ЛИТЕЙНОЕ ПРОИЗВОДСТВО

The formulas allowing to determine the dynamics of travel of the particle with predetermined density and radius in the melt traveling in gating system are received on basis of equations of the particle dynamics in melt. The presented mathematical apparatus determines the physical conditions of floating catching the particles and their moving in area of the gating system channels.

Ф. С. ЛУКАШЕВИЧ, С. Г. ЛИХОУЗОВ, О. И. ЧИЧКО, БНТУ

УДК 519:669.27

О ФИЗИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ ДВИЖЕНИЯ ШЛАКОВОЙ ЧАСТИЦЫ В СТОЯКЕ ЛИТНИКОВОЙ СИСТЕМЫ

При разработке литниковых систем отливок одним из важнейших вопросов является оценка характера движения шлаковых частиц в системе «стояк – литник – питатель». Для этого в теории литейных процессов предложены полуэмпирические соотношения между площадями стояка, шлакоуловителя и питателя вида [1]:

$$F_с : F_п : F_ш = a_1 : a_2 : a_3, \tag{1}$$

где a_1, a_2, a_3 – эмпирические коэффициенты, характеризующие тип литниковой системы и сплава, определяемые на основе опыта; $F_с$, $F_п$, $F_ш$ – площадь сечения стояка, питателя, шлакоуловителя литниковой системы.

Анализ литературных данных, посвященных литниковым системам, показывает, что общепринятых уравнений движения частиц в расплавах до сих пор нет [2]. Это связано с тем, что в общем случае законы движения расплава и частицы в литниковой системе подчиняются уравнению Навье–Стокса. Поэтому при рассмотрении движения частиц в таком скоростном потоке необходимо это учитывать. Наиболее полное решение задачи о движении частицы в расплаве можно получить, решая для частицы уравнения Навье–Стокса при учете движения расплава. Однако сделать это в настоящий момент теоретически сложно, так как многие особенности движения частиц в литниковой системе в расплавах еще не определены, так как литниковая система представляет собой трехмерную систему. В настоящей работе предлагается физический подход, позволяющий упрощенно, исходя из законов движения механики, рассмотреть движение частиц в скоростном потоке, предполагая ее движение в системе отсчета, связанной с движущимся расплавом. В частности, проведен анализ движения шлаковой частицы под действием сил тяжести и силы Архимеда в поле движущегося скоростного потока расплава с учетом основных особенностей литниковой системы.

Цель настоящей работы – разработка математического аппарата и вывод уравнений для описания движения шлаковой частицы в скоростном потоке расплава литниковой системы.

Предположим, что в момент возникновения частицы в стояке пространство литниковой системы заполнено расплавом. В этом случае для движущейся частицы можно выделить следующие направления действующих сил и скоростей в стояке (рис. 1) и в переходной области литникового канала (рис. 2). Тогда скорость движения частицы может быть описана приближенно из законов сохранения

$$\upsilon_п = \sqrt{2gh_п}, \tag{2}$$

где $\upsilon_п$ – скорость потока на уровне питателя.

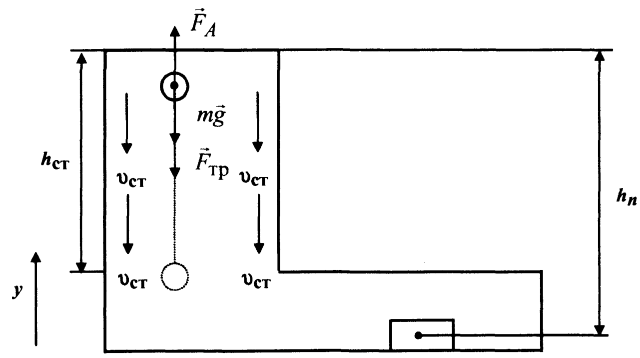

Рис. 1. Перемещение частицы в стояке

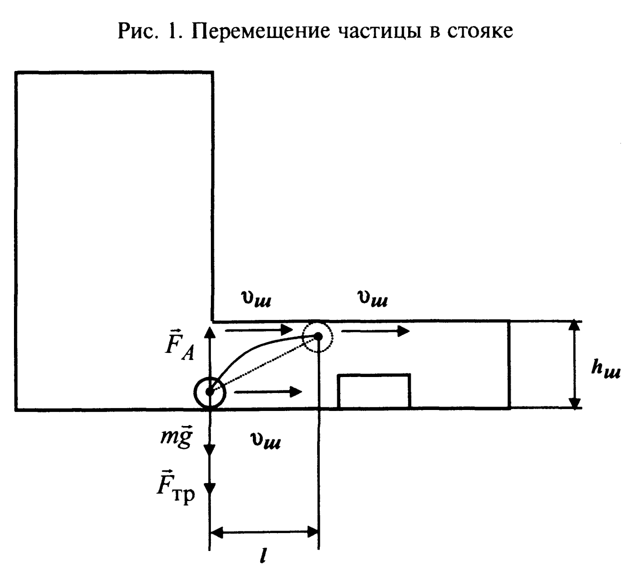

Рис. 2. Перемещение частицы в переходном литниковом канале

Используя условие неразрывности скоростного потока расплава, можно определить скорость частицы в стояке:

$$\upsilon_{п} S_{п} = S_{ст} \upsilon_{ст} ,$$

$$\upsilon_{ст} = \frac{S_{п}}{S_{ст}} \sqrt{2gh_{п}} , \qquad (3)$$

где $S_{п}$, $S_{ст}$ – площадь сечения питателя и стояка; $\upsilon_{п}$, $\upsilon_{ст}$ – скорость потока в питателе и стояке.

При движении частицы в стояке возможно несколько вариантов ее движения. Первый случай соответствует варианту всплывания частицы вверх при перемещении частицы под действием силы тяжести в скоростном потоке. Закон движения из уравнения Ньютона в векторной форме будет иметь вид

$$\vec{F}_A + \vec{m}g + \vec{F}_{тр} = m\vec{a} , \qquad (4)$$

где a – ускорение частицы в потоке; $\vec{F}_A$ – сила Архимеда для частицы; $\vec{F}_{тр}$ – сила трения (направление вниз, так как частица всплывает); m – масса частицы.

Проекция уравнения движения частицы по вертикальной оси в потоке имеет вид (принимаем, что система отсчета движения частицы связана с потоком скорости)

$$F_A - mg - F_{тр} = ma , \qquad (5)$$

$$F_a = V\rho_{ж} g , \qquad F_{тр} = kS\frac{\upsilon^2}{2}\eta ,$$

где V – объем частицы; $\rho_{ж}$ – плотность расплава; k – коэффициент, характеризующий поверхность частицы; S – проекция контура частицы на плоскость, перпендикулярную направлению движения частицы; η – динамическая вязкость жидкости.

Преобразовывая уравнение (5) для частицы (индекс ч), можно получить

$$V_{ч}\rho_{ж} g - mg - \frac{1}{2}\kappa_{ч} S_{ч} \upsilon^2 \eta = ma_{ч} . \qquad (6)$$

Для простоты предположим, что частица имеет сферообразную поверхность и используем условия

$$V = \frac{4}{3}\pi R_{ч}^3 , \qquad (7)$$

$$S = \pi R_{ч}^2 , \qquad (8)$$

где $R_{ч}$ – радиус частицы.

Тогда уравнения (7) и (8) используем для вычисления массы

$$m = \frac{4}{3}\pi R_{ч}^3 \rho_{ч} , \qquad (9)$$

где $\rho_{ч}$ – плотность частицы.

Уравнение (6) после подстановки (7)–(9) имеет вид

$$\frac{4}{3}\pi R_{ч}^3 \rho_{ж} g - \frac{4}{3}\pi R_{ч}^3 \rho_{ч} g - \frac{1}{2} k_{ч} \pi R_{ч}^2 \upsilon^2 \eta = \frac{4}{3}\pi R_{ч}^3 \rho_{ч} a_{ч} . \qquad (10)$$

После несложных преобразований (10) можно найти уравнение движения частицы в стояке

$$\rho_{ж} g - \rho_{ч} g - \frac{3}{8}\frac{k_{ч}\upsilon_{ч}^2 \eta}{R_{ч}} = \rho_{ч} a_{ч} . \qquad (11)$$

Рассмотрим различные варианты движения частицы в элементах литниковой системы на основе уравнения (11).

Условие попадания частицы в шлаковик. Частица, двигаясь ускоренно относительно потока, через некоторое время достигает максимально возможной скорости υ_{max}, при которой дальнейшему росту будет препятствовать сила трения. Тогда условием попадания частицы в шлаковик будет

$$\upsilon_{max} < \upsilon_{ст} , \qquad (12)$$

где υ_{max} – максимальная скорость частицы относительно потока.

Значение υ_{max} можно получить из формулы (11) с учетом того, что движение в этом случае будет равномерным ($a_{ч}$=0)

$$\rho_{ж} g - \rho_{ч} g - \frac{3}{8}\frac{k_{ч}\upsilon_{max}^2 \eta}{R_{ч}} = 0 ,$$

$$(\rho_{ж} - \rho_{ч}) g = \frac{3}{8}\frac{k_{ч}\upsilon_{max}^2 \eta}{R_{ч}} ,$$

$$\upsilon_{max} = \sqrt{\frac{8(\rho_{ж} - \rho_{ч}) g R_{ч}}{3k_{ч}\eta}} . \qquad (13)$$

Подставим формулы (13) и (3) в условие (12). Тогда получим

$$\sqrt{\frac{8(\rho_{ж} - \rho_{ч}) g R_{ч}}{3\kappa_{ч}\eta}} < \frac{S_{п}}{S_{ст}}\sqrt{2gh_{п}} ,$$

$$\frac{4(\rho_{ж} - \rho_{ч}) R_{ч}}{3\kappa_{ч}\eta} < \frac{S_{п}^2}{S_{ст}^2} h_{п} . \qquad (14)$$

Формула (14) является условием ухода частицы в шлаковик.

Условие всплывания частицы в стояке. Если условие (12) не выполняется, то для всплытия частицы в стояке должно выполняться условие

$$\upsilon_{ч} > \upsilon_{ст} , \qquad (15)$$

где $\upsilon_{ч}$ – скорость частицы, до которой она успевает разогнаться за время прохождения потока через стояк. В момент попадания частицы в стояк ее скорость относительно потока $\upsilon_{ч_0} = 0$. При этом движение частицы ускоренное. Тогда, используя уравнение (11), получаем уравнение для скорости частицы

$$\frac{d\upsilon_ч}{dt} = (\frac{\rho_ж}{\rho_ч} - 1)g - \frac{3}{8}\frac{k_ч \upsilon_ч^2}{\rho_ч R_ч}\eta. \qquad (16)$$

Введем новые обозначения

$$A = (\frac{\rho_ж}{\rho_ч} - 1)g,$$

$$B = \frac{3}{8}\frac{k_ч \eta}{\rho_ч R_ч}.$$

Тогда уравнение (16) примет вид

$$\frac{d\upsilon_ч}{dt} = A - B\upsilon_ч^2,$$

$$\int \frac{d\upsilon_ч}{A - B\upsilon_ч^2} = \int dt + c. \qquad (17)$$

Интегрируя уравнение (16), получаем уравнение для оценки скорости движения частицы в литниковой системе

$$\frac{1}{2\sqrt{AB}} \ln\left|\frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}\upsilon_ч}{\sqrt{A} - \sqrt{B}\upsilon_ч}\right| = t + c,$$

$$\upsilon(0) = 0 \Rightarrow c = 0,$$

$$\ln\left|\frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}\upsilon_ч}{\sqrt{A} - \sqrt{B}\upsilon_ч}\right| = 2\sqrt{AB}t,$$

$$\frac{\sqrt{A} + \sqrt{B}\upsilon_ч}{\sqrt{A} - \sqrt{B}\upsilon_ч} = e^{2\sqrt{AB}t},$$

$$\upsilon_ч = \sqrt{\frac{A}{B}\frac{e^{2\sqrt{AB}t} - 1}{e^{2\sqrt{AB}t} + 1}}. \qquad (18)$$

Предположим, что время прохождения потока через стояк можно определить как:

$$t_{ст} = \frac{h_{ст}}{\upsilon_{ст}}.$$

Тогда уравнение (18) имеет вид

$$\upsilon_ч = \sqrt{\frac{A}{B}\frac{e^{2\sqrt{AB}\cdot\frac{h_{ст}}{\upsilon_{ст}}} - 1}{e^{2\sqrt{AB}\cdot\frac{h_{ст}}{\upsilon_{ст}}} + 1}}. \qquad (19)$$

Подставляя (19) в (15), получаем условие для скорости частицы в стояке

$$\sqrt{\frac{A}{B}\frac{e^{2\sqrt{AB}\frac{h_{ст}}{\upsilon_{ст}}} - 1}{e^{2\sqrt{AB}\frac{h_{ст}}{\upsilon_{ст}}} + 1}} > \upsilon_{ст}. \qquad (20)$$

Уравнения (20) и (14) определяют различные варианты движения шлаковой частицы в стояке литниковой системы.

Таким образом, на основе уравнений динамики частицы в расплаве получены формулы, позволяющие определять динамику перемещения частицы заданной плотности и радиуса в движущемся расплаве. Представленный математический аппарат определяет условия всплытия, улавливания частицы и ее перемещение по пространству каналов литниковой системы.

Литература

1. Галдин Н.М., Чистяков В.В., Шатульский А.А. Литниковые системы и прибыли для фасонных отливок. М.: Машиностроение, 1992.

2. Рабинович Б.В. Введение в литейную гидравлику. М.: Машиностроение, 1966.