БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Н.К.Артюхина

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В двух частях

Часть 1

Допущено Министерством образования Республики Беларусь в качестве учебного пособия для студентов приборостроительных специальностей учреждений, обеспечивающих получение высшего образования

Минск 2004

Рецензенты:

чл.-кор. НАН Республики Беларусь, д-р физ.-мат. наук А.П. Шкадаревич, д-р физ.-мат. наук, проф. Г.С. Круглик, канд. физ.-мат. наук, доц. Н.В. Кондратюк

Артюхина Н.К.

А 86 Теория и расчет оптических систем: Учебное пособие. В 2 ч. Ч. 1 / Н.К. Артюхина. – Мн.: БНТУ, 2004. – 134 с.

> ISBN 985-479-135-1 (H. 1). ISBN 985-479-137-8.

Учебное пособие предназначено для студентов специальности 1-38 01 02 «Оптико-электронные и лазерные приборы и системы» и студентов родственных специальностей, изучающих теорию, основы проектирования и применения оптических систем разных типов..

В пособии в систематизированном виде рассмотрены фундаментальные понятия, определения и законы геометрической оптики, свойства идеальной оптической системы, дается необходимый математический аппарат для решения инженерных оптических задач по расчету хода световых пучков лучей в оптических системах.

Рассматривается элементная база – оптические детали и оптические материалы, используемые в оптических системах. Излагаются вопросы, связанные с ограничением пучков лучей и прохождением излучения в оптических системах, даны основные понятия о геометрических аберрациях оптических систем.

> УДК 681.7(075.8) ББК 22.37я7

ISBN 985-479-135-1 (Ч. 1) ISBN 985-479-137-8 © Артюхина Н.К., 2004

Введение

Теория и расчет оптических систем – прикладная оптическая наука, изучающая принципы конструирования оптических систем и методы образования оптического изображения. Теория и расчет оптических систем рассматривается как основная дисциплина вузов, готовящих специалистов оптического приборостроения. Она закладывает теоретический фундамент специальных инженерных знаний и решает множество задач, возникающих перед инженерами оптической отрасли при расчете оптических систем, а также при конструировании, изготовлении, сборке и юстировке оптических приборов.

Разнообразие оптических приборов, в том числе приборов для голографии, телевидения, кинематографии, лазерных приборов, связано с потребностями народного хозяйства, а их совершенствование – с успехами в области физики, автоматики, электроники, вычислительной техники и технологии.

Основная функция оптического прибора выполняется оптическими средствами, т.е. с помощью оптической системы. Оптическая система представляет собой совокупность оптических деталей, предназначенных для определенного преобразования оптического излучения. К оптическому излучению относят электромагнитные колебания в диапазоне длин волн от 1 нм до 1 мм.

Теоретические основы и принципы устройства оптических систем, входящих в состав различных оптических приборов, удобно излагать, используя простую классификацию. Все оптические системы условно делят на четыре класса в зависимости от положения предмета и его изображения. Если предмет или его изображение находятся на конечном расстоянии от системы, присваивается шифр «1», в противном случае (на бесконечности) – шифр «0».

I класс – микроскопы «10» (предмет находится на конечном расстоянии, а изображение – в бесконечности).

II класс – телескопические системы «00» (предмет и его изображение находятся на бесконечности).

III класс – объективы «01» (предмет в бесконечности, его изображение на конечном расстоянии).

IV класс – проекционные системы «11» (предмет и его изображение находятся на конечном расстоянии). Действие сложных оптических систем приборов можно представить как результат взаимодействия классифицированных оптических систем, отличающихся расположением предмета и изображения.

1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ЗАКОНЫ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В отличие от физической геометрическая оптика – лучевая; в ней не учитывается природа света как потока лучистой энергии. Геометрическая оптика рассматривает формирование изображения с помощью световых лучей, являющихся независимыми и прямолинейными в однородной среде и преломляющимися (отражающимися) на границах раздела сред с разными оптическими свойствами.

Геометрическая оптика вводит в область специфических оптотехнических понятий и представлений и подготавливает математический аппарат, необходимый для решения задач по расчету оптической системы. Математические выражения, полученные в геометрической оптике, носят приближенный характер, так как не учитывают такие физические явления, как дифракция, интерференция, поляризация (во многих случаях это является вполне допустимым).

1.1. Основные понятия и определения

Светящаяся точка – источник излучения бесконечно малых размеров. Световой луч – прямая линия, вдоль которой распространяется энергия излучения. Световому лучу в физической оптике соответствует нормаль к поверхности световой волны. Гомоцентрический пучок – совокупность лучей, имеющих общую точку пересечения (центр). Гомоцентрические пучки бывают расходящиеся, сходящиеся и параллельные (рис. 1.1).



Рис. 1.1

Центр гомоцентрического пучка, входящего в оптическую систему, называется предметной точкой, а центр гомоцентрического пучка, вышедшего из оптической системы, называется изображением предметной точки. Центр параллельного гомоцентрического пучка лежит в бесконечности. Всякий предмет и его изображение в геометрической оптике рассматриваются как совокупность предметных точек и их изображений. Если после прохождения через оптическую систему пучки лучей сохраняют гомоцентричность, то каждой точке предмета соответствует только одна точка изображения. Две точки, одна из которых является изображением другой, называют сопряженными (рис. 1.2). Изображение сопряженной точки принято отмечать той же буквой, что и предмет, но со штрихом. Изображение, образованное пересечением самих лучей, называют действительным (рис. 1.2, а), а изображение, образованное пересечением их геометрических продолжений, – мнимым (рис. 1.2, б). Пространство предмета – пространство, в котором находятся предметные точки. Пространство изображения – пространство, в котором расположены изображения предметных точек.



Рис. 1.2

1.2. Правила знаков

Положительным направлением распространения света считают направление слева направо; первая по ходу луча поверхность оптической системы изображается всегда слева. Систему называют **центрированной**, если оси симметрии ее поверхностей лежат на одной прямой, которую называют **оптической осью**. Любая плоскость, содержащая оптическую ось, является плоскостью симметрии и называется **меридиональной**. В правой системе координат оптическая ось принимается за ось *OZ*, а меридиональная плоскость – за плоскость *УOZ*.

Правила знаков заключаются в следующем:

 а) линейные отрезки вдоль оси считаются положительными, если направление их отсчета от оптической системы совпадает с направлением света, и отрицательными – в противоположном случае (рис. 1.3, а);

б) радиус кривизны поверхности считается положительным, если центр кривизны находится справа от поверхности, и отрицательным, если слева (рис. 1.3, б);

в) величины толщин линз и других оптических деталей, а также воздушных промежутков между преломляющими поверхностями считаются положительными (рис. 1.3, б);



Рис. 1.3

г) высоты пересечения лучей с поверхностями и величины предметов и изображений считаются положительными вверх от оптической оси и отрицательными – вниз от оси (рис. 1.3, в, г);

д) угол луча с оптической осью считается положительным, если для совмещения оси с лучом ось нужно вращать по часовой стрелке, и отрицательным, если вращение производится против часовой стрелки (рис. 1.3, д);

е) углы между лучами и нормалью к поверхности в точке падения луча (углы падения и преломления) считаются положительными, если для совмещения нормали с лучом ее нужно вращать по часовой стрелке, и отрицательными, если вращение производится против часовой стрелки (рис. 1.3, е).

1.3. Законы распространения света

Закон прямолинейного распространения света. Распространение света между двумя точками в однородной и изотропной среде осуществляется по прямой линии. На основе этого закона объясняют явления солнечных и лунных затмений, геодезические и астрономические измерения, образование теней и полутеней. Закон неприменим для лучей, проходящих через малое отверстие, край диафрагмы или любой задерживающий экран, где проявляется явление дифракции.

Закон независимости распространения света. Отдельные лучи и пучки, встречаясь друг с другом и пересекаясь, не оказывают взаимного влияния. При этом пренебрегают явлением интерференции.

Закон преломления. Этот закон характеризует преломление света на границе двух прозрачных сред. Формулировка закона: падающий и преломленный лучи вместе с нормалью к поверхности в точке падения находятся в одной плоскости, а отношение синуса угла падения лучей к синусу угла преломления для двух оптических сред есть величина постоянная (рис. 1.4):

$$\frac{\sin\varepsilon}{\sin\varepsilon'} = n_{12} = \text{const.}$$
(1.1)



Рис. 1.4

По формуле (1.1) определяют относительный показатель преломления двух сред, сохраняющий свою величину для рассматриваемой длины волны λ . Все оптические среды характеризуются абсолютным показателем преломления (или просто показателем преломления) *n*, представляющим собой отношение синуса угла падения к синусу угла преломления при переходе луча из вакуума в данную среду. Показатель преломления вакуума равен единице, а показатель преломления воздуха мало отличается от единицы ($n_{\rm B} = 1,00027$). Относительный показатель преломления двух сред равен отношению их показателей преломления: $n_{12} = n_2/n_1 = n'/n$.

Учитывая (1.1), имеем:

$$n\sin\varepsilon = n'\sin\varepsilon'. \tag{1.2}$$

При преломлении среда с большим показателем преломления называется средой оптически более плотной, с меньшим показателем преломления – оптически менее плотной. Из формулы (1.2) вытекает, что при $n < n' \ \varepsilon > \varepsilon'$; в противном случае, когда n > n', $\varepsilon < \varepsilon'$ (рассматривается абсолютная величина углов).

Явление полного внутреннего отражения может произойти только в тех случаях, когда свет распространяется из более плотной оптической среды в менее плотную (n' < n). Сущность явления заключается в том, что при определенных значениях угла падения є пучок света не проходит во вторую среду, а отражается от границы их раздела. При увеличении угла падения є будет возрастать угол преломления ε' , причем $\varepsilon' > \varepsilon$, и наступит момент, когда при некотором угле ε_m угол ε'_m станет равным 90° (рис. 1.5), т.е. преломленный луч пойдет вдоль границы раздела двух сред.



Рис. 1.5

При последующем увеличении угла падения ($\varepsilon > \varepsilon_m$) луч отражается от поверхности раздела в первую среду. Угол ε_m , определяемый по формуле

$$\sin \varepsilon_m = \frac{n'}{n},\tag{1.3}$$

называется предельным углом полного внутреннего отражения. Явление полного внутреннего отражения широко применяется в оптических приборах (конструкциях отражательных призм, системах освещения шкал и сеток, световодах).

Закон отражения. Этот закон характеризует отражение света от полированных зеркальных поверхностей. Формулировка закона: падающий и отраженный лучи вместе с нормалью к поверхности в точке падения луча находятся в одной плоскости, а угол отражения равен углу падения, но противоположен ему по знаку (рис. 1.6): $-\varepsilon = \varepsilon'$. Закон отражения можно представить как частный случай закона преломления (1.2) при n' = -n, что соответствует изменению направления скорости луча после отражения при его распространении в той же среде, что и до отражения.



Рис. 1.6

Законы преломления и отражения света базируются на **принципе Ферма**. Точка предмета изображается в виде точки, если оптические длины для всех лучей, связывающих точку предмета и её изображение, минимальны и одинаковы.

Из законов отражения и преломления следует **принцип обратимости**. Если свет в прямом ходе распространяется по определенному направлению, то в обратном ходе свет пойдет по направлению, обратному первоначальному.

2. ОПТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

2.1. Оптическое бесцветное стекло

Для изготовления оптических систем применяются различные марки оптического стекла, отличающиеся составом и физическими свойствами. Оптическим стеклом называется бесцветное стекло, однородность и другие оптические константы которого находятся в пределах допусков, установленных ГОСТ 3514-94, ГОСТ 13659-78 и каталогом СССР-DDR "Оптическое стекло".

Оптическое стекло характеризуется следующими основными свойствами: оптической однородностью, прозрачностью, твердостью, химической стойкостью и др. Оптические постоянные стекол даются обычно для определенных длин волн; в табл. 2.1 приведены спектральные линии видимого диапазона.

Таблица	2.	1
---------	----	---

Обозначение линий	Длина волны, нм	Область спектра	Обозначение линий	Длина волны, нм	Область спектра
i	365,0	ультрафиолетовая	е	546,07	зеленая
h	404,66	фиолетовая	d D	587,56 589,29	желтая
g F' F	435,83 479,99 486,13	синяя	C' C r	643,85 656,27 706,52	красная

Оптическое стекло характеризуется следующими постоянными:

– показателем преломления для различных волн n_{λ} (основным принят показатель преломления n_e для длины волны $\lambda = 546,07$ нм спектральной линии ртути, которая расположена в зелёной части спектра вблизи области максимальной чувствительности глаза человека);

– средней дисперсией – разностью показателей преломления для определенных длин волн ($n_i - n_g$ характеризует ближнюю УФ и синюю области спектра; $n_{F'} - n_{c'}$ и $n_F - n_c$ – видимую область, а $n_r - n_{1013,9}$, $n_{1013,9} - n_{2249,3}$ – инфракрасную область спектра);

– коэффициентом дисперсии v_{λ} (величину $v_e = \frac{n_e - 1}{n_{F'} - n_{c'}}$ назы-

вают основным коэффициентом дисперсии или числом Аббе);

– относительной частной дисперсией $\gamma = \frac{\Delta n}{n_{F'} - n_{c'}}$, или

 $\frac{\Delta n}{n_F - n_c}$, где Δn – частная дисперсия, например, $n_{F'} - n_e$;

- термооптическими постоянными.

К термооптическим характеристикам оптических стекол относятся:

- температурное изменение показателя преломления:

$$\beta_{a\delta c}(t, \lambda) = \Delta n_{a\delta c} (\lambda/\Delta t);$$

- термооптические постоянные:

$$V(t, \lambda) = \beta_{\text{OTH}}(t, \lambda) / (n_{\lambda} - 1) - \alpha(t) = V_t,$$
$$W(t, \lambda) = \beta_{\text{a}\overline{\text{o}}c}(t, \lambda) + \alpha(t) (n_{\lambda} - 1) = W_t.$$

В приведенных формулах n_{λ} – показатель преломления стекла для длины волны λ при t = 20 °C; $\alpha(t) = \alpha_t$ – температурный коэффициент линейного расширения, т.е. относительное удлинение образца стекла при изменении температуры на 1 °C; $\beta_{\text{отн}}(t, \lambda) = \beta_t$ – температурное изменение относительного показателя преломления – отношение показателя преломления при температуре t к показателю преломления воздуха при нормальном давлении (101325 Па) и температуре 20 °C.

Термооптическая постоянная V_t относится к условиям, когда температура постоянная, но отличается от 20 °C, а W_t – к условиям неравномерного распределения температуры в стекле, что имеет место в крупногабаритных оптических деталях. Термооптические постоянные даются для линий спектра F', F, e, D, C' и C как средние в диапазоне температур -60°...20 °C и 20...120°C.

Термооптические постоянные стекол необходимы для того, чтобы учитывать температурные изменения показателей преломления. Показатели обычно увеличиваются при повышении температуры, а это приводит к тому, что при изменении температуры в оптических системах смещается плоскость изображения и изменяются линейные размеры изображения.

Для производства оптического стекла используются около 80 химических элементов. К основным компонентам относятся следующие материалы: оксид кремнезема SiO₂, являющийся базовым стеклообразующим материалом, количество которого составляет 20...80 %, борный ангидрид B₂O₃, а также оксиды алюминия Al₂O₃, свинца PbO, цинка ZnO, кальция CaO, натрия Na₂O, мышьяка As₂O, сурьмы Sb₂O₃, бария BaO, магния MgO, калия K₂O и др.

Оптические стекла условно делят на две группы: кроны и флинты. Кроны имеют обычно малую дисперсию, а флинты – высокую.

В ГОСТ включены наиболее широко применяемые марки оптического стекла следующих типов: ЛК – легкий крон; ФК – фосфатный крон; К – крон; БК – баритовый крон; ТК – тяжелый крон; СТК – сверхтяжелый крон; ОК – особый крон; КФ – кронфлинт; БФ – баритовый флинт; ТБФ – тяжелый баритовый флинт; ЛФ – легкий флинт; Ф – флинт; ТФ – тяжелый флинт; ОФ – особый флинт. Кроновые стекла имеют большие коэффициенты дисперсии и относительно меньшие показатели преломления по сравнению с флинтами ($v_{\rm K} > v_{\rm b}, n_{\rm K} < n_{\rm b}$).

Стекла типа ОФ и ОК имеют особый ход относительно частных дисперсий. Каждый тип стекла в зависимости от состава и оптических характеристик делится на марки (табл. 2.2).

Марка стекла	Показатель	преломления	Средняя дисперсия		
	n_e	n_D	n_e	n_D	
1	2	3	4	5	
ЛК6	1,4721	1,4704	0,00708	0,00704	
ЛК7	1,4846	1,4828	0,00732	0,00728	
K8, K108	1,5183	1,5163	0,00812	0,00806	
K100	1,5237	1,5215	0,00882	0,00875	
БК6, БК106	1,5421	1,5399	0,00913	0,00905	
БК8, БК108	1,5489	1,5467	0,00877	0,00871	
БК10, БК110	1,5713	1,5688	0,01024	0,01015	

Т	а	б	Л	И	Ц	а	2.2

Окончание табл. 2.2

1	2	3	4	5
ТК2, ТК102	1,5749	1,5724	0,01005	0,00996
ТК14, ТК114	1,6155	1,6130	0,01020	0,01012
ТК16, ТК116	1,6152	1,6126	0,01059	0,01050
ТК20, ТК120	1,6247	1,6220	0,01107	0,01097
ТК21, ТК121	1,6600	1,6568	0,01299	0,01285
ТК23	1,5915	1,5891	0,00970	0,00962
КФ4	1,5203	1,5181	0,00886	0,00879
БФ12,БФ112	1,6298	1,6259	0,01622	0,01601
БФ16	1,6744	1,6709	0,01435	0,01419
БФ24	1,6386	1,6344	0,01750	0,01726
ЛФ5, ЛФ105	1,5783	1,5749	0,01409	0,01392
Φ1	1,6169	1,6128	0,01681	0,01689
Φ101	1,6179	1,6138	0,01681	0,01659
Φ104	1,6290	1,6247	0,01762	0,01738
Фб	1,6170	1,6031	0,01611	0,01590
ΤΦ1, ΤΦ101	1,6622	1,6475	0,01940	0,01912
ΤΦ3	1,7232	1, 7172	0,02469	0,02431
ΤΦ5, ΤΦ105	1,7617	1,7550	0,02788	0,02743

В табл. 2.2 представлены предпочтительные к использованию марки оптических стекол.

Оптические стекла изготовляют двух серий: обычные – с нумерацией марок 1 – 99; серий 100 – малотемнеющие под воздействием ионизирующих излучений, с нумерацией марок 100 – 199.

Показатель преломления для любой волны в диапазоне 365...1013,9 нм может быть вычислен по следующей дисперсионной формуле:

$$n_{\lambda}^{2} = A_{1} + A_{2}\lambda^{2} + A_{3}\lambda^{-2} + A_{4}\lambda^{-4} + A_{6}\lambda^{-6} + A_{8}\lambda^{-8} . \qquad (2.1)$$

Значения постоянных $A_1 - A_8$ приведены в каталоге для каждой марки стекла, длина волны λ берется в микрометрах.

2.2. Стекла с особыми свойствами

Цветные оптические стекла (ГОСТ 9411-81Е) получаются введением в состав стекла красителей. Они используются для изготовления светофильтров, которые обозначают двумя-тремя буквами и цифрой. Первая, вторая буква являются начальными буквами цвета, например УФ – ультрафиолетовые; СЗ – сине-зеленые; Ж – желтые; К – красные; ИК – инфракрасные; Н – нейтральные; Т – темные; Б – белые; последняя буква С – от слова стекло. Цифра обозначает порядковый номер стекла по увеличению плотности окраски.

Основными характеристиками цветного стекла являются показатель преломления, коэффициент пропускания для различных длин волн и оптическая плотность, определяемая густотой окрашенности также для различных длин волн.

Оптические кварцевые стекла (ГОСТ 15130-79) обладают высокой термостойкостью, малым коэффициентом линейного расширения, химической и радиационной устойчивостью, прозрачностью в широком диапазоне длин волн. Стекла марок КУ прозрачны в УФобласти спектра, КВ – в видимой, а КИ – в ИК-области спектра. Кварцевое стекло применяется для изготовления уголковых отражателей, призм спектральных приборов, оболочек источников света и других оптических деталей, подвергающихся резким изменениям температуры.

Оптические ситаллы имеют особо тонкозернистую структуру с кристаллами размером, составляющим примерно половину длины волны видимого участка спектра. Показатели преломления кристаллов и стеклообразного вещества, в котором они равномерно распределены, одинаковы или близки между собой, что исключает рассеяние света на границе раздела кристалл-стекло. Ситаллы имеют повышенную термостойкость, механическую прочность и твердость, малый коэффициент линейного расширения.

Изготавливаются следующие марки ситаллов: CO-115 (астроситалл) – термостойкий ситалл с близким к нулю коэффициентом линейного расширения; CO-156 – ситалл с повышенной прозрачностью в видимой области спектра, но меньшей термостойкостью; CO-21 – ситалл с отрицательным коэффициентом линейного расширения в диапазоне 0...350 °C, что обеспечивает высокую термостойкость. Ситаллы применяются для изготовления ответственной оптики (астрономических зеркал, пробных стекол, обтекателей, защитных экранов и т.д.).

Инфракрасные бескислородные стекла (ИКС) прозрачны в диапазоне длин волн от 1 до 17 мкм и имеют высокую химическую стойкость, механическую и термическую прочность.

Люминесцирующие стекла содержат неодим, имеют узкие полосы люминесценции, причем на полосу 1060 нм приходятся до 80% всей энергии люминесценции. Стекла обозначают буквами ГЛС (генерирующее люминесцирующее стекло). Они применяются для изготовления активных элементов твердотельных лазеров направленного излучения с длинами волн 900, 1060, 1300 нм.

Фотохромные стекла (ФХС) обратимо изменяют свою прозрачность в зависимости от величины освещенности и длительности облучения. Основными характеристиками фотохромного стекла являются коэффициент фотохромности K_{ϕ} – величина, характеризующая уменьшение оптической плотности; чувствительность S_{ϕ} – величина, обратная количеству освещения, необходимого для получения добавочной плотности, равной 0,2. Например, стекло марки ФХС3 имеет $K_{\phi} = 0,5...0,7; S_{\phi} = (2...5) \cdot 10^{-6} (лк \cdot c)^{-1}$. Применяется ФХС для изготовления светофильтров и светозащитных очковых стекол.

Светорассеивающие стекла (молочные MC) диффузно рассеивают проходящий или отраженный свет благодаря введению в их состав соединений фтора, кремнефтористого натрия и других соединений.

Органические стекла – бесцветные или окрашенные пластмассы. В качестве органического стекла со свойствами, близкими к кроновым стеклам, используется полиметилметакрилат (плексиглас марок СОЛ, СТ1) и целлулоид, а со свойствами флинта – полистирол. Органическое стекло – дешевый материал, легко обрабатывается, формуется, склеивается, обладает высокой прозрачностью для ультрафиолетового и видимого участков спектра, но имеет ряд существенных недостатков: большой коэффициент линейного расширения, малая механическая и химическая устойчивость. Стекло применяют для неответственной оптики (лупы, линзы Френеля и др.).

2.3. Оптические кристаллы. Керамика

Для изготовления оптических деталей используются естественные и искусственные кристаллы, имеющие ряд свойств, отсутствующих у оптического стекла. К положительным свойствам кристаллов относятся пропускание излучения в ультрафиолетовой и инфракрасной областях спектра, большое значение коэффициента основной средней дисперсии при малом показателе преломления. Оптические кристаллы обладают рядом отрицательных свойств, затрудняющих их применение: оптическая и механическая неоднородность в различных направлениях, двойное лучепреломление, малая твёрдость некоторых кристаллов, гигроскопичность, растворимость и т. п.

Хлористый натрий (NaCl) – мягкий природный кристалл, каменная соль. Показатель преломления при $\lambda = 2,0$ мкм равен 1,52. Прозрачен в области спектра 0,250 – 3,0 мкм, гигроскопичен, растворим в воде и глицерине. Применяется в основном для изготовления спектральных призм в ИК-диапазоне.

Бромистый калий (КВг) – очень мягкий однородный дешевый кристалл, n = 1,54 при $\lambda = 2,0$ мкм, прозрачен в области 0,21...27,0 мкм, гигроскопичен, растворим в воде и глицерине. Используется для изготовления призм ИК-диапазона.

Хлористый калий (КСІ) – природный сильвин, мягкий, достаточно однородный, гигроскопичный, хорошо растворимый в воде, щелочах, эфире и глицерине кристалл. Диапазон пропускания 3,3...21,0 мкм. Применяется для конденсоров микроскопов в УФдиапазоне, призм в ИК-диапазоне.

Фтористый кальций (CaF₂) – природный флюорит, твёрдый, очень хрупкий, дорогостоящий кристалл. При $\lambda = 2,0$ мкм n = 1,42, прозрачен в области 1,8...10,0 мкм, негигроскопичен и практически нерастворим в воде. Применяется для изготовления деталей микроскопов и призм спектроскопов, работающих в УФ- и ИК-диапазонах.

Фтористый литий (LiF) – кристалл средней твёрдости, однородный, негигроскопичен, практически нерастворим в воде. Кристалл прозрачен в области спектра 1,8...6,0 мкм, показатель преломления при $\lambda = 2,0$ мкм составляет 1,38. Используется для изготовления деталей в УФ- и ИК-диапазонах. Германий (Ge) – хрупкий синтетический кристалл, непрозрачный в видимой области спектра, но хорошо пропускающий излучение в области 2,0...15,0 мкм и 40,0...60,0 мкм. Из-за большого показателя преломления (n = 4,12 при $\lambda = 2,0$ мкм) детали имеют большие потери на отражение на преломляющих поверхностях, поэтому требуют просветления. Применяются для изготовления деталей, работающих в ИК-диапазоне.

Кремний (Si) – синтетический кристалл, довольно хрупкий, нерастворимый в воде, непрозрачный в видимой области спектра, хорошо пропускает излучение в диапазоне 15,0...22,0 мкм. Показатель преломления n = 3,46 при $\lambda = 2,0$ мкм. Применяется для изготовления деталей, работающих в ИК-области спектра.

Кварц кристаллический (SiO₂) – синтетический кристалл (в природе горный хрусталь). Имеет слабо выраженное двойное лучепреломление. Прозрачен в области 1,8...10,0 мкм, показатель преломления n = 1,52 для обыкновенного луча при $\lambda = 2,0$ мкм. В воде не растворяется, используется для деталей спектральных и поляризационных приборов.

Кальцит (CaCO₃) – синтетический кристалл (в природе известен как исландский шпат), очень хрупкий и нетермостойкий. Характеризуется сильно выраженным двойным лучепреломлением. Хорошо пропускает видимую и ближнюю ИК-области, показатель преломления для обыкновенного луча n = 1,66 при $\lambda = 0,56$ мкм. Применяется для изготовления деталей поляризационных приборов.

Фтористый магний (MgF₂) – природный селлаит, кристалл средней твёрдости, достаточно однородный, не растворяется в воде. Хорошо пропускает излучение в области спектра 0,1...1,0 мкм, показатель преломления n = 1,38 при $\lambda = 0,4...0,7$ мкм. Используется для изготовления оптических деталей в спектроскопических и вакуумных приборах в УФ-области, интерференционных и интерференционно-поляризационных фильтрах.

Лейкосапфир – искусственный кристалл, беспримесный корунд (Al₂O₃); изготовляется следующих марок: ЛУ – для УФ, ЛВ – для видимой и ЛИ – для ИК-области спектра.

Природный корунд (сапфир) – очень твёрдый, термостойкий кристалл. Устойчив практически против всех химикатов. Корунд с добавкой 0,05 % хрома представляет собой рубин, применяемый для изготовления активных элементов лазеров.

Оптическая керамика – поликристаллический материал, изготовляемый методом горячего прессования под большим давлением в вакууме, обладает высокой механической прочностью и высокой термостойкостью. Производится нескольких марок, прозрачных для $\lambda = 1, 0...20, 0$ мкм (КО4) и для $\lambda = 1, 0...8, 0$ мкм (КО5). Благодаря нерастворимости в воде, хорошей обрабатываемости и высокой устойчивости к тепловым ударам керамику используют для изготовления подложек интерференционных фильтров и других оптических деталей в ряде ИК-приборов.

3. ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ ДВУХ СРЕД

3.1. Преломление лучей плоской поверхностью

Рассмотрим преломление гомоцентрического пучка лучей, выходящего из предметной точки A, лежащей на оптической оси, плоской границей двух сред при условии, что n < n' (рис. 3.1).



Рис. 3.1

Луч *AO*, идущий из точки *A* перпендикулярно к плоской преломляющей поверхности, у точки *O* образует углы падения и преломления, равные нулю, т.е. он проходит без изменения направления. Луч *ABC*, идущий из точки *A* под произвольным углом α с оптической осью, в точке *B* образует углы падения и преломления, связанные законом преломления (1.2), причем $\varepsilon > \varepsilon'$. Обратное продолжение преломленного луча BC встречает оптическую ось в точке 18 A' (изображение предметной точки). Положение точки A на оптической оси определяется отрезком S'.

Из рис. 3.1 следует, что $\sin \sigma = \sin \varepsilon = \frac{h}{\sqrt{h^2 + S^2}}$; $\sin \sigma' = \sin \varepsilon' =$

 $=\frac{h}{\sqrt{h^2+{S'}^2}}$. Подставив эти значения в формулу закона преломле-

ния, получим
$$n = n' \sqrt{\frac{h^2 + S^2}{h^2 + {S'}^2}}$$
 и далее $S' = \frac{n'}{n} \sqrt{S^2 + h^2 (1 - \frac{n^2}{{n'}^2})}$.

Окончательно, учитывая, что $h = S \operatorname{tg} \sigma$, имеем:

$$S' = S \frac{n'}{n} \sqrt{1 + tg^2 \sigma (1 - \frac{n^2}{n'^2})} .$$
 (3.1)

Из формулы (3.1) следует, что положение изображения S' является нелинейной функцией угла σ . Для каждого луча, идущего под различными углами σ , будет своя точка изображения. Если n' > n, то чем больше угол σ , тем больше S' (по абсолютной величине). Иначе говоря, гомоцентричность пучка лучей, преломленного плоской поверхностью, не сохраняется, а изображение точки A широким гомоцентрическим пучком перестает быть точечным.

3.2. Преломление лучей плоскопараллельной пластиной

Плоскопараллельная пластина – оптическая деталь, содержащая две параллельные между собой плоские преломляющие грани: входную и выходную. Луч, падающий на пластину перпендикулярно входной грани, проходит пластинку без преломления. Прохождение через пластинку наклонного луча, образующего с оптической осью угол - σ₁, показано на рис. 3.2.

Предположим, что пластина толщиной d расположена в воздухе, т.е. $n_1 = n_3 = 1$. Применяя закон преломления для рассматриваемого луча на двух гранях, получим:

$$\sin \varepsilon_1 = n \sin \varepsilon'_1; \quad n \sin \varepsilon_2 = \sin \varepsilon'_2.$$



Рис. 3.2

Из рис. 3.2 устанавливаем, что $\varepsilon_1 = \sigma_1$, $\varepsilon'_1 = \varepsilon_2$, $\varepsilon'_2 = \sigma_3$, поэтому $\sin \sigma_1 = \sin \sigma_3$. Следовательно, луч после прохождения через плоскопараллельную пластину параллелен первоначальному направлению (*CD* || *AB*). Изображение предметной точки *A*, лежащей на оптической оси, получится пересечением продолжения луча *CD* с осевой прямой *AO*. Обозначим продольное смещение изображения *AA*' отрезком Δ , а поперечное – δ . По рис. 3.2 запишем следующие выражения:

$$BE_{1} = EE_{1}tg\varepsilon_{1}; \quad BE_{1} = CE_{1}tg\varepsilon'_{1}; \quad CE_{1} = d ,$$

a $EE_{1} = d' = d \frac{tg\varepsilon'_{1}}{tg\varepsilon_{1}}.$ (3.2)

Продольное смещение изображения

$$\Delta = d - d' = d(1 - \frac{\operatorname{tg}\varepsilon_1'}{\operatorname{tg}\varepsilon_1}),$$

$$\Delta = d(1 - \frac{\cos\varepsilon_1}{n\cos\varepsilon_1'}) = d(1 - \frac{\cos\varepsilon_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2\varepsilon_1}}),$$
(3.3)

а поперечное смещение

$$\delta = \Delta \sin \varepsilon_1 = d \sin \varepsilon_1 (1 - \frac{\cos \varepsilon_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \varepsilon_1}}). \tag{3.4}$$

Таким образом, смещение изображения пропорционально толщине пластины и зависит от угла падения ε_1 . Пусть из точки A исходит гомоцентрический пучок лучей, образующих на входной грани пластины различные углы ε_1 . По формуле (3.3) для этих лучей получаются разные значения величины Δ , а значит, пучок лучей, бывший до пластины гомоцентрическим, после выхода из пластины становится негомоцентрическим, а изображение точки A делается нерезким. Это положение справедливо как для расходящегося, так и для сходящегося пучка. После прохождения через пластину наклонного пучка параллельных лучей сохраняется параллельность лучей, при этом каждый луч пучка имеет одинаковое продольное и поперечное смещение относительно первоначального направления.

При малых углах падения ($\varepsilon_1 \le 30^\circ$) $\frac{\mathrm{tg}\varepsilon_1'}{\mathrm{tg}\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_1'}{\varepsilon_1} = \frac{1}{n}$. Поэтому

формула (3.3) преобразовывается к виду

$$\Delta_{\rm o} = \frac{n-1}{n}d \,. \tag{3.5}$$

Произвольный луч (см. рис. 3.2) проходит через пластинку по ломаному пути *ABCD*, причем *AB* | *CD*. Сдвинем выходную грань пластины налево так, чтобы точка *C*, двигаясь горизонтально, попала на продолжение луча *AB* в точке *E* (*CE* = Δ). При этом выходная грань займет новое положение *EO*₁, а луч *AB* пройдет через новую пластинку прямо, не преломляясь, т.е. ее показатель преломления должен быть равен единице. Замена стеклянной пластины эквивалентной воздушной пластиной называется **редуцированием** или приведением оптической среды пластины к воздуху.

Толщина редуцированной пластины равна отрезку EE_1 и определяется по формуле (3.2), которая для малых углов падения ($\varepsilon_1 \leq 30^{\circ}$) преобразовывается к виду

$$d_0' = \frac{d}{n},\tag{3.6}$$

что соответствует выражению $d'_0 = d - \Delta_0$. При предварительном конструктивном расчете используются формулы (3.5) и (3.6).

Примечание. Толщина реальной пластины d устанавливается в зависимости от ее максимального поперечного размера $D_{\rm cB}$; $d = (\frac{1}{8} - \frac{1}{15})D_{\rm cB}$. Материалом для изготовления пластин служит обычно стекло K8, реже стекло ЛК5, ситаллы, кварц.

3.3. Отражение лучей плоским зеркалом

Отражение можно представить как частный случай преломления. Следовательно, все зависимости, относящиеся к преломлению лучей, имеют место и при отражении лучей, причем для каждой отражающей поверхности вводится условие

$$n' = -n . \tag{3.7}$$

Рассмотрим отражение гомоцентрического пучка лучей, выходящего из предметной точки A от плоского зеркала P_1P_2 (рис. 3.3). Изображение точки A согласно формуле (3.1) находится на расстоянии S' = -S, т.е. оно получится мнимым и образуется в пересечении продолжения лучей. Отраженные лучи образуют расходящийся гомоцентрический пучок лучей с центром в точке A', которая лежит на перпендикуляре к зеркалу AN. Глаз, помещенный на пути этих лучей, увидит светящуюся точку за зеркалом. Угол ω между направлениями падающего и отраженного лучей называют углом отклонения. Этот угол равен

$$\omega = 180^{\circ} - 2|\varepsilon|.$$

Если перед зеркалом поместить предмет (см. рис. 3.3), то для каждой точки предмета получится свое изображение. Глаз, помещенный на пути отраженных лучей, увидит изображение, перевернутое в одной плоскости. Такое изображение называется зеркальным. Любое изображение, образованное нечетным числом плоских зеркал, является зеркальным. Для получения прямого изображения необходимо использовать четное число плоских зеркал.

При **повороте плоского зеркала** на угол ϕ (рис. 3.4) из положения 1 в положение 2 отраженный луч отклоняется от первоначального направления на угол

$$\delta = 2\varphi$$
.



При прохождении луча через систему из двух плоских зеркал, угол между которыми равен γ (рис. 3.5), луч отклоняется от первоначального направления на угол ω , равный удвоенному углу между зеркалами, который не зависит от направления падающего луча:

$$\omega = 2\gamma . \tag{3.8}$$

При повороте системы из двух зеркал угол отклонения луча остается постоянным, а направление выходящего из системы луча сохраняется неизменным и не зависит от поворота системы. Это свойство двойного зеркала очень ценно для конструирования и используется при юстировке оптических приборов. Двойное зеркало практически чаще всего осуществляется в виде пентапризмы.



Рис. 3.5

3.4. Преломление лучей через призму в ее главном сечении

Преломляющая призма – оптическая деталь, ограниченная двумя преломляющими непараллельными плоскостями. Главным называется сечение призмы плоскостью, перпендикулярной ребру двугранного угла между плоскостями. Преломляющий угол – это угол между плоскостями призмы в ее главном сечении. За начало отсчета угла отклонения ω выбирается направление падающего луча. Угол призмы считается положительным, если вершина обращена вверх. Из рис. 3.6 следует, что $\theta = \varepsilon_2 - \varepsilon'_1$; $\varepsilon_2 = \varepsilon'_1 + \theta$; $\omega = -\varepsilon_1 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2 - \varepsilon_2$, поэтому

$$\omega = -\varepsilon_1 + \varepsilon_2' - \theta. \tag{3.9}$$



Рис. 3.6

Минимальное отклонение луча будет при симметричном ходе луча через призму, т.е. когда

$$\varepsilon_1' = -\varepsilon_2; \quad \varepsilon_1 = -\varepsilon_2'. \tag{3.10}$$

Предположим, что призма расположена в воздухе, $n_1 = n_3 = 1$. Применяя закон преломления для рассматриваемого луча на двух гранях, получим:

$$\sin \varepsilon_1 = n \sin \varepsilon'_1;$$

$$\sin \varepsilon'_2 = n \sin \varepsilon_2 = n \sin(\theta + \varepsilon'_1).$$
(3.11)

Для определения ω_{\min} из формулы (3.11) с учетом равенств (3.9) и (3.10) получим выражение

$$\sin\frac{\omega_{\min} + \theta}{2} = n\sin\frac{\theta}{2},\qquad(3.12)$$

которое используется при определении показателя преломления материала призмы (углы θ и ω_{min} измеряются на гониометре).

Если преломляющий угол θ призмы мал ($\theta \le 6^{\circ}$), то такую деталь называют оптическим клином. Формула (3.11) преобразовывается в таком случае к виду

$$\sin \varepsilon_2' = n\theta \cos \varepsilon_1' + n \sin \varepsilon_1'.$$

Используя равенство (3.9), получим:

$$\sin \varepsilon_2' = \sin(\omega + \theta + \varepsilon_1) = (\omega + \theta) \cos \varepsilon_1 + \sin \varepsilon_1.$$

Из последних двух формул определим величину угла отклонения луча клином:

$$\omega = \theta(n \frac{\cos \varepsilon_1'}{\cos \varepsilon_1} - 1);$$

Для малых углов падения ε_1 имеем:

$$\omega_0 = \theta(n-1). \tag{3.13}$$

При вращении клина вокруг оптической оси луч, прошедший через клин, описывает коническую поверхность, а в плоскости, перпендикулярной оси и отстоящей от клина на расстоянии S', – окружность радиусом y':

$$y' = \theta(n-1)S'.$$

3.5. Отражательные призмы

Отражательные призмы используют для оборачивания изображения, изменения направления оптической оси и линии визирования, компенсации поворота изображения и т.д. Основные типы отражательных призм приведены в справочнике [13]. Преимущества отражательных призм перед плоскими зеркалами следующие:

- углы между зеркалами требуют регулировки;
- при полном внутреннем отражении отсутствуют потери света.

3.5.1. Оптическая развертка призм

Этот прием позволяет определить длину хода осевого луча в призме. Развертка призмы – последовательное построение изображений призмы вместе с осевым лучом во всех ее отражающих гранях. На рис. 3.7 показан контур *ABC* главного сечения прямоугольной призмы с двумя отражениями и ход осевого луча $P_1P_2P_3P_4$ в ней. Перевертывая контур сечения призмы вокруг каждой его стороны, соответствующей отражающей грани, в той последовательности, в которой происходят отражения луча от отражающих граней, мы выполним ее развертку и построим эквивалентную плоскопараллельную пластину, толщина *d* которой равна длине пути луча внутри призмы. На рис. 3.7 *AC* и *C'A'* – входная и выходная грань эквивалентной пластины, а длина хода луча P_1P_4' равна ее толщине. Призма, так же как и плоскопараллельная пластина, нарушает гомоцентричность пучка лучей, проходящего в ней. Для любой призмы толщина *d* эквивалентной пластины определяется формулой

$$d = kD, \qquad (3.14)$$

где *k* – коэффициент призмы;

D – световой диаметр пучка, входящего в призму.



Рис. 3.7

Рис. 3.8

Для рассматриваемой призмы (см. рис. 3.7) находим: d = AC' = AC = 2D. Следовательно, k = 2.

Для пентапризмы, изображенной на рис. 3.8, имеем:

$$d = l_1 + l_2 + l_3 = (2 + \sqrt{2})D$$
, $k = 3,4142$.

Таким образом, построив оптическую развертку, можно определить коэффициент любой призмы (кроме призм с крышей).

3.5.2. Оборачивание изображения призмой

Необходимо уметь правильно определять оборачивающее действие призм. Для этого рекомендуется пользоваться методом скрещенных стрелок (вертикальной – в плоскости чертежа и горизонтальной, перпендикулярной ей, показываемой условно). Наблюдение оборачивания стрелок осуществляется со стороны призмы, при этом проводится вспомогательный луч параллельно осевому лучу (на рис. 3.9, а, б, в показан пунктиром).



Рис. 3.9

Стрелка, перпендикулярная к плоскости чертежа, плоскими призмами, в которых весь ход осевого луча лежит в одной плоскости, совсем не оборачивается. Для оборачивания этой стрелки применяются призменные системы с пространственным ходом осевого луча либо призмы с крышей. На рис. 3.9, в в пентапризме с крышей показано оборачивание изображения в плоскости, нормальной к главному сечению. Призма оборачивает горизонтальную стрелку за счет крыши «К», которая образуется путем замены отражающей грани *AB* двумя гранями *KL*₁ и *KL*₂ с прямым (90 °) двугранным углом между ними.

Следует учитывать, что форма и размеры призм с крышей и без крыши имеют существенные отличия при одинаковом диаметре *D* светового пучка, падающего на входную грань.

На рис. 3.10 показана система Малафеева О.Н. (Порро) I рода в двух проекциях. Она состоит из двух одинаковых прямоугольных призм с двумя отражениями, у которых главные сечения взаимно перпендикулярны. Призма P_1 оборачивает вертикальную стрелку, а призма P_2 – горизонтальную. Такая система применяется в полевых призменных биноклях. Существует призменная система II рода, состоящая из двух малых прямоугольных призм с одним отражением и одной большой с двумя отражениями. Она также дает полное оборачивание изображения.



Рис. 3.10

3.5.3. Графоаналитический метод определения размеров призм

Предположим, что дан участок сходящегося пучка лучей в оптическом приборе (рис. 3.11), где необходимо расположить призму определенного типа. Пусть M_1M_2 – световое отверстие объектива, а N_1N_2 – плоскость промежуточного изображения. Методика определения размеров призм, предложенная Турыгиным И.А., заключается в следующем:

1. Задается положение одной из преломляющих граней. Не рекомендуется помещать грань в плоскости промежуточного изображения, так как возможные дефекты поверхности грани будут отчетливо видны в поле зрения оптической системы. Если плоскость изображения рассматривается через окуляр с фокусным расстоянием $f'_{\rm ok}$, то последнюю грань призмы желательно располагать на расстоянии $c \ge 0.01 f'^2_{\rm ok}$ от этой плоскости.

2. Рассчитывается угол ψ , образованный оптической осью и прямой, проведенной через крайнюю точку входной грани редуцированной развертки призмы по формуле

$$tg\psi = \frac{D}{2d'_0} = \frac{n}{2k},$$
 (3.15)

где *n* – показатель преломления;

d[']₀ – редуцированная толщина оптической развертки;

k – коэффициент заданной призмы (определяется по справочнику или рассчитывается по развертке призмы). 3. Из осевой точки O_2 выходной грани призмы проводится прямая под углом ψ к оптической оси и отмечается точка P_1 пересечения прямой с габаритным лучом M_1N_1 .

4. Через точку P_1 проводится прямая, определяющая положение входной грани редуцированной развертки призмы, толщина которой $d'_0 = O_1 O_2$, световой диаметр пучка $D = P_1 P'_1$. Длина хода луча в призме (толщина эквивалентной пластины – развертки) d определяется по формулам (3.6) или (3.14) в зависимости от того, какая из величин d'_0 или D получены графически.

5. Определяются углы между гранями призмы в ее главном сечении с помощью формул аналитической геометрии и рассчитываются все остальные размеры заданной призмы.



Рис. 3.11

4. ИДЕАЛЬНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Под идеальной оптической системой понимается система, образующая резкое изображение точек предмета при сохранении его подобия с помощью гомоцентрических широких пучков лучей. Теория идеальной оптической системы имеет чисто геометрический характер и является частным случаем задачи коллинеарного преобразования (преобразование одного пространства в другое). Из коллинеарного соответствия вытекают следующие свойства идеальной системы:

 каждой точке пространства предметов соответствует только одна точка в пространстве изображений; эти точки являются сопряженными;

 – любой прямой линии пространства предметов соответствует только одна сопряженная с ней прямая линия в пространстве изображений;

 всякой плоскости пространства предметов соответствует только одна сопряженная плоскость в пространстве изображений; в сопряженных плоскостях, перпендикулярных к оптической оси, сохраняется строгое подобие.

Идеализация оптической системы, в которой не нарушается гомоцентричность проходящих через нее пучков лучей, может считаться вполне допустимой, если учитывать, что реальные оптические системы подвергаются коррекции, при которой путем специального расчета искажения (негомоцентричность) сводятся к минимуму. Теория идеальной центрированной оптической системы была разработана Гауссом, поэтому ее часто называют оптикой Гаусса.

4.1. Линейное увеличение

На рис. 4.1 показаны предметная плоскость Q и сопряженная с ней плоскость изображений Q', перпендикулярные к оптической оси. В этих плоскостях расположены линейные сопряженные отрезки y и y'.



Рис. 4.1

Линейным увеличением называется отношение величины изображения *y*'к величине предмета *y*:

$$\beta = \frac{y'}{y}.$$
(4.1)

Линейное увеличение, определяющее масштаб изображения, является постоянным и не зависит от размера предмета. Это справедливо для пары неподвижных сопряженных плоскостей. Если же плоскость Q (см. рис. 4.1) перемещается вдоль оптической оси, то перемещается и сопряженная с ней плоскость Q', а линейное увеличение в этих плоскостях изменяется. Изменение увеличения при перемещении предмета вдоль оптической оси происходит в широких пределах от - ∞ до + ∞ . При $\beta > 0$ полученное изображение будет прямым по отношению к предмется увеличенным. Если $|\beta| > 1$, то изображение получается увеличенным по сравнению с предметом, а если $|\beta| < 1$ – уменьшенным.

4.2. Кардинальные элементы идеальной оптической системы

Кардинальными точками оптической системы называются точки, которые находятся на оптической оси системы в пространствах предметов и изображений и известное положение которых упрощает задачу построения изображения предмета, позволяя находить ход сопряженных лучей.

Введем понятие о главных плоскостях оптической системы.

Главными плоскостями называется пара сопряженных перпендикулярных к оптической оси плоскостей, в которых линейное увеличение равно единице. Сопряженные между собой точки пересечения *H* и *H'* главных плоскостей с оптической осью называются главными точками (рис. 4.2). При этом главную плоскость и главную точку, находящиеся в пространстве предметов, называют главной плоскостью и передней главной точкой. В пространстве изображений расположены задняя главная плоскость и задняя главная точка. Основное свойство главных плоскостей: луч, входящий в оптическую систему, и сопряженный с ним луч, выходящий из системы, пересекают главные плоскости на одинаковом расстоянии от оптической оси.

На рис. 4.2 показаны главные плоскости BH и B'H' оптической системы O_1O_K . Ординаты точек B и B', лежащих в этих плоскостях на сопряженных лучах AB и A'B', равны между собой (h = h') и имеют одинаковые знаки, т.е. $\beta_H = 1$. Зафиксируем точку B на плос-

кости ВН, а точку А начнем передвигать вдоль оптической оси влево. Когда угол $\sigma = \sigma'$ станет равным нулю, точка *A* удалится в бесконечность, а луч займет положение A_1B , параллельное оптической оси; точка A' тоже переместится в некоторую точку $F'(A'_1)$, а угол σ' станет равным углу σ'_1 . Точку F', сопряженную с бесконечно далекой точкой пространства предметов, расположенной на оптической оси, называют задним фокусом оптической системы. Все лучи, параллельные оптической оси, после прохождения через оптическую систему пересекаются в заднем фокусе F'. Плоскость, перпендикулярная к оптической оси и проведенная через точку F'. называется задней фокальной плоскостью. Она сопряжена с бесконечно далекой плоскостью пространства предметов. Аналогично при удалении точки A' в бесконечность луч B'A' займет положение $B'A'_2$, параллельное оптической оси, угол $\sigma' = \sigma'_2 = 0$, а точка А перейдет в точку $F(A_2)$. Точку F, сопряженную с бесконечно далекой точкой оптической оси пространства изображений, называют передним фокусом системы. Все лучи, проходящие в пространстве предметов через передний фокус F, после выхода из системы становятся параллельными оптической оси. Плоскость, проходящая через точку F и перпендикулярная к оптической оси, сопряжена с бесконечно далекой плоскостью пространства изображений и называется передней фокальной плоскостью.



Рис. 4.2

Отрезки f и f', отсчитываемые от главных точек H и H' до фокусов F и F', называются передним и задним фокусным расстоянием. Из рис. 4.2 имеем

$$f = \frac{h}{\mathrm{tg}\sigma_2}, \quad f' = \frac{h'}{\mathrm{tg}\sigma_1'} = \frac{h}{\mathrm{tg}\sigma_1'} \tag{4.2}$$

Если система находится в однородной среде, например в воздухе (n = n' = 1), то f' = -f. В общем случае при $n' \neq n$

$$-\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}.$$
(4.3)

Так как n > 0 и n' > 0, то фокусные расстояния оптической системы всегда имеют разные знаки. Для характеристики оптической системы используют, как правило, заднее фокусное расстояние, поэтому если f' > 0, то система считается положительной, если f' < 0, то – отрицательной.

Фокусы, фокальные плоскости, главные плоскости, главные точки и фокусные расстояния называют кардинальными элементами оптической системы.

4.3. Основные формулы для сопряженных точек и отрезков

4.3.1. Формула Ньютона

Пусть система задана положением кардинальных элементов. Определим зависимость между расстояниями сопряженных точек A и A' от точек фокусов и фокусными расстояниями системы. Положение предмета AB = y (рис. 4.3) относительно переднего фокуса определяется отрезком z, отсчитываемым от точки F. Изображение крайней внеосевой точки B построено с помощью двух лучей, идущих из точки B: один параллельно оптической оси, а другой – через передний фокус. Точка пересечения сопряженных с ними лучей в пространстве изображений является крайней внеосевой точкой B'изображения -y'. Положение изображения A'B' = y' относительно заднего фокуса определяется отрезком z'. Пользуясь подобием одинаково заштрихованных треугольников на рис. 4.3, имеем соотношения (при h = h' = y, $h_1 = h'_1 = y'$):

- в пространстве предметов
$$-\frac{y'}{y} = \frac{f}{z}$$
;
- в пространстве изображений $-\frac{y'}{y} = \frac{z'}{f'}$.



Рис. 4.3

Приравняв их друг к другу, получим формулу Ньютона:

$$zz' = ff'. (4.4)$$

и расчетную формулу для линейного увеличения:

$$\beta = -\frac{f}{z} = -\frac{z'}{f'}.$$
(4.5)

Используя формулу (4.3), выражение (4.4) преобразуем к виду

$$zz' = -\frac{n}{n'} \cdot f'^2.$$

Для системы, расположенной в однородной среде, формула Ньютона принимает вид

$$zz' = -f'^2.$$

4.3.2. Формула Гаусса (формула отрезков)

Положение сопряженных точек A и A' на оси системы можно определить отрезками a и a', отсчитываемыми от соответственных главных точек H и H'.

На рис. 4.3 обозначено: HA = -a = -z - f; H'A' = a' = z' + f'. Преобразовав выражение (4.4) с учетом этих соотношений, запишем:

$$f'a + fa' = aa'$$

Разделив почленно на *аа'*, получим формулу Гаусса или формулу отрезков:

$$\frac{f'}{a'} + \frac{f}{a} = 1.$$
 (4.6)

Учитывая формулу (4.3), выражение (4.6) преобразуем к виду

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f},$$

где $\Phi = \frac{n'}{f'}$ называют оптической силой системы.

Заменим в формуле (4.5) z и z' на a - f и a' - f' соответственно. Тогда

$$a = \frac{(\beta - 1)f}{\beta}; \quad a' = (1 - \beta)f', \tag{4.7}$$

откуда $\frac{a'}{a} = -\beta \frac{f'}{f}$. Зная отрезки *а* и *a'*, можно определить линей-

ное увеличение оптической системы:

$$\beta = -\frac{f}{f'} \cdot \frac{a'}{a} = \frac{n}{n'} \cdot \frac{a'}{a}.$$
(4.8)
4.4. Определение величины и положения изображения

1. Предмет и его изображение расположены на конечном расстоянии от оптической системы (тип «11»).

В такой системе (см. рис. 4.3) положение предмета задается одним из отрезков (a или z), связанных между собой зависимостью z = a - f. Положение изображения на оптической оси относительно:

заднего фокуса оптической системы определяется по формуле
 Ньютона (4.4):

$$z' = \frac{ff'}{z}$$

– задней главной точки – по формуле Гаусса (4.6): $a' = \frac{af}{a-f}$.

Линейная величина изображения y' равна произведению $y' = y\beta$, где β – линейное увеличение, определяемое по формулам (4.5) или (4.8); y – линейная величина предмета.

2. Предмет расположен на бесконечно удаленном, а его изображение на конечном расстоянии от оптической системы (тип «01»).

В такой системе величину предмета оценивают в угловой мере – углом наклона к оптической оси пучка параллельных лучей, идущих из внеосевой точки B_{∞} предмета *y* (рис. 4.4). Из формул (4.4) и (4.6) при $a = \infty$, $z = \infty$ находим значения отрезков, определяющих положение изображения: z' = 0, a' = f'. По построению хода лучей на рис. 4.4 определяем линейную величину изображения. Она равна y' = f tg ω . Заменив *f* из формулы (4.3), получим:

$$y' = -\frac{n}{n'}f' \cdot tg\omega.$$
(4.9)

3. Предмет находится на конечном, а его изображение на бесконечно удаленном расстоянии от оптической системы (тип «10»).



Рис. 4.4

Предмет, изображение которого располагается на бесконечности $(z' = \infty, a' = \infty)$, должен находиться в передней фокальной плоскости, так как из формул (4.4) и (4.6) для этого случая следует: z = 0, a = f. Величину бесконечно удаленного изображения принято оценивать углом ω' наклона к оптической оси пучка параллельных лучей, идущих во внеосевую точку B'_{∞} изображения y'. Из построения хода лучей на рис. 4.5 следует, что



Рис. 4.5

Примечание. В телескопических системах (тип «00») предмет и изображение находятся на бесконечно удаленных расстояниях от оптической системы ($z = z' = \infty$; $a = a' = \infty$), при этом линейное увеличение постоянно и не зависит от положения предмета, т.е. от величин отрезков z и z'. Продифференцировав формулу (4.5), получим: $\frac{\partial \beta}{\partial z'} = -\frac{1}{f'} = 0$, а это возможно лишь в случае, когда $f' = \infty$. Аналогично в обратном ходе $f = \infty$.

4.5. Угловое увеличение

Угловым увеличением γ оптической системы называется отношение тангенсов углов с оптической осью сопряженных лучей в пространстве предметов (рис. 4.6) и изображений:

$$\gamma = \frac{\text{tg}\sigma'}{\text{tg}\sigma}.$$
(4.11)

Углы σ и σ' будем называть сопряженными углами. Из рис. 4.6 следует, что

$$\gamma = \frac{a}{a'}.\tag{4.12}$$

Подставив в формулу (4.12) выражения (4.7), получим:

$$\gamma = -\frac{f}{f' \cdot \beta} = \frac{n}{n' \cdot \beta}.$$
(4.13)

Из формулы (4.13) следует, что $\gamma\beta = \frac{n}{n'} = \text{const}$, т.е. не зависит от положения предмета на оптической оси системы. Для однородной среды (когда n = n', f = -f') $\gamma = \frac{1}{\beta}$.



Рис. 4.6

Формула (4.13) позволяет определить угловое увеличение γ_H в главных точках, где $\beta_H = 1$. Находим: $\gamma_H = -\frac{f}{f'}$. Сопряженные осевые точки N и N', для которых угловое увеличение равно единице, называются узловыми (рис. 4.7).



Рис. 4.7

Линейное увеличение в узловых точках определяется из формул (4.5) и (4.13):

$$\beta_N = -\frac{f}{z_N} = -\frac{z'_N}{f'} = -\frac{f}{f'}, \qquad (4.14)$$

где z_N и z'_N – отрезки, определяющие положения узловых точек относительно фокусов оптической системы F и F'.

$$z_N = f'; \quad z'_N = f .$$
 (4.15)

Для отрезков *HN* и *H'N'*, определяющих положения узловых точек относительно главных плоскостей, имеем:

$$HN = H'N' = z_N + f = f' + f = z'_N + f'.$$
(4.16)

Расстояние между узловыми точками равно расстоянию HH' между главными. Отрезок FF' может быть выражен двояко: $FF' = -f + HH' + f' = z_N + NN' - z'_N$, откуда следует, что HH' = NN'.

В случае, когда f = -f', получаем из формул (4.14) и (4.16): HN = H'N' = 0, $\beta_N = 1$ Для оптической системы, находящейся в однородной среде, узловые точки совпадают с главными.

Подставив в формулу (4.13) значения β и γ из выражений (4.1) и (4.11), получим равенство

$$-fytg\sigma = f'y'tg\sigma',$$

которое с учетом соотношения (4.3) преобразуется к виду

$$nytg\sigma = n'y'tg\sigma'. \tag{4.17}$$

Выражение (4.17) известно под названием инварианта Гюйгенса – Гельмгольца для идеальной оптической системы.

Инвариант – функция параметров хода луча, не меняющая численного значения при прохождении луча через поверхность. Инвариант, сохраняющий численное значение при прохождении через всю оптическую систему, называется полным. Полученный инвариант (4.17) является условием получения идеального изображения (условием тангенсов).

4.6. Продольное увеличение

Пусть на рис. 4.6 кроме сопряженных точек A и A' имеется вторая пара сопряженных точек P и P'. Тогда малые отрезки PA = -p и P'A' = -p', лежащие на оптической оси, сопряжены друг с другом. Начало отсчета этих отрезков примем соответственно в точках P и P'.

Продольным увеличением α оптической системы называется отношение размера изображения малого отрезка, расположенного вдоль оптической оси, к размеру этого отрезка:

$$\alpha = \frac{p'}{p}.\tag{4.18}$$

Из рис.4.6, учитывая знаки, находим:

$$p = \frac{y_p}{\mathrm{tg}\sigma}, \quad p' = \frac{y'_p}{\mathrm{tg}\sigma'},$$

где y_p и y'_p – соответствующие величины предмета, расположенного в точке P перпендикулярно оптической оси, и его изображения.

Учитывая формулы (4.1) и (4.11), а также выражения для отрезков *p* и *p*', получим:

$$\alpha = \frac{\beta_p}{\gamma}.$$
 (4.19)

Согласно формуле (4.13) имеем постоянство произведения $\beta\gamma$, т.е. $\beta\gamma = \beta_P\gamma_P = -\frac{f}{f'}$. Поэтому выражение (4.19) преобразовывается к виду

$$\alpha = -\frac{f'}{f}\beta\beta_P. \tag{4.20}$$

Продольное увеличение бесконечно малых отрезков, когда точка P приближается к точке A, точка P' приближается к точке A', а отрезки p и p' стремятся к нулю, называется продольным увеличением в точках. При этом $\beta_P \to \beta$, $\gamma_P \to \gamma$, а полученное соотношение

$$\alpha = -\frac{f'}{f}\beta^2 = \frac{\beta}{\gamma} \tag{4.21}$$

с учетом формулы Ньютона преобразуется к виду

$$\alpha = -\frac{ff'}{z^2} = -\frac{z'}{z}.$$
 (4.22)

Если оптическая система расположена в однородной среде (n = n'), то $\alpha = \beta^2$. Формула (4.21) устанавливает связь между линейным, продольным и угловым увеличением.

4.7. Построение изображений

Свойства главных, узловых и фокальных точек используются для построения хода лучей через оптическую систему. При определении хода заданного луча строят ход вспомогательного луча, связанного с заданным лучом. Способы построения хода лучей показаны на рис. 4.8 и 4.9 для систем с положительным и отрицательным заданным фокусным расстоянием, расположенных в однородной среде (заданный и вспомогательный лучи отмечены одной и двумя стрелками соответственно).



Рис. 4.9

На рис. 4.10 построено изображение отрезка y = AB, образуемого оптической системой, состоящей из двух тонких компонентов с положительным и отрицательным задним фокусным расстоянием соответственно.



Рис. 4.10

5. ОПТИКА НУЛЕВЫХ ЛУЧЕЙ

5.1. Параксиальная область оптической системы

Часть пространства вокруг оптической оси, внутри которого углы лучей с оптической осью и с нормалями к поверхностям настолько малы, что величины синусов и тангенсов этих углов можно заменить величинами углов, выраженных в радианной мере, называется параксиальной областью. Лучи, идущие внутри параксиальной области, называются **параксиальными**.

5.1.1. Инвариант Аббе

Рассмотрим прохождение параксиального луча через сферическую преломляющую поверхность, разделяющую среды с показателями преломления n и n' (рис. 5.1). Закон преломления в параксиальной области имеет вид

$$n\varepsilon = n'\varepsilon' \,. \tag{5.1}$$



Рис. 5.1

Положение точки А и ее изображения А' относительно преломляющей поверхности с центром в точке С определяется отрезками S и S', отсчитываемыми от вершины поверхности O.

Из треугольников AMC и MA'C следует, что $\varepsilon = \alpha - \varphi$; $\varepsilon' = \alpha' - \phi$, где $\alpha = \frac{h}{S}$; $\alpha' = \frac{h}{S'}$; $\phi = \frac{h}{r}$. Заменив в формуле (5.1) ε

и є' соответствующими разностями, получим формулу

$$n\left(\frac{1}{S} - \frac{1}{r}\right) = n'\left(\frac{1}{S'} - \frac{1}{r}\right),\tag{5.2}$$

известную под названием инварианта Аббе (инварианта преломления).

Для сферической преломляющей поверхности инвариант Аббе записывают обычно в виде

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n}{S} = \frac{n' - n}{r};$$

для плоской преломляющей поверхности –

$$\frac{n'}{S'} - \frac{n}{S} = 0;$$

для сферической отражающей поверхности (n' = -n) –

$$\frac{1}{S'} + \frac{1}{S} = \frac{2}{r}.$$

Формула Аббе связывает отрезки S и S', позволяя определить один из них, если известен второй, причем из формулы (5.2) следует, что отрезок S' не зависит от угла α . Иными словами, гомоцентрический пучок параксиальных лучей после прохождения через преломляющую поверхность остается гомоцентрическим. Следовательно, все формулы и положения идеальной системы справедливы в параксиальной области для любой центрированной оптической системы.

5.1.2. Определение фокусных расстояний одной преломляющей поверхности

Рассмотрим случай, когда предметная точка совпадает с вершиной поверхности. Из формулы (5.2) следует, что при S = 0 изображение предметной точки также совпадает с вершиной поверхности, т.е. S' = 0. Таким образом, через вершину поверхности проходит пара сопряженных плоскостей, линейное увеличение в которых равно единице, т.е. в точке O находятся совпадающие главные точки H, H' преломляющей поверхности. Главные плоскости одной поверхности сливаются в одну плоскость, являющуюся касательной к вершине поверхности.

Если предметная точка A расположена в бесконечности, то ее изображение совпадает с задним фокусом F' поверхности. Подставив в формулу (5.2) $-S = \infty$, S' = f' и решив полученное выражение относительно f', будем иметь:

$$f' = \frac{n'r}{n'-n} \,. \tag{5.3}$$

Если предметная точка находится в переднем фокусе *F* поверхности, то ее изображение будет образовано в бесконечности 46

 $(-S = -f; S' = \infty)$. Тогда выражение для переднего фокусного расстояния запишется в виде

$$f = -\frac{nr}{n'-n}.$$
(5.4)

Разделив формулу (5.4) на выражение (5.3), получим отношение $-\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}$, соответствующее формуле (4.3).

Для отражающей поверхности при n' = -n из формул (5.3) и (5.4) находим:

$$f' = f = \frac{r}{2},\tag{5.5}$$

т.е. у отражающей поверхности имеется только одна точка фокуса F.

5.1.3. Инвариант Гюйгенса – Гельмгольца

Для одной преломляющей поверхности в параксиальной области условие получения идеального изображения (4.17) записывается в виде

$$ny\alpha = n'y'\alpha', \tag{5.6}$$

поскольку $\beta = \frac{y'}{y}$, а $\gamma = \frac{\alpha'}{\alpha}$. Равенство (5.6) называют инвариантом

Гюйгенса – Гельмгольца для одной преломляющей поверхности. Для одной отражающей поверхности при n' = -n равенство (5.6) преобразуется к выражению $y\alpha = -y'\alpha'$.

Покажем, что инвариант Гюйгенса – Гельмгольца является полным, т.е. справедлив для любой оптической системы в параксиальной области. Для системы, состоящей из двух поверхностей (рис. 5.2), равенство (5.6), записанное для каждой поверхности, имеет вид

$$n_1 y_1 \alpha_1 = n'_1 y'_1 \alpha'_1; \quad n_2 y_2 \alpha_2 = n'_2 y'_2 \alpha'_2.$$



Рис. 5.2

При $n'_1 = n_2$ $y'_1 = y_2$, $\alpha'_1 = \alpha_2$ получим: $n_1 y_1 \alpha_1 = n'_2 y'_2 \alpha'_2$. Приведенное доказательство можно распространить на любое число поверхностей. Для оптической системы, состоящей из *p* поверхностей, полный инвариант Гюйгенса – Гельмгольца имеет вид

$$n_1 y_1 \alpha_1 = n'_P y'_P \alpha'_P.$$

В параксиальной области справедливы также формулы

$$-fy_1\alpha_1 = f'y'_P\alpha'_P, \qquad (5.7)$$

$$-\frac{f}{f'} = \frac{n_1}{n'_P} \,. \tag{5.8}$$

Отношение фокусных расстояний любой оптической системы равно отношению показателей преломления сред в пространстве предметов и пространстве изображений.

5.2. Вычисление хода нулевых лучей через оптическую систему с известными радиусами ее поверхностей

5.2.1. Уравнения углов и высот нулевого луча

Параксиальные лучи являются неудобными для практических расчетов из-за бесконечно малых углов и высот, образуемых этими лучами. Введем понятие о нулевых лучах, более удобных для указанных целей. **Нулевым лучом** называют фиктивный луч, преломляющийся на главных плоскостях поверхностей, но встречающийся с ними на конечных расстояниях от оптической оси и отсекающий на оптической оси те же отрезки, что и параксиальный луч. Углы α и α' (рис. 5.3) нулевого луча с осью и высоты *h* его пересечения с главными плоскостями поверхностей незначительно отличаются от углов σ и σ' и высот *h*, образованных реальным лучом, проходящим через систему. При этом формулы расчета хода нулевого луча значительно проще формул расчета реального луча, так как применение нулевых лучей предусматривает получение идеального изображения.

Из рис. 5.3 следует, что $tg\alpha = \frac{h}{S}$; $tg\alpha' = \frac{h}{S'}$. Умножив почленно формулу (5.2) на конечную величину *h*, получим после преобразований выражение для α' :

$$tg\alpha' = \frac{n}{n'}tg\alpha + h\frac{n'-n}{n'r}.$$
(5.9)

Обычно tgα обозначают через α. При расчете хода нулевого луча через оптическую систему, состоящую из нескольких поверхностей, пользуются формулами (уравнениями) расчета углов и высот нулевого луча при определенной нумерации, которая показана на рис. 5.4.



Рис. 5.3

Рис. 5.4

Применяя формулу (5.9) для каждой поверхности, получим ее в виде

$$\alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n_{k+1}} \alpha_k + h_k \frac{n_{k+1} - n_k}{n_{k+1} r_k}.$$
(5.10)

В выражение (5.10) входит величина h_k , которую можно определить из заштрихованного треугольника на рис. 5.4.

$$h_{k+1} = h_k - \alpha_{k+1} d_k . (5.11)$$

Из выражения (5.10) получаем формулу радиуса поверхности:

$$r_k = \frac{h_k(n_{k+1} - n_k)}{n_{k+1}\alpha_{k+1} - n_k\alpha_k}.$$
 (5.12)

Последовательное использование уравнений углов нулевого луча (5.10) с учетом уравнений высот нулевого луча (5.11) позволяет рассчитать ход нулевого луча через серию преломляющих и отражающих поверхностей.

5.2.2. Определение кардинальных элементов оптической системы по ходу нулевого луча

Расчет хода нулевого луча от бесконечно удаленной осевой точки предмета используется для определения заднего фокусного расстояния f' и заднего вершинного фокусного расстояния S'_F оптической системы, состоящей из p поверхностей. Для этого угол α_1 принимается равным нулю. Поэтому первое и последующие уравнения углов нулевого луча для поверхностей имеют вид

$$\alpha_{2} = h_{1} \frac{n_{2} - n_{1}}{n_{2}r_{1}};$$

$$\alpha_{3} = \frac{n_{2}}{n_{3}} \alpha_{2} + h_{2} \frac{n_{3} - n_{2}}{n_{3}r_{2}};$$

$$\alpha_{4} = \frac{n_{3}}{n_{4}} \alpha_{3} + h_{3} \frac{n_{4} - n_{3}}{n_{4}r_{3}};$$
...
$$\alpha_{P+1} = \frac{n_{P}}{n_{P+1}} \alpha_{P} + h_{P} \frac{n_{P+1} - n_{P}}{n_{P+1}r_{P}}.$$

Уравнения высот нулевого луча следующие:

$$h_2 = h_1 - \alpha_2 d_1;$$

$$h_3 = h_2 - \alpha_3 d_2;$$

$$\dots$$

$$h_P = h_{P-1} - \alpha_P d_{P-1}$$

Задний фокальный отрезок S'_F , определяющий положение заднего фокуса F' системы, находится (рис. 5.5) по формуле:

$$S'_F = \frac{h_P}{\alpha_{P+1}}.$$
(5.13)

Для определения заднего фокусного расстояния f' оптической системы требуется сначала найти положение задней главной плоскости H' этой системы. Согласно основному свойству главных плоскостей точка пересечения луча, входящего в систему, и луча, выходящего из системы, лежит на задней главной плоскости (точка M на рис. 5.5). Заднее фокусное расстояние системы, состоящей из p поверхностей, равно

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_{P+1}} \,. \tag{5.14}$$

Формулы (5.13) и (5.14) при обратном ходе нулевого луча могут быть использованы для определения переднего фокусного расстояния f и переднего фокального отрезка S_F . При этом последний радиус кривизны принимают за первый, знаки радиусов кривизны меняются на обратные, меняются также номера толщин и показателей преломления. Полученный результат берут с обратным знаком.



Рис. 5.5

5.2.3. Расчет линейного увеличения

Кроме фокусных расстояний и фокальных отрезков расчетом нулевого луча через оптическую систему определяются положение изображения и линейное увеличение системы для случая, когда предмет расположен на конечном расстоянии. В целях упрощения высоту падения луча на первую поверхность обычно принимают

равной ее радиусу: $h_1 = |r_1|$, тогда $\alpha_1 = \frac{|r_1|}{S_1}$. Последовательно при-

менив уравнение (5.10) и (5.11), находят h_P , α_{P+1} . Положение S'_P изображения относительно последней поверхности оптической системы определяется по формуле:

$$S'_P = \frac{h_P}{\alpha_{P+1}}.$$
 (5.15)

Линейное увеличение оптической системы находится согласно формуле (4.13):

$$\beta = \frac{n_1 \alpha_1}{n_{P+1} \alpha_{P+1}},$$
(5.16)

а величина изображения y'_P равна $y'_P = y\beta$, где β – линейная величина предмета.

5.2.4. Расчет кардинальных элементов линзы

Линзой называется оптическая деталь, ограниченная двумя преломляющими поверхностями, являющимися поверхностями тел вращения.

Рассмотрим преломляющее действие отдельной линзы со сферическими поверхностями (рис. 5.6). Это действие определяется фокусным расстоянием f и f'. Конструктивные параметры линзы: радиусы кривизны поверхностей r_1 и r_2 ; осевая толщина d и показатель преломления n_2 .



Рис. 5.6

Заднее фокусное расстояние f' и задний фокальный отрезок S'_F линзы согласно формулам (5.13) и (5.14) при $\alpha_1 = 0$ определяются по формулам

$$f' = \frac{h_1}{\alpha_3}; \quad S'_F = \frac{h_2}{\alpha_3},$$

$$\alpha_3 = \frac{n_2}{n_3}\alpha_2 + \frac{n_3 - n_2}{n_3 r_2}h_2,$$

$$\alpha_2 = \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1}h_1,$$

$$h_2 = h_1 - \alpha_2 d.$$

где

Подставив эти выражения в исходные формулы, получим следующие равенства:

$$\frac{n_3}{f'} = \left(\frac{n_2 - n_1}{r_1} + \frac{n_3 - n_2}{r_2}\right) - \frac{(n_2 - n_1)(n_3 - n_2)}{n_3 n_2 r_1 r_2}d, \quad (5.17)$$

$$S'_F = f'(1 - \frac{n_2 - n_1}{n_2 r_1} d).$$
(5.18)

Рассчитав нулевой луч через линзу в обратном ходе, найдем переднее фокусное расстояние f и передний фокальный отрезок S_F :

$$\frac{n_1}{f} = \left(\frac{n_1 - n_2}{r_1} + \frac{n_2 - n_3}{r_2}\right) + \frac{(n_1 - n_2)(n_2 - n_3)}{n_1 n_2 r_1 r_2}d, \quad (5.19)$$

$$S_F = f\left(1 + \frac{n_2 - n_3}{n_2 r_2}d\right).$$
 (5.20)

Положение главных плоскостей относительно передней и задней поверхностей линзы определяется расстояниями: $S'_H = S'_F - f';$ $S_H = S_F - f$. Расстояние между главными плоскостями находится из выражения

$$\Delta_{HH'} = d + S'_H - S_H.$$

Оптическая сила линзы $\Phi = \frac{n_3}{f'}$ определяется зависимостью (5.17). Чем короче фокусное расстояние, тем сильнее система преломляет лучи входящего в нее пучка лучей.

Если линза расположена в воздухе, то при $n_1 = n_3 = 1$, $n_2 = n$ имеем следующие формулы:

$$\frac{1}{f'} = -\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \frac{(n-1)^2 d}{nr_1 r_2},$$
 (5.21)

$$S'_F = f'(1 - \frac{n-1}{n \cdot r_1}d); (5.22)$$

$$\frac{1}{f} = (1-n)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) - \frac{(n-1)^2 d}{n \cdot r_1 \cdot r_2};$$
(5.23)

$$S_F = f(1 + \frac{n-1}{n \cdot r_2}d) = -f'(1 + \frac{n-1}{n \cdot r_2}d);$$
(5.24)

$$S'_{H} = -f'\left(\frac{n-1}{n \cdot r_{1}}\right)d; \quad S_{H} = f\left(\frac{n-1}{n \cdot r_{1}}\right)d = -f'\frac{n-1}{n \cdot r_{2}}d; \quad (5.25)$$

$$\Delta_{HH} = d \left[1 - \frac{f'}{n} (n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right]$$
(5.26)

Оптическая сила такой линзы $\Phi = \frac{1}{f'}$, причем -f = f'. Для тонкой линзы (d = 0) выражения (5.21) – (5.26) упрощаются:

$$\frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right); \quad S'_F = f'; \quad S_F = -f'; \quad (5.27)$$
$$S_H = S'_H = \Delta_{HH'} = 0.$$

Если радиусы кривизны и толщину линзы с фокусным расстоянием f' умножить на коэффициент k, получим линзу с фокусным расстоянием $\overline{f'} = kf'$, так как

$$\frac{1}{\overline{f'}} = (n-1) \left(\frac{1}{k \cdot r_1} - \frac{1}{k \cdot r_2} \right) + \frac{(n-1)^2 k d}{k^2 n \cdot r_1 \cdot r_2} = \frac{1}{k f'}.$$

5	5
J	J

Отсюда следует правило: чтобы пересчитать линзу на другое фокусное расстояние, отличающееся от его номинальной величины в kраз, нужно умножить на коэффициент k радиусы кривизны и толщину линзы.

Линзы делятся на две группы: положительные и отрицательные. У положительных линз, как правило, толщина на оси больше, чем на краю, а у отрицательной – наоборот. Линзы, радиусы которых имеют один знак, называются менисками. Для плосковыпуклой и плосковогнутой линз, расположенных в воздухе, формулы (5.21) – (5.26) при $r_1 = \infty$ примут вид

$$f' = -f = -\frac{r_2}{n-1}; \quad S'_F = f'; \quad S_F = \frac{r_2}{n-1} + \frac{d}{n};$$
$$S'_H = 0; \quad S_H = \frac{d}{n}; \quad \Delta_{HH'} = \frac{n-1}{n}d. \quad (5.28)$$

Линза, у которой центры кривизны поверхностей совпадают, называется концентрической. Для такой линзы при $d = r_1 - r_2$ имеем следующие формулы:

$$\Phi = \frac{1}{f'} = \frac{n-1}{n \cdot r_1 \cdot r_2} d; \quad S'_H = r_2; \quad S_H = r_1; \quad \Delta_{HH'} = 0.$$
(5.29)

Линза, оптическая сила которой равна нулю, называется телескопической, при этом имеем соотношение

$$r_1 - r_2 = \frac{n-1}{n}d \; .$$

5.3. Сложная оптическая система

5.3.1. Формула углов нулевого луча для многокомпонентной системы

Сложная оптическая система состоит из нескольких компонентов. Под компонентом понимается как отдельная линза, так и несколько склеенных линз, а также линз, поверхности которых соеди-56 нены оптическим контактом. Тонким компонентом условно называют компонент, толщина которого по оптической оси принимается равной нулю, а главные плоскости совпадают.

На рис. 5.7 представлен ход нулевого луча через два соседних тонких компонента сложной оптической системы. Предполагается, что силы Φ_k всех компонентов известны. Точки пересечения луча с оптической осью являются сопряженными. Положение этих точек относительно главных плоскостей компонентов определяется формулой отрезков (4.6) для идеальной оптической системы:

$$\frac{f_k'}{a_k'} + \frac{f_k}{a_k} = 1$$

Умножив левую и правую части формул на h_k (высоту пересечения нулевого луча с главными плоскостями компонента k) и заменив

$$\frac{h_k}{a'_k} = \alpha_{k+1}; \quad \frac{h_k}{a_k} = \alpha_k; \quad \frac{n'_k}{f'_k} = \frac{n_{k+1}}{f'_k} = \Phi_k,$$

где Φ_k – оптическая сила компонента *k*, получим:

$$\alpha_{k+1} = -\frac{f_k}{f'_k} \alpha_k + \frac{h_k \Phi_k}{n_{k+1}}.$$

Полученная формула называется формулой углов, ее можно записать в виде

$$\alpha_{k+1} = \frac{n_k}{n_{k+1}} \alpha_k + \frac{h_k \Phi_k}{n_{k+1}}.$$
(5.30)

Отличие формулы углов (5.30) от уравнения углов (5.10) заключается в том, что действие данной формулы распространяется на любую идеальную систему, заданную главными плоскостями и фокусными расстояниями, а формула (5.10) относится к одной поверхности заданного радиуса.



Рис. 5.7

Если оптическая система расположена в воздухе, то

$$\alpha_{k+1} = \alpha_k + h_k \Phi_k \,. \tag{5.31}$$

Высота h_{k+1} пересечения луча с главными плоскостями компонента k+1 определяется по формуле

$$h_{k+1} = h_k - \alpha_{k+1} d_k \,. \tag{5.32}$$

Формула для высот (5.32) остается такой же, как в случае из ряда преломляющих поверхностей.

5.3.2. Оптическая сила сложной системы

Формулы (5.30) и (5.32) служат для расчета хода нулевого луча через сложную систему. Очень часто расчет хода нулевого луча производится в целях нахождения заднего фокусного расстояния f', называемого задним эквивалентным фокусным расстоянием. Тогда следует положить $\alpha_1 = 0$. При этом остается в силе формула (5.3), выведенная для сложной системы из ряда преломляющих поверхностей. Оптическая сила сложной системы, состоящей из *р* компонентов, равна

$$\Phi = \frac{n_{P+1}\alpha_{P+1}}{h_1}.$$
 (5.33)

Для нахождения α_{P+1} , используя формулу (5.30), последовательно напишем:

$$\alpha_{2} = \frac{h_{1}\Phi_{1}}{n_{2}};$$

$$\alpha_{3} = \frac{n_{2}}{n_{3}}\alpha_{2} + \frac{h_{2}\Phi_{2}}{n_{3}} = \frac{h_{1}\Phi_{1} + h_{2}\Phi_{2}}{n_{3}};$$
...
(5.34)

$$\alpha_{P+1} = \frac{n_P}{n_{P+1}} \alpha_P + \frac{h_P \Phi_P}{n_{P+1}} = \frac{h_1 \Phi_1 + h_2 \Phi_2 + \dots + h_P \Phi_P}{n_{P+1}}.$$

Окончательно получим:

$$\Phi = \frac{1}{h_1} \sum_{k=1}^{k=P} h_k \Phi_k , \qquad (5.35)$$

где $h_{\rm K}$ определяется по формуле (5.32).

С помощью формулы (5.30) решается обратная задача определения оптической силы компонента *k*, если известен ход нулевого луча между компонентами. Тогда

$$\Phi_k = \frac{n_{k+1}\alpha_{k+1} - n_k\alpha_k}{h_k}.$$
(5.36)

Выведенные формулы действуют также для компонентов с раздельными главными плоскостями ($\Delta_{HH'} \neq 0$). При этом расстояния d_k отсчитываются от задней главной плоскости предшествующего компонента до передней главной плоскости последующего.

Выражения, аналогичные формулам (5.30) – (5.36), можно получить для хода реальных лучей в идеальной оптической системе, определяемых высотами h_k и углами σ_k с оптической осью.

5.3.3. Оптическая система из двух компонентов

Оптическая сила двухкомпонентной системы (*p* = 2) согласно формуле (5.33) равна

$$\Phi = \frac{n_3 \alpha_3}{h_1};$$

α₃ с учетом выражений (5.34) определяется зависимостью

$$\alpha_3 = h_1 \frac{\Phi_1}{n_3} + h_2 \frac{\Phi_2}{n_3},$$

где $h_2 = h_1(1 - \frac{\Phi}{n_2}d).$

Окончательно получим:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{\Phi_1 \Phi_2}{n_2} d .$$
 (5.37)

Расстояния a'_F и a'_H от совмещенных главных плоскостей второго компонента до задней фокальной плоскости и задней главной всей системы (рис.5.8) равны соответственно:

$$a'_{F} = \frac{n_{3}(1 - \frac{\Phi_{1}}{n_{2}}d)}{\Phi} = (1 - \frac{d}{f_{1}'})f'; \qquad (5.38)$$
$$a'_{H} = a'_{F} - f'$$



Рис. 5.8

Расстояния a_F и a_H от главных плоскостей первого компонента до передней фокальной плоскости и передней главной плоскости всей системы определяются аналогично расчетом луча через систему в обратном ходе

$$a_{F} = \frac{-n_{1} \left(1 - \frac{\Phi_{2}}{n_{2}}d\right)}{\Phi} = \left(1 + \frac{d}{f_{2}}\right)f; \qquad (5.39)$$
$$a_{H} = a_{F} - f.$$

Если оба компонента находятся в воздухе, $n_1 = n_2 = n_3 = 1$, то формулы (5.37) – (5.39) принимают вид

$$\Phi = \Phi_{1} + \Phi_{2} - \Phi_{1}\Phi_{2}d,$$

$$a'_{F} = \frac{1 - \Phi_{1}d}{\Phi} = \left(1 - \frac{d}{f'_{1}}\right)f',$$

$$a_{F} = -\frac{1 - \Phi_{2}d}{\Phi} = -\left(1 - \frac{d}{f'_{2}}\right)f'.$$
(5.40)

Полученные формулы позволяют определить положение всех четырех кардинальных точек двухкомпонентной системы.

В случае, когда предмет двухкомпонентной оптической системы находится на конечном расстоянии и задано линейное увеличение β этой системы, можно получить формулы для отрезков a_1 и a'_2 . По рис. 5.9 находим

$$a_1 = z + a_F, \quad a'_2 = z' + a'_F.$$

Рис. 5.9

Из формул (4.5) определим отрезки z и z':

$$z = -\frac{f}{\beta} = \frac{f'}{\beta} \cdot \frac{n_1}{n_3} = \frac{n_1}{\beta \Phi},$$
$$z' = -\beta f' = -\beta \frac{n_3}{\Phi}.$$

Учитывая полученные формулы и выражения (5.38) и (5.39), получим:

$$a_{1} = \frac{n_{1}}{\Phi} \left(\frac{1}{\beta} - 1 + \frac{\Phi_{2}}{n_{2}} d \right),$$

$$a_{2}' = \frac{n_{3}}{\Phi} \left(1 - \beta - \frac{\Phi_{1}}{n_{2}} d \right).$$
(5.41)

Зная положения предмета и изображения, можно рассчитать ход нулевого луча в системе с помощью формулы углов (5.30) и высот (5.31). Из рис. 5.9 запишем следующие равенства: $\alpha_1 = \frac{h_1}{a_1}$,

 $\alpha_3 = \frac{h_2}{a_2}$. При этом согласно формуле (5.16) имеем следующую

связь между углами нулевого луча:

$$\alpha_1 = \frac{n_3}{n_1} \beta \alpha_3.$$

Среди двухкомпонентных оптических систем встречаются такие, у которых задний фокус первого компонента совмещен с передним фокусом второго. В этом случае расстояние между компонентами

$$d=f_1'-f_2,$$

а оптическая сила в соответствии с формулой (5.37) равна нулю. Такая система называется телескопической, ее фокусное расстояние $f' = \infty$.

Задачу отыскания параметров эквивалентной системы можно выполнить графически, используя приемы построения изображения, при этом построение будет каскадным. Изображение, образуемое первым компонентом, будет являться предметом по отношению ко второму компоненту и т.д.

6. ОГРАНИЧЕНИЕ ПУЧКОВ ЛУЧЕЙ В ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

6.1. Диафрагмы, экраны

В теории идеальной оптической системы поперечные размеры оптических компонентов не учитываются. В состав реальных систем входят линзы, зеркала, призмы и другие оптические детали, которые имеют конечные размеры и заключены в оправы. Оправы оптических деталей, а также специальные устройства, ограничивающие и изменяющие ширину пучков лучей, проходящих через оптическую систему, называются диафрагмами. Форма диафрагмы зависит от назначения системы. Диафрагмы обычно располагаются перпендикулярно оптической оси, а их центры совпадают с оптической осью. В визуальных системах, действующих совместно с глазом, зрачок глаза также является диафрагмой, размер и положение которой учитывают при проектировании оптической системы. От размеров и положения диафрагм зависят важные характеристики оптического прибора: 1) освещенность изображения и ее распределение по плоскости изображения; 2) линейное или угловое поле зрения: 3) разрешающая способность.

Кроме материальных диафрагм в оптической системе могут устанавливаться экраны, ограничивающие световые пучки с внутренней стороны.

В оптических системах используются диафрагмы четырех видов: апертурная, полевая, виньетирующая, бленда.

Апертурной диафрагмой (АД) является диафрагма, ограничивающая осевой пучок лучей, размер и положение которой влияют на освещенность изображения и определяют светосилу оптической системы. Осевой пучок лучей выходит из предметной точки, расположенной на оптической оси, являющейся осью этого пучка. Положение АД влияет и на ход наклонных пучков, выходящих из предметной точки, расположенной вне оптической оси.

Полевая диафрагма (ПД) – та диафрагма, которая ограничивает размер изображаемой части пространства, т.е. поле системы.

Виньетирующая диафрагма – любая диафрагма, кроме АД и ПД, которая ограничивает наклонные пучки лучей.

Бленда – диафрагма для устранения вредного рассеянного света. Под вредным светом понимают часть световой энергии, которая проходит через оптическую систему, но не участвует в построении изображения.

На рис. 6.1 показана система, состоящая из двух зеркальных компонентов. Материальными диафрагмами здесь являются оправы зеркал (1, 2), бленды (3, 4) и оправа пластинки приемника изображения (5). Зеркало 2 в данной системе является также экраном, так как экранирует осевой пучок в пространстве предметов.



Рис. 6.1

6.2. Апертурная диафрагма. Входной и выходной зрачки

Рассмотрим ограничение апертурной диафрагмой осевого пучка лучей, идущего из переднего фокуса компонента I, в двухкомпонентной системе. Обычно АД располагают между компонентами (рис. 6.2). В некоторых случаях ее целесообразно устанавливать перед или за оптической системой. Наклонный пучок лучей, выходящий из внеосевой точки *B*, ограничивается оправами компонентов 1 и 2. Средний луч наклонного пучка проходит через центр апертурной диафрагмы и называется главным лучом. Если главный луч в пространстве предметов или пространстве изображений параллелен оптической оси, то ход пучка лучей, к которому относится этот главный луч, называется телецентрическим.



Рис. 6.2

На рис. 6.3 показан телецентрический ход лучей для двух случаев:

а) апертурная диафрагма расположена в передней фокальной плоскости;

б) АД установлена в задней фокальной плоскости оптической системы.



Апертурным углом в пространстве предметов или **передним** апертурным углом σ_A называют угол между оптической осью и лучом, выходящим из осевой точки предмета и идущим на край апертурной диафрагмы. Апертурным в пространстве изображений или задним апертурным углом σ'_A называют угол между оптической осью и лучом, проходящим через край АД и осевую точку изображения. Значения переднего и заднего апертурного углов связаны через угловое γ или линейное увеличение β оптической системы:

$$\beta = \frac{n}{n'\gamma} = \frac{n \text{tg}\sigma_A}{n' \text{tg}\sigma'_A},$$

где n и n' – показатели пространств предметов и изображений соответственно.

Входным зрачком оптической системы является параксиальное изображение АД в пространстве предметов или апертурная диафрагма, расположенная в пространстве предметов. Выходным зрачком оптической системы называется параксиальное изображение АД в пространстве изображений или АД, расположенная в пространстве изображений. Входной, выходной зрачки и апертурная диафрагма сопряжены между собой. Отношение диаметра D' вы-

ходного зрачка к диаметру *D* входного зрачка равно линейному увеличению β_P оптической системы в зрачках:

$$\beta_p = \frac{D'}{D}.$$
(6.1)

Входной и выходной зрачки видны из осевой точки предмета и изображения соответственно под наименьшим углом. На рис. 6.4 показаны положение и размер входного и выходного зрачков при расположении АД между компонентами 1 и 2. Главный луч наклонного пучка проходит через центры входного и выходного зрачка *P* и *P*' в соответствующих пространствах. Эти зрачки по построению являются мнимыми.



Рис. 6.4

Входной и выходной зрачки могут быть действительными. Выбор положения АД, а следовательно входного и выходного зрачков, зависит от конкретной схемы оптического прибора.

Абсолютное значение отношения диаметра входного зрачка к заднему фокусному расстоянию оптической системы называется относительным отверстием, т.е. D/f'. Величина, обратная относительному отверстию, называется диафрагменным числом K = f'D. Произведение показателя преломления в пространстве предметов на абсолютное значение синуса переднего апертурного угла $A = n |\sin \sigma_A|$ называется числовой апертурой пространства предметов или передней апертурой. Соответственно $A' = n' |\sin \sigma'_A|$ является числовой апертурой пространства изображений (задней апертурой).

6.2.1. Формула Гаусса для зрачков

На рис. 6.5 показано расположение осевых точек A и A' предмета и его изображения, фокусов F и F' оптической системы и ее зрачков с центрами в точках P и P'.



Рис. 6.5

Сопряженные отрезки *р* и *р*'связаны между собой через продольное увеличение

$$\alpha = \frac{p'}{p} = -\frac{f'}{f}\beta\beta_p = \frac{n'}{n}\beta\beta_p.$$

Положение сопряженных точек P и P' относительно фокусов F и F'определяется отрезками z_p и z'_p , поэтому для линейного увеличения в зрачках имеем формулу

$$\beta_p = -\frac{z'_p}{f'} = -\frac{f}{z_p}.$$

Формулу Ньютона для сопряженных точек A и A' с учетом равенств $z = p + z_p$; $z' = p' + z'_p$ запишем в виде

$$\left(p+\frac{n}{n'}\frac{f'}{\beta_p}\right)\left(p'-f\beta_p\right)=-\frac{n}{n'}f'^2,$$

которую преобразуем к выражению, называемому формулой Гаусса для зрачков:

$$\frac{\beta_p}{p'} - \frac{n}{pn'\beta_p} = \frac{1}{f'};$$

$$\Phi = \frac{n'\beta_p}{p'} - \frac{n}{\beta_p p}.$$
(6.2)

Если n = n' и $\beta_p = 1$, то $z_p = -z'_p = f' = -f$, т.е. центры зрачков P и P' совпадают с главными точками (p = a и p' = a') и уравнение (6.2) переходит в формулу Гаусса для главных точек.

Отрезки р и р' равны:

$$p = z - z_p = f\left(\frac{1}{\beta_p} - \frac{1}{\beta}\right) = \frac{n}{n'} \frac{\beta_p - \beta}{\beta\beta_p} f',$$

$$p' = z' - z'_p = f'(\beta_p - \beta).$$
(6.3)

Эти формулы удобны для практических расчетов, если известны линейные увеличения в зрачках β_n и всей системы β.

6.2.2. Методика определения апертурной диафрагмы

В сложной оптической системе материальные диафрагмы могут быть расположены в различных частях системы, в том числе перед системой и после нее. Для анализа влияния диафрагм на ограничение световых пучков прибегают к рассмотрению совокупности изображений таких диафрагм в предметном пространстве или в пространстве изображений, полагая, что эти изображения ограничивают световые пучки так же, как материальные диафрагмы. Такой метод основывается на предположении, что изображения диафрагм образуются без искажений. Для определения апертурной диафрагмы необходимо построить в пространстве предметов изображения всех диафрагм, расположенных внутри или после системы. Та из диафрагм, которая находится перед системой, или то из изображений диафрагм, которое видно из осевой точки предметной плоскости под наименьшим углом, является входным зрачком оптической системы. Материальная диафрагма, изображение которой есть входной зрачок, – АД, а ее изображение в пространстве изображений – выходной зрачок. На рис. 6.6 показана система, содержащая два компонента, оправы которых обозначены цифрами 2, 4, и две диафрагмы 1, 3, одна из которых расположена перед системой, а другая – внутри нее. Изображения оправ компонентов и диафрагм в пространстве предметов, образованные в обратном ходе лучей через предшествующие им части системы, обозначены соответствующими цифрами со штрихом.



Рис. 6.6

Из рис. 6.6 видно, что из диафрагм 1 и 2 и изображений $\overline{3'}$ и $\overline{4'}$, расположенных в пространстве предметов, наименьший угловой размер из осевой точки А предметной плоскости имеет диафрагма 1, которая является АД и входным зрачком, а ее изображение 1', образованное всей системой в прямом ходе лучей, – выходным зрачком системы.

6.3. Полевая диафрагма. Поле зрения оптической системы

Поле зрения оптической системы измеряется в линейной или угловой мере в зависимости от того, где расположен предмет относительно системы, – на конечном расстоянии или в бесконечности. Полевая диафрагма, ограничивающая размер линейного поля системы в пространстве изображений, располагается в плоскости предмета или в одной из плоскостей действительного изображения, с ней сопряженной. Например, в оптической системе, показанной на рис. 6.7, полевая диафрагма может быть помещена в плоскости предмета *Q* или в плоскостях промежуточного и окончательного изображений.



Рис. 6.7

Линейным полем 2y оптической системы в пространстве предметов называется наибольший размер изображаемой части плоскости предмета, расположенной на конечном расстоянии. Аналогично линейным полем 2y' в пространстве изображений называется наибольший размер изображения, лежащего на конечном расстоянии в оптической системе.

Угловым полем 2 ω оптической системы в пространстве предметов называется абсолютное значение удвоенного угла между оптической осью и лучом в пространстве предметов, который проходит через центр АД (входного зрачка) и край ПД. Угловое поле 2 ω есть угол между главными лучами в пространстве предметов.

Угловым полем $2\omega'$ оптической системы в пространстве изображений называется абсолютное значение удвоенного угла между оптической осью и лучом в пространстве изображений, который

проходит через центр АД (выходного зрачка) и край ПД. Угловое поле 260′ – угол, образованный главными лучами, идущими в пространстве изображений. Между угловыми полями в пространствах предметов и изображений существует следующая зависимость:

$$tg\omega' = \gamma_p tg\omega = \frac{n}{n'\beta_p} tg\omega, \qquad (6.4)$$

где γ_p, β_p – угловое и линейное увеличение системы в зрачках. Связь между линейными полями системы осуществляется линейным увеличением β .

6.4. Геометрическое виньетирование

6.4.1. Виньетирующая диафрагма, влияние ее на поле зрения

Виньетирующая диафрагма, не одинаково задерживая пучки лучей, идущих из осевой и внеосевой точек предмета, вызывает частичное диафрагмирование (срезание) наклонных пучков лучей, которое называется **геометрическим виньетированием**.

На рис. 6.8 показана виньетирующая диафрагма M_1M_2 , расположенная перед оптической системой, положение которой задано отрезками: l_1 – относительно предметной плоскости и l_2 – относительно плоскости входного зрачка (подразумеваются абсолютные величины отрезков).



Рис. 6.8
Пучки лучей, выходящие из точек предмета в радиусе АА₁, полностью проходят через входной зрачок. Пучки лучей, выходящие из точек предмета от A_1 до A_3 , не могут полностью перекрыть входной зрачок, так как часть их срезается диафрагмой M_1M_2 . Пучок лучей, выходящий из точки А₂, заполнит примерно половину входного зрачка, а из точки A_3 через входной зрачок пройдет один луч, касаясь одновременно верхнего края виньетирующей диафрагмы и нижнего края входного зрачка, т.е. произойдет полное срезание наклонного пучка. Таким образом, изображения точек предмета, находящихся на различных расстояниях от оптической оси, будут иметь различную освещенность: в центральной части (в радиусе $AA_{\rm I}$) она будет наибольшей, в точке A_2 будет примерно в два раза меньше, а в точке А₃ практически равна нулю. При этом в образовании периферийных предметных точек главные лучи могут не принимать участия. Предельно возможные границы изображаемого пространства (2y₃) определяют крайние неглавные лучи, один из которых – верхний A_3M_1 . Угол фактического поля $2\omega_3$ будет больше углового поля 2002, определяемого крайними главными лучами. Из рис. 6.8 имеем выражения для определения углового поля зрения:

а) при 100% виньетировании
$$tg\omega_3 = \frac{D_1 + D}{2l_2}$$
;
б) при 50% виньетировании $tg\omega_2 = \frac{D_1}{2l_2}$;
в) без виньетирования $tg\omega_1 = \frac{D_1}{2l_2} - \frac{Dl_1}{l_1 + l_2}$,

где *D* – диаметр входного зрачка;

*D*₁ – диаметр виньетирующей диафрагмы.

Длины отрезков, взятые в формулах по абсолютной величине, означают, что виньетирующая диафрагма может находиться перед входным зрачком и за ним. Вершина угла $2\omega_3$ не совпадает с центром входного зрачка. Виньетирование, равное 50 %, считается допустимым, поэтому угол $2\omega_2$ принимается за угловое поле в пространстве предметов.

6.4.2. Коэффициенты виньетирования

Виньетирование характеризуется:

а) коэффициентом виньетирования по диаметру, равным отношению меридионального диаметра сечения наклонного пучка лучей 2*m* в плоскости входного зрачка к диаметру *D* входного зрачка:

$$k_{\omega} = \frac{2m}{D};$$

б) коэффициентом виньетирования по площади, равным отношению площадей Q_{ω} и Q_0 сечения наклонного и осевого пучков лу-

чей во входном зрачке системы: $k_Q = \frac{Q_{\omega}}{Q_0}$.

Чтобы определить размер меридионального сечения 2m для произвольной предметной точки A, расположенной между точками A_1 и A_3 , необходимо спроектировать диаметр виньетирующей диафрагмы D_1 на плоскость входного зрачка, считая точку A центром проекции.

Тогда центр диафрагмы M_0 спроектируется в точку $\overline{M_0}$, причем

величина смещения
$$P\overline{M}_0 = \frac{l_2}{l_1} y$$
.

Проекция радиуса диафрагмы определяется согласно рис.6.9 по формуле

$$\overline{M}_1\overline{M}_0 = \frac{l_1 + l_2}{l_1}M_1M_0 = \left(1 + \frac{l_2}{l_1}\right)\frac{D_1}{2}.$$

Располагая этими величинами, можно найти меридиональный диаметр сечения пучка:

$$2m = \overline{M}_{1}\overline{M}_{0} - P\overline{M}_{0} + \frac{D}{2} = \frac{(l_{1} + l_{2})D_{1} + l_{1}D - 2l_{2}y}{2l_{1}}$$

Тогда коэффициент линейного виньетирования выражается формулой

$$k_{\omega} = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{2l_2 y}{l_1 D} + \left(1 + \frac{l_2}{l_1} \right) \frac{D_1}{D} \right].$$
(6.5)



Рис. 6.9

Начало виньетирования характеризуется величиной $k_{\omega} = 1$, а конец виньетирования – $k_{\omega} = 0$. Подставив последовательно в формулу (6.5) указанные значения, получим выражения

$$y_{1} = \frac{(l_{1} + l_{2})D_{1} - l_{1}D}{2l_{2}};$$

$$y_{3} = \frac{(l_{1} + l_{2})D_{1} + l_{1}D}{2l_{2}}.$$
(6.6)

Процесс виньетирования можно представить графически. До начала виньетирования в точке A_1 срезание пучков не происходит, график виньетирования до этой точки представится в виде отрезка прямой, параллельной оси абсцисс. Начало виньетирования будет характеризоваться точкой излома. При уменьшении диаметра входного зрачка, согласно формулам (6.6) начало виньетирования наступит несколько позже, а окончание – на столько же раньше. В случае удаления предмета в бесконечность необходимо пользоваться формулами для начала и конца виньетирования в угловой мере:

$$tg\omega_1 = \frac{D_1 - D}{2l_2}; \quad tg\omega_3 = \frac{D_1 + D}{2l_2};$$

где l_2 – расстояние между входным зрачком и виньетирующей диафрагмой.

6.4.3. Действующее отверстие входного зрачка

Действующим отверстием входного зрачка называется площадь входного зрачка, заполняемая лучами наклонного пучка, проходящими через оптическую систему. Действующую площадь входного зрачка вычисляют для построения диаграмм виньетирования наклонных пучков, идущих из определенной внеосевой точки предмета, и оценки виньетирования.

Чтобы определить действующую площадь входного зрачка для наклонных пучков при виньетировании, необходимо:

 построить изображения в обратном ходе лучей всех диафрагм и экранов, расположенных внутри или за оптической системой, в пространстве предметов;

 спроецировать полученные изображения, находящиеся в пространстве предметов, на плоскость входного зрачка с центром проекции в заданной внеосевой точке предмета.

Для предметной плоскости, находящейся в бесконечности, проецирование производится прямыми линиями, параллельными главному лучу. Площадь, являющаяся общей для всех проекций, в плоскости входного зрачка определяет действующую площадь входного зрачка для наклонного пучка лучей.

В зеркальном объективе (см. рис. 6.1) по ходу световых пучков диафрагмами являются: зеркало 2 (экран), зеркало 1 (отверстие) – в пространстве предметов; бленда 3 (экран), зеркало 2 (отверстие) – внутри системы; бленда 3 (отверстие) – за системой. Для расчета положения и величины изображений в пространстве предметов применяют формулу инварианта Аббе (5.2) для зеркальных поверхностей.

Например, при построении изображения светового отверстия бленды 3 в пространство предметов рассчитывают сначала отрезок $S_2(3)$, определяющий положение изображения бленды 3 относительно второго зеркала с радиусом r_2 :

$$S_2(3) = \frac{S_2'(3)r_2}{2S_2'(3) - r_2}.$$

Затем определяют положение этого изображения относительно первого зеркала:

$$S_1'(3) = S_2(3) - d$$

где *d* – расстояние между зеркалами, и находят отрезок, определяющий положение и размер изображения бленды 3 в пространстве предметов:

$$S_1(3) = \frac{S'_1(3)r_1}{2S'_1(3) - r_1}, \quad h(3) = \frac{h_3}{\beta_{(3)}},$$

где $\beta_3 = \frac{S_2'(3)}{S_2(3)} \cdot \frac{S_1'(3)}{S_1(3)}$, $2h_3$ – световой диаметр отверстия бленды 3.

В результате проведенных числовых расчетов получают графическое представление о расположении изображений диафрагм и экранов относительно входного зрачка. Для рассматриваемого зеркального объектива на рис. 6.10, а показаны следующие изображения: З' – бленда З (экран); З" – бленда З (отверстие); 2' – второе зеркало (отверстие), а также 2 – второе зеркало (экран) и 1 – первое зеркало, совпадающие с входным зрачком системы.



Следует проверить правильность графического построения изображений (световые диаметры отверстий не могут быть меньше диаметра входного зрачка, аналогично и для экранов). В противном случае неправильно оценена величина экранирования и неправильно сделан выбор входного зрачка. В результате проецирования изображений диафрагм и экранов на плоскость входного зрачка определяют действующую площадь зрачка по построенной диаграмме виньетирования. На рис. 6.10, б показана диаграмма виньетирования наклонного пучка для заданного угла ω (1 – второе зеркало (экран); 2 – бленда 3 (экран); 3 – второе зеркало; 4 – бленда 3).

Если виньетирование составляет 20 – 65 %, что обычно имеет место, то вместо отношения площадей можно использовать отношение линейных величин (k_{ω}). В этом случае существует приближенная зависимость $k_Q = k_{\omega} - 0,1$. Следует заметить, что коэффициент геометрического виньетирования можно получить как отношение площадей сечения наклонного пучка к площади сечения осевого пучка лучей в плоскости, перпендикулярной оси оптической системы.

7. ПРОХОЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

7.1. Поток излучения. Энергетические величины

Спектр электромагнитных излучений занимает область колебаний с длиной волны от 10^{-3} нм до 10^{3} км. Оптическое излучение занимает в спектре электромагнитных колебаний диапазон длин волн от 1 нм до 1 мм (рис. 7.1). Границы между отдельными участками являются условными.

Оптическое излучение						
ү-лучи	Рентгеновское	УΦ-	Видимое	ИК-	Радиоволны	
	излучение	излучение	излучение	излучение		
<0,01 нм	0,01 – 1 нм	1 нм —	0,38 –	0,77 мкм –	>1 мм	
		0,38 мкм	0,77 мкм	1 мм		

Рис. 7.1

Характеристики, служащие для количественной и качественной оценки всего диапазона оптического излучения, называются энергетическими величинами.

Мощность оптического излучения называется потоком излучения (лучистым потоком) Φ_e , оценивается в ваттах (Вт). Потоки излучения могут быть монохроматическими (для одной длины волны λ) и сложными. Потоки излучения, распространяясь в пространстве, 78 создают поле оптических излучений, которое характеризуется пространственной плотностью и направлением.

Если источник световой энергии за время dt, значительно превышающее период колебаний, излучает энергию dW_e , то значение потока излучения $\Phi_e = \frac{dW_e}{dt}$; среднее значение потока излучения

$$\Phi_e = \frac{W_e}{t}$$
, а полный сложный поток излучения $\Phi_e = \sum \Phi_e \lambda$.

Сила излучения J_e равна отношению потока излучения $d\Phi_e$ к телесному углу $d\Omega$, в пределах которого заключен и равномерно распределен поток излучения:

$$J_e = \frac{d\Phi_e}{d\Omega}.$$
(7.1)

При равномерном распределении потока излучения имеем равенство $J\Omega = \Phi$. Телесный угол определяется отношением площади сферической поверхности, заключенной внутри конуса телесного угла с вершиной в центре сферы, к квадрату радиуса этой сферы:

$$\Omega = \frac{Q}{r^2}.$$
(7.2)

Единицей телесного угла является стерадиан (стер.). Максимальный телесный угол $\Omega = 4\pi = 12,56$ стер. Каждому телесному углу Ω соответствует плоский угол σ .

$$d\Omega = 2\pi \sin \sigma d\sigma \,. \tag{7.3}$$

Телесный угол, соответствующий плоскому углу σ_A , $\Omega = \int_{0}^{\sigma_A} 2\pi \sin \sigma d\sigma = 2\pi (1 - \cos \sigma_A) = 4\pi \sin^2 \frac{\sigma_A}{2} \cong \pi \sin^2 \sigma_A.$

Единицей измерения силы излучения J_e является [Вт·стер.⁻¹].

Понятие силы излучения применимо только к точечным источникам, причем точечность определяется не линейными размерами излучающего тела, а их отношением к расстоянию до той точки по-

ля, в которой оценивается действие излучателя. Для характеристики равномерности и интенсивности конечных поверхностей источников излучения вводят понятие энергетической светимости – плотности потока излучения $d\Phi_e$ по поверхности излучателя dQ:

$$M_e = \frac{d\Phi_e}{dQ}$$
 [Вт·м⁻²]. Среднюю плотность поверхностного излуче-

ния характеризует величина $M_{e\,cp} = \frac{\Phi_e}{Q}$. Плотность падающего потока на облучаемой поверхности называется энергетической освещенностью, которая определяется выражением

$$E_e = \frac{d\Phi_e}{dQ} [\text{Bt} \cdot \text{M}^{-2}], \qquad (7.4)$$

где $d\Phi_e$ – поток излучения, падающий на элемент поверхности dQ и равномерно распределившийся по ней. Средняя энергетическая освещенность $E_{e\,cp} = \frac{\Phi_e}{Q}$. Энергетическая освещенность, созда-

ваемая точечным источником света с заданным распределением силы излучения в зависимости от расстояния до облучаемой поверхности, определяется равенством

$$E_e = \frac{J_e}{dQ} d\Omega = \frac{J_e}{r^2} \cos\Theta, \qquad (7.5)$$

где J_e – сила света излучения по направлению к элементу облучаемой поверхности;

Θ – угол между нормалью к поверхности и осью телесного угла.

Энергетическая яркость поверхности излучателя – сила излучения с единицы площади проекции поверхности излучающего тела на плоскость, перпендикулярную к направлению излучения. Энергетическая яркость в заданном направлении Θ равна

$$L_e = \frac{dJ_e}{dQ\cos\Theta},\tag{7.6}$$

или

$$L_e = \frac{d^2 \Phi_e}{d\Omega dQ \cos \Theta} = \frac{dE_e}{d\Omega \cos \Theta} \quad [\text{Bt} \cdot \text{ctep}^{-1} \cdot \text{M}^{-2}].$$

Излучение большинства применяемых на практике излучателей близко по своим характеристикам к равнояркому излучению по различным направлениям. Поток $d\Phi_e$, излучаемый участком поверхности dQ равнояркого излучателя, согласно формулам (7.1) и (7.3) равен

$$d\Phi_e = J_e d\Omega = 2\pi J_e \sin \sigma d\sigma$$
.

Примем угол $\Theta = \sigma$ изменяющимся от 0 до $\pi/2$. Тогда

$$d\Phi_e = 2\pi L_e dQ \int_0^{\pi/2} \sin \sigma \cos \sigma d\sigma = \pi L_e dQ.$$
(7.7)

Для равноярких поверхностей конечных размеров площадью Q

$$\Phi_e = \pi L_e Q \,. \tag{7.8}$$

Из (7.7) и (7.8) имеем соотношение

$$\pi L_e = M_e \,. \tag{7.9}$$

Общее количество энергии излучения, падающей за некоторое время на единицу поверхности, характеризуется энергетической экспозицией

$$H_e = \int_{t_1}^{t_2} E_{e_t} dt ; \qquad (7.10)$$

при $E_{et} = \text{const} \ H_e = E_e t$.

7.2. Видимая область спектра. Световые величины

В оптических системах, работающих совместно с глазом, приходится иметь дело с видимой областью спектра в интервале длин волн 380 – 770 нм. Глаз человека относится к селективным приемникам излучения. Совместное действие излучений видимой области спектра на сетчатку глаза воспринимается как белый свет. Наиболее сильное воздействие на глаз при дневном зрении оказывает излучение желто-зеленого цвета ($\lambda = 550...570$ нм). Воздействие потока излучения с $\lambda = 555$ нм условно принимают за единицу; действие излучения на глаз других длин волн в видимом участке спектра по сравнению с излучением $\lambda = 555$ нм оценивается спектральной световой эффективностью излучения $v(\lambda)$. Для ночного зрения максимальная чувствительность глаза имеет место при $\lambda = 510$ нм. На рис. 7.2 показаны кривые относительной спектральной световой эффективности излучения (1 – для дневного зрения; 2 – для ночного зрения).



Рис. 7.2

Для характеристики и количественной оценки действия источников излучения в видимом участке спектра используется система световых величин, пропорциональных соответствующим энергетическим величинам.

Световой поток Φ_{υ} – величина, пропорциональная потоку излучения, оцененному с учетом относительной спектральной световой эффективности. Световой поток сложного излучения

$$\Phi_{\nu} = K_m \int \nu(\lambda) \Phi_{e\lambda}(\lambda) d\lambda , \qquad (7.11)$$

где $\Phi_{e\lambda}(\lambda)d\lambda$ – поток излучения в спектральном интервале λ , $\lambda + d\lambda$;

 ν(λ) – относительная спектральная световая эффективность монохроматического излучения; *K_m* – коэффициент, характеризующий максимальное значение спектральной световой эффективности.

Световой поток монохроматического излучения с длиной волны λ

$$\Phi_{\nu,\lambda} = K_m \Phi_{e\lambda} \nu(\lambda) \,. \tag{7.12}$$

За единицу светового потока принят люмен (лм0, численно равный световому потоку, излучаемому в единичном телесном угле (стер) равномерным точечным источником с силой света в одну канделу. Коэффициент K_m , называемый **световым эквивалентом** лучистого потока, равен $K_m = 680$ лм·Вт⁻¹, что означает, что 1 Вт потока монохроматического излучения с длиной волны $\lambda = 555$ нм равен 680 лм светового потока. Механический эквивалент света представляет собой мощность (Вт), необходимую для создания потока в 1 лм при длине волны $\lambda = 555$ нм.

$$M = \frac{1}{K_m} = 0,00146 \ [\text{Bt} \cdot \text{лm}^{-1}].$$

Из выражения (7.12) имеем равенство

$$K(\lambda) = \frac{\Phi_{\nu,\lambda}}{\Phi_{e,\lambda}} = K_m \nu(\lambda),$$

определяющее спектральную световую эффективность излучения с длиной волны λ.

Сила света – пространственная плотность светового потока в заданном направлении, определяемая отношением светового потока, исходящего от источника и распространяющегося внутри элементарного телесного угла, содержащего заданное направление, к этому элементарному углу:

$$J_{\nu} = \frac{d\Phi_{\nu}}{d\Omega}.$$
 (7.13)

При равномерном распределении светового потока $\Phi_v = J_v \cdot \Omega$. За направление силы света принимается ось телесного угла d Ω . За единицу силы света принята кандела (кд), которая является исходной фотометрической единицей. Для светящейся точки $J_v = \Phi_v / 4\pi$.

Освещенность – плотность светового потока по освещаемой поверхности:

$$E_{\nu} = \frac{d\Phi_{\nu}}{dQ}.$$

при равномерной плотности светового потока по освещаемой поверхности конечных размеров $E_v Q = \Phi_v$. Единицей освещенности является люкс (лк). Люкс – освещенность, создаваемая световым потоком в 1 лм, равномерно распределенным на поверхности площадью в 1 м².

Светимость – плотность излучаемого (отражаемого) светового потока по площади поверхности источника излучения:

$$M_{\nu} = \frac{d\Phi_{\nu}}{dQ} \ [лм \cdot m^{-2}].$$

Средняя светимость $M_{\nu} = \frac{\Phi_{\nu}}{Q}$.

Яркость – величина, характеризующая уровень светового ощущения или видимость элементов поверхности. Определяется по формуле

$$L_{\rm v} = \frac{d^2 \Phi_{\rm v}}{d\Omega dQ \cos \Theta} = \frac{dJ_{\rm v}}{dQ \cos \Theta} = \frac{dE_{\rm v}}{d\Omega \cos \Theta} \ [{\rm Kg} \cdot {\rm M}^{-2}].$$

Для плоской равнояркой излучающей поверхности

$$L_{\rm v} = \frac{J_{\rm v}}{Q\cos\Theta} = \frac{J_{\rm max}}{Q} = \text{const},$$

откуда

$$J_{v} = J_{\max} \cos\Theta. \qquad (7.14)$$

Формула (7.14) выражает закон Ламберта, согласно которому плоская поверхность, равнояркая во всех направлениях, излучает по закону косинуса.

7.3. Коэффициенты отражения, поглощения, рассеяния и пропускания

Поток излучения, падающий на оптическую систему, не весь проходит через нее. Часть потока отражается от поверхностей $(d\Phi_{e\rho})$, часть поглощается $(d\Phi_{e\alpha})$ и рассеивается $(d\Phi_{e\sigma})$ средами и только оставшаяся часть $(d\Phi_{e\tau})$ проходит через оптическую систему. Согласно закону сохранения энергии

$$d\Phi_e = d\Phi_{e\rho} + d\Phi_{e\alpha} + d\Phi_{e\sigma} + d\Phi_{e\tau}$$

Для количественной оценки пользуются коэффициентами отражения ρ, поглощения α, рассеяния σ и пропускания τ:

$$\rho = \frac{d\Phi_{e\rho}}{d\Phi_{e}}; \quad \alpha = \frac{d\Phi_{e\alpha}}{d\Phi_{e}}; \quad \sigma = \frac{d\Phi_{e\sigma}}{d\Phi_{e}}; \quad \tau = \frac{d\Phi_{e\tau}}{d\Phi_{e}}$$

Все коэффициенты связаны равенством $\rho + \alpha + \sigma + \tau = 1$. Каждый из световых потоков (отраженный, поглощенный, рассеянный, прошедший) зависит от спектрального состава излучения, падающего на оптическую систему, и физических свойств материала, из которого изготовлены детали системы. Отраженный, поглощенный и рассеянный световые потоки характеризуют собой потери световой энергии в системе. Практически трудно разделить потери света на поглощение и рассеяние, поэтому их рассматривают совместно. Коэффициенты ρ , α и τ являются спектральными и зависят от длины волны λ . Интегральное значение коэффициента ρ определяется выражением

$$\rho = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi_e(\lambda) \rho(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi_e(\lambda) d\lambda},$$
(7.15)

где $\varphi_e(\lambda)$ – спектральная плотность потока излучения; $\varphi_e(\lambda) = \frac{d\Phi_e}{d\lambda}$. На рис. 7.3 показана зависимость спектральной плотности $\varphi_e(\lambda)$

в сплошном спектре от длины волны, которую называют спектральным распределением потока излучения. Если спектр излучения лежит в интервале длин волн от λ_1 до λ_2 , то поток излучения





Рис. 7.3

Вычисление по формуле (7.15) при табличном или графическом задании множителей, входящих под знак интеграла, могут быть выполнены численно или графически. Для светового потока имеем:

$$\rho = \frac{\int_{0.77}^{0.77} \nu(\lambda)\varphi_e(\lambda)\rho(\lambda)d\lambda}{\int_{0.77}^{0.77} \nu(\lambda)\varphi_e(\lambda)d\lambda} \cdot$$

Аналогично определяются интегральные значения коэффициентов α, τ. В зависимости от свойств поверхностей материалов и внутренней их структуры распределения отраженного и прошедшего световых потоков резко отличаются. По характеру отраженного и преломленного потоков (рис. 7.4) принято различать:

1) направленное зеркальное отражение и направленное пропускание (рис. 7.4, а);

2) направленно-рассеянное отражение и пропускание (рис. 7.4, б);3) диффузное отражение и пропускание (рис. 7.4, в).



Рис. 7.4

Направленное отражение от поверхностей и направленное преломление (пропускание) имеют место в тех случаях, когда неровности поверхностей малы по сравнению с длиной волны падающего излучения. Направленно-рассеянное отражение имеют матированные поверхности прозрачных и непрозрачных материалов. Направленно-рассеянным пропусканием обладают прозрачные материалы, одна или обе поверхности которых матированы. Диффузное отражение и пропускание происходят, когда материалы имеют неоднородности в своей толще, соизмеримые с длиной волны.

Яркость поверхностей (см. рис. 7.4, в) постоянна по всем направлениям и не зависит от направления падающего света, т.е. такие поверхности подчиняются закону Ламберта. Для диффузно отражающей поверхности освещенность и светимость определяются по формулам

$$E_e = \frac{\Phi_e}{Q}; \quad M_e = \frac{\Phi_{e\rho}}{Q} = \rho E_e.$$

Учитывая формулу (7.9), имеем равенство

$$L_e = \frac{\rho E_e}{\pi} \,. \tag{7.16}$$

Аналогично для диффузно пропускающих поверхностей $L_e = \frac{\tau E_e}{\pi} \, .$

7.4. Яркость отраженных и преломленных лучей

Пучок лучей, образующих некоторую трубку, через боковую поверхность которой свет не выходит, называется **световой трубкой**. Если нормали O_1N_1 и O_2N_2 образуют с осью световой трубки O_1O_2 углы Θ_1 и Θ_2 и расстояние между центрами площадок равно *r*, то для телесных углов $d\Omega_1$ и $d\Omega_2$ имеем (рис. 7.5):

$$d\Omega_1 = \frac{dQ_2 \cos \Theta_2}{r^2}; \quad d\Omega_2 = \frac{dQ_1 \cos \Theta_1}{r^2},$$

откуда получаем инвариант световой трубки для однородной среды:

$$dQ_1 d\Omega_1 \cos \Theta_1 = d\Theta_2 d\Omega_2 \cos \Theta_2, \qquad (7.17)$$

т.е. произведение площади нормального сечения световой трубки $(dQ\cos\Theta)$ есть величина постоянная для любого сечения этой трубки. Потоки излучения, проходящие через сечения dQ_1 и dQ_2 , в соответствии с выражением (7.6) равны:

$$d^2 \Phi_{e1} = L_{e1} dQ_1 d\Omega_1 \cos \Theta_1; \quad d^2 \Phi_{e2} = L_{e2} dQ_2 d\Omega_2 \cos \Theta_2.$$



Рис. 7.5

Учитывая (7.17), имеем $L_{e1} = L_{e2} = L_e = \text{const}$. При отсутствии потерь на поглощение яркость элементарной световой трубки постоянна.

Рассмотрим отражение и преломление гомоцентрического пучка лучей, являющегося элементарной световой трубкой (рис. 7.6, а). Для элементарных телесных углов на основании (7.3) запишем выражения

$$d\Omega = 2\pi \sin \varepsilon d\varepsilon; \quad d\Omega' = 2\pi \sin \varepsilon' d\varepsilon'; \quad d\Omega'' = 2\pi \sin \varepsilon'' d\varepsilon''.$$

Согласно закону отражения $|\varepsilon| = |\varepsilon'|$, поэтому $d\varepsilon = d\varepsilon'$. По закону преломления $n \sin \varepsilon = n' \sin \varepsilon''$ и $n \cos d\varepsilon = n' \cos \varepsilon'' d\varepsilon''$. Из приведенных выше выражений определим элементарные телесные углы отраженных и преломленных трубок:

$$d\Omega = d\Omega'; \quad d\Omega'' = \frac{n^2 \cos \varepsilon}{n'^2 \cos \varepsilon''} d\Omega.$$
 (7.18)

Поток, падающий на элементарную площадку dQ_{a} :

$$d^2 \Phi_e = L_e dQ d\Omega \cos \varepsilon \,,$$

а отраженный от площадки:

$$d^{2}\Phi_{e\rho} = \rho d\Phi_{e} = \rho L_{e} dQ \cos \varepsilon d\Omega.$$

Согласно закону отражения $d^2 \Phi_{e\,\rho} = L_{e\,\rho} dQ d\Omega' \cos \varepsilon'$. Учитывая (7.18), получим:

$$L_{e\rho} = \rho L_e, \qquad (7.19)$$

откуда видно, что коэффициент отражения ρ характеризует потери яркости пучка лучей при отражении. Преломленная часть светового потока $d^2 \Phi_e^{"} = L_e^{"} dQ d\Omega^{"} \cos \varepsilon"$, причем с учетом закона сохранения энергии

$$d^2 \Phi_e'' = d^2 \Phi_e - d^2 \Phi_{e\rho}$$

или

$$L_e d\Omega \cos \varepsilon = L_{e0} d\Omega' \cos \varepsilon' + L_e'' d\Omega'' \cos \varepsilon''$$



Рис. 7.6

Приняв во внимание (7.18) и (7.19), получаем:

$$L_e(1-\rho) = L_e''\left(\frac{n}{n'}\right)^2,$$
 (7.20)

где $\tau_{\rho} = 1 - \rho$ – коэффициент пропускания, учитывающий только потери на отражение.

Отношение $\frac{L_e}{n^2}$ называется редуцированной яркостью пучка лучей. Обычно $\tau < 1$, поэтому n = n', $L''_e < L_e$. Обратная зависимость возможна лишь в случае, когда n' >> n. При прохождении излучения через однородную среду всегда имеют место потери на поглощение. При прохождении пучком лучей пути, равного 1 см, яркость его равна

$$L_{e\,\alpha} = L_e (1 - \alpha). \tag{7.21}$$

Коэффициент пропускания $\tau_{\alpha} = 1 - \alpha$ учитывает только потери на поглощение с учетом рассеяния.

Найдем зависимость между телесными углами $d\Omega_1$ и $d\Omega_2$, опирающимися на элементарную площадку dQ_0 , расположенную на границе двух сред (рис. 7.6, б). Согласно (7.18) имеем инвариант $n^2 \cos \varepsilon d\Omega = n'^2 \cos \varepsilon'' d\Omega''$. Учитывая, что $n = n_1$, $n' = n_2$ и умножая на dQ_0 , получим:

$$n_1^2 dQ_0 d\Omega \cos \varepsilon = n_2^2 dQ_0 d\Omega' \cos \varepsilon'',$$

где
$$d\Omega = \frac{dQ_1}{r_1^2} \cos \Theta_1$$
, $d\Omega' = \frac{dQ_2}{r_2^2} \cos \Theta_2$. Тогда

$$n_1^2 dQ_1 \cos \Theta_1 \frac{d\Theta_0 \cos \varepsilon}{r_1^2} = n_2^2 dQ_2 \cos \Theta_2 \frac{dQ_0 \cos \varepsilon''}{r_2^2}$$

O	1
7	1
-	

$$n_1^2 dQ_1 d\Omega_1 \cos \Theta_1 = n_2^2 dQ_2 d\Omega_2 \cos \Theta_2.$$
 (7.22)

Формула (7.22) является основным инвариантом световой трубки. Для световой трубки, претерпевающей *k* преломлений, справедлив полный инвариант:

$$n_1^2 dQ_1 d\Omega_1 \cos \Theta_1 = n_k^{\prime 2} dQ_k^{\prime} d\Omega_k^{\prime} \cos \Theta_k^{\prime}.$$
 (7.23)

Инвариант Штраубеля описывает световые трубки, у которых площадки перпендикулярны к оси трубки. В этом случае $\cos \Theta_1 = \cos \Theta'_k = 1$ и

$$n_1^2 dQ_1 d\Omega_1 = n_k'^2 dQ_k' d\Omega_k'.$$

Формула (7.17) является частным случаем (7.23) для однородной среды. Инвариант (7.23) справедлив в случае, когда площадки dQ_1 и dQ'_k являются сопряженными, при этом на место dQ_0 необходимо поместить апертурную диафрагму dQ_p . Практическое значение элементарных световых трубок состоит в том, что их свойства можно перенести на трубки конечных размеров. Каждую световую трубку конечных размеров можно рассматривать как трубок, состоящую из бесконечно большого числа элементарных трубок.

7.5. Коэффициент пропускания оптической системы

Потери энергии в оптической системе характеризуются коэффициентом пропускания τ , для определения которого необходимо знать:

коэффициенты отражения р от преломляющих поверхностей;

 число преломляющих поверхностей системы, граничащих с воздухом и другими средами;

 коэффициенты поглощения α оптических стекол и других материалов, из которых изготовлены оптические детали;

коэффициенты отражения ρ₃ для отражающих покрытий, если в системе имеются призмы и зеркала;

ИЛИ

5) длину хода луча d_k вдоль оптической оси в каждой оптической детали, входящей в систему;

6) типы светоделительных покрытий, если они имеются в оптической системе.

Пусть система состоит из *р* преломляющих поверхностей. По формуле (7.20) яркость пучка лучей после преломления на первой поверхности будет равна

$$L'_{e1} = L_{e1} \left(1 - \rho_1 \right) \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2.$$

В конце первого пути d_1 , выраженного в см, яркость пучка составит:

$$L_{e2} = L_{e1} (1 - \alpha_1)^{d_1} (1 - \rho_1) \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$

Аналогично можно найти яркость пучка лучей за последующими поверхностями. Яркость пучка после прохождения потока излучения через всю систему определится равенством

$$L'_{ep} = L_{e1} \left(\frac{n'_p}{n_1} \right)_{k=1}^p (1 - \rho_k) \prod_{k=1}^{p-1} (1 - \alpha_k)^{d_k} .$$

Для расчета спектральных коэффициентов внутреннего пропускания при толщинах, отличных от 1 см, целесообразно использовать оптическую плотность:

$$D(\lambda) = \lg \frac{1}{\tau_{\alpha}(\lambda)} = -\lg \tau_{\alpha}(\lambda);$$

 $τ_{\alpha}(\lambda)$ определяется по закону Бугера – Ламберта $τ_{\alpha}(\lambda) = (1 - \alpha)^d$. Таким образом, $D(\lambda) = dD_1(\lambda)$, где $D_1(\lambda)$ – оптическая плотность для толщины стекла 1 см. Общий коэффициент пропускания опти-

ческой системы, состоящей из p-1 прозрачных сред, $\tau = \tau_{\rho} \tau_{\alpha}$. Для системы, состоящей из преломляющих и отражающих поверхностей, коэффициент пропускания

$$\tau = \prod_{k=1}^{p} (1 - \rho_k) \prod_{k=1}^{p-1} (1 - \alpha_k)^{d_k} \prod_{n=1}^{n=N_3} \rho_{3n} \prod_{q=1}^{q=N_c} \tau_{cq}, \quad (7.24)$$

где ρ_3 – коэффициент отражения зеркал и светоделительных покрытий («полупрозрачных» зеркал);

 N_{3} – их число;

 τ_c – коэффициент пропускания светоделительных покрытий;

 $N_{\rm c}$ – их число.

Коэффициент отражения ρ от полированных преломляющих поверхностей может быть вычислен по формуле Френеля:

$$\rho = \frac{1}{2} \left[\frac{\sin^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\sin^2(\varepsilon + \varepsilon')} + \frac{\mathrm{tg}^2(\varepsilon - \varepsilon')}{\mathrm{tg}^2(\varepsilon + \varepsilon')} \right].$$

При малых углах є и є' (0° ... 30°), $n\varepsilon = n'\varepsilon'$, а $\rho = \left(\frac{n'-n}{n'+n}\right)^2$.

На границах раздела оптических сред с воздухом $\rho = \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$. По-

тери энергии вследствие отражения при преломлении в сложных оптических системах могут достигать больших величин (до 80 %). Их можно уменьшить путем просветления оптических деталей. Сущность просветления состоит в том, что на преломляющие поверхности наносят одно или несколько покрытий (пленок), обеспечивающих в результате интерференции резкое уменьшение отраженной части потока излучения. При однослойном просветлении $\rho\approx 2\%$, при двухслойном $\rho\approx 1\%$, при трехслойном $\rho\approx 0,5\%$. Показатель преломления просветляющей пленки выбирают в интервале от 1,21 до 1,34. Существует связь между показателем пре-

ломления оптической детали и показателем преломления пленки при n = 1 или n' = 1: $n_{\Pi\Pi} = \sqrt{n_{CT}}$. Обычно $n_{CT} = 1,47...1,80$. В качестве материалов для образования пленок используют фтористый магний и криолит, наносимые испарением в вакууме (физический метод). Однако механическая прочность пленок из этих материалов небольшая, поэтому часто пленку наносят осаждением двуокиси кремния или титана из его спиртового раствора (химический метод). Такие пленки прочнее, но имеют $n_{\Pi\Pi} = 1,45$, что снижает эффективность просветления.

Для отражающих поверхностей (зеркал) используют покрытия из алюминия, серебра, золота, родия и др. Для серебряных покрытий коэффициент отражения $\rho_3 = 0,94$; для алюминированных покрытий $\rho_3 = 0,87$. При наличии светоделительных покрытий и светофильтров следует руководствоваться ГОСТ и нормалями.

Для приближенных вычислений коэффициента пропускания оптической системы следует учитывать только те преломляющие поверхности, которые граничат с воздухом; для всех поверхностей стекол с показателями преломления от 1,4 до 1,6 (кроны) можно принять $\rho_{\rm kp} = 0,05$, для стекол с *n* свыше 1,6 (флинты) $\rho_{\rm фл} = 0,06$; коэффициент поглощения для толщи стекла любой марки в 1 см $\alpha_1 = 0,01$; потери на поверхностях, на которых имеет место полное внутреннее отражение, не учитываются. Тогда для оптической системы, не имеющей просветляющих и светоделительных покрытий:

$$\tau = 0.95^{N_{\rm KP}} \cdot 0.94^{N_{\rm \phi \pi}} \cdot 0.99^{d} \cdot \rho^{N_3},$$

где N_{кр} – число несклеенных поверхностей кронов;

N_{фл} – число несклеенных поверхностей флинтов;

N₃ – число зеркальных поверхностей;

d – суммарная толщина для всех стекол в сантиметрах вдоль оптической оси.

Рассмотрим прохождение потока излучения через светофильтр. Предпочтительным материалом для светофильтров является цветное оптическое стекло, марки которого определяются его спектральными свойствами. Название цветного стекла соответствует участку спектра, в котором его коэффициент пропускания имеет наибольшее значение. Спектральная характеристика светофильтра выражается значениями показателя поглощения K_{λ} для различных длин волн и оптической плотности D_{λ} , которые связаны между собой равенством $D(\lambda) = -\lg \tau_{\alpha}(\lambda) = K_{\lambda}d$. Показатель поглощения K_{λ} является оптической плотностью для толщины стекла 1 мм; d – толщина светофильтра в мм. При учете потерь на отражение от двух поверхностей светофильтра общий коэффициент пропускания для данной длины волны

$$\tau(\lambda) = (1-\rho)^2 \tau_{\alpha}(\lambda),$$

где р – коэффициент отражения от поверхностей светофильтра.

Следовательно, оптическая плотность светофильтра с учетом потерь на отражение

$$D'(\lambda) = -\lg \tau_{\alpha}(\lambda) - 2\lg(1-\rho) = D(\lambda) + D(\rho).$$

Для каждой марки цветного оптического стекла определенной толщины известны спектральные значения показателя поглощения K_{λ} и оптической плотности $D(\lambda)$ и спектральные кривые коэффициента пропускания $\tau(\lambda)$. Интервал пропускания светофильтра определяют предельные длины волн $\lambda_{\rm np}$, для которых $\tau(\lambda)$ в два раза меньше $\tau_{\rm max}$.

Светофильтры, используемые в фотографии, имеют дополнительную характеристику, называемую кратностью (число, показывающее, во сколько раз нужно увеличить выдержку при съемке с данным светофильтром по сравнению со съемкой без светофильтра). Кроме светофильтров из цветного стекла и других материалов, поглощающих излучение и называемых абсорбционными, широко применяются интерференционные светофильтры, выделяющие излучение узкой спектральной области с высоким коэффициентом пропускания.

7.6. Световой поток, проходящий через оптическую систему

Найдем величину светового потока $d\Phi_v$, поступающего в оптическую систему, имеющую входной зрачок конечных размеров $D = M_1 M_2$ (рис. 7.7).

Элементарный световой поток $d\Phi_v$, посылаемый элементом dQ_0 , расположенным перпендикулярно оптической оси, и поступающий в систему через бесконечно малый элемент входного зрачка, определяется формулой

$$d^2 \Phi_{\rm v} = L_{\rm v} dQ_0 d\Omega \cos\Theta$$
.



Рис. 7.7

Элементарный телесный угол равен

$$d\Omega = \frac{N_1 N_2 \cdot N_3 N_4}{p^2} = \frac{N_1 P \cdot d\Psi \cdot p d\theta}{p^2} = \frac{p^2 \sin \Theta d\Psi d\Theta}{p^2} = \sin \Theta d\Theta d\Psi$$
97

Тогда $d^2 \Phi_v = L_v dQ_0 \cos \Theta \sin \Theta d\Psi$. Если элемент dQ_0 является равноярким, то

$$d\Phi_v = L_v dQ_0 \int_0^{2\pi} d\Psi \int_0^{\sigma_A} \sin\Theta \cos\Theta d\Theta = \pi L_v dQ_0 \sin^2\sigma_A .$$
(7.25)

Аналогично находится световой поток $d\Phi'_{\nu}$, вышедший из оптической системы через выходной зрачок $D' = M'_1M'_2$:

$$d\Phi'_{\rm v} = \pi L'_{\rm v} dQ'_0 \sin^2 \sigma'_A \,.$$

Связь между яркостями характеризуется формулой

$$L'_{\rm v}=L_{\rm v}\tau\left(\frac{n'}{n}\right)^2,$$

где т – общий коэффициент пропускания оптической системы. Тогда

$$d\Phi'_{\nu} = \pi \tau L_{\nu} \left(\frac{n'}{n}\right)^2 dQ'_0 \sin^2 \sigma'_A.$$
 (7.26)

Определим световой поток, выходящий из элемента dQ_1 , расположенного в точке В вне оптической оси (рис. 7.8). Допустим, что $dQ_1 = dQ_0$ и $L_{1\nu} = L_{\nu}$ (яркость одинакова во всех точках), причем

$$d\Omega = \frac{dQ_p}{p^2}, \quad d\Omega_1 = \frac{dQ_{pw}}{p_1^2},$$

где dQ_p – площадка на входном зрачке;

 dQ_{pw} – проекция площадки dQ_p на плоскость, перпендикулярную к оси телесного угла $d\Omega_1$.

Так как
$$dQ_{pw} = dQ_p \cos \omega$$
 и $p = p_1 \cos \omega$, $d\Omega_1 = \frac{dQ_p}{p_1^2} \cos^3 \omega$,

причем $dQ_p = p^2 \sin \Theta d\Theta d\Psi$ (рис. 7.8), ω – угол поля зрения.



Рис. 7.8

Для элементарного светового потока, исходящего из элемента dQ_1 и заключенного внутри телесного угла $d\Omega_1$, получим:

 $d^{2}\Phi_{\omega,\nu} = L_{\nu}dQ_{0}\cos\Theta\cos\omega d\Omega_{1} = L_{\nu}dQ_{0}\cos^{4}\omega\cos\Theta\sin\Theta d\Theta d\Psi.$

Произведя интегрирование, запишем

$$d\Phi_{\omega,\nu} = \pi L_{\nu} dQ \sin^2 \sigma_A \cos^4 \omega \,. \tag{7.27}$$

Учитывая (7.25), имеем:

$$d\Phi_{\omega,\nu} = d\Phi_{\nu}\cos^4\omega. \tag{7.28}$$

7.7. Освещенность изображения. Светосила

Освещенность элементарной площадки dQ'_0 , расположенной на оптической оси, равна

$$E_{\nu}' = \frac{d\Phi_{\nu}'}{dQ_0'} = \frac{\tau d\Phi_{\nu}}{dQ_0'}$$

С учетом формул (7.25) и (7.26) имеем:

$$E'_{\nu} = \pi \tau L_{\nu} \left(\frac{n'}{n}\right)^2 \sin^2 \sigma'_A = \pi \tau L_{\nu} \frac{\sin^2 \sigma_A}{\beta_0^2},$$

где $\beta_0^2 = \frac{dQ'_0}{dQ_0}$.

Выразим $\sin \sigma'_A$ через диаметр входного зрачка *D*, линейное увеличение оптической системы β_0 и линейное увеличение в зрачках β_{0p} . Задний апертурный угол системы определим из формулы

$$\sin\sigma'_A = \frac{D'}{2(z'-z'_p)},$$

где отрезок z' определяет положение плоскости изображения, а отрезок z'_p – положение плоскости выходного зрачка D' относительно заднего фокуса системы. Тогда

$$E'_{\nu} = \frac{1}{4} \pi \tau L_{\nu} \left(\frac{D}{f'}\right)^2 \frac{\beta_{0p}^2}{(\beta_{0p} - \beta_0)^2} \left(\frac{n'}{n}\right)^2.$$
(7.29)

Если оптическая система находится в однородной среде, то n = n'. Из выражения (7.29) легко видеть, что освещенность в изображении зависит от линейного увеличения и пропорциональна квадрату относительного отверстия:

$$H_{\Gamma} = \left(\frac{D}{f'}\right)^2. \tag{7.30}$$

Выражение (7.30) определяет геометрическую светосилу оптической системы. Фактическая светосила, называемая физической, зависит от коэффициента пропускания оптической системы:

$$H_{\phi} = \tau H_{\Gamma} = \tau \left(\frac{D}{f'}\right)^2. \tag{7.31}$$

Она представляет собой численную меру, характеризующую влияние конструкции оптической системы на освещенность.

Если предмет находится в бесконечности, $\beta_0 = 0$. Тогда

$$E'_{\nu} = \frac{1}{4} \pi \tau L_{\nu} \left(\frac{D}{f'}\right)^2.$$
 (7.32)

При расположении изображения на большом расстоянии p' от оптической системы (случай прожектора)

$$\sin^2 \sigma'_A = \frac{{D'}^2}{4{p'}^2} = \frac{Q'_p}{\pi {p'}^2}.$$

Для системы, находящейся в однородной среде, получим формулу

$$E'_{\nu} = \tau L_{\nu} \frac{Q'_{p}}{{p'}^{2}}, \qquad (7.33)$$

называемую формулой Чиколева – Манжена.

Освещенность на элементарной площадке, расположенной вне оптической оси, равна

$$E'_{\omega,\nu} = k_Q E'_{\nu} \cos^4 \omega', \qquad (7.34)$$

где k_O – коэффициент виньетирования в оптической системе.

Формула (7.34) является приближенной и дает хорошие результаты при $\frac{D}{f'} \le 1.3$. Если в оптической системе отсутствует виньетирование, то $k_O = 1$.

8. ВЫЧИСЛЕНИЕ ХОДА РЕАЛЬНЫХ ЛУЧЕЙ ЧЕРЕЗ ОПТИЧЕСКУЮ СИСТЕМУ

8.1. Прохождение осевого пучка лучей через сферическую поверхность

В разделе 3 получены формулы расчета хода пучка через плоскую поверхность, которая является частным случаем сферической с радиусом кривизны $r = \infty$.

Рассмотрим преломление осевого пучка, выходящего из точки A, через сферическую границу раздела двух сред с показателями преломления n и n' (рис. 8.1). Для луча, идущего под апертурным углом σ , из треугольников *АМС* и *A' MC* получим равенства

$$\frac{r}{\sin\sigma} = \frac{r-S}{\sin\varepsilon}; \quad \frac{r}{\sin\sigma'} = \frac{r-S'}{\sin\varepsilon'}, \quad (8.1)$$

из которых находим отрезки S и S':

$$S = r \frac{\sin \sigma - \sin \varepsilon}{\sin \sigma}; \quad S' = r(1 - \frac{\sin \varepsilon'}{\sin \sigma'}), \quad (8.2)$$

определяющие положение точек предмета и изображения относительно вершины поверхности О. Обычно известны координаты луча в пространстве предметов (S и σ). Тогда, преобразуя выражение для S', получим

$$S' = r - q \frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} \frac{n}{n'}, \qquad (8.3)$$

где q = r - S – отрезок, определяющий положение предмета относительно центра кривизны *C*; апертурный угол в пространстве изображений σ' определяется из выражения



$$\sigma' = \sigma - \varepsilon + \varepsilon' \,. \tag{8.4}$$

При отражения (n = -n') формула (8.3) преобразовывается к виду

$$S' = r + q \frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'},$$

где угол $\sigma' = \sigma + 2\epsilon'$.

Таким образом, в общем случае сферическая поверхность не сохраняет гомоцентричности осевого пучка после преломления и отражения (при S = const S' является функцией апертурного угла σ). Исключением является условие синусов, при выполнении которого S' = const:

$$\frac{\sin\sigma}{\sin\sigma'} = \text{const} \,. \tag{8.5}$$

8.1.1. Апланатические точки

Условие (8.5) выполняется в трех случаях:

1. Если для сферической поверхности $\sigma = \varepsilon$, то на основании (8.4) получим $\sigma' = \varepsilon'$. Тогда $\frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n'}{n} = \text{const.}$ Следовательно, в соответствии с (8.2) отрезки *S* и *S'* будут равны:

$$S'=S=0.$$

В этом случае нормаль к сферической преломляющей поверхности совпадает с оптической осью, точка A_1 и точка изображения A'_1 совпадают с вершиной поверхности (рис. 8.2, а).

2. Если $\varepsilon = \varepsilon' = 0$, то $\sigma' = \sigma$, т.е. луч совпадает с нормалью к преломляющей поверхности (рис. 8.2, б). В этом случае из формул (8.2) и (8.3) вытекает, что

$$S = S' = r$$
, $\frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} = 1 = \text{const}$.

Лучи гомоцентрического пучка, выходящие из центра сферической поверхности C или сходящиеся в этой точке, проходят ее по направлению нормалей. Изображение A'_{II} совпадает с предметом A_{II} .

3. Если
$$\sigma = -\varepsilon'$$
, то $\sigma' = -\varepsilon$, а $\frac{\sin \sigma}{\sin \sigma'} = \frac{n}{n'} = \text{const}$ (рис. 8.2, в).

По закону преломления можно записать: $n \sin \varepsilon = -n' \sin \sigma$; $-n \sin \sigma' = n' \sin \varepsilon'$. Подставляя значения $\sin \varepsilon$ и $\sin \varepsilon'$ в выражение (8.2), найдем:

$$S = r \frac{n+n'}{n} = r + r \frac{n'}{n}; \quad S' = r \frac{n+n'}{n'} = r + r \frac{n}{n'}$$



Таким образом, для сферической преломляющей поверхности имеем три пары сопряженных точек, для которых выполняется условие синусов, т.е. не нарушается гомоцентричность пучка, преломленного сферической поверхностью. Такие точки называются апланатическими. Для зеркальных сферических поверхностей третья пара апланатических точек совпадает с первой.

8.1.2. Расчетные формулы осевых лучей

На рис. 8.1, б показано прохождение реального осевого луча через две соседние преломляющие поверхности оптической системы. Радиусы кривизны поверхностей, разделяющие среды с показателями преломления n_k и n_{k+1} , r_k и r_{k+1} , расстояние между вершинами поверхностей d_k , а также величины S_k и σ_k считаются заданными перед началом расчета. Полученные зависимости (8.2) – (8.4) для одной поверхности верны при расчете хода осевых лучей через всю оптическую систему, при этом необходимо учитывать расстояние между центрами кривизны C_k и C_{k+1} поверхностей, равное

$$K_{k+1} = r_{k+1} - r_k + d_k = q_{k+1} - q'_k$$

8.2. Преломление элементарного наклонного пучка лучей сферической поверхностью

Элементарные наклонные пучки состоят из лучей, которые распространяются под весьма малыми углами друг к другу и заполняют в зрачках оптической системы элементарные площадки. Главный луч осевого бесконечно тонкого (элементарного) пучка лучей проходит через центры кривизны поверхностей. Элементарные осевые пучки являются параксиальными и образуют точечное (стигматическое) изображение предметной точки. Если предметная точка *B* находится вне оси, то главный луч элементарного наклонного пучка в общем случае не проходит через центр кривизны поверхности, поэтому элемент поверхности для этого пучка имеет различные радиусы кривизны в меридиональной (r_m) и сагиттальной (r_s) плоскостях. При этом меридиональные и сагиттальные лучи пучка пересекутся с главным лучом в разных точках B'_m и B'_s , не совпадающих с идеальным изображением B'_0 . Пучок лучей, образующий такого вида изображения, называется **астигматическим**. Положение изображений точек B'_m и B'_s находят путем расчета бесконечно тонких астигматических пучков через оптическую систему.

8.2.1. Меридиональный инвариант Аббе – Юнга

Пусть BM – главный луч элементарного наклонного пучка лучей, падающий на сферическую поверхность с радиусом кривизны **r** из внеосевой точки *B* (рис. 8.3). Расстояние от точки пересечения *M* главного луча с поверхностью до точки *B* вдоль луча обозначим t_m .



Рис .8.3

Бесконечно близкий луч BM_1 составляет с главным лучом угол $d\omega$. После прохождения поверхности, разделяющей среды с показателями, эти лучи пересекаются в точке B'_m на главном луче, ко-

торая отстоит вдоль главного луча от поверхности на расстоянии t'_m . Дифференцируя закон преломления для точки M, получим: $n \cos \varepsilon d\varepsilon = n' \cos \varepsilon' d\varepsilon'$. Из рис. 8.3 следует, что $\varepsilon = \omega - \varphi$, $\varepsilon' = \omega' - \varphi$. Следовательно, $d\varepsilon = d\omega - d\varphi$, $d\varepsilon' = d\omega' - d\varphi$. Полагая $d\varepsilon$, $d\varepsilon'$, $d\omega$, $d\omega'$ и $d\varphi$ и другие приращения бесконечно малыми, будем считать, что $MM_1 = rd\varphi$, угол $BM_1M = 90^\circ - \varepsilon$: угол $B'_mM_1M = 90^\circ + \varepsilon$. Из треугольника BM_1M следует, что $\frac{MM_1}{-d\omega} = \frac{-t_m}{\sin(90^\circ - \varepsilon)}$, откуда

$$d\omega = \frac{r\cos\varepsilon}{t_m} d\varphi$$
. Следовательно, $d\varepsilon = \left(\frac{r\cos\varepsilon}{t_m} - 1\right) d\varphi$. Аналогично

можно получить формулу $d\varepsilon' = \left(\frac{r\cos\varepsilon'}{t'_m} - 1\right) d\varphi$. Подставив полу-

ченные выражения в исходное равенство $n \cos \varepsilon d\varepsilon = n' \cos \varepsilon' d\varepsilon'$, получим меридиональный инвариант Аббе – Юнга:

$$\frac{n'\cos^2\varepsilon'}{t'_m} - \frac{n'\cos\varepsilon'}{r} = \frac{n\cos^2\varepsilon}{t_m} - \frac{n\cos}{r}.$$
(8.6)

8.2.2. Сагиттальный инвариант Аббе – Юнга

Пусть BS – главный луч элементарного наклонного пучка лучей, падающего на сферическую поверхность в точке S с радиусом кривизны r из внеосевой точки B (рис. 8.4), находящейся на расстоянии t_S от точки S. После прохождения поверхности бесконечно близкие лучи, идущие под углом $d\Psi$ друг к другу, BS и BS_1 пересекаются в точке B'_S , которая отстоит от поверхности вдоль главного луча на расстоянии t'_S . Для того чтобы найти связь между t'_S и t_S , опустим на прямую SC перпендикуляры из точек B и B'_S .



Рис. 8.4

Из рис. 8.4 следует, что $BN = t_S \sin \varepsilon$, $B'_S N' = -t_S \sin \varepsilon'$, а также $\frac{BN}{B'_S N'} = \frac{NC}{CN'}$, где $NC = NS + SC = -t_S \cos \varepsilon + r$, $CN' = SN' - SC = t'_S \cos \varepsilon' - r$. Из полученных соотношений, учитывая, что $\frac{\sin \varepsilon}{\sin \varepsilon'} = \frac{n'}{n}$, получим выражение

$$-\frac{t_S n'}{t'_S n} = \frac{-t_S \cos \varepsilon + r}{t'_S \cos \varepsilon' - r},$$

которое легко преобразовать в инвариант Аббе – Юнга для сагиттального пучка лучей:

$$\frac{n'}{t'_S} - \frac{n'\cos\varepsilon'}{r} = \frac{n}{t_S} - \frac{n\cos\varepsilon}{r}.$$
(8.7)

Выражения (8.6) и (8.7) позволяют получить общую формулу:

$$\frac{n'\cos^2\varepsilon'}{t'_m} - \frac{n\cos^2\varepsilon}{t_m} = \frac{n'}{t'_S} - \frac{n}{t_S} = \frac{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}{r}.$$
 (8.8)
Разность $t'_S - t'_m$ называется астигматической разностью или астигматизмом. Если $t_m = t_S = -\infty$, то в этом случае равенства

$$t'_{m} = f'_{m} = \frac{n'r\cos^{2}\varepsilon'}{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}; \quad t'_{S} = f'_{S} = \frac{n'r}{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}$$
(8.9)

представляют собой задние фокусные расстояния астигматического пучка лучей. Фокусами являются элементарные отрезки, называемые фокальными линиями. Передние фокусные расстояния определяются при $t'_m = t'_S = \infty$ формулами

$$f_m = t_m = -\frac{nr\cos^2\varepsilon}{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}; \quad f_S = t_S = -\frac{nr}{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}.$$
 (8.10)

Применяя выражения (8.9) и (8.10), можно представить инвариант Аббе-Юнга в виде

$$\frac{f'_m}{t'_m} + \frac{f_m}{t_m} = 1; \quad \frac{f'_S}{t'_S} + \frac{f_S}{t_S} = 1.$$

8.2.3. Расчетные формулы хода элементарных наклонных пучков

По формуле (8.8) рассчитывают ход лучей бесконечно тонкого астигматического пучка через одну сферическую поверхность. При расчете хода лучей такого пучка через оптическую систему, состоящую из p поверхностей, необходимо учитывать косую толщину \tilde{d}_k , равную расстоянию между поверхностями вдоль главного луча. По ходу главного луча между k и k + 1 поверхностями оптической системы (рис. 8.5) определяем:

$$\widetilde{d}_k = \frac{H_k - H_{k+1}}{\sin \omega_{k+1}},\tag{8.11}$$

где H_k и H_{k+1} – высоты главного луча на поверхностях;

 ω_{k+1} – его угол с оптической осью. Для продолжения расчета хода элементарного наклонного пучка через k+1 поверхности служат формулы



Рис. 8.5

8.2.4. Анастигматические поверхности

Поверхность называется анастигматической при отсутствии астигматизма ($t'_S - t'_m = 0$) в изображении внеосевой предметной точки по главному лучу. Примем в выражении (8.8) $t_m = t_S = t$, $t'_m = t'_S = t'$, тогда

$$\frac{n'}{t'} = \frac{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}{r\cos^2\varepsilon'} + \frac{n}{t}\frac{\cos^2\varepsilon}{\cos^2\varepsilon'} = \frac{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}{r} + \frac{n}{t}$$

Кроме первой пары анастигматических точек при t = t' = 0 на каждом главном луче имеется вторая пара. Для обеих пар отрезки t и t' находятся по формуле

$$nt = n't' = \frac{\left(n'^2 - n^2\right)r}{n'\cos\varepsilon' - n\cos\varepsilon}.$$
(8.12)

В случае сферической отражающей поверхности n' = -n, $\varepsilon' = -\varepsilon$, $\cos \varepsilon' = \cos \varepsilon$. Инварианты Аббе – Юнга приводятся к виду

$$\cos\varepsilon \left(\frac{1}{t'_m} + \frac{1}{t_m}\right) = \frac{1}{\cos\varepsilon} \left(\frac{1}{t'_S} + \frac{1}{t_S}\right) = \frac{2}{r}.$$
 (8.13)

Одна пара анастигматических точек лежит в точке падения главного луча на отражающую поверхность, поскольку при $t_m = t_S = 0$, $t'_m = t'_S = 0$. Кроме того, в отражающей поверхности возможно устранить астигматизм для произвольного положения точки предмета на главном луче при условии $\cos^2 \varepsilon = 1$ ($\varepsilon = \varepsilon' = 0$), когда главный луч идет по нормали к поверхности.

8.3. Выбор начальных данных для расчета хода лучей

Ход лучей в реальных оптических системах рассчитывают в целях определения положения и размера изображения предмета и сравнения его с идеальным изображением. Расчет хода лучей через систему может быть выполнен только в том случае, если известны конструктивные параметры этой системы (r,d,n), а также положение S_1 и размер (угловой ω или линейный y) предмета. Любой предмет – это совокупность предметных точек, каждая из которых посылает в оптическую систему бесчисленное множество лучей. Для оценки качества изображения (сравнения идеального изображения с реальным) достаточно рассчитать ход ограниченного числа лучей в меридиональной, сагиттальной и "косых" плоскостях. В предметной плоскости обычно выделяют осевую точку A и ряд внеосевых точек B_i .

В осевом пучке рассчитывают лучи, заполняющие верхнюю часть входного зрачка в меридиональной плоскости. Число лучей, ход которых необходимо рассчитать, определяется относительным отверстием. Например, для оптической системы с нормальным относительным отверстием ($\frac{D}{f'} = 1:2,8...1:5,6$) достаточно рассчитать ход двух лучей: крайнего и зонального. Крайний луч идет во

входном зрачке на высоте $m_{\rm kp}$, а зональный – на высоте m_3 (рис. 8.6), причем $m_3 = m_{\rm kp} \sqrt{0.5} = 0.707 \ m_{\rm kp}$. Кольцевые зоны входного зрачка, ограниченные высотами крайнего и зонального лучей, равны по площади, поэтому через них в оптическую систему поступают одинаковые потоки световой энергии. В системах с несферическими поверхностями при сложном виде меридиональной кривой и в светосильных оптических системах рассчитывают три луча $(\frac{D}{f'} = 1:1,5...1:2,8)$ или четыре луча $(\frac{D}{f'} = 1:1...1:1,5)$.

Высоты лучей во входном зрачке определяют из равенства

$$m_i = m_{\rm KP} \sqrt{\frac{i}{2}} \,.$$

Для четырех лучей (N = 4, $m_{\rm kp} = m_4$) получим:





В наклонных пучках в меридиональной плоскости ход лучей, как правило, рассчитывают для тех высот во входном зрачке, что и в осевом пучке, и выбирают лучи, симметрично расположенные относительно главного луча ($m_{\Gamma\Pi} = 0$) как вверх, так и вниз. Например, $+m_3$, $+m_2$, $+m_1$, $m_{\Gamma\Pi} = 0$, $-m_1$, $-m_2$, $-m_3$. Для системы с 112 малыми угловыми полями ($2\omega = 20^{\circ}...30^{\circ}$) достаточно выполнить расчет для одной внеосевой точки B ($y_1 = y_{\rm kp}$); для нормальных по полю оптических систем ($2\omega = 50^{\circ}...60^{\circ}$) – для двух внеосевых точек ($y_2 = y_{\rm kp}$; $y_1 = 0.5y_2$) и широкоугольных систем ($2\omega = 80^{\circ}...120^{\circ}$) – для трех внеосевых точек ($y_3 = y_{\rm kp}$; $y_2 = 0.707y_3$; $y_1 = 0.5y_3$).

Лучи сагиттального пучка рассчитывают на высотах M_i , численно равных высотам лучей в меридиональной плоскости для одной из половин зрачка, симметричной относительно меридиональной плоскости ($M_3 = m_3$; $M_2 = m_2$; $M_1 = m_1$).

9. АБЕРРАЦИИ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

9.1. Монохроматические аберрации 3-го порядка

9.1.1. Понятие об аберрациях. Причины появления

Идеальная оптическая система любую точку пространства предметов отображает стигматически. Всякий светящийся объект можно рассматривать как совокупность светящихся точек, каждая из которых является вершиной гомоцентрического пучка выходящих из нее лучей. Гомоцентрический пучок лучей, прошедший через оптическую систему, сохраняет гомоцентричность только в пределах узкой параксиальной области. Оптических систем, которые давали бы стигматические изображения независимо от размеров предмета, за исключением плоских зеркал, в природе не существует.

В разделах 3.1 и 8.1 настоящего пособия было рассмотрено преломление гомоцентрического пучка лучей соответственно плоской и сферической поверхностью. При прохождении плоской поверхности гомоцентричность нарушается всегда. Изображение светящейся точки в этом случае будет в виде некоторого светового пятна рассеяния с более или менее сложным распределением энергии в нем. При прохождении сферической поверхности гомоцентричность сохраняется только для трёх пар апланатических точек, для всех других точек гомоцентричность пучков не сохраняется. Если условиться определять положение лучей в пространстве какими-либо координатами, линейными или угловыми, то отступления значений этих координат в реальной системе от их значений, вычисленных по формулам гауссовой или параксиальной оптики, называются геометрическими **аберрациями** оптической системы (ошибками или погрешностями) для определенной длины волны. Аберрации являются критерием оценки, по которому можно судить о степени приближения реальной системы к идеальной.

9.1.2. Геометрический смысл аберраций. Общий вид разложений монохроматических аберраций 3-го порядка

Рассмотрим геометрический смысл аберраций в общем случае. На рис. 9.1 изображена система, где XA_0V и $X'A'_0V'$ – плоскости предмета и изображения; $\overline{X}P\overline{V}$ и $\overline{X'}P'\overline{V'}$ – плоскости входного и выходного зрачков; $A_0B_0 = V$ – величина предмета; $A'_0B'_0 = V'_0$ – гауссово изображение предмета; S, S_P – расстояния плоскостей предметов и входного зрачка относительно вершины первой поверхности; S', S'_p – расстояния плоскостей изображений и выходного зрачка относительно вершины последней поверхности.



Рис. 9.1

В идеальной системе, любой луч, вышедший из точки B_0 , попадает в точку B'_0 . При этом $y'_0 = y \cdot \beta_0$, где β_0 – линейное увеличение системы в области Гаусса.

В реальной оптической системе в общем случае этого не происходит. Реальный луч BQ, имеющий на плоскости входного зрачка координаты m и M, пройдя через оптическую систему и плоскость выходного зрачка в точке Q' с координатами m' и M', пересекает плоскость Гаусса в некоторой точке B'_0 . Отрезок B'_0B' и является геометрической аберрацией. Обычно находят проекции геометрической аберрации на две плоскости: меридиональную $\delta y'$ и сагиттальную $\delta x'$. Координаты точки B' определяют величины $y'_0 + \delta y'$

и $\delta x'$. Они могут быть вычислены путем расчета хода реальных лучей по тригонометрическим схемам, формулам Федера или по специальным программам на ПЭВМ. Известно, что формулы параксиальной (Гауссовой) оптики были получены при замене тригонометрических функций самими аргументами, что справедливо в случае малых углов. Если разложить тригонометрические функции в ряды, то в зависимости от числа членов в разложении получаем формулы для определения координат пересечения луча с той или иной степенью точности.

Наибольшее распространение в вычислительной оптике получило разложение аберраций, выполненное Зейделем при условии ограничения двумя членами в разложении тригонометрических функций.

Разложение Зейделя имеет следующий вид:

$$\delta y' = m'(m'^{2} + M'^{2})A + (3m'^{2} + M'^{2})yB + m'y^{2}C + y^{3}E;$$

$$\delta x' = M'(M'^{2} + m'^{2})A + 2M'm'yB + M'y^{2}D,$$
(9.1)

где $\delta y'$ и $\delta x'$ – меридиональная и сагиттальная составляющие аберраций;

m' и *M*' – координаты пересечения луча с плоскостью выходного зрачка;

у – величина предмета;

A, B, C, D и E – коэффициенты, зависящие от конструктивных элементов системы (r, d, n), а также от положения предмета и входного зрачка.

Каждый из коэффициентов в выражениях (9.1) определяет отдельную аберрацию, для которой характерна своя геометрическая фигура рассеяния. Разложение Зейделя называют также разложением аберраций 3-го порядка, так как в каждый коэффициент (A, B, C, D и E) входят множители, содержащие произведения m', M' и у в третьей степени. Величины m', M' и у являются величинами 1-го порядка малости по сравнению с фокусным расстоянием оптической системы. Поэтому ошибки, возникающие при определении координат луча по (9.1), не превышают величин 5-го порядка малости.

9.1.3. Сферическая аберрация

Исследование фигуры рассеяния отдельной аберрации, описываемой разложением Зейделя, удобно вести в полярных координатах. Координаты пересечения луча с плоскостью выходного зрачка выражаются через радиус-вектор г и угол θ между радиус-вектором и осью ординат:

$$m' = r\cos\theta;$$

$$M' = r\sin\theta,$$
(9.2)

Сферическая аберрация определяется коэффициентом A, тогда B = C = D = E = 0. Принимая во внимание эти условия и выражение (9.2), из (9.1) находим:

$$\delta y'_{c\phi} = r^3 \cos \theta A;$$

$$\delta x'_{c\phi} = r^3 \sin \theta A.$$
(9.3)

Возведем в квадрат обе части равенства в формулах (9.3) и сложим их:

$$(\delta y'_{c\phi})^2 + (\delta x'_{c\phi})^2 = (Ar^3)^2 = R^2{}_{c\phi}.$$
 (9.4)

Выражение (9.4) описывает уравнение окружности.

Таким образом, если луч в плоскости выходного зрачка описывает окружность с радиусом r, то в плоскости Гаусса луч также описывает окружность, но с радиусом $R = r^3 A$. Энергия в кружке

рассеяния сосредоточена в основном в центральной зоне и очень быстро рассеивается по площади по мере увеличения R. Так, в центральной зоне, составляющей примерно 4 % от всей площади фигуры рассеяния, сосредоточено около 1/3 всей энергии, попадающей в оптическую систему.

Сферическая аберрация – это нарушение гомоцентричности прошедшего через оптическую систему широкого пучка лучей, выходящего из точки предмета, лежащей на оптической оси системы. Сферическая аберрация постоянна по полю, т.е. она не зависит от величины предмета *у* (это справедливо только в области аберраций 3-го порядка).

Рассмотрим рис. 9.2, где O' – вершина последней поверхности системы; $S'_{p'}$ – расстояние выходного зрачка от O'; D' – диаметр выходного зрачка; S_0' – расстояние плоскости Гаусса от O'. При наличии сферической аберрации крайние лучи падающего пучка образуют изображение светящейся точки A в точке A', а лучи, близкие к оси (параксиальные), – в точке A'_0 . Длина этого отрезка является мерой продольной сферической аберрации $\Delta S' = S' - S'_0$. Пучок лучей после выхода из оптической системы перестает быть гомоцентрическим, но в то же время он сохраняет симметрию своего строения. Изображение точки получается в виде кружка рассеяния, размер которого зависит от положения плоскости установки. Радиус кружка рассеяния в плоскости параксиального изображения называется поперечной сферической аберрацией $\delta y' = \Delta S' t g \sigma'_A$.



Рис. 9.2

Плоскость, перпендикулярная оптической оси, в которой диаметр кружка рассеяния минимальный, называется плоскостью наилучшей установки (ПНУ). В области аберраций 3-го порядка величина смещения плоскости наилучшей установки относительно плоскости Гаусса определяется по формуле

$$\Delta = \frac{3}{4} \Delta S'_{\rm KP} \,,$$

где $\Delta S'_{\rm kp}$ – сферическая аберрация для лучей, идущих через край входного зрачка.

В этой плоскости диаметр кружка рассеяния в четыре раза меньше, чем в плоскости Гаусса, т.е. $\delta y' = \frac{1}{4} \delta y'_{\rm kp}$. Сферическая аберрация наиболее опасна в светосильных и высокоапертурных системах, так как радиус кружка рассеяния пропорционален 3-й степени радиуса на зрачке.

При графическом изображении сферической аберрации по оси абсцисс откладываются величины $\Delta S'$ или $\delta y'$, а по оси ординат – высоты *m* лучей на входном зрачке. Положительная линза имеет отрицательную сферическую аберрацию (рис. 9.3), а отрицательная линза – положительную сферическую аберрацию. Это позволяет путем использования комбинации таких линз исправлять сферическую аберрацию.

9.1.4. Кома

Кома определяется коэффициентом *B*. С учетом условий A = C = D = E = 0 из формул (9.1) имеем:

$$\begin{cases}
 \delta y'_{\kappa} = (3m'^2 + M'^2) yB; \\
 \delta x'_{\kappa} = 2M'm'yB.
 \end{cases}
 \qquad (9.5)$$

Перейдя к полярным координатам, получим:

$$\delta y'_{\kappa} = (3\cos^2 \Theta + \sin^2 \Theta)r^2 yB;$$

$$\delta x'_{\kappa} = 2\sin \Theta \cos \Theta r^2 yB.$$
(9.6)

С помощью известных тригонометрических соотношений равенства (9.6) можно представить в виде

$$\delta y'_{\kappa} = (2 + \cos 2\Theta)r^2 yB;$$

$$\delta x'_{\kappa} = \sin 2\Theta r^2 yB.$$
(9.7)

$$\delta y'_{\kappa} - 2r^2 yB = r^2 yB\cos 2\Theta;$$

$$\delta x'_{\kappa} = r^2 yB\sin 2\Theta.$$
(9.8)

Возведем обе части равенства в квадрат и сложим их:



Рис. 9.3

Получим уравнение окружности с радиусом $R_{\rm k} = r^2 yB$, центр которой смещен в меридиональной плоскости на $2R_{\rm k}$. При заполнении входного зрачка лучами в плоскости Гаусса получим фигуру, напоминающую комету, которая ограничена двумя прямыми, образующими угол в 60°, и полуокружностью (рис. 9.4). Радиус кружка рассеяния $R_{\rm k}$ пропорционален второй степени m' и первой y. Направление «хвоста» фигуры рассеяния определяется знаком коэффициента B.



Рис. 9.4

Кома – нарушение симметрии прошедшего через оптическую систему широкого наклонного пучка лучей, выходящих из точек предмета, расположенных вне оптической оси системы (рис. 9.5). Симметрия сохраняется лишь относительно меридиональной плоскости. В меридиональной плоскости кома вычисляется путем расчета хода реальных лучей по формуле

$$\delta y'_{\rm K} = \frac{y'_{m'} + y'_{-m'}}{2} - y'_{2\pi}, \qquad (9.10)$$

где $y'_{\Gamma\Pi}$ – координата главного луча, а $y'_{m'}$, $y'_{-m'}$ – координаты лучей, проходящих соответственно через верхний и нижний край выходного зрачка на плоскости изображения.



Рис. 9.5

При графическом изображении комы по оси абсцисс откладывают величину у' или $\delta y'_{\kappa} = y' - y'_{\Gamma\Pi}$, а по оси ординат соответствующие значения σ' , tg σ' или m' для различных значений $\omega(y)$ (рис. 9.6).



Рис. 9.6

Более тщательно кома так же, как и сферическая аберрация, исправляется в светосильных системах. Меридиональную кому и сферическую аберрацию пучка в меридиональной плоскости следует рассматривать совместно. Объективы, в которых одновременно исправлены обе эти аберрации, называются апланатами.

9.1.5. Астигматизм и кривизна поверхности

Эти аберрации определяются коэффициентами С и D в разложении Зейделя (9.1).

При изображении протяженных предметов их нужно рассматривать как совокупность предметных точек, каждая из которых изображается узкими пучками.

На рис. 9.7 изображены в меридиональной плоскости: последняя поверхность системы с вершиной O', выходной зрачок с центром P'; показан ход трех лучей: главного (m'=0) и двух наклонных с координатами на выходном зрачке $(m' \ u - m')$. При наличии коэффициента C лучи пересекаются в некоторой точке M, не совпадающей с гауссовым изображением точки B'_0 .



Рис. 9.7

Аналогично в сагиттальной плоскости узкий пучок лучей имеет точку сходимости *S*. В этом случае $m' \rightarrow 0$, и координаты вершин бесконечно узких пучков в меридиональной и сагиттальной плоскостях определяются по формуле

$$z'_{m} = y^{2}(S'_{P'} - S'_{0})C;$$

$$z'_{S} = y^{2}(S'_{P'} - S'_{0})D.$$
(9.11)

Разность этих величин называется астигматической разностью или астигматизмом:

$$z'_{S} - z'_{m} = y^{2}(s'_{P'} - S'_{0})(D - C). \qquad (9.12)$$

Из формул (9.11) вытекает, что изображение предмета, даваемое бесконечно узкими пучками лучей, лежит не на плоскости, а на искривленных поверхностях (параболоидах), причем кривизны этих поверхностей различны для меридиональной и сагиттальной плоскостей. Такая погрешность называется кривизной изображения.

Положим в разложении Зейделя (9.1) A = B = E = 0, тогда

$$\delta y'_m = m' y^2 C = r \cos \Theta y^2 C;$$

$$\delta x'_S = M' y^2 D = r \sin \Theta y^2 D.$$
(9.13)

$$\frac{\delta y'_m}{ry^2 C} = \cos\Theta; \quad \frac{\delta x'_S}{ry^2 D} = \sin\Theta.$$
(9.14)

Возведем обе части равенства (9.13) в квадрат и сложим их:

$$\left(\frac{\delta y'_m}{ry^2 C}\right)^2 + \left(\frac{\delta x'_S}{ry^2 D}\right)^2 = 1.$$
(9.15)

Полученное выражение определяет уравнение эллипса.

Таким образом, если луч в плоскости выходного зрачка описывает окружность, то в плоскости Гаусса он описывает эллипс с полуосями, равными ry^2C и ry^2D . В некоторых плоскостях установки эллипс вырождается в окружность или прямые линии. Это доказывается в теории аберраций. Наличие астигматизма и кривизны изображения вызывает нерезкость по краям поля зрения. Оптические системы с устраненным астигматизмом называются анастигматическими или анастигматами. Астигматизм опасен в широкоугольных системах, так как Z'_m , Z'_S и полуоси эллипса пропорциональны второй степени величины предмета y^2 (или по полевому углу ω^2).

Астигматизм и кривизна изображения могут быть представлены графически. По оси абсцисс откладывают отрезки z'_m и z'_s , а по оси ординат – величины предмета $y(\omega)$. Астигматизм пропорционален первой степени апертуры и второй степени угла поля зрения.

9.1.6. Дисторсия

Дисторсия – нарушение подобия между предметом и изображением, создаваемым оптической системой вследствие непостоянства линейного увеличения в ней различных размеров предмета. Изменение линейного увеличения в реальных системах вызывается следующими причинами: во-первых, имеет место сферическая аберрация в зрачках и, во-вторых, угловое увеличение в зрачках не равно единице.

Дисторсия определяется коэффициентом *E*, который входит только в меридиональную составляющую разложения (9.1). Весь пучок смещается на величину $\delta y'_{d}$, но его гомоцентричность не нарушается.

$$\delta y'_{\rm II} = y^3 E. \tag{9.16}$$

Особенностью дисторсии является то, что она не зависит от m', M' – координат пересечения луча с плоскостью выходного зрачка. Дисторсия вызывает искажение предмета, т.е. нарушается подобие изображения предмету. Прямые линии могут искривляться, причём кривизна зависит от знака E. На рис. 9.8 приведены изображения квадрата оптической системой, обладающей дисторсией. Дисторсия может быть подушкообразной (положительной) и бочкообразной (отрицательной).



Рис. 9.8

Величина дисторсии оценивается в абсолютной и относительной мере. Абсолютная величина дисторсии определяется из формулы

$$\Delta y' = y' - y'_0,$$

где y' и y'_0 – величины действительного и идеального изображений предмета у.

Относительная величина дисторсии оценивается обычно в процентах и равна

$$\Delta = \frac{\Delta y'}{y'_0} \cdot 100 \% . \tag{9.17}$$

При наличии дисторсии все лучи широкого внеосевого пучка лучей собираются в одной точке, но ее координаты не совпадают с гауссовым изображением. Дисторсия велика и опасна в широкоугольных системах, так как она пропорциональна третьей степени величины предмета y^3 (или полевого угла ω^3). Дисторсия недопустима в измерительных системах, объективах для аэрофотосьемки и картографии, в системах для репродукции и фотолитографии и в ряде других случаев. Оптическая система, свободная от дисторсии, называется ортоскопической. Для построения графика дисторсии по оси абсцисс откладывают значения дисторсии, а по оси ординат – угловую или линейную величину предмета.

Таким образом, если ограничиться не слишком большими полями (20...40 °) и относительными отверстиями (1:4...1:5), то координаты пересечения лучей с плоскостью Гаусса достаточно точно описываются разложением аберраций 3-го порядка (9.1). В области Зейделя присутствуют пять монохроматических аберраций: сферическая, кома, астигматизм, кривизна поверхности и дисторсия. Каждой аберрации свойственна вполне определенная фигура рассеяния.

Однако в чистом виде, за редким исключением, отдельные аберрации не наблюдаются. В реальных системах практически присутствуют все пять аберраций 3-го порядка. По этой причине фигуры рассеяния имеют сложный вид. Кроме того в оптических системах, как правило, присутствуют в той или иной мере аберрации высших порядков. Поэтому фигуры рассеяния принимают еще более сложную форму. Кольшуттер показал, что число аберраций в зависимости от их порядка определяется выражением

$$N = \frac{(t+1)(t+7)}{8},$$

где N – число аберраций;

t – порядок аберраций. Например, если t = 3, то N = 5; если t = 5, то N = 9, и т.д.

В действительности же дело обстоит гораздо сложнее в связи с тем, что показатели преломления оптических сред зависят от длины волны света.

9.2. Хроматические аберрации 1-го порядка

К основным оптическим характеристикам оптических сред относятся: показатель преломления n_{λ} , средняя дисперсия, коэффици-

ент дисперсии v и относительная частная дисперсия γ. Эти константы приведены в ГОСТ 13659-78 «Стекло оптическое бесцветное». Кроме того, существует целый ряд формул, теоретических и эмпирических, по которым могут быть определены показатели преломления для различных длин волн, например формулы Гартмана, Корню, Герцбергера, Кристофелля и др.

Хроматические аберрации могут быть разделены на группы по признакам той области, к которой относятся лучи, дающие изображение, например, параксиальной (Гаусса), 3-го порядка (Зейделя) и высшего порядка.

В отличие от монохроматических, хроматические аберрации появляются уже в параксиальной области. Это следует из рассмотрения действующих в параксиальной области инвариантов Аббе и Гюйгенса – Гельмгольца.

Так как в выражениях (5.2) и (5.6) S' = f(n, n', ...) и y' = f(n, n', ...), а $n = f(\lambda)$, $n' = f(\lambda)$, то и $S' = f(\lambda)$, $y' = f(\lambda)$.

Поскольку точка на плоскости определяется двумя координатами S' и y', то в параксиальной области присутствуют две аберрации: хроматизм положения и хроматизм увеличения. Эти аберрации называют хроматическими аберрациями 1-го порядка.

9.2.1. Хроматизм положения

Рассмотрим геометрический смысл хроматической аберрации положения.

На рис. 9.9 представлена одиночная линза и падающий на нее белый полихроматический пучок света. Изображение точки A, даваемое линзой, вследствие дисперсии будет находиться на оптической оси, но на различных расстояниях S' от линзы для каждой длины волны.



Рис. 9.9

Под хроматизмом положения для видимой области спектра понимают величину $dS' = S'_F - S'_C$. В зависимости от плоскости установки имеем различную окраску в изображении точки. Для простой одиночной тонкой линзы хроматическая аберрация положения может быть вычислена по формулам

$$dS' = -\frac{f'}{\nu}, \text{ если } S_1 = \infty;$$

$$dS' = -\frac{S'^2}{f'\nu}, \text{ если } S_1 \neq \infty.$$
 (9.18)

Из этих выражений следует, что для простой линзы хроматизм положения исправить невозможно. У положительной линзы хроматизм положения отрицательный, а у отрицательной линзы – положительный.

Хроматизм положения не зависит также от формы линзы, а зависит только от ее фокусного расстояния и коэффициента дисперсии. Для устранения (исправления) хроматизма положения необходимо соединить по крайней мере одну положительную и одну отрицательную линзы из различных марок стекла. Условием ахроматизации является

$$dS' = \Sigma \frac{\Phi}{v} = 0, \qquad (9.19)$$

где Ф – оптическая сила линзы.

Геометрическое место точек пересечения лучей различных длин волн с оптической осью называется **спектром**. Рассмотрим некоторые характерные типы спектров.

Спектр неахроматизированной системы (одиночной линзы) представлен на рис. 9.10, а. Каждая длина волны имеет свою точку изображения.



Для ахроматизированной системы, т.е. для системы, у которой в одной точке соединены лучи двух длин волн, спектр имеет вид, как на рис. 9.10, б. Такие системы называются **ахроматами**. Для визуальных систем обычно соединяют красный и синий лучи (спектральные линии *C* и *F*), однако изображение, даваемое лучами основной длины волны (линия *e*), не совпадает с линиями *C* и *F*, что носит как бы остаточный (вторичный) характер. Изображение практически неокрашенное, если не считать легкого пурпурного ореола. Подобный спектр называется вторичным. Величина вторичного спектра (BC) $dS'_{\rm BC} = S'_F - S'_e$, если устранен хроматизм положения $dS' = S'_F - S'_c = 0$.

Для двухлинзового объектива величина вторичного спектра может быть вычислена по формуле

$$dS'_{\rm BC} = f' \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\nu_2 - \nu_1}, \qquad (9.20)$$

где $v = \frac{n_e - 1}{n'_F - n'_c}, \ \gamma = \frac{n'_F - n_e}{n'_F - n'_c}.$

Если в объективе применены обычные марки стекол, то

$$dS'_{\rm BC} \approx \frac{1}{2000} f'.$$
 (9.21)

Для исправления вторичного спектра следует применять оптические среды с близкими по значению величинами относительных частных дисперсий, но с различными коэффициентами дисперсии, т.е. $\gamma_2 = \gamma_1$, а $\nu_2 \neq \nu_1$.

Системы с исправленным вторичным спектром называются апохроматами (рис. 9.10, в). Апохроматы дают практически бесцветное изображение. Такая коррекция достигается путем использования в качестве оптических сред линз из кристаллов, например, флюорита (CaF₂), фтористого лития (LiF) и особых марок стекол (ОФ4, СТК9, ТБФ). Эти материалы имеют особый ход относительных частных дисперсий. Оптические системы, у которых к одной точке сведены лучи более трех длин волн, называются суперапохроматами.

9.2.2. Хроматизм увеличения

Рассмотрим хроматическую аберрацию увеличения. На рис. 9.11 изображена одиночная линза и падающий на нее главный луч белого света. После его прохождения через линзу в гауссовой плоскости для каждой длины волны имеем различные изображения, например, y'_F , y'_e и y'_c .



Рис. 9.11

Под хроматической разностью увеличения понимаем величину $dy' = y'_F - y'_c$. Относительная величина хроматизма увеличения выражается в процентах: $\frac{dy'}{y'}100\%$. Эта аберрация проявляется в виде цветного ореола по краям изображения, который снижает контраст и качество изображения. Для одиночной линзы хроматизм увеличения может быть вычислен по формуле

$$\frac{dy'}{y'} = \frac{a_P}{fv} 100\%, \text{ если } S = \infty;$$

$$\frac{dy'}{y'} = -\frac{Sa_P}{(a_P - S)} \frac{100\%}{fv}, \text{ если } S \neq \infty.$$
(9.22)

В формулах (9.22) a_P определяет положение входного зрачка, а S – положение плоскости предмета относительно первой поверхности линзы.

Поэтому когда зрачок совпадает с линзой, то хроматизм увеличения равен нулю. Хроматизм увеличения, так же как и хроматизм положения, не зависит от формы линзы. Таким образом, в параксиальной области наблюдаются хроматические аберрации положения, увеличения и вторичный спектр. В области аберраций 3-го порядка (области Зейделя) присутствуют сферохроматическая аберрация, цветная кома, астигматизм и дисторсия.

Кроме перечисленных хроматических аберраций в оптических системах имеются и хроматические аберрации высших порядков.

1. *Андреев Л.Н., Богачев Ю.В., Шапочкин Б.А.* Теория и проектирование оптических систем: Учебное пособие. – Л.: ЛИТМО, 1980. – 87 с.

2. *Артюхина Н.К.* Теория оптических систем и техническая оптика: Учебное пособие. – Мн.: БПИ, 1990. – 86 с.

3. Артюхина Н.К., Голованова Л.Н., Акулич Е.С. Методическое пособие для выполнения расчетно-графических работ по курсу «Теория оптических систем». – Мн.: БПИ, 1985. – 48 с.

4. Артюхина Н.К. Методическое пособие для выполнения курсовой работы по дисциплине «Теория оптических систем и техническая оптика». – Мн.: БПИ, 1985. – 20 с.

5. Теория оптических систем / *Б.Н.Бегунов*, *Н.П.Заказнов*, *С.И.Кирюшин* и др. – М.: Машиностроение, 1981. – 431 с.

6. Волосов Д.С., Цивкин М.В. Теория и расчет светооптических систем. – М.: Искусство, 1960. – 526 с.

7. Вычислительная оптика: Справочник / М.М.Русинов, А.П.Грамматин, П.Д.Иванов и др.; Под ред. М.М.Русинова. – Л.: Машиностроение, 1984. – 422 с.

8. Прикладная оптика / А.С.Дубовик, М.И.Апенко, Г.В.Дурейко и др. – М.: Недра, 1982. – 612 с.

9. Заказнов Н.П., Кирюшин С.И., Кузичев В.И. Теория оптических систем. – М.: Машиностроение, 1992. – 448 с.

10. Прикладная оптика / Под ред. А.С.Дубовика. – М.: Машино-строение, 1992. – 480 с.

11. Проектирование оптических систем / Под ред. Р. Шеннона, Дж. Вайанта. – М.: Мир, 1983. – 431 с.

12. *Русинов М.М.* Габаритные расчеты оптических систем. – М.: Госгеолтехиздат, 1963. – 400 с.

13. Слюсарев Г.Г. Расчет оптических систем. – Л.: Машиностроение, 1975. – 670 с.

14. Справочник конструктора оптико-механических приборов / В.А.Панов, М.Я.Кругер, В.В.Кулагин и др.; Под ред. В.А.Панова. – Л.: Машиностроение, 1980. – 732 с.

15. Турыгин И.А. Прикладная оптика: В 2 ч. – М.: Машиностроение, 1965. – Ч. 1. – 361 с.

16. *Чуриловский В.Н.* Теория оптических приборов. – М.: Машиностроение, 1966. – 561 с.

Содержание

В	ведение	3
1.	ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ И ЗАКОНЫ	
	ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ОПТИКИ	4
	1.1. Основные понятия и определения	4
	1.2. Правила знаков.	5
	1.3. Законы распространения света.	7
2.	ОПТИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ	10
	2.1. Оптическое бесцветное стекло.	10
	2.2. Стекла с особыми свойствами.	14
	2.3. Оптические кристаллы. Керамика.	16
3.	ОТРАЖЕНИЕ И ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА ПЛОСКОЙ	
	ГРАНИЦЕЙ ДВУХ СРЕД	18
	3.1. Преломление лучей плоской поверхностью	18
	3.2. Преломление лучей плоскопараллельной пластиной	19
	3.3. Отражение лучей плоским зеркалом	22
	3.4. Преломление лучей через призму	
	в ее главном сечении.	24
	3.5. Отражательные призмы.	26
4.	ИДЕАЛЪНАЯ ОПТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА	30
	4.1. Линейное увеличение	31
	4.2. Кардинальные элементы идеальной оптической	
	системы	32
	4.3. Основные формулы для сопряженных точек	
	и отрезков.	34
	4.4. Определение величины и положения изображения	37
	4.5. Угловое увеличение.	39
	4.6. Продольное увеличение.	41
	4.7. Построение изображений	43
5.	ОПТИКА НУЛЕВЫХ ЛУЧЕЙ	44
	5.1. Параксиальная область оптической системы.	44
	5.2. Вычисление хода нулевых лучей через оптическую	
	систему с известными радиусами ее поверхностей	48
	5.3. Сложная оптическая система.	56
6.	ОГРАНИЧЕНИЯ ПУЧКОВ ЛУЧЕЙ В ОПТИЧЕСКИХ	
	СИСТЕМАХ	63
	6.1. Диафрагмы, экраны	63

	6.2. Апертурная диафрагма. Входной и выходной зрачки6.3. Полевая диафрагма. Поле зрения оптической	65
	системы	71
7.	6.4. Геометрическое виньетирование ПРОХОЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ОПТИЧЕСКИЕ	72
	СИСТЕМЫ	78
	7.1. Поток излучения. Энергетические величины	78
	7.2. Видимая область спектра. Световые величины.	81
	7.3. Коэффициенты отражения, поглощения, рассеяния	
	и пропускания.	85
	7.4. Яркость отраженных и преломленных пучков лучей	88
	7.5. Коэффициент пропускания оптической системы	92
	7.6. Световой поток, проходящий через оптическую	
	систему	97
	7.7. Освещенность изображения. Светосила	99
8.	ВЫЧИСЛЕНИЕ ХОДА РЕАЛЬНЫХ ЛУЧЕЙ ЧЕРЕЗ	
	ОПТИЧЕСКУЮ СИСТЕМУ	102
	8.1. Прохождение осевого пучка лучей через сферическую	
	поверхность	102
	8.2. Преломление элементарного наклонного пучка лучей	
	сферической поверхностью	105
	8.3. Выбор начальных данных для расчета хода лучей	111
9.	АБЕРРАЦИИ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ	113
	9.1. Монохроматические аберрации 3-го порядка	113
	9.2. Хроматические аберрации 1-го порядка	126
Л	итература	131

Учебное издание

АРТЮХИНА Нина Константиновна

ТЕОРИЯ И РАСЧЕТ ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учебное пособие

В двух частях

Часть 1

Редактор Е.И.Кортель. Корректор М.П.Антонова Компьютерная верстка Н.А.Школьниковой Подписано в печать 22.06.2004. Формат 60х84 1/16. Бумага типографская № 2. Печать офсетная. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 7,8. Уч.-изд. л. 6,1. Тираж 250. Заказ 363. Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет. Лицензия № 02330/0056957 от 01.04.2004. 220013, Минск, проспект Ф.Скорины, 65.