



*The mathematical model for numerical analysis of scaling of the ingots, moving with constant speed in the furnaces with graded heating and predetermined quantity of the temperature zones, is offered. The computer calculations of the temperature and scale lay forming at the ingot moving with constant speed in furnaces with five temperature zones are carried out.*

А. Н. ЧИЧКО, БНТУ, Н. В. АНДРИАНОВ, РУП «БМЗ»,  
А. С. БОРОЗДИН, БНТУ, В. А. ТИЩЕНКО, РУП «БМЗ»

УДК 621.771

## О ПУТЯХ ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОГО ОКИСЛЕНИЯ ДВИЖУЩИХСЯ СЛИТКОВ В ПЕЧАХ СО СТУПЕНЧАТЫМ НАГРЕВОМ

Одной из важнейших задач теории математического моделирования процессов нагрева является численное моделирование процессов образования окалины. Особенно актуальна эта задача при исследовании процессов тепловой обработки слитков в печах с многоступенчатым нагревом. Моделирование динамики изменения окалины в условиях изменяющихся температур среды является актуальной задачей. Однако математический аппарат, используемый в расчетах окалинообразования, в значительной степени феноменологический. В то же время синтез численного моделирования процессов нагрева и феноменологических уравнений роста окалины позволит разработать новые методы расчета окалинообразования, что имеет как теоретический, так и практический интерес для металлургии.

Цель данной работы – разработка математической модели, построенной на синтезе уравнений окисления металлов и теплопроводности и ее компьютерная реализация на основе клеточно-автоматного подхода для описания процесса высокотемпературного окисления заготовки в условиях ступенчатого нагрева в промышленных печах.

В основу математической модели скорости окисления положено температурное уравнение Аррениуса, описывающее константу скорости окисления  $k$  при постоянном давлении кислорода в нагревающей среде как функцию от температурного поля:

$$k = k_0 e^{-Q/RT}, \quad (1)$$

где  $k_0$  – константа;  $Q$  – энергия активации, кал/моль;  $R$  – газовая постоянная (1,986 кал/(град·моль));  $T$  – абсолютная температура, К.

Данная эмпирическая зависимость описывает многочисленные экспериментальные данные по скорости роста окалины на поверхности металлов и сплавов, находящихся в нагревательных печах [1–3]. Поскольку температура при нагревании в различных пространственных точках слитка различна как по величине, так и по скорости изменения, для моделирования температурного поля, входящего в уравнение (1), использовалось дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье:

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\lambda(T)}{c(T)\rho(T)} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right], \quad x, y, z, \tau \in \Omega, \quad (2)$$

где  $c(T)$  – функция теплопроводности; Дж/(кг·К),  $\rho(T)$  – функция плотности, кг/м<sup>3</sup>,  $\lambda(T)$  – функция теплоемкости, Вт/(м·К);  $\Omega$  – пространственно-временная область расчета.

Уравнения (1) и (2) представляют собой систему дифференциальных уравнений для моделирования температурного поля и процесса окалинообразования в пространственном объекте, помещенном в нестационарное температурное поле. Поскольку моделируемый слиток движется внутри неоднородного температурного поля, то для него требуется задание начальных и граничных условий как функций от его скорости движения. Для задания начальных и граничных условий, определяющих взаимодействие между нагревающей средой и поверхностью объекта, перемещающегося в печи с заданной скоростью и различными тепловыми зонами, была предложена следующая система уравнений:

$$T(x, y, z, \tau) = \begin{cases} T_0, \tau = 0, \\ T_1, 0 < \tau \leq \frac{L_1}{v}, \\ T_2, \frac{L_1}{v} < \tau \leq \frac{L_1 + L_2}{v}, \\ T_3, \frac{L_1 + L_2}{v} < \tau \leq \frac{L_1 + L_2 + L_3}{v}, \\ T_4, \frac{L_1 + L_2 + L_3}{v} < \tau \leq \frac{L_1 + L_2 + L_3 + L_4}{v}, \end{cases} \quad (3)$$

где  $T_0$  – начальная температура заготовки,  $n = 4$ ;  $T_i$  ( $i=1, 2, \dots, 4$ ) – значение температуры в  $i$ -й тепловой зоне, °С;  $L_i$  ( $i=1, 2, \dots, 4$ ) – протяженность  $i$ -й тепловой зоны, м;  $v$  – скорость движения пространственного объекта вдоль рабочего пространства печи, м/с.

Компьютерный вариант моделирования основан на численном решении уравнения (2) разностными методами с наложением пространственно-временной сетки следующего вида:

$$\begin{aligned} x_n &= nh_x \dots, (n = 0, 1, \dots, N), \\ y_m &= mh_y \dots, (m = 0, 1, \dots, M), \\ z_l &= lh_z \dots, (l = 0, 1, \dots, L), \\ \tau_k &= kh_t \dots, (k = 0, 1, \dots, K), \end{aligned}$$

где  $h_x = X/N$ ;  $h_y = Y/M$ ;  $h_z = Z/L$ ;  $h_t = t/K$ .

На 8-точечном шаблоне была составлена симметричная неявная схема с погрешностью аппроксимации  $O(h_t^2 + h_x^2 + h_y^2 + h_z^2)$ :

$$\frac{\hat{u}_{nml} - u_{nml}}{h_t} = \frac{1}{2} (\Lambda_x + \Lambda_y + \Lambda_z) \left( \hat{u}_{nml} + u_{nml} \right), \quad (4)$$

где разностные операторы имеют вид

$$\Lambda_x u_{nml} = a(u_{n+1,ml} - 2u_{nml} + u_{n-1,ml}) / h_x^2,$$

$$\Lambda_y u_{nml} = a(u_{n,m+1,l} - 2u_{nml} + u_{n,m-1,l}) / h_y^2,$$

$$\Lambda_z u_{nml} = a(u_{nm,l+1} - 2u_{nml} + u_{nm,l-1}) / h_z^2.$$

Далее по данной схеме строили экономичную локально-одномерную схему, решение которой осуществлялось при помощи метода прогонки. При проведении расчетов на ЭВМ данная вычислительная схема была реализована в программе моделирования теплофизических процессов, основанных на клеточно-автоматном подходе.

Согласно целям поставленного исследования, была построена компьютерная модель промышленной печи, состоящей из четырех тепловых зон с температурами  $T_1, T_2, T_3$  и  $T_4$  для каждой зоны соответственно. Протяженность каждой температурной зоны по  $L_1 = L_2 = L_3 = L_4 = L = 3,75$  м. Таким образом, общая длина рабочего пространства моделируемой печи составила 15 м. Пространство печи принималось заполненным воздухом со следующими теплофизическими характеристиками:  $\lambda = 0,034$  Вт/(м·К),  $c = 1009$  Дж/(кг·К),  $\rho = 1,29$  кг/м<sup>3</sup> и температурой, зависящей от конкретной тепловой зоны. В качестве материала для слитка была выбрана сталь марки 40Х с теплофизическими характеристиками, являющимися функциями от температуры слитка.

Геометрические размеры слитка были взяты следующими: 250x250x300мм. Начальная температура слитка принималось равной  $T_0 = 20$  °С. При численном моделировании процесса нагрева данный слиток двигался вдоль печи с равномерной скоростью  $v = 0,004$  м/с. Компьютерные расчеты проводили при пространственном шаге  $h_x = h_y = h_z = 0,02$  м и временном шаге  $h_t = 70$  с. На рис. 1 представлено схематичное изображение рабочего температурного пространства моделируемой печи (вид сверху).

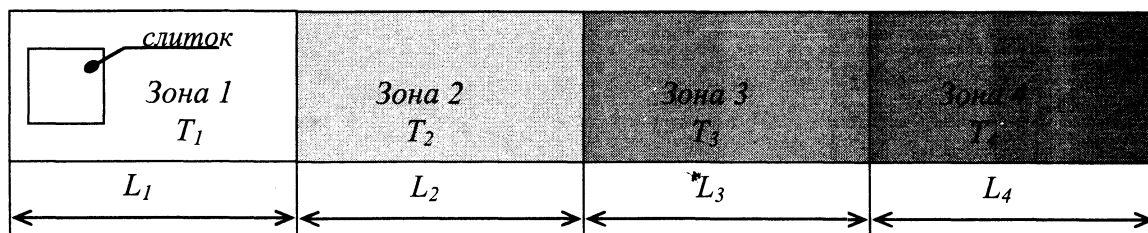


Рис. 1. Схема температурных зон слитка в рабочем пространстве печи

После расчета температурного поля слитка и рабочего пространства печи для поверхностного слоя слитка проводили расчет слоя образовавшейся окалины. Несмотря на то что при окислении железа образуется многослойная окалина[1], состоящая из оксидов  $Fe_2O_3$ ,  $Fe_3O_4$ ,  $FeO$ , каждый из которых, вообще говоря, может иметь собственный закон роста, при компьютерном моделировании рассчитывали усредненный слой общей окалины. Функция окисления, которая использовалась в расчетах, имеет вид

$$S(\tau, T) = 4,38\sqrt{\tau} \exp\left(-\frac{9000}{T}\right), \quad (7)$$

где  $S$  – толщина образованной окалины, мм;  $\tau$  – время нахождения объекта в печи, с;  $T$  – температура объекта окисляющейся поверхности, К.

На поверхности слитка были выбраны три контрольные точки. В процессе моделирования для данных точек вычисленные значения температуры и окалины сохранялись в текстовый файл для последующего анализа. На рис. 2 показаны поперечное сечение слитка и расположение выбранных контрольных точек.

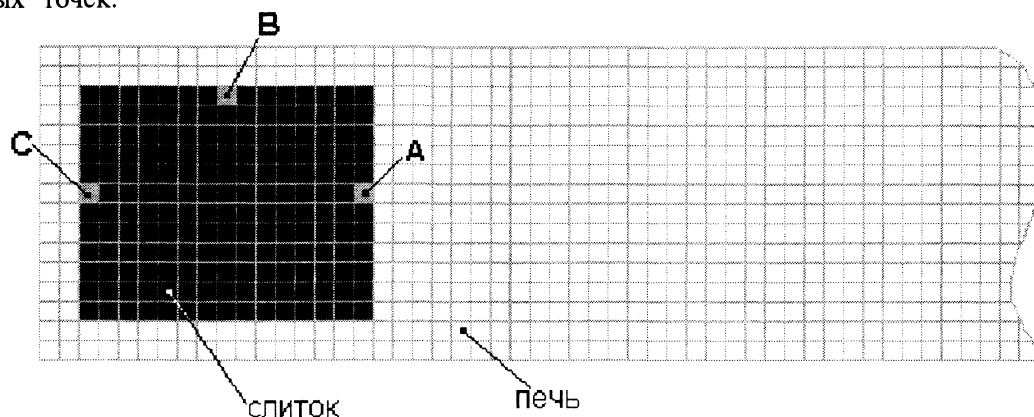


Рис. 2. Расположение контрольных точек на поверхности поперечного сечения слитка

При моделировании проводили варьирование значениями температур в зонах рабочего пространства печи. В таблице приведены технологические варианты температур, для которых проводили вычислительные эксперименты.

**Расчетные варианты конфигураций рабочего пространства объекта, движущегося в промышленной печи**

| Номер варианта | $T_1, ^\circ C$ | $T_2, ^\circ C$ | $T_3, ^\circ C$ | $T_4, ^\circ C$ |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1              | 800             | 800             | 800             | 800             |
| 2              | 200             | 400             | 600             | 800             |
| 3              | 100             | 200             | 500             | 800             |

Моделирование проводили для первых 3600 с процесса нагрева. За данный временной промежуток при указанной скорости движения заготовки слиток проходит вдоль всего рабочего пространства печи.

На рис. 3 изображены временные зависимости, описывающие динамику роста окалины для контрольных точек. Температурно-временные диаграммы, отражающие изменение температурного поля, для тех же точек представлены на рис. 4. На рис. 5 приведены поверхности, показывающие толщину слоя образовавшейся окалины для верхней грани слитка в момент его выхода из печи.

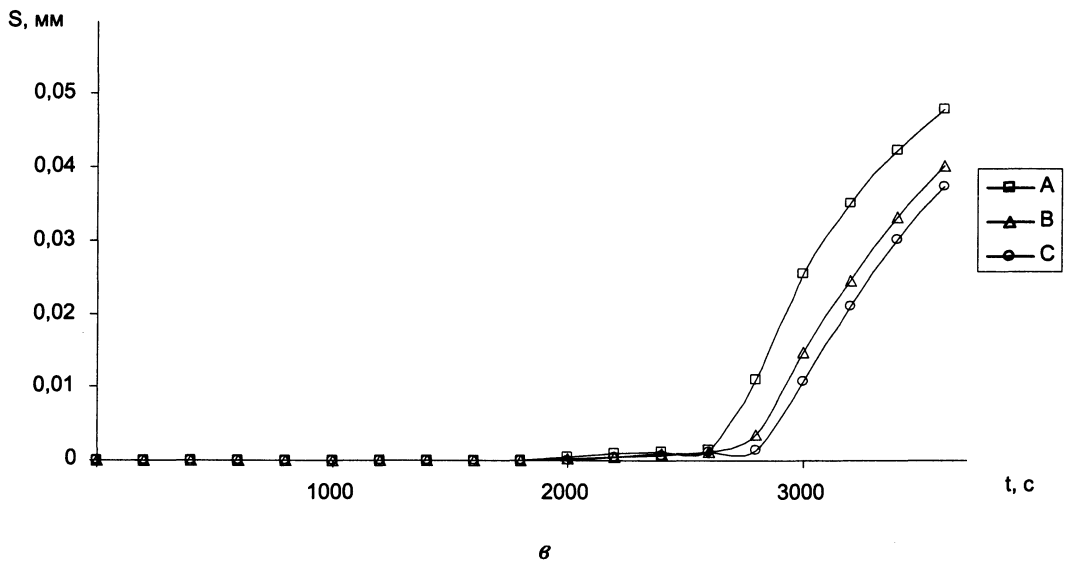
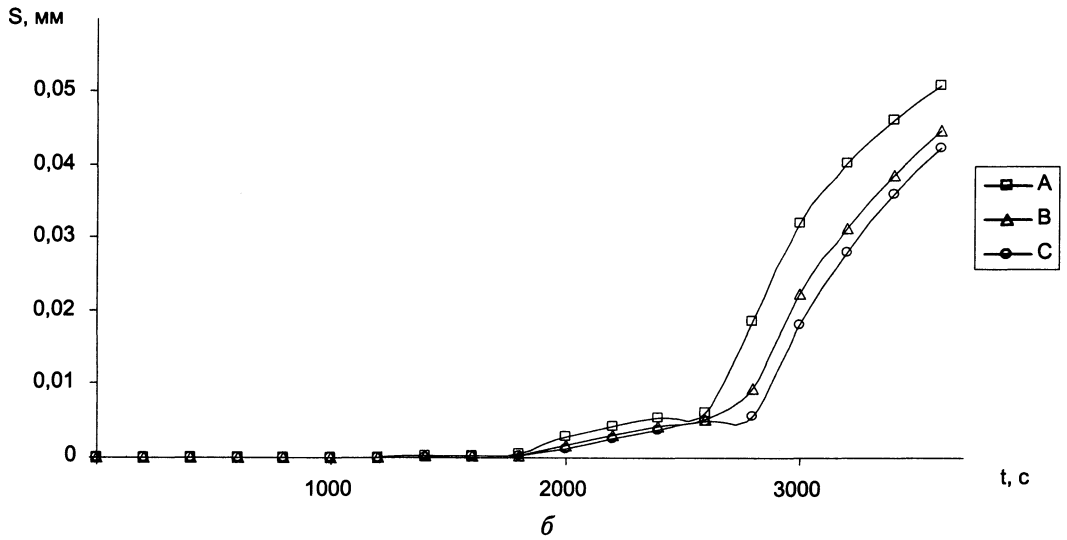
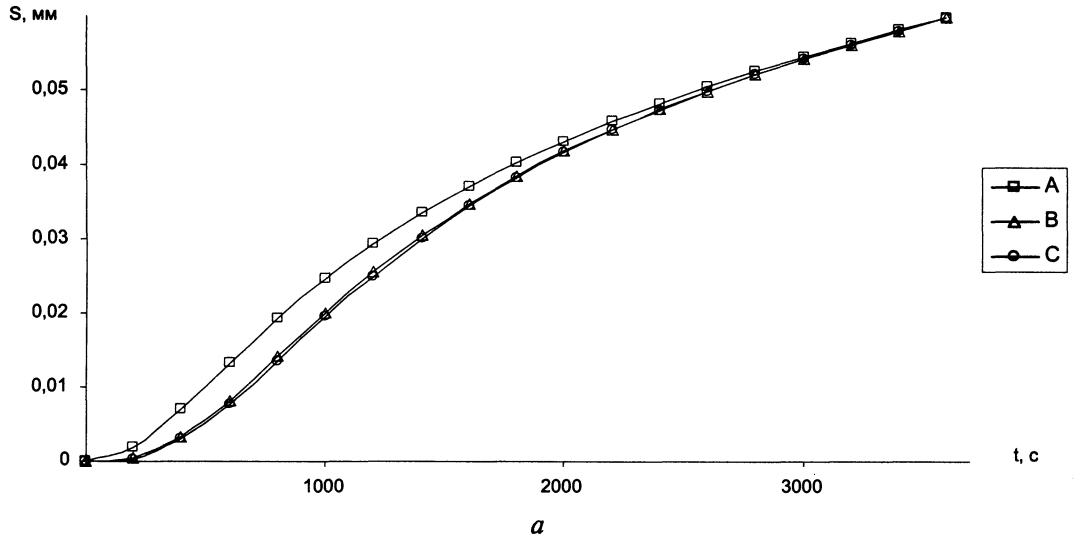


Рис. 3. Зависимости роста окалины от времени в контрольных точках слитка при его движении по температурным зонам для различных технологических вариантов: а -  $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = 800^{\circ}\text{C}$ ; б -  $T_1 = 200^{\circ}\text{C}$ ,  $T_2 = 400^{\circ}\text{C}$ ,  $T_3 = 600^{\circ}\text{C}$ ,  $T_4 = 800^{\circ}\text{C}$ ; в -  $T_1 = 100^{\circ}\text{C}$ ,  $T_2 = 200^{\circ}\text{C}$ ,  $T_3 = 500^{\circ}\text{C}$ ,  $T_4 = 800^{\circ}\text{C}$

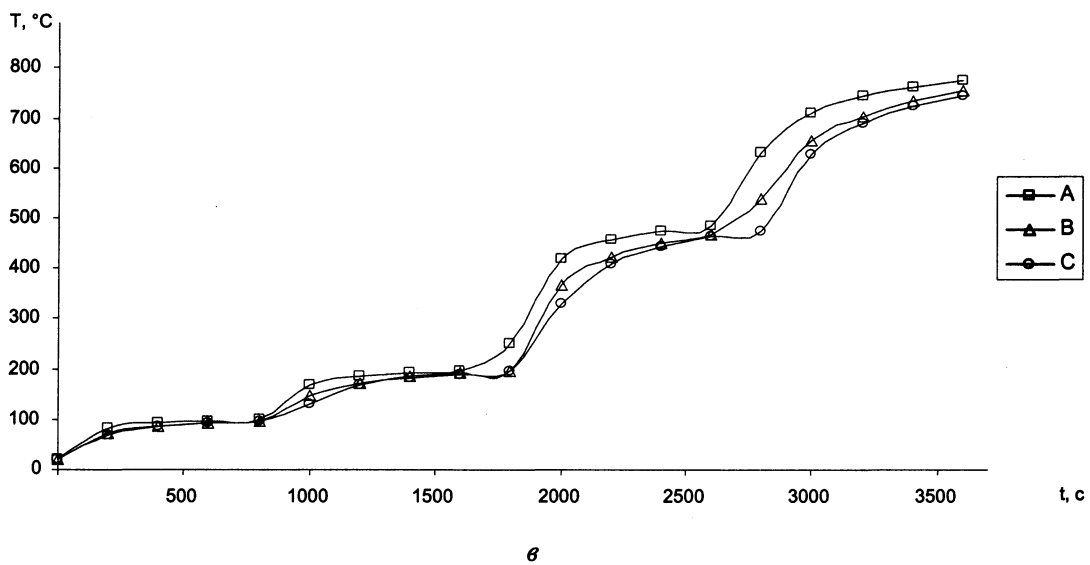
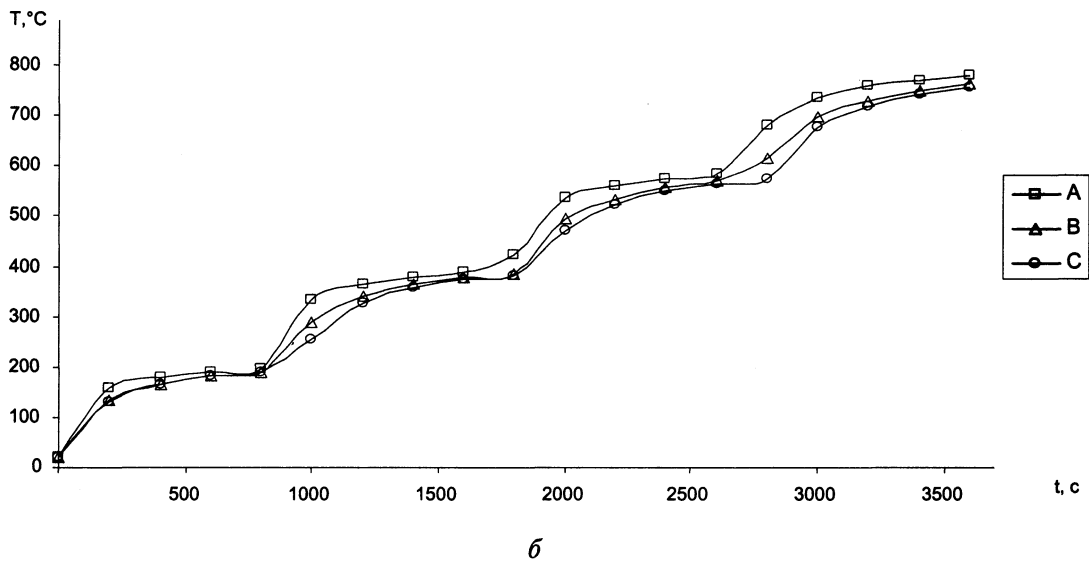
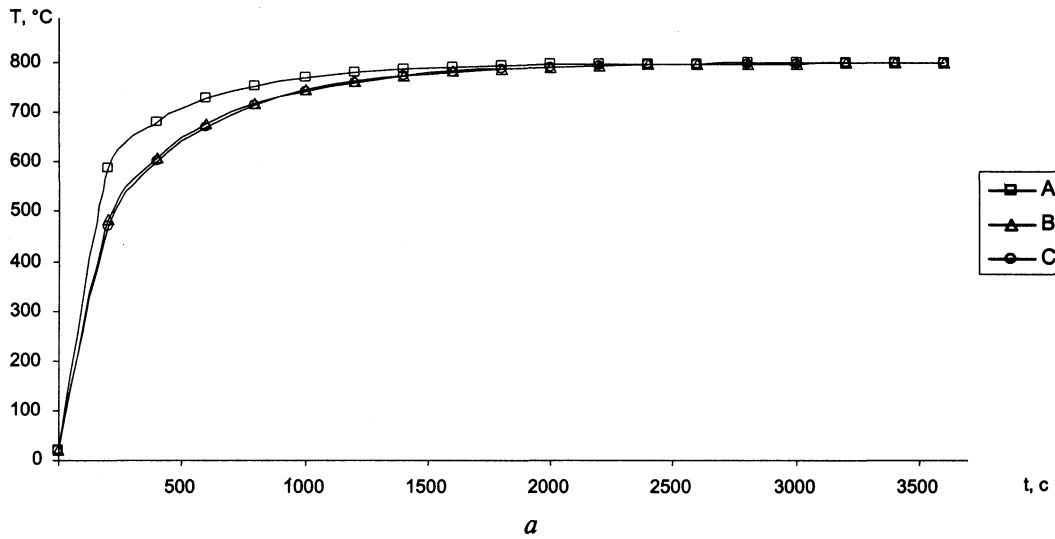


Рис. 4. Температурные зависимости в контрольных точках слитка при его движении по температурным зонам для различных технологических вариантов: а -  $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 800$  °C; б -  $T_1 = 200$  °C,  $T_2 = 400$  °C,  $T_3 = 600$  °C,  $T_4 = 800$  °C; в -  $T_1 = 100$  °C,  $T_2 = 200$  °C,  $T_3 = 500$  °C,  $T_4 = 800$  °C

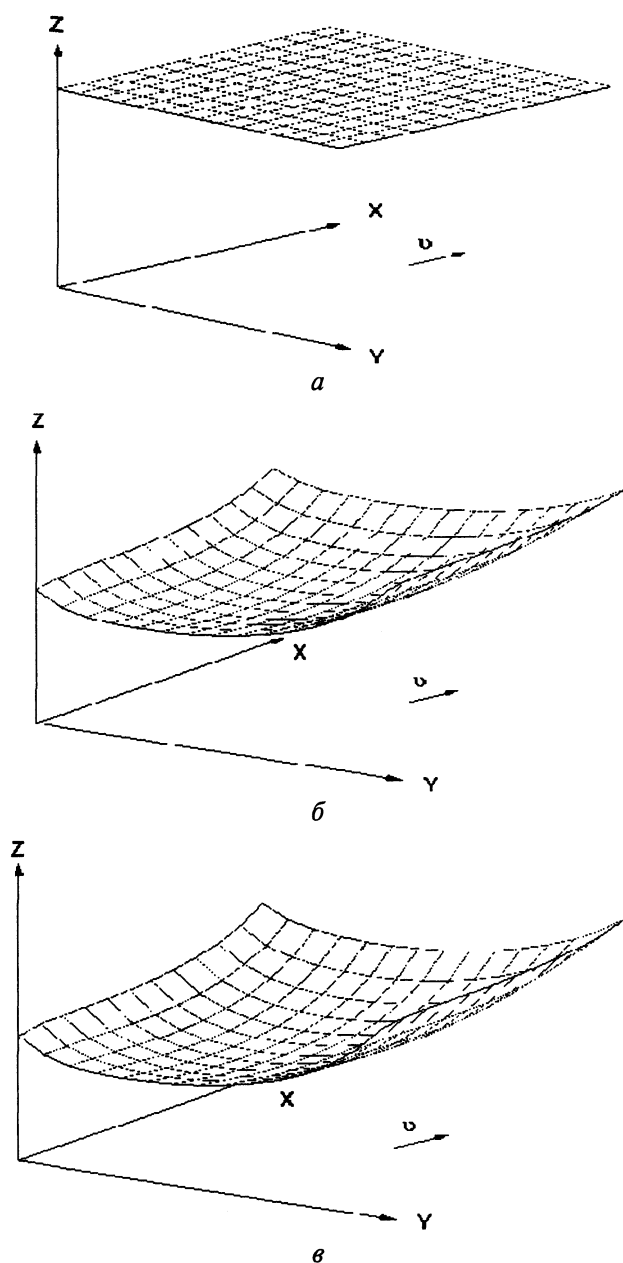


Рис. 5. 3D-поверхности, описывающие толщину слоя окислы на верхней грани слитка: а –  $T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T_5 = 800$  °С; б –  $T_1 = 200$  °С,  $T_2 = 400$  °С,  $T_3 = 600$  °С,  $T_4 = 800$  °С; в –  $T_1 = 100$  °С,  $T_2 = 200$  °С,  $T_3 = 500$  °С,  $T_4 = 800$  °С

Анализ полученных результатов показывает, что изменение температуры и роста окислы происходит ступенчато практически для всех точек слитка. Причем величина ступенек зависит от температуры зоны, в которую входит слиток. При равенстве температур в зонах происходит экспоненциальное изменение температуры без каких-либо скачков. Чем неоднороднее температурное поле печи, тем сложнее изменяется температура в контрольных точках слитка.

Таким образом, проведенное исследование позволяет предложить трехмерные компьютерные модели процессов теплообмена и окиснообразования для объектов сложной пространственной конфигурации, движущихся с заданной скоростью в неоднородном температурном поле. Данная работа может служить основой для разработки алгоритмов оптимизации промышленных режимов нагрева на основе численного моделирования процессов нагрева заготовок сложной пространственной конфигурации в промышленных печах.

#### Выводы

Предложена математическая модель для численного анализа окиснообразования слитков, движущихся с постоянной скоростью в печах со ступенчатым нагревом и заданным количеством температурных зон.

Представлены результаты компьютерных расчетов температуры и слоя окислы, формирующихся при движении слитка с постоянной скоростью в печах с пятью температурными зонами.

#### Литература

1. Кубашевский О., Гопкинс Б. Окисление металлов и сплавов. М.: Metallurgy, 1965.
2. Окисление металлов. Т. 1. Теоретические основы / Под ред. Ж. Бернара. М.: Metallurgy, 1967.
3. Кофстад П. Высокотемпературное окисление металлов. М.: Мир, 1969.
4. Чичко А.Н., Бороздин А.С. Численное моделирование процесса нагрева движущегося слитка // Литье и металлургия. 2003. №4. С. 60–63.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.