

РАСЧЕТ МОНТАЖНЫХ НАГРУЗОК В ПОРИСТОМ ПРОВОЛОЧНОМ ИЗДЕЛИИ

Якубовский А.Ч., Якубовский Ч.А.

The influence of assembly loads to the porous wire article is investigated. The connection of article strain and deformation with applied external load is presented. The maximum degree of press force and elastic axis transferences is defined.

В современной технике для интенсификации процессов фильтрации, звукопоглощения, терморегулирования невозможно обойтись без использования пористых проницаемых изделий (ППИ). В зависимости от условий эксплуатации установок и требований, предъявляемых к ним, применяют самые разнообразные ППИ. Наименее дорогостоящими среди них и в то же время обладающими регулярной структурой и наиболее универсальными свойствами являются изделия на основе проволоки. В частности, разработаны новые ППИ в форме трубы, получаемые радиальным деформированием проволочного тела намотки цилиндрической формы, — пористые намоточные изделия из проволоки (ПНИП) [1].

Не изученным вопросом в области использования ПНИП является влияние монтажных нагрузок на их структуру. Здесь следует учесть, что при возможных вариантах монтажа чаще всего изделия испытывают сжимающую нагрузку в осевом направлении (рис. 1). Это объясняется геометрическими особенностями ПНИП, связанными с ограничениями разработанной технологии их изготовления [2]. При этом необходимым условием для обеспечения работоспособности пористых изделий является сжатие их в диапазоне исключительно упругих деформаций.

Следует отметить, что металлические связи между витками проволоки отсутствуют, поскольку в процессе получения проволочных изделий не предполагается использование термической обработки [1]. Однако в результате пластической деформационной обработки тела намотки имеет место механическая связь в контактах между витками, обеспечивающая (совместно с изгибом витков на межконтактных участках) фиксированное относительное взаимное расположение витков проволоки и жесткость всей конструкции пористого изделия в це-

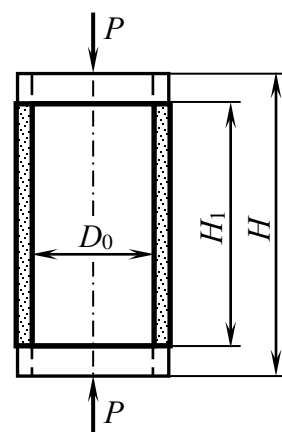


Рис. 1. Схема деформирования ПНИП при монтаже

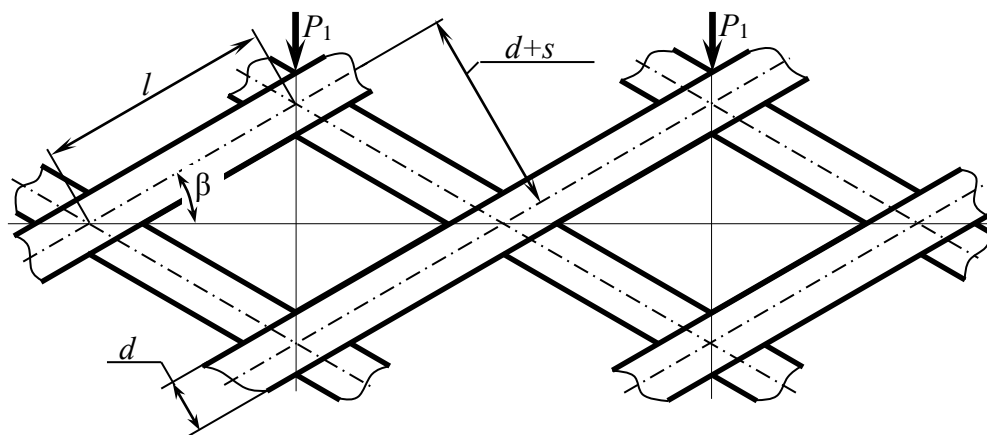


Рис. 2. Схема формирования элементарных ячеек пористого проволочного изделия

лом. Поэтому при воздействии на ПНИП монтажных нагрузок внешнее усилие передается по виткам от контакта к контакту, охватывая, таким образом, весь объем изделия (рис. 2).

Общая осевая внешняя нагрузка при монтаже пористого проволочного изделия равна:

$$P = n_k \cdot P_1, \quad (1)$$

где n_k — количество межвитковых контактов в теле изделия; P_1 — сила, действующая на каждый контакт.

В результате изделие претерпевает структурные изменения, связанные с изгибом и сжатием витков проволоки на участках $l = (d + s) / \sin 2\beta$ [1].

Высокоорганизованная структура ПНИП, образованная витками проволоки диаметром d , равномерно уложенными на цилиндрическую оправку под некоторым углом β с постоянным зазором s , позволяет отдельно рассмотреть элементарную ячейку проволочного изделия (рис. 3), представленную замкнутым бесшарнирным контуром, нагруженным сосредоточенными силами P_1 (рис. 3, а). Известно, что такой контур обладает тремя лишними связями и трижды статически неопределим [3]. Однако условия симметрии контура и симметрии внешней нагрузки позволяют сократить число неизвестных до одного.

Для выбора основной системы разрежем замкнутый контур по горизонтальной оси симметрии AB . В сечениях A и B поперечные и продольные силы находятся из условия равновесия отсеченной части контура (рис. 3, б):

$$Q = \frac{P_1}{2} \cdot \cos \beta; \quad N = -\frac{P_1}{2} \cdot \sin \beta.$$

Для определения оставшегося лишнего неизвестного (изгибающий момент X_1) составляем каноническое уравнение метода сил [3]:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0. \quad (2)$$

Построив эпюры изгибающих моментов от заданной нагрузки P_1 и единичного момента $\bar{X} = 1$ и «перемножив» их по правилу А.Н. Верещагина [3], находим коэффициент δ_{11} при неизвестном и свободный член Δ_{1P} уравнения (2). После чего находим лишнее неизвестное X_1 . При заданной внешней нагрузке и параметрах контура

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1P}}{\delta_{11}} = -\frac{P_1 \cdot l}{4} \cdot \cos \beta.$$

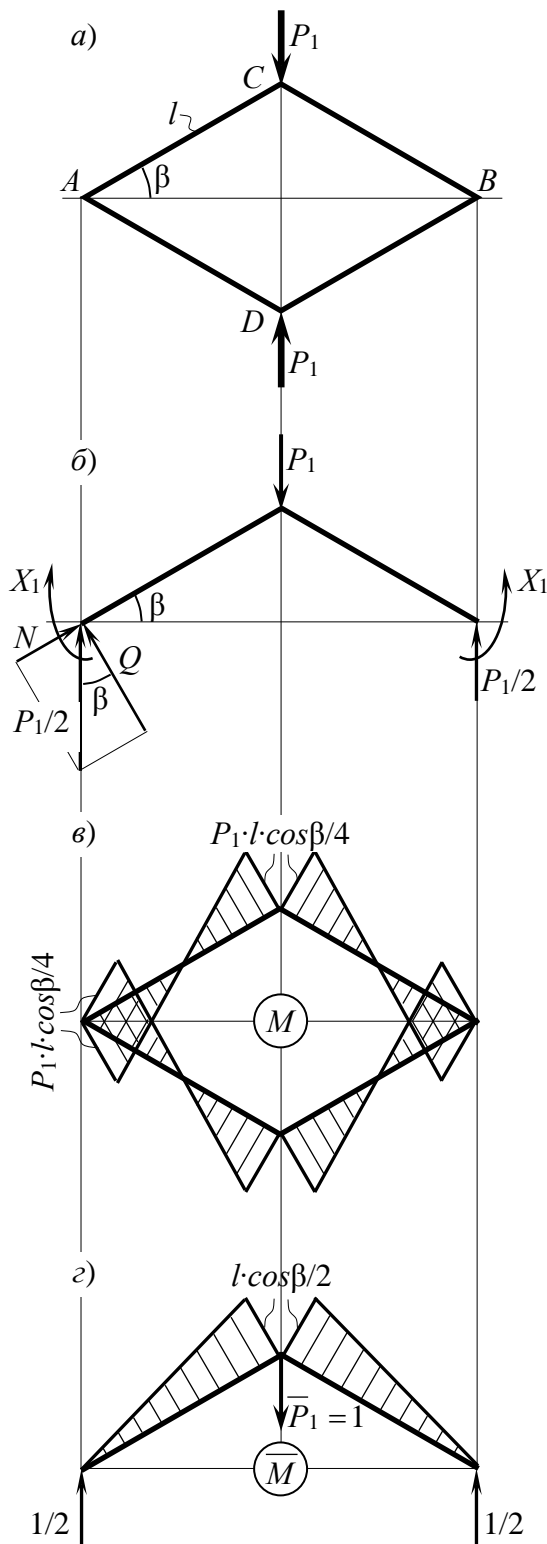


Рис. 3. Силовой расчет отдельной ячейки ПНИП: а) расчетная схема; б) эквивалентная система; в) эпюра изгибающих моментов; г) единичная эпюра моментов

Теперь обычным путем строим эпюру изгибающих моментов M для всего контура (рис. 3, в).

Нормальные напряжения в опасных сечениях контура будут соответственно равны:

$$\text{а) от изгиба} \quad \sigma_u = \frac{M}{W} = \frac{8 \cdot P_1 \cdot l \cdot \cos \beta}{\pi \cdot d^3};$$

$$\text{б) от сжатия} \quad \sigma_c = \frac{N}{F} = \frac{2 \cdot P_1 \cdot \sin \beta}{\pi \cdot d^2},$$

где $W = \pi \cdot d^3/32$ — момент сопротивления круглого сечения; $F = \pi \cdot d^2/4$ — площадь поперечного сечения проволоки.

Суммарные нормальные напряжения равны:

$$\sigma = \sigma_u + \sigma_c = \sigma_u \cdot \left(1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_u} \right).$$

Здесь отношение $\frac{\sigma_c}{\sigma_u} = \frac{d}{4 \cdot l} \cdot \operatorname{tg} \beta \ll 1$, так как $d \ll l$, а β изменяется от 0° до 45° . Поэтому в практических расчетах им можно пренебречь. Тогда

$$\sigma = \sigma_u = \frac{8 \cdot P_1 \cdot l \cdot \cos \beta}{\pi \cdot d^3}. \quad (3)$$

Из уравнения (2), приравняв нормальное напряжение пределу текучести материала используемой проволоки, определим максимальную нагрузку P_1 :

$$P_{1\max} = \frac{\pi \cdot d^3 \cdot \sigma_T}{8 \cdot l \cdot \cos \beta}. \quad (4)$$

Тогда выражение (1) с учетом количества межвитковых контактов для тонкостенной пористого изделия [1]

$$n_k = \frac{4 \cdot D_0 \cdot H \cdot n \cdot v}{d} \cdot \frac{\sin 2\beta}{d+s},$$

где D_0 — диаметр оправки (внутренний диаметр изделия); H — высота ПНИП (см. рис. 1); n — количество слоев намотки; v — относительная плотность пористого изделия, при $s/d = n_s$ принимает следующий вид:

$$P_{\max} = D_0 \cdot H \cdot n \cdot \frac{\pi \cdot \sin 2\beta \cdot \sin \beta}{(1+n_s)^2} \cdot v \cdot \sigma_T. \quad (5)$$

Для определения деформации ПНИП вычислим сближение точек C и D замкнутого контура. Для этого приложим к основной системе единичную силу $\bar{P}=1$ и построим эпюру моментов (рис. 3, г). Умножая эту эпюру на эпюру изгибающих моментов по правилу Верещагина, получим:

$$\begin{aligned} \delta_P &= \frac{1}{E \cdot J} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{P_1 \cdot l \cdot \cos \beta}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{l \cdot \cos \beta}{2} - \frac{1}{2} \cdot l \cdot \frac{P_1 \cdot l \cdot \cos \beta}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{l \cdot \cos \beta}{2} \right) \cdot 2 = \\ &= \frac{P_1 \cdot l^3 \cdot \cos^2 \beta}{24 \cdot E \cdot J} = \frac{8}{3 \cdot \pi} \cdot \frac{P_1 \cdot l^3 \cdot \cos^2 \beta}{E \cdot d^4}, \end{aligned}$$

где $J = \pi \cdot d^4/64$ — момент инерции круглого сечения.

Поскольку сближение точек C и D замкнутого контура $\delta_1 = 2 \cdot \delta_P$, то максимальная абсолютная деформация элементарной ячейки ПНИП с учетом формулы (4) равна:

$$\delta_{1\max} = 0,67 \cdot \frac{l^2 \cdot \cos \beta}{E \cdot d} \cdot \sigma_T. \quad (6)$$

Таким образом, проведенное исследование влияния монтажных нагрузок на структуру пористого проволочного изделия позволило установить взаимосвязь напряжений и деформаций изделия с прикладываемой к нему внешней нагрузкой, а также определить максимальные значения сжимающей силы и упругих осевых перемещений с учетом материала используемой проволоки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петюшик Е.Е., Реут О.П., Якубовский А.Ч. Основы деформирования проволочных тел намотки. — Мн.: УП «Технопринт», 2003. — 218 с.
2. Якубовский А.Ч., Петюшик Е.Е. Технология получения пористых проволочных изделий // Материалы 22-го Международного научного симпозиума молодых научных работников и студентов / ВТШ. — Зелена Гура (Республика Польша), 2001. — Т. Механика. — С. 247 – 252.
3. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. — М.: Наука, 1967. — 552 с.

УТОЧНЕНИЕ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОГО РЕШЕНИЯ МЕТОДОМ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ДЕТАЛИЗАЦИИ.

Репченков В.И., Нагорный Ю.Е.

Extracting the domain of fast changing of the solution. Replacing the surrounding parts of the body body forces. Restoring the change from these forces. Calculation deflected mode of marked part by the use of a new mesh of identity element.

Существует несколько путей повышения точности МКЭ расчетов. Простейший способ – увеличение числа элементов, с сохранением постоянного шага. Недостаток данного подхода состоит в том, что при этом быстро растет размерность математической модели, а это, в свою очередь, приводит к исчерпанию вычислительных ресурсов. Другой, более оптимальный способ заключается в том, чтобы использовать сетку с переменным шагом и увеличивать число элементов в областях с большими градиентами искомым величин. Это позволяет значительно сократить размерность итоговой системы линейных алгебраических уравнений и, значит, сэкономить ресурсы. Однако данная схема приводит к появлению в решении неустранимой погрешности, обусловленной тем, что сетка с переменным шагом не является уже, как исходное тело, однородной системой. Помимо этого приходится вычислять матрицы и векторы для всех элементов, что приводит к значительному увеличению времени расчета. В данной работе предлагается метод, свободный от отмеченных выше недостатков Его суть в последовательной детализации решения. В начале проводится предварительный расчет НДС всего тела на сетке из одинаковых элементов. При этом определяется область (области) с быстрым изменением решения. Такая область выделяется, окружающие части тела отбрасываются и заменяются нагрузкой. После чего рассчитывается НДС выделенной части с использованием новой подходящей сетки из одинаковых элементов. Если достигнутая точность оказывается недостаточной, процесс можно повторить. Таким образом, удастся, максимально экономя ресурсы на каждом шаге, получать решения с минимальной погрешностью для все более малой области.

Будем рассматривать сетку из одинаковых прямоугольных четырехузловых элементов (рис. 1), где L_0, M_0 – размер сетки в элементах. Первая возникающая при реализации метода задача заключается в определении области, где необходимо провести детализацию решения. Это делается следующим образом. После первого расчета строятся изолинии градиентов напряжений. Затем по какому-либо критерию определяется нужная линия, ограничивающую область с большим градиентом. Если построить прямоугольник минимального размера, содержащий эту линию, то получится область детализации Ее размеры в элементах $\Delta L \times \Delta M$ (рис. 1).

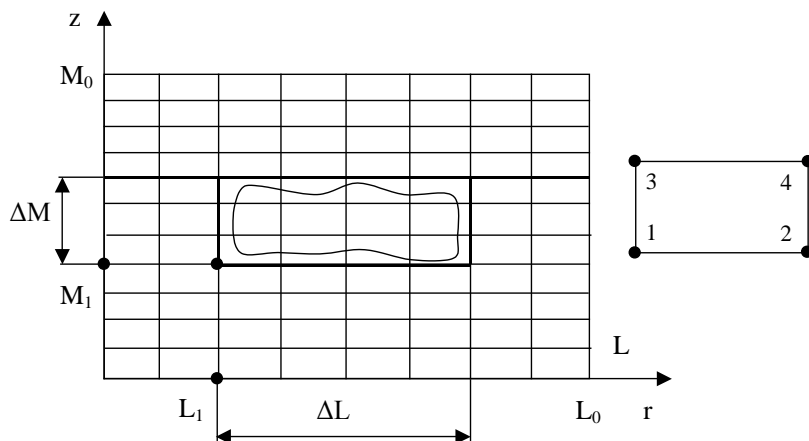


Рис. 1

Следующая задача заключается в построении новой сетки на выделенной области и формировании новой матрицы жесткости и соответствующего вектора нагрузок. Что касается матрицы жесткости, то она получается обычным образом при помощи стандартных процедур [1]. Остановимся подробнее на составлении вектора внешних нагрузок, действующих на область детализации решения. На первом этапе необходимо восстановить узловые силы, действующие со стороны отбрасываемых частей тела. Для этого берутся матрицы жесткости слоев элементов первоначальной сетки, лежащих на границе области, и умножаются на соответствующие векторы перемещений. Получаются силы приложенные к границе области детализации. Теперь их надо перевести в распределенную поверхностную нагрузку. Поскольку четырехузловой элемент предполагает изменение перемещения на его границе по линейному закону, имеет смысл аппроксимировать на нем распределенную поверхностную нагрузку также линейной функцией. То есть, например, на верхней границе для ортогональных к ней поверхностных сил полагаем $P^L(r) = a_L r + b_L$, $r \in [r_L, r_{L+1}]$; где L – координата элемента в слое первоначальной сетки. Предполагая нагрузку распределенной непрерывно, в общем узле L двух элементов с номерами $L - 1$ и L имеем:

$$a_{L-1} r_L + b_{L-1} = a_L r_L + b_L$$

Таких уравнений для определения постоянных a_L, b_L будет $\Delta L - 1$. Еще столько же уравнений получится, если записать формулу вычисления силы, действующей в узле исходной сетки, по плотности распределенной нагрузки:

$$F_L = F_4^{L-1} + F_3^L = 2\pi \int_{r_{L-1}}^{r_L} (a_{L-1}r + b_{L-1})N_4^{L-1}(r)rdr + 2\pi \int_{r_L}^{r_{L+1}} (a_Lr + b_L)N_3^L(r)rdr,$$

$$L = \overline{L_1 + 1, L_1 + \Delta L - 1}$$

где F_4^{L-1}, F_3^L – силы приложенные в L -ом узле соответственно со стороны $L-1$ и L элемента; N_4^{L-1}, N_3^L – функции формы для соответствующих узлов $L-1$ -ого и L -ого элемента. Нижние индексы здесь – это локальные номера узлов элемента (рис. 1). Для двух крайних узлов на границе области детализации формулы будут проще:

$$F_{L_1} = F_3^{L_1} = 2\pi \int_{r_{L_1}}^{r_{L_1+1}} (a_{L_1}r + b_{L_1})N_3^{L_1}(r)rdr,$$

$$F_{L_1+\Delta L} = F_4^{L_1+\Delta L-1} = 2\pi \int_{r_{L_1+\Delta L-1}}^{r_{L_1+\Delta L}} (a_{L_1+\Delta L-1}r + b_{L_1+\Delta L-1})N_4^{L_1+\Delta L-1}(r)rdr.$$

Но здесь возникает одна проблема. Дело в том, что крайние вертикальные силы $F_{L_1}, F_{L_1+\Delta L}$ представляют собой суммы нормальных и касательных сил. Они по отдельности не известны. Выйти из положения можно продолжив рассматриваемый слой элементов до левой и правой границ тела, где соответствующие нагрузки определены. Таким образом, в итоге получаем систему из большего ($2L_0$) числа уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{L-1}r_L + b_{L-1} = a_Lr_L + b_L, \quad L = \overline{1, L_0 - 1}, \\ F_L = F_4^{L-1} + F_3^L = 2\pi \int_{r_{L-1}}^{r_L} (a_{L-1}r + b_{L-1})N_4^{L-1}(r)rdr + 2\pi \int_{r_L}^{r_{L+1}} (a_Lr + b_L)N_3^L(r)rdr, \\ L = \overline{1, L_0 - 1}, \\ F_3^0 = 2\pi \int_{r_0}^{r_1} (a_0r + b_0)N_3^0(r)rdr, \\ F_4^{L_0} = 2\pi \int_{r_{L_0-1}}^{r_{L_0}} (a_{L_0-1}r + b_{L_0-1})N_4^{L_0-1}(r)rdr \end{array} \right.$$

Отсюда находятся постоянные a_L, b_L , и, следовательно, вид поверхностной нагрузки. Аналогично поступаем на другой горизонтальной и двух вертикальных сторонах области детализации.

Этот алгоритм был применен при написании программы расчета полей напряжений вблизи прямоугольного кольцевого выреза в линейноупругом осесимметричном теле при различных видах нагружения (Mathematica 4). На рис. 2 показаны результаты начального расчета и четырех его уточнений в случае осевого растяжения цилиндра с вырезом (рис. 3). На графике строятся зависимости нормированного осевого напряжения σ_z/P (P – плотность нагрузки на торцах) от радиуса r вдоль горизонтальной линии, проходящей через центр выреза. Видно, что первые три шага существенно изменяют форму графика, а четвер-

тая детализация практически совпадает с предыдущей. Вблизи края выреза ($5.9 \text{ см} < r < 6 \text{ см}$) удается проследить ход графика достаточно хорошо. Исходная сетка имела размерность 40×20 . Сетка на последнем шаге эквивалентна начальному разбиению 640×320 , получить численное решение для которого вообще невозможно из-за недостаточности ресурсов ПК. Расчет по методу последовательной детализации занимает время порядка четырех минут. Для сравнения, расчет на сетке 80×40 длится также около четырех минут. Таким образом предложенный метод представляет собой высоко эффективный инструмент для повышения качества конечно-элементных решений.

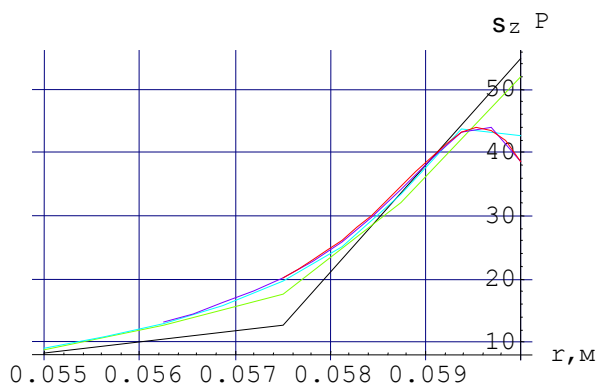


Рис. 2

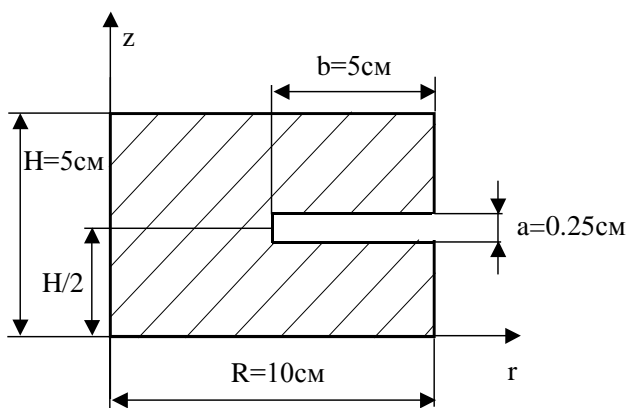


Рис. 3

Приведенные результаты получены когда высота выреза равна 0.25 см. Если ее увеличивать, значение максимального напряжения резко уменьшается (рис. 4)

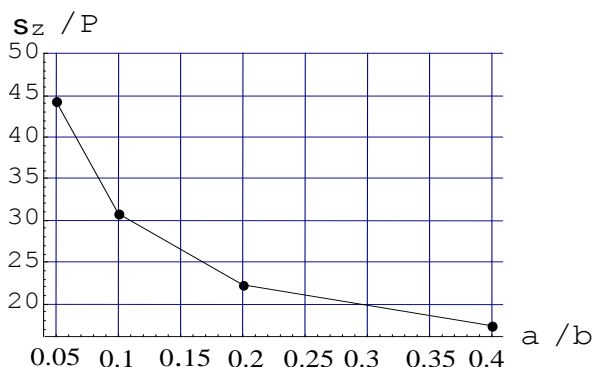


Рис. 4 График зависимости максимума σ_z / P от отношения высоты выреза к его ширине a/b .

ЛИТЕРАТУРА:

1. Репченков В. И., Нагорный Ю. Е., Репченкова Е. В. Векторная параметризация номеров степеней свободы и номеров элементов в МКЭ. // Белгосуниверситет. Мн., 2003. 13 с. Деп. в БелИСА 14 июня 2003 г., № 200344