

ОЦЕНКА УСИЛИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА УСТАНОВЛЕННЫЙ ПРОТЕЗ ТИПА TORP, ПРИ ТИМПАНОСТАПЕДОПЛАСТИКЕ СРЕДНЕГО УХА

Славашевич И. Л., Михасев Г. И.

Biomechanical model of the reconstructed middle ear subjected to tympanostapedoplasty is proposed. The basic goal of this paper is to study the stress-strain state of the reconstructed eardrum and evaluate forces acting on the embedded prosthesis from the both cochlear liquid and the round window membrane.

Воспалительный процесс в среднем ухе может привести к перфорации барабанной перепонки, повреждению слизистой оболочки, слуховых косточек и слухового нерва. Тимпаноластика - это операция направленная на ликвидацию воспалительного (гнойного) процесса в ухе, закрытие перфорации барабанной перепонки и восстановление трансмиссионного механизма слуховых косточек. Отложение солей, которому более всего подвержена стремени косточка, может приводить к отосклеротическому анкилозу стремени – его частичной или полной фиксации. При данной патологии в клинической практике часто прибегают к стапедопластике - установке протеза, замещающего стремя. Данная операция предполагает фенестрацию овального окна, заключающуюся в высверливании отверстия в подножной пластинке, через которое вводится ствол протеза в улитку внутреннего уха [1]. Наиболее сложным является случай тотальной реконструкции, предполагающий одновременно тимпаноластику и стапедопластику с фенестрацией подножной пластинки [2]. При данном виде реконструкции основание введенного протеза типа TORP [3] упирается в восстановленную барабанную перепонку, а его конец покоится в кохlearной жидкости улитки. Особенность данной операции заключается не только в технологической сложности, но и в ее клинических последствиях. Одним из таких последствий является слабая устойчивость введенного протеза, ибо жесткость подобной восстановленной колебательной системы полностью определяется не упругими свойствами связки овального окна (ввиду отсутствия их деформаций из-за отложения солей), а степенью натяжения барабанной перепонки круглого окна [3, 4].

Основной целью данной работы является оценка усилия, действующего на стержень протеза со стороны жидкости улитки, которое и обеспечивает устойчивое положение протеза. Отдельная задача – определение напряженно-деформированного состояния реконструированной тимпанальной мембраны (ТМ). Излишние напряжения в ТМ приводят к смещению спектра собственных частот восстановленной колебательной системы [5]. Степень искажения собственных частот может быть значительной и приводить к заметной потере порога восприимчивости звукового сигнала. Аналогичные задачи об оценке НДС в среднем ухе при различных технологиях реконструкции ТМ ранее рассматривались в работах [6 – 8].

Восстановленную колебательную систему среднего уха будем моделировать как систему, состоящую из круглой пластинки радиуса a , изготовленной из хрящевого имплантата, и сопряженного с ней твердого тела, моделирующего протез типа TORP (рис. 1). Данный протез состоит из круглой недеформируемой пластинки (основания) радиуса b и жестко сопряженного с ней под некоторым углом γ стержня длиной l . Обозначим через l_{\min} расстояние от центра основания протеза (точки O) до подножной пластинки стремени. Пусть $\Delta l = l - l_{\min}$ - положительное приращение длины стержня, наличие которого необходимо для устойчивого положения протеза.

Рассмотрим здесь случай, когда центры восстановленной ТМ и основания протеза совпадают. Данное предположение вызвано не только необходимостью упро-

щения задачи, но и выводами, сделанными в статье [8]. В соответствии с результатами данных исследований, наиболее предпочтительной технологией установки протеза, обеспечивающей минимальный уровень потенциальной энергии преднапряженной системы, является технология, когда основание протеза размещается к центру ТМ настолько близко, на сколько это позволяет индивидуальная архитектура среднего уха. Будем считать, что основание протеза и хрящевой имплантат жестко склеены, тогда ТМ можно рассматривать как кольцевую пластинку с внутренним и внешним радиусами b и a соответственно.

Введем глобальную декартову систему координат (СК) $Oxyz$, связанную с центром ТМ как это показано на рис. 1. Здесь ось Oz направим в сторону внешнего уха, а ось Oy – по линии “*malleus manubrium*”, то есть вдоль линии сопряжения молоточка с тимпанальной мембраной в норме.

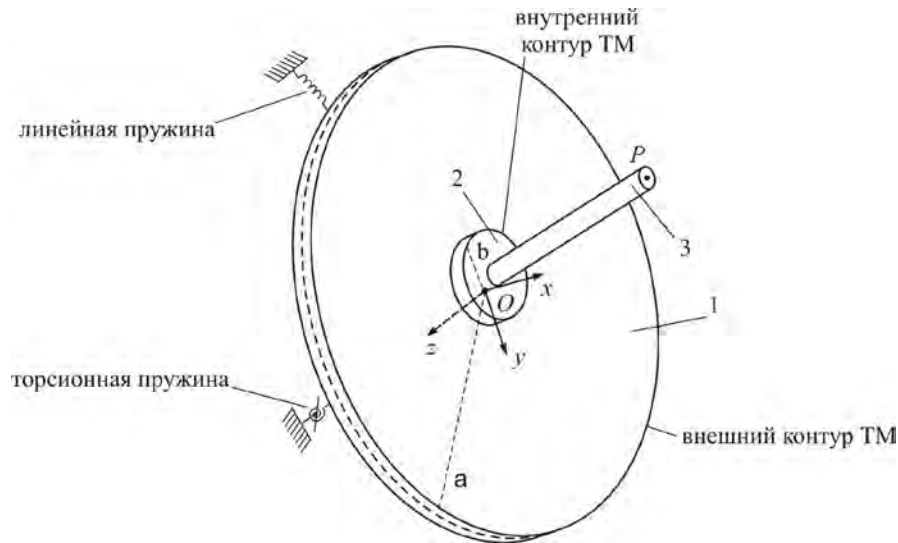


Рис. 1. Геометрическая модель реконструированного среднего уха: 1 – восстановленная ТМ радиуса a ; 2 – протез типа TORP.

В качестве уравнений равновесия восстановленной ТМ, рассмотрим уравнение равновесия кольцевой пластинки, которые в полярной системе координат $Or\phi$ (см. рис. 2) имеют вид [9]:

$$D\Delta^2 w = P_s, \quad r \frac{\partial T_1}{\partial r} + T_1 - T_2 + \frac{\partial S}{\partial \phi} = 0, \quad r \frac{\partial S}{\partial r} + 2S + \frac{\partial T_2}{\partial \phi} = 0, \quad (1)$$

где

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}, \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}, \quad K = \frac{Eh}{1-\nu^2}.$$

$$T_1 = K \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\nu}{r} u + \frac{\nu}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right), \quad T_2 = K \left(\nu \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} u + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right),$$

$$S = \frac{K(1-\nu)}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r} v + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \phi} \right).$$

Здесь Δ - оператор Лапласа, E и ν – модуль упругости и коэффициент Пуассона пластинки (хряща) соответственно, h – толщина пластины, w , u , v – нормальное, радиальное и касательное перемещения точек пластины, T_1, T_2, S мембранные усилия в ТМ, вызванные установкой протеза, P_s - разность статического атмосферного давления и давления в полости среднего уха.

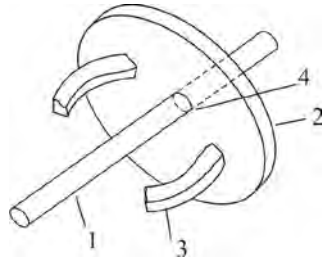


Рис. 2. Ствол протеза, введенный в отверстие подножной пластинке стремени: 1 – ствол протеза; 2 – подножная пластина; 3 – остатки ножек стремени; 4 – отверстие в подножной пластинке.

При деформации пластинки протез совершает некоторое перемещение. За метим, что данное перемещение является поступательным ввиду наличия направляющего отверстия в подножной пластинке (см. рис. 2). Обозначим перемещение основания протеза (то есть внутреннего контура ТМ) вдоль осей Or , Oz соответственно через u_p , w_p . Принимая во внимание жесткое склеивание основания протеза с ТМ, выпишем граничные условия при $r = b$ в виде:

$$w|_{r=b} = w_p, \quad \frac{\partial w}{\partial r}|_{r=b} = 0, \quad u|_{r=b} = -u_p \cos \varphi, \quad v|_{r=b} = u_p \sin \varphi. \quad (2)$$

На внешнем контуре (тимпанальном кольце) восстановленной ТМ рассмотрим условия упругой заделки [10]:

$$(k_l w + Q)|_{r=a} = 0, \quad (k_t \frac{\partial w}{\partial r} + M_1)|_{r=a} = 0, \quad u|_{r=a} = 0, \quad v|_{r=a} = 0, \quad (3)$$

где $k_l = 1.5 \times 10^5$ Н/м·м, $k_t = 1.0 \times 10^{-4}$ Нм/м – коэффициенты линейной и торсионной жесткости тимпанального кольца [10]. Здесь [9]

$$Q = \left(Q_1 - \frac{1}{r} \frac{\partial H}{\partial \varphi} \right), \quad H = (1 - \nu) D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right),$$

$$Q_1 = -D \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right), \quad M_1 = D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{\nu}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right), \quad (4)$$

где Q_1, M_1, H – перерезывающая сила, изгибающий и крутящий моменты, действующие в срединной поверхности пластинки.

В положении равновесия протез испытывает силы F_{st} , R , Q_p , M_p (рис. 3). Здесь F_{st} – сила, являющаяся мерой взаимодействия с внутренним ухом и возникающая в результате деформации мембраны круглого окна, R – сила реакции стенки в высверленном отверстии в подножной пластинке стремени, а Q_p , M_p – равнодействующие перерезывающих сил и изгибающих моментов, возникающих вдоль внутреннего контура $r = b$ со стороны ТМ. Уравнения равновесия протез запишутся в виде:

$$\begin{aligned} Q_p - F_{st} \cos \gamma - R \sin \gamma &= 0, \\ T_p - F_{st} \sin \gamma + R \cos \gamma &= 0, \\ M_p - R l_0 &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

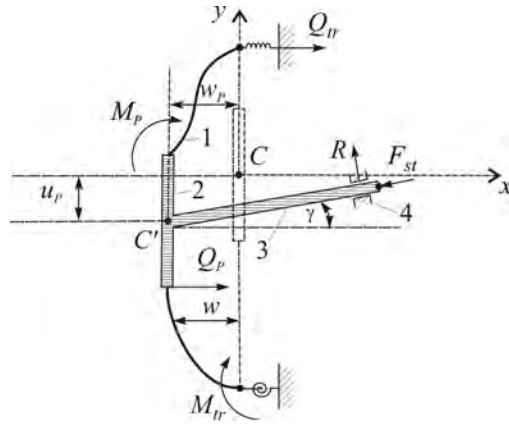


Рис. 3. Механическая модель колебательной системы «ТМ-протез»: 1 – реконструированная ТМ; 2 – основание протеза; 3 – ствол протеза; 4 – подножная пластина стремени.

где

$$F_{st} = k\delta l, \delta l = l - l_0 - \sqrt{u_p^2 + w_p^2} = \Delta l - \sqrt{u_p^2 + w_p^2}.$$

Здесь δl - длина части ствола протеза, вошедшей в кохлеарную жидкость, $k = 8\pi T_0 (S/S_0)^2$ - коэффициент «жесткости» системы «кохлеарная жидкость - мембрана круглого окна» [11], $S_0 = \pi R_0^2$ - площадь круглого окна, T_0 - сила натяжения мембраны круглого окна.

Найдем равнодействующие сил и моментов, действующих на протез со стороны ТМ. Данные величины находятся путем интегрирования обобщенных перерезывающих сил и соответствующих моментов по всему внутреннему контуру ТМ:

$$\begin{aligned} Q_p &= \int_0^{2\pi} [Q_1 b]_{r=b} d\phi, \quad T_p = b \int_0^{2\pi} [T_1 \cos \phi + S \sin \phi]_{r=b} d\phi, \\ M_p &= M_{pM} + M_{pQ}, \\ M_{pM} &= b \int_0^{2\pi} [M_1]_{r=b} d\phi, \quad M_{pQ} = b^2 \int_0^{2\pi} [Q_1]_{r=b} \sin \phi d\phi. \end{aligned} \quad (6)$$

Решение краевой задачи (1), (2) и (3) будем искать в виде:

$$\begin{aligned} w &= w_0(r), \\ u &= u_0(r) + u_0^c(r) \cos \phi + u_0^s(r) \sin \phi, \\ v &= v_0(r) + v_0^c(r) \cos \phi + v_0^s(r) \sin \phi. \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя (7) в уравнение (1), находим:

$$\begin{aligned} w_0 &= A_0 + B_0 r^2 + C_0 \ln r + D_0 r^2 \ln r + \frac{P_s}{64D} r^4 \\ u_0(r) &= C_{0,1} r + C_{0,2} \frac{1}{r}, \quad v_0(r) = C_{0,3} r + C_{0,4} \frac{1}{r}, \\ u_0^c(r) &= (1-3\nu)C_{1,1} r^2 + C_{1,2} \frac{1}{r^2} + C_{1,3} (3-\nu)^2 \ln r - C_{1,3} (1-\nu^2) - C_{1,4}, \\ v_0^c(r) &= (5+\nu)C_{1,1} r^2 + C_{1,2} \frac{1}{r^2} - C_{1,3} (3-\nu)^2 \ln r - 2C_{1,3} (1+\nu) + C_{1,4}, \\ u_0^s(r) &= (1-3\nu)C_{1,5} r^2 + C_{1,6} \frac{1}{r^2} + C_{1,7} (3-\nu)^2 \ln r - C_{1,7} (1-\nu^2) - C_{1,8}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$v_0^s(r) = -(5 + \nu)C_{1,5}r^2 - C_{1,6} \frac{1}{r^2} + C_{1,7}(3 - \nu)^2 \ln r + 2C_{1,7}(1 + \nu) - C_{1,8}.$$

Подставляя соотношения (8) в граничные условия (2), (3), получим значения неизвестных постоянных, которые в силу громоздкости здесь не приводятся; отметим лишь, что $C_{0,1} = C_{0,2} = C_{0,3} = C_{0,4} = 0$.

Подстановка соотношений (6) в уравнения (5) с учетом (7), (8) приводит к трем уравнениям относительно трех параметров u_p , w_p , R , характеризующих ориентации протеза в полости среднего уха и напряженно-деформированное состояние реконструированной ТМ. В самом деле, вычислив перемещения u_p , w_p , можно найти и напряжения в восстановленной барабанной перепонке.

Были выполнены расчеты для модели с параметрами $b = 1.5$ мм, $a = 5$ мм, $E = 3.4$ Н мм⁻², $\gamma = 5\pi/18$, $\nu = 0.4$, $k_l = 0.075$ Н мм⁻², $k_t = 6.5 \cdot 10^{-5}$ Н, $R_0 = 10^{-3}$ м при различных значениях силы натяжения T_0 мембраны круглого окна. Результаты представлены на рис. 4 в виде графиков зависимости величины силы F_{st} и смещений w_p и u_p от приращения длины протеза $\Delta l = l - l_0$.

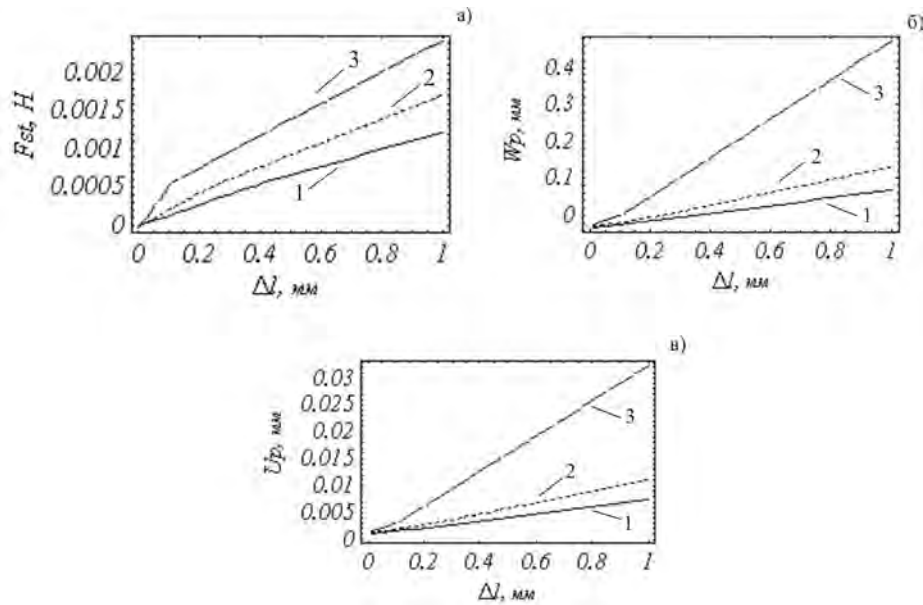


Рис. 4. Характеристики напряженно-деформированного состояния: 1 - $T_0 = 10^{-5}$ Н/м;

2 - $T_0 = 3 \cdot 10^{-5}$ Н/м; 3 - $T_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ Н/м.

Как видно, для рассмотренного типа тотальной реконструкции среднего уха, зависимости всех анализируемых величин от приращения длины протеза носят характер, близкий к линейному, что дает возможность легко определять длину вводимого протеза. Напомним, что при реконструкции, предусматривающей тимпаноластику и установку протеза типа PORP между восстановленной ТМ и головкой стремени, функциональная зависимость между напряжениями в сочленении «протез-стремя» и длиной протеза носит более сложный характер - при значениях параметра $\Delta l > 0.4$ мм имеет место ярко выраженная нелинейность (см., например, работу [8]). Заметим также, что усилия F_{st} , действующие на протез со стороны кохlearной жидкости, на порядок ниже аналогичных сил, возникающих в звене «протез-стремя» для всех ранее рассмотренных технологий реставрации ТМ [6 - 8]. Низкая жесткость

рассмотренной здесь реконструированной колебательной системы объясняется тем, что она полностью определяется силой упругого противодействия мембраны круглого окна [2, 4]. Таким образом, если учесть, что у некоторых людей почти вся жесткость системы в норме приходится на кольцевидную связку стремени, а не на силу противодействия со стороны мембраны круглого окна, то возникает проблема устойчивости установленного протеза. Данная задача может быть решена путем модификации вводимого протеза, которая будет рассмотрена нами в последующих исследованиях.

Данная работа выполнена по заданию «Механика 4.09» Государственной комплексной программы научных исследований ГКПНИ «Механика» в Республике Беларусь на 2006–2010 гг.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hüttenbrink, K.-B. Mechanical aspects of middle ear reconstruction / K.-B. Hüttenbrink // Middle Ear Mechanics in Research and Otosurgery (Hüttenbrink, K.-B., eds). – Dresden: Dept. of Oto-Rhino-Laryngology, Univ. of Technology, 1997. – P. 165-168.
2. Вульштейн Х. Слухулучшающие операции. – М: Медицина, 1972.
3. <http://www.kurz.med.com/>
4. Békésy, G von. The structure of the middle ear and the hearing of one's own voice by bone conduction // J. Acoust. Soc. Am., 1949, Vol. 21, P. 217–232.
5. Любина, Е.А. Влияние сил натяжения восстановленной барабанной перепонки, вызванных введением протеза, на собственные частоты колебательной системы реконструированного среднего уха / Е.А. Любина, Г.И. Михасев // Механика-2007: Сб. науч. тр. III Белорусского конгресса по теорет. и прикл. механике (под общ. ред. акад. М.С. Высоцкого), Минск, 16-18 окт., 2007г. – Минск: ОИМ НАН Беларуси, 2007. – С. 399–405.
6. Ермоченко С.А. Расчет напряженно-деформированного состояния среднего уха при его тотальной реконструкции с учетом влияния остатков тимпанальной мембраны / С.А. Ермоченко, Г.И. Михасев, Л.Г. Петрова // Российский журнал биомеханики. – 2008. – Т.12, №3 (41). – С. 24–36.
7. Михасев, Г. И. Статическая модель среднего уха, подвергнутого реконструкции с использованием технологии тимпаноластики «large island». Часть II: напряженно-деформированное состояние / Г. И. Михасев, С. А. Ермоченко // Механика машин, механизмов и материалов. – 2009. – №3(8). – С. 86 - 90.
8. Mikhasev G. On the strain–stress state of the reconstructed middle ear after inserting a malleus – incus prosthesis / G. Mikhasev, S. Ermochenko, M. Bornitz // Mathematical Medicine and Biology, Nov2009; doi:10.1093/imammb/ dqp020. - P. 1 - 24.
9. Товстик П.Е. Устойчивость тонких оболочек. М.: Наука. Физматлит. 1995. 320с.
10. Wada, H. Three-dimensional finite-element method (FEM) analysis of the human middle ear / H. Wada, T. Koike, T. Kobayashi // Middle Ear Mechanics in Research and Otosurgery (Hüttenbrink, K.-B., eds). – Dresden: Dept. of Oto-Rhino-Laryngology, Univ. of Technology, 1997. – P. 76–81.
11. Чигарев А.В. Биомеханика: Учебное пособие/ А.В. Чигарев, Г.И. Михасев. – Мн.: УП «Технопринт», 2004. – 306с.