УДК 517.949.2

Некоторые свойства ограниченных решений почти периодических дискретных систем

Кулага В.М., Яско Ф.Ф.
Полоцкий государственный университет

Рассмотрим почти периодическую систему

$$f\left(n, x\left(n+k_1\right), x\left(n+k_2\right), \ldots, x\left(n+k_q\right)\right)=0\left(n \in Z^m\right). \qquad (1)$$

Определение 1. Следуя Америо, ограниченное решение $x(n)\in B$ $\left(n \in Z^m\right)$ почти периодической системы (1), где B – компактное множество, назовем разделенным во множестве $Z^m \times B$, если или оно единственное в B, или для всякого другого ограниченного решения $y(n)\in B$ при $n \in Z^m$ выполнено неравенство

$$\inf_{n\in Z^m} \| \; x(n)-y(n) \; \|_{C^m} > 0 .$$

Определение 2. Будем говорить, что множества значений решений $A\left(x_i(n)\right)$, $i=1,2,\ldots,N$, системы (1) отделимы, если $\overline{A\left(x_i(n)\right)} \cap \overline{A\left(x_j(n)\right)} = \varnothing$ при $i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \ldots, N.$

Теорема 1. Если почти периодическая система (1) имеет ограниченные решения $x_1(n),\ x_2(n),\ldots,\ x_n(n)$ при $n \in Z^m$, множества значений которых отделимы (B – компактное множество), а ограниченные решения из B при $n \in Z^m$ всех присоединенных систем разделены в $Z^m \times B$, то все эти ограниченные решения почти периодические.

Теорема 2 (Дискретный аналог теоремы Фавара).

Если каждая присоединенная однородная система не имеет ограниченных тривиальных решений, то для любой неоднородной системы $\sum_{k\in Z^m} A(\,n,k)\,x(\,n+k\,)=f\,(x)$, где $A(\,n,k\,)$ - почти периодическая по n матрица, $f\,(n)$ - почти периодическая функция, ее ограниченное решение, если оно существует, является почти периодическим.

Литература:

1. Яско Ф.Ф. Об устойчивости стохастических разностных систем // Тезисы докладов X Белорусской математической конференции, Минск, 3-7 ноября 2008 г. – Минск, 2008. – Ч. III. – С. 87.