Белорусский национальный технический университет, Минск

РАЗРАБОТКА НОВОЙ МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ШЕСТИЗВЕННОЙ НЕСИММЕТРИЧНОЙ РУЛЕВОЙ ТРАПЕЦИИ АВТОБУСА «МАЗ»

Гурвич Ю. А., Сафронов К.И.

To calculate parameters of the six-link asymmetrical steering trapezoid we formalized connections of turning angle of the external wheels from turning angle of the interior wheel and other controllable and incontrollable parameters. The new mechanic-mathematical model further will be used for multicriterion optimization of steering trapezoids parameters by the criteria of a tire deterioration.

Под механико-математической моделью понимается совокупность схемы рулевой трапеции (например, рисунок 1) и математического описания $\beta = \Phi(\alpha,\lambda_1,..,\lambda_j,g_1,..,g_m)$, устанавливающего связь угла поворота наружного колеса от угла поворота внутреннего колеса и других управляемых и неуправляемых (конструктивных) параметров, где β – угол поворота внешнего управляемого колеса машины; α - угол поворота внутреннего колеса; $\lambda_1,\ldots,\lambda_j$ – управляемые параметры; j – количество управляемых параметров; $g_1,\ldots,g_m$ – неуправляемые параметры; m- количество неуправляемых параметров.

Схема рулевой трапеции	+	Математическое описание рулевой трапеции $\beta= \Phi(\alpha,\lambda_1,..,\lambda_j,g_1,..,g_m)$	=	Механико-математическая модель рулевой трапеции

В литературе приведено большое число различных конструкций рулевых трапеций, которые используются в машинах на пневмоколесном ходу. Соответственно приведены схемы этих рулевых трапеций. Причём для каждой новой конструкции рулевой трапеции будет свое число звеньев и своя совокупность конструктивных параметров.

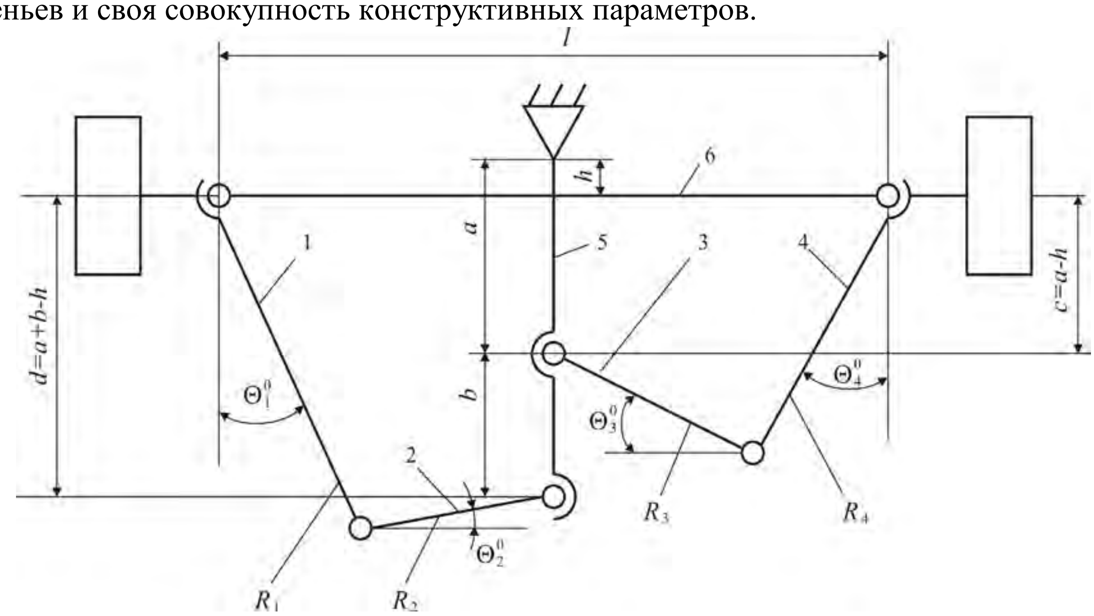

Рисунок 1. Схема несимметричной шестизвенной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», колеса которого находятся в нейтральном положении

Известна только одна механико-математическая модель – модель четырехзвенной неразрезной рулевой трапеции, впервые полученная академиком Е.А. Чудаковым [1]. Для всех остальных конструкций рулевых трапеций приведены только схемы, а математические описания $\beta = \Phi(\alpha, \lambda_1, .., \lambda_j, g_1, .., g_m)$ отсутствуют.

Постановка задачи. Для расчета параметров шестизвенной рулевой трапеции изображенной на рисунке 1 необходимо формализовать связь угла поворота наружного колеса β от угла поворота внутреннего колеса α и от других управляемых и неуправляемых (конструктивных) параметров - $\beta = \beta(\alpha, \lambda_1, .., \lambda_j, g_1, .., g_m)$.

На рисунке 1 изображена новая шестизвенная рулевая трапеция автобуса «МАЗ» в исходном положении. На этом рисунке пронумерованы длины стержней 1 – 5 соответственно через $R_1 - R_5$, $R_5 = a + b$, $L = 2l$, а углы, определяющие направление стержней в начальном положении (до поворота рулевого колеса), обозначены индексом «0»: Θ_1^0, Θ_2^0, Θ_3^0, Θ_4^0.

При повороте рулевого колеса автобуса углы Θ_1^0, Θ_2^0, Θ_3^0, Θ_4^0 станут другими, и появится угол наклона стержня 5 к вертикали. Обозначим углы, определяющие положение стержней 1 – 5 в ненулевом положении через Θ_1, Θ_2, Θ_3, Θ_4, Θ_5 (рисунок 2).

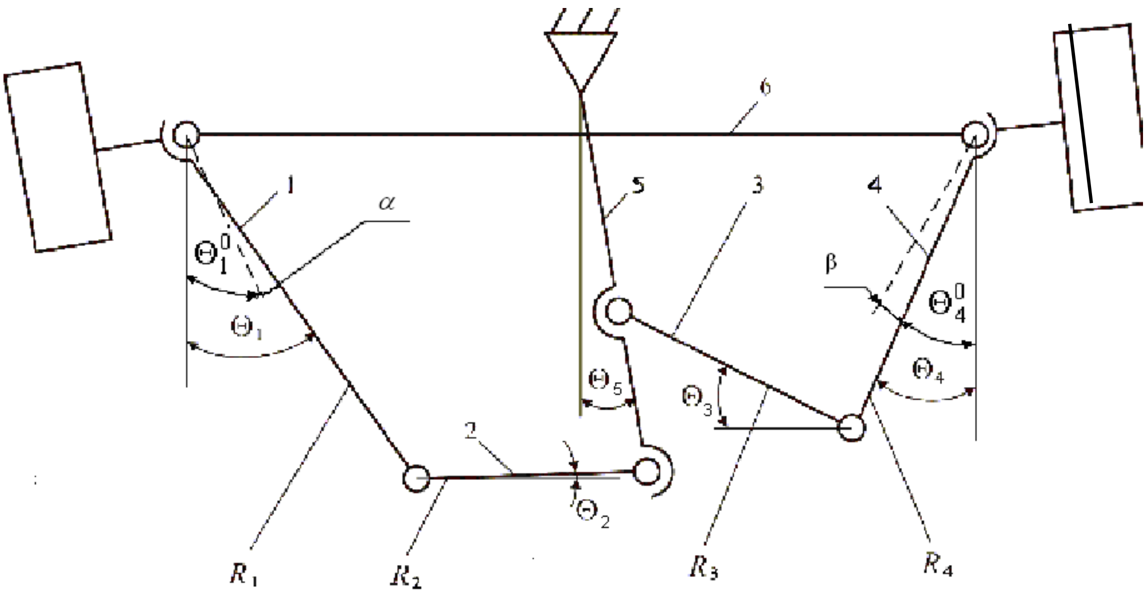

Рисунок 2. Схема несимметричной шестизвенной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», колеса которого находятся в повернутом положении

Штриховыми линиями на рисунке 2 показаны начальные положения стержней 1 и 5. При повороте управляемого внутреннего колеса автобуса влево на угол α стержни 1, 4 и 5 будут вращаться против часовой стрелки, а углы Θ_1 и Θ_4 будут соответственно равны: $\Theta_1 = \Theta_1^0 + \alpha$, $\Theta_4 = \Theta_4^0 - \beta$, $\alpha = \Theta_1 - \Theta_1^0$, $\beta = \Theta_4^0 + \Theta_4$.

Для расчета параметров шестизвенной рулевой трапеции требуется определить зависимость $\Theta_4 = \Theta_4(\Theta_1)$, что эквивалентно зависимости угла поворота наружного колеса β от угла поворота внутреннего колеса α и от других конструктивных параметров.

Определение начальных углов Θ_1^0 и Θ_4^0

Определение Θ_1^0. Рассматриваем часть трапеции левее стержня 5 (рисунок 1).

Связи:
$$\begin{cases} R_1 \sin\Theta_1^0 + R_2 \cos\Theta_2^0 = l, \\ -R_1 \cos\Theta_1^0 + R_2 \sin\Theta_2^0 + b + a = h. \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) — это система уравнений с двумя неизвестными Θ_1^0 и Θ_2^0. Из (1) исключим Θ_2^0 и обозначим $b+a-h=d$. Получим:

$$\begin{cases} l - R_1\sin\Theta_1^0 = R_2\cos\Theta_2^0, \\ R_1\cos\Theta_1^0 - d = R_2\sin\Theta_2^0. \end{cases} \qquad (2)$$

Возводим в квадрат уравнения (2) и складываем их. В результате получим:

$$l\sin\Theta_1^0 + d\cos\Theta_1^0 = \frac{l^2+R_1^2+d^2-R_2^2}{2R_1}. \qquad (3)$$

Введем угол μ_1 следующим образом:

$$\begin{cases} l = A_1\cos\mu_1 \\ d = A_1\sin\mu_1 \end{cases} \Rightarrow \mathrm{tg}\mu_1 = \frac{d}{l}, \qquad A_1 = \sqrt{l^2+d^2}, \qquad \mu_1 = \mathrm{arctg}\frac{d}{l}.$$

Преобразуем выражение (3):

$$\Theta_1^0 = \arcsin\frac{l^2+R_1^2+d^2-R_2^2}{2R_1\sqrt{l^2+d^2}} - \mathrm{arctg}\frac{d}{l}.$$

<u>*Определение* </u>Θ_4^0. Рассматриваем часть трапеции правее стержня 5 (рисунок 1).

Связи:
$$\begin{cases} R_3\cos\Theta_3^0 + R_4\sin\Theta_4^0 = l, \\ -d+b-R_3\sin\Theta_3^0 + R_4\cos\Theta_4^0 = 0. \end{cases} \qquad (4)$$

Из (4) исключим Θ_3^0 и обозначим $c = d-b = a-h$. Получим:

$$\begin{cases} R_3\cos\Theta_3^0 = l - R_4\sin\Theta_4^0, \\ R_3\sin\Theta_3^0 = R_4\cos\Theta_4^0 - c. \end{cases} \qquad (5)$$

Исключим из уравнений (5) Θ_3^0, возведем их в квадрат и сложим:

$$l\sin\Theta_4^0 + c\cos\Theta_4^0 = \frac{l^2+R_4^2+c^2-R_3^2}{2R_4}. \qquad (6)$$

Введем угол μ_2 следующим образом:

$$\begin{cases} l = A_2\cos\mu_2 \\ d = A_2\sin\mu_2 \end{cases} \Rightarrow \mathrm{tg}\mu_2 = \frac{c}{l}, \quad A_2 = \sqrt{l^2+c^2}, \qquad \mu_2 = \mathrm{arctg}\frac{c}{l}.$$

Преобразуем выражение (6):

$$\Theta_4^0 = \arcsin\frac{l^2+R_4^2+c^2-R_3^2}{2R_4\sqrt{l^2+c^2}} - \mathrm{arctg}\frac{c}{l}.$$

Определение зависимости $\Theta_4 = \Theta_4(\Theta_1)$

<u>*Определение зависимости между* </u>Θ_1 *и* Θ_5. Рассматриваем левую часть трапеции (левее стержня 5).

Связи:
$$\begin{cases} R_1\sin\Theta_1 + R_2\cos\Theta_2 = (a+b)\sin\Theta_5 + l, \\ -R_1\cos\Theta_1 + R_2\sin\Theta_2 + (b+a)\cos\Theta_5 = h. \end{cases} \qquad (7)$$

Из выражений (7) исключим Θ_2, возведем их в квадрат и сложим:

$$2(a+b)(R_1\cos\Theta_1+h)\cos\Theta_5-2(a+b)(l-R_1\sin\Theta_1)\sin\Theta_5=$$
$$=l^2+(a+b)^2+R_1^2+h^2-R_2^2-2lR_1\sin\Theta_1+2hR_1\cos\Theta_1. \quad (8)$$

<u>*Определение зависимости между*</u> Θ_4 и Θ_5.

Связи: $$\begin{cases} a\sin\Theta_5+R_3\cos\Theta_3+R_4\sin\Theta_4=l, \\ h-a\cos\Theta_5-R_3\sin\Theta_3+R_4\cos\Theta_4=0. \end{cases} \quad (9)$$

Из (8) исключим Θ_3**,** возведем полученные уравнения в квадрат и сложим их:

$$2a(R_4\cos\Theta_4+h)\cos\Theta_5-2a(l-R_4\sin\Theta_4)\sin\Theta_5=$$
$$=l^2+a^2+R_4^2+h^2-R_3^2-2lR_4\sin\Theta_4+2hR_4\cos\Theta_4. \quad (10)$$

<u>*Исключим*</u> Θ_5 <u>*из уравнений (8) и (10).*</u> Уравнение (8) перепишем следующим образом:

$$(R_1\cos\Theta_1+h)\cos\Theta_5-(l-R_1\sin\Theta_1)\sin\Theta_5=$$
$$=\frac{1}{2(a+b)}[l^2+(a+b)^2+R_1^2+h^2+R_2^2-2lR_1\sin\Theta_1+2hR_1\cos\Theta_1] \quad (11)$$

Введем переменную амплитуду A_1 и $\mu_1(\Theta_1)$:

$$A_1(\Theta_1)=\sqrt{(R_1\cos\Theta_1+h)^2+(l-R_1\sin\Theta_1)^2} \quad (12)$$

и примем, что

$(R_1\cos\Theta_1+h)=A_1(\Theta_1)\sin\mu_1(\Theta_1)$,

$(l-R_1\sin\Theta_1)=A_1(\Theta_1)\cos\mu_1(\Theta_1)$.

Тогда $$\mu_1(\Theta_1)=arctg\frac{R_1\cos\Theta_1+h}{l-R_1\sin\Theta_1}. \quad (13)$$

Преобразуем уравнение (11) и выразим из него Θ_5:

$$\Theta_5=\mu_1(\Theta_1)-\arcsin\frac{1}{2(a+b)}\cdot\frac{l^2+(a+b)^2+R_1^2+h^2-2lR_1\sin\Theta_1+2hR_1\cos\Theta_1}{A_1(\Theta_1)}.$$

Окончательно $\Theta_5=\Theta_5(\Theta_1)$:

$$\Theta_5=\mathrm{arctg}\frac{R_1\cos\Theta_1+h}{l-R_1\sin\Theta_1}-$$
$$-\arcsin\frac{l^2+(a+b)^2+R_1^2+h^2-R_2^2-2lR_1\sin\Theta_1+2hR_1\cos\Theta_1}{2(a+b)\sqrt{(R_1\cos\Theta_1+h)^2+(l-R_1\sin\Theta_1)^2}}. \quad (14)$$

Преобразуем уравнение (10) таким образом:

$$\cos\Theta_4(2aR_4\cos\Theta_5-2hR_4)+\sin\Theta_4(2aR_4\sin\Theta_5+2lR_4)=$$
$$=l^2+a^2+R_4^2+h^2-R_3^2-2ah\cos\Theta_5+2al\sin\Theta_5,$$

или (делим на $2R_4$):

$$(a\cos\Theta_5-h)\cos\Theta_4+(a\sin\Theta_5+l)\sin\Theta_4=$$
$$=\frac{l^2+a^2+R_4^2+h^2-R_3^2-2ah\cos\Theta_5+2al\sin\Theta_5}{2R_4}. \quad (15)$$

Вводим $\mu_2(\Theta_5)$ и переменную амплитуду

$$A_2(\Theta_5) = \sqrt{(a\cos\Theta_5 - h)^2 + (a\sin\Theta_5 + l)^2}\,, \qquad (16)$$

$$\begin{cases} a\cos\Theta_5 - h = A_2(\Theta_5)\sin\mu_2(\Theta_5) \\ a\sin\Theta_5 + l = A_2(\Theta_5)\cos\mu_2(\Theta_5) \end{cases} \Rightarrow \mathrm{tg}\mu_2(\Theta_5) = \frac{a\cos\Theta_5 - h}{a\sin\Theta_5 + l}\,,$$

$$\mu_2(\Theta_5) = \mathrm{arctg}\frac{a\cos\Theta_5 - h}{a\sin\Theta_5 + l}\,.$$

Преобразуем уравнение (15) и выразим из него Θ_4:

$$\Theta_4 = \arcsin\left(\frac{1}{2R_4A_2(\Theta_5)}(l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah\cos\Theta_5 + 2al\sin\Theta_5)\right) - \mu_2(\Theta_5)\,, \qquad (17)$$

где Θ_5 определяется по формуле (14).

В итоге зависимость угла поворота наружного колеса β от угла поворота внутреннего колеса α и от других конструктивных параметров - $\beta=\beta(\alpha,\lambda_1,..,\lambda_j,g_1,..,g_m)$, примет вид:

$$\beta = \Theta_4^0 - \arcsin\frac{l^2 + a^2 + R_4^2 + h^2 - R_3^2 - 2ah\cos\Theta_5 + 2al\sin\Theta_5}{2R_4\sqrt{(a\cos\Theta_5 - h)^2 + (a\sin\Theta_5 + l)^2}} + arctg\frac{a\cos\Theta_5 - h}{a\sin\Theta_5 + l}\,,$$

где $\Theta_4^0 = arctg\dfrac{l^2 + R_4^2 + c^2 - R_3^2}{2R_4\sqrt{l^2 + c^2}} - arctg\dfrac{c}{l}\,,$

$$\Theta_5 = \mathrm{arctg}\frac{R_1\cos(\Theta_1^0 + \alpha) + h}{l - R_1(\Theta_1^0 + \alpha)} -$$

$$-\arcsin\frac{l^2 + (a+b)^2 + R_1^2 + h^2 - R_2^2 - 2lR_1\sin(\Theta_1^0 + \alpha) + 2hR_1\cos(\Theta_1^0 + \alpha)}{2(a+b)\sqrt{(R_1\cos(\Theta_1^0 + \alpha) + h)^2 + (l - R_1\sin(\Theta_1^0 + \alpha))^2}}\,,$$

$$\Theta_1^0 = \arcsin\frac{l^2 + R_1^2 + d^2 - R_2^2}{2R_1\sqrt{l^2 + d^2}} - arctg\frac{d}{l}\,.$$

Выводы. Разработана новая механико-математическая модель шестизвенной несимметричной рулевой трапеции автобуса «МАЗ», которая может быть использована для дальнейшей одно- и многокритериальной оптимизации конструктивных параметров рулевой трапеции.

Эта рулевая трапеция содержит двенадцать конструктивных параметров: l, R_1, R_2, $R_3, R_4, R_5 = a + b, a$, b, $h, \Theta_1^0, \Theta_2^0, \Theta_3^0, \Theta_4^0$, в том числе восемь независимых.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чудаков Е. А. Теория автомобиля. – М.: Изд. АН СССР, 1961.-462с.