

Взаимосвязь между компонентами двухсолитонного решения уравнения Кортевега – де Фриза

Князев М.А.

Белорусский национальный технический университет

Нелинейное уравнение в частных производных Кортевега – де Фриза (КдФ) при помощи новой независимой переменной, соответствующей случаю распространяющихся волн, может быть записано в виде нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Для тривиального решения уравнение КдФ допускает авто-преобразование Бэклунда, которое позволяет в явном виде найти связь между односолитонным решением уравнения КдФ и уравнением Риккати. Такой подход к построению решения оказывается весьма эффективным, т.к. для решения уравнения Риккати дополнительно удается получить неоднородное дифференциальное уравнение третьего порядка, левая часть которого представляет собой производную Шварца [1].

Наряду с односолитонным решением уравнения КдФ, для решения практических задач широко используется также и его двухсолитонное решение. В этой связи представляет интерес исследовать, как изменится в этом случае вышеупомянутое дополнительное условие, которому должно удовлетворять решение уравнение Риккати. Данная задача была рассмотрена для двух случаев, когда соответствующие моменты времени, удалены достаточно далеко в прошлое или будущее относительно момента времени взаимодействия компонент двухсолитонного решения. В такой постановке двухсолитонное решение можно представить в виде суммы двух односолитонных компонент $y_1(x, t)$ и $y_2(x, t)$.

Если полностью пренебречь взаимодействием между решениями, соответствующими удаленному прошлому или будущему, то для каждой из компонент задача просто сводится к односолитонному случаю. Если же такое взаимодействие учитывать, то можно построить систему двух связанных нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений третьего порядка для функций $y_1(x, t)$ и $y_2(x, t)$. Используя данную систему уравнений, удается получить соотношение для компонент двухсолитонного решения, инвариантное относительно их перемены местами. В ряде частных случаев для этого соотношения удается получить решение в явном виде.

Литература:

1. Lidsey J.E. Cosmology and the Korteweg - de Vries equation // <http://xxx.lanl.gov> (arXiv: astro-phys/1205.5641).