	1
Эрмита	0.829	0.945	0.83	0.701	0.702	1
Ультросферические	0.9	1.865	0.901	1.593	1.593	1
Бернулли	1.574	2.528	1.576	1.208	1.208	1
Гагенбауера	1.72	2.561	1.722	1.235	1.236	1
Лежандра	1.149	1.99	1.15	1.468	1.469	1
Паскаля	1.346	1.928	1.347	1.514	1.515	1

В последние годы, для реализации частотно-избирательных цепей, разработчики все больше прибегают к использованию модифицированных аппроксимирующих функций. В связи с этим необходимо провести анализ цепей синтезированных с использованием современных модифицированных аппроксимирующих функций [5,6,7].

Таблица 2 - Нормированные значения номиналов фильтров – прототипов синтезированных с использованием модифицированных аппроксимирующих функций

Аппроксимирующая функция	Нормированные значения номиналов фильтров - прототипов							
	C1	C2	C3	C4	L1	L2	L3	R
Модификация Чебышева согласно[7]	1.705	2.54	1.705		1.23		1.23	1
Модификация Чебышева согласно[6]	0.825	1.777	1.777	0.824	1.686	1.832	1.686	1
Модификация Чебышева согласно[5]	0.564	1.391	0.564		1.257	1.257		1

Для выполнения анализа необходимо воспользоваться функцией чувствительности, где верхний индекс обозначает некоторую характеристику, в качестве которой была выбрана функция сопротивления цепи. Нижним индексом  $x$  указан параметр элемента цепи, изменение которого привело к изменению рассматриваемой характеристики[1][4].

$$S_x^{Z(j\omega)} = \frac{\partial Z(\omega)}{\partial x}. \quad (1)$$

Для совместной оценки параметрической амплитудной и фазовой чувствительности применяется скалярная оценка. Такой является квадратичная чувствительность (чувствительность по Скеффлеру [2]), определяемая выражением:

$$|S_x^{Z(j\omega)}|^2 = S_x^{Z(j\omega)} S_x^{Z(j\omega)*}. \quad (2)$$

В случае, когда необходимо анализировать функцию чувствительности сопротивления от параметров нескольких элементов, используют суммарную параметрическую чувствительность [1]. Суммарная квадратичная чувствительность для рассматриваемых фильтров пятого порядка определяется выражением:

$$\sum_{i=1} |S_{x_i}^{Z(j\omega)}|^2. \quad (3)$$

Для наглядного представления функции суммарной чувствительности (3) и сравнения их между собой представим их на рисунке 3 для цепей синтезированных с использованием классических аппроксимирующих функций и на рисунке 4 для цепей синтезированных с использованием модифицированных аппроксимирующих функций.

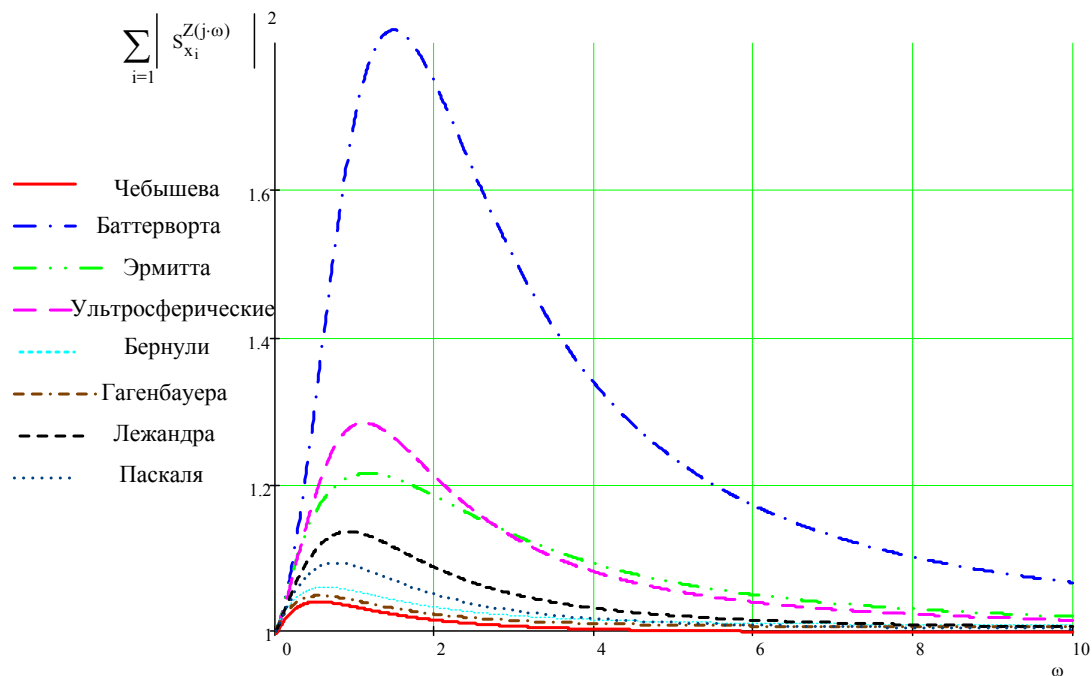


Рисунок 3. – Суммарная квадратичная чувствительность для рассматриваемых фильтров – прототипов, полученных с использованием классических аппроксимирующих функций пятого порядка

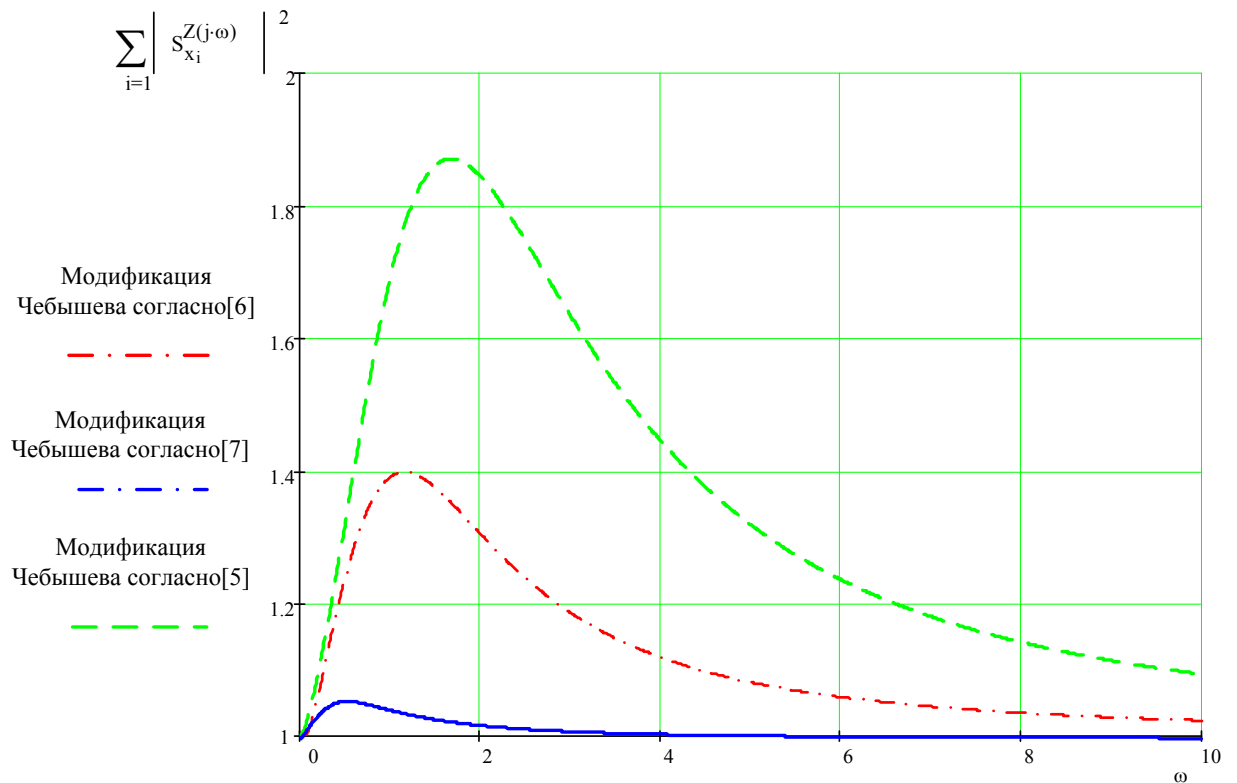


Рисунок 4. – Суммарная квадратичная чувствительность для рассматриваемых фильтров-прототипов, синтезированных с использованием модифицированных аппроксимирующих функций пятого порядка

Для более точного анализа предлагается в качестве оценки использовать интегральную площадь суммарной квадратичной чувствительности (4). Показатели качества по данному критерию, для всех приведенных функций сопротивления, представлены в таблице 3.

$$\int_0^{10} \sum_{i=1}^2 \left| s_{x_i}^{Z(j\omega)} \right|^2 d\omega \tag{4}$$

Таблица 3 – Оценка суммарной квадратичной чувствительности.

Полиномы аппроксимирующей функции	Оценка суммарной квадратичной чувствительности
	$\int_0^{10} \sum_{i=1}^2 \left  s_{x_i}^{Z(j\omega)} \right ^2 d\omega$
Классические аппроксимирующие функции	
Чебышева	10.099
Баттерворта	13.054
Эрмита	10.87
Ультросферические	10.898
Бернулли	10.133
Гагенбауера	10.102

Лежандра	10.392
Паскаля	10.241
Модифицированные аппроксимирующие функции	
Модификация Чебышева согласно[7]	10.113
Модификация Чебышева согласно[6]	11.266
Модификация Чебышева согласно[5]	13.682

Анализирую показатели качества приведенные в таблице 3 и на рисунках 3,4 можно сделать выводы. Цепи реализованные с использованием классических аппроксимирующих функций в отличии от модифицированных, имеют меньшую чувствительность к отклонению значений номиналов элементов. Использование таких цепей интересно, когда для реализации используют элементы с большим разбросом параметров. Следует отметить, что цепи синтезированные с использованием классических аппроксимирующих функций Чебышева имеют наименьшие требования к точности значений параметров элементов. Из цепей синтезированных с использованием модифицированных аппроксимирующих функций можно выделить реализацию которая показана в [7], данная реализация, синтезированная по критерию минимума чувствительности также имеют хорошие показатели качества. Таким образом, на начальном этапе проектирования фильтра, при выборе аппроксимирующей функции необходимо учитывать, что при её реализации может потребоваться высокая точность рассчитанных номиналов элементов фильтра. Полученные результаты суммарной квадратичной чувствительности функции сопротивления имеют практическую значимость в выборе аппроксимирующей функции при реализации электрических цепей.

#### Список литературы

1. Хьюлсман, Л.П. Введение в теорию и расчет активных фильтров: пер. с англ. / Л.П. Хьюлсман, Ф.Е. Аллен. – М.: Радио и связь, – 1984. – 384 с.: ил.
2. Allen, P. E. Slew Induced Distortion in Operational Amplifiers / P. E. Allen // IEEE J. – 1977. – Vol. SC-12, № 1. Febr. – P. 39–44
3. Карни Ш. Теория цепей Анализ и Синтез/ Карни Ш. – М.: Связь, – 1973. – 269 с.: ил.
4. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Часть 1 / В.И. Арнольд. – М.: Ротапринт ВЦ МГУ – 1969. – 113 с.
5. Generalized Chebyshev-like Approximation for Low-pass Filter Hisham L. Swady Dept. of Electrical Engineering .University of Basrah Basrah, Ir.
6. Шашок, В.Н. Синтез цепей широкополосного согласования и фильтрации с повышенной равномерностью группового времени запаздывания :дис. канд. техн. наук: 05.12.04 / В.Н. Шашок – Минск, 2013. – 142 л.
7. Бойкачев П.В., Филиппович Г.А., Метод модификации аппроксимирующих функций для синтеза фильтров и согласующих цепей// «Вестник» ВАРБ №4(37) 2012. – С.63–69.